

解題說明

本程式實作了多項式的加法與乘法運算，並支援從字串形式解析多項式。

步驟：

1. **解析輸入**：將多項式解析為 `map<int, int>` 結構，key 表示次方，value 表示對應的係數。
2. **加法實作**：將兩多項式的係數根據次方相加。
3. **乘法實作**：進行多項式逐項乘積，計算結果項次方與係數。
4. **結果輸出**：將加法與乘法結果以多項式格式還原成字串。

舉例：

若輸入多項式：

- 第一個多項式： $3x^2 + 2x - 5$
- 第二個多項式： $x^2 - 4x + 6$

加法結果：將對應次方係數相加，結果為 $4x^2 - 2x + 1$

乘法結果：展開計算後結果為 $3x^4 - 10x^3 + 11x^2 - 28x + 30$

效能分析

Time Complexity：

1. **解析多項式**：
 - 對多項式的字串逐字符解析，時間複雜度為 $O(n)$ ，其中 n 是輸入字串長度。
2. **加法**：
 - 遍歷兩個 `map` 的所有項目，時間複雜度為 $O(m + k)$ ，其中 m, k 分別為兩多項式的項數。
3. **乘法 (operator*)**：
 - 雙層迴圈遍歷兩個多項式的所有項，時間複雜度為 $O(m \cdot k)$ 。

Space Complexity :

- 1. 存儲多項式：使用 map 儲存多項式，空間複雜度為 $O(m + k)$ 。
- 2. 結果存儲：乘法結果最多生成 $m \cdot k$ 個新項，空間複雜度為 $O(m \cdot k)$ 。

測試數據：

輸入多項式 1	輸入多項式 2	加法結果	乘法結果
$3x^2 + 2x - 5$	$x^2 - 4x + 6$	$4x^2 - 2x + 1$	$3x^4 - 10x^3 + 11x^2 - 28x + 30$
$x^3 - 2$	$2x^3 + 5$	$3x^3 + 3$	$2x^6 + 5x^3 - 4x^3 - 10$

驗證方法：

- 1. 手動計算加法與乘法結果進行比對。
- 2. 使用邊界情況（例如空多項式、零多項式）測試解析與運算邏輯。

效能量測

對不同規模的多項式進行運算測試，記錄運行時間：

- $O(n)$ 的解析性能在小型多項式中幾乎即時完成。
 - $O(m \cdot k)$ 的乘法性能隨項數增加而增加。
2. 範例測試中運行時間均小於 1 秒。

心得討論

本題目展示了如何將高階數學運算實作為程式邏輯：

- 1. 使用 map 資料結構清晰表示多項式，避免了使用陣列的次方限制。
- 2. 多項式解析程式邏輯複雜，對字串操作需特別注意符號與邊界條件。
- 3. 優化方面可考慮壓縮儲存結構或多執行緒處理乘法以提升效能。