

解題說明

本專案的目的是透過環形鏈結串列實作一個多項式類別，能執行多項式的加法、減法、乘法、輸出及評估值。其主要想法如下：

- 1. **多項式表示**：將每一項的係數和指數儲存為鏈結串列中的節點，並依降序排列。
- 2. **環形鏈結串列**：採用環狀結構來節省額外的節點，方便操作多項式。
- 3. **運算設計**：加法和減法按指數合併同類項；乘法逐項展開；評估值則使用指數運算累加結果。

例如：

- 第一個多項式為 $5x^3+2x^2+15x^3 + 2x^2 + 1$
- 第二個多項式為 $3x^2-x+43x^2 - x + 4$
執行相加後，結果為 $5x^3+5x^2-x+55x^3 + 5x^2 - x + 5$ 。

效能分析

- 1. **時間複雜度**：
 - 加法/減法： $O(m + n)$ ，其中 m, n 為兩個多項式的項數。
 - 乘法： $O(m \times n)$ 。
 - 評估值： $O(k)$ ， k 為多項式項數。
- 2. **空間複雜度**：
 - 每個多項式使用額外 $O(k)$ 節點儲存項目。

測試與驗證

測試案例	多項式 1	多項式 2	預期結果
加法測試	$5x^2 + 2x + 1$	$3x^2 - x + 4$	$8x^2 + x + 5$
減法測試	$5x^2 + 2x + 1$	$3x^2 - x + 4$	$2x^2 + 3x - 3$
乘法測試	$x + 1$	$x - 1$	$x^2 - 1$
評估測試	$5x^3 - 2x + 1$	$x = 2$	$5(2^3) - 2(2) + 1 = 37$

效能量測

測試範例在輸入項數為 1,000 時，進行加法及乘法操作並計算執行時間：

- $n=1,000$ ，加法耗時約 0.010.01 秒，乘法耗時約 0.10.1 秒。

心得討論

在實作環形鏈結串列處理多項式的過程中，我深刻體會到資料結構的重要性。環形結構有效簡化了邊界條件處理，提升程式的靈活性與可維護性。在設計過程中，面臨的挑戰主要是如何有效合併同類項、運算符重載的邏輯清晰性，以及處理乘法運算的效能問題。

透過測試，驗證了加法、減法與乘法的正確性，但也發現目前的乘法效能在項數增加時表現不佳。未來可以考慮採用快速傅立葉變換（FFT）進一步優化。此外，節點記憶體管理也是需要改善的地方，以避免潛在的記憶體洩漏。

這次專案加深了我對環形鏈結串列的理解，也讓我更關注演算法效能優化。在未來，我希望能結合更高效的演算法與實際應用，進一步提升多項式運算的效能與實用性。