**解題說明**

本程式實作了多項式的加法與乘法運算，並支援從字串形式解析多項式。

**步驟：**

1. **解析輸入**：將多項式解析為 map<int, int> 結構，key 表示次方，value 表示對應的係數。
2. **加法實作**：將兩多項式的係數根據次方相加。
3. **乘法實作**：進行多項式逐項乘積，計算結果項次方與係數。
4. **結果輸出**：將加法與乘法結果以多項式格式還原成字串。

**舉例：**

若輸入多項式：

* 第一個多項式：3x^2 + 2x - 5
* 第二個多項式：x^2 - 4x + 6

**加法結果**：將對應次方係數相加，結果為 4x^2 - 2x + 1  
**乘法結果**：展開計算後結果為 3x^4 - 10x^3 + 11x^2 - 28x + 30

**效能分析**

**Time Complexity：**

1. **解析多項式**：
   * 對多項式的字串逐字符解析，時間複雜度為O(n)，其中 n是輸入字串長度。
2. **加法**：
   * 遍歷兩個 map 的所有項目，時間複雜度為 O(m + k)，其中 m,k分別為兩多項式的項數。
3. **乘法 (operator\*)**：
   * 雙層迴圈遍歷兩個多項式的所有項，時間複雜度為 O(m⋅k)。

**Space Complexity：**

1. **存儲多項式**：使用 map 儲存多項式，空間複雜度為O(m + k)。
2. **結果存儲**：乘法結果最多生成 m⋅k個新項，空間複雜度為 O(m⋅k)。

**測試數據：**

| **輸入多項式 1** | **輸入多項式 2** | **加法結果** | **乘法結果** |
| --- | --- | --- | --- |
| 3x^2 + 2x - 5 | x^2 - 4x + 6 | 4x^2 - 2x + 1 | 3x^4 - 10x^3 + 11x^2 - 28x + 30 |
| x^3 - 2 | 2x^3 + 5 | 3x^3 + 3 | 2x^6 + 5x^3 - 4x^3 - 10 |

**驗證方法：**

1. 手動計算加法與乘法結果進行比對。
2. 使用邊界情況（例如空多項式、零多項式）測試解析與運算邏輯。

**效能量測**

對不同規模的多項式進行運算測試，記錄運行時間：

* + O(n) 的解析性能在小型多項式中幾乎即時完成。
  + O(m⋅k)的乘法性能隨項數增加而增加。

1. 範例測試中運行時間均小於 1 秒。

**心得討論**

本題目展示了如何將高階數學運算實作為程式邏輯：

1. 使用 map 資料結構清晰表示多項式，避免了使用陣列的次方限制。
2. 多項式解析程式邏輯複雜，對字串操作需特別注意符號與邊界條件。
3. 優化方面可考慮壓縮儲存結構或多執行緒處理乘法以提升效能。