

第 9 周

乙部:选民模型练习  
(1.0 版)

练习 1

找到一个选民模型协议可能永远不会达成一致的图，即。 ， 进程可能会遇到死锁。

练习 2

考虑在图 1 所示的图中发生的蓝色和紫色之间的一致过程。

- a)确定  $\Pr(\text{Send} = \text{紫色} \mid S_0 = s)$ 。
- b)假设你是一个试图影响游戏的外部代理，以使蓝色更有可能获胜。您的能力是神奇地翻转一个或多个节点的颜色。此更改将发生在流程开始之前，即。在做任何决定之前。需要将紫色节点转换为蓝色节点的最小数量是多少才能使蓝色节点获胜的概率超过 50% ?应该更改哪些节点?

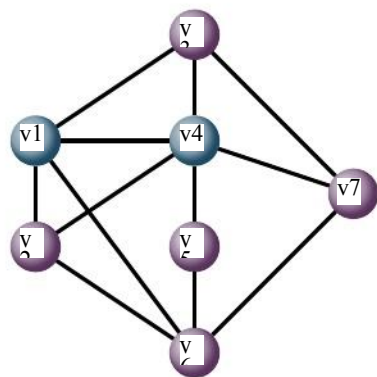


图 1:初始配置  $S_0 =$ 。

第 9 周

B 部分:选民模型

练习和解决方案(1.0 版)

练习 1

找到一个选民模型协议可能永远不会达成一致的图，即。 ， 进程可能会遇到死锁。

练习 1 的解决方案

无向图  $G = (V, E)$  允许死锁当且仅当  $G$  是二部图时。 $G$  是二部的，当且仅当  $V$  可以被分成两部分， $V_1$  和  $V_2$ ，使得  $E$  中的任意一条边连接  $V$  中的一个节点  $v_1$  到  $V$  中的一个节点  $v_2$ 。换句话说，没有边“在”  $V$  内  $v_1$  或  $V_2$ 。

请注意，这只适用于连通图。

证明非二部图上的进程不能达到死锁是一个有趣的练习。这个问题的一个更一般的解决方案(对于有向图)在本文引理 1 中得到了证明 :[http://www.tafa-workshop.org/tafa-17/papers/TAFA-17\\_paper\\_16.pdf](http://www.tafa-workshop.org/tafa-17/papers/TAFA-17_paper_16.pdf)

练习 2

考虑在图 1 所示的图中发生的蓝色和紫色之间的一致过程。a)确定  $\Pr(\text{Send} = \text{紫色} | S_0 = s)$ 。

b)假设你是一个试图影响游戏的外部代理，以使蓝色更有可能获胜。您的能力是神奇地翻转一个或多个节点的颜色。此更改将发生在流程开始之前，即。在做任何决定之前。需要将紫色节点转换为蓝色节点的最小数量是多少才能使蓝色节点获胜的概率超过 50% ?应该更改哪些节点?

练习的解决方案 2

a)我们正在寻找的概率由第一轮中连接到紫色节点的边数之和除以所有度数之和给出。

$$\Pr(\text{发送}=\text{紫色} | S_0 = s) = \frac{3 + 3 + 2 + 4 + 3}{24} = \frac{15}{24}$$

b)翻转  $v$  的颜色就足够了。从紫色到蓝色  $4+5+4$  的蓝色获胜概率  $24= 1324 > 50\%$

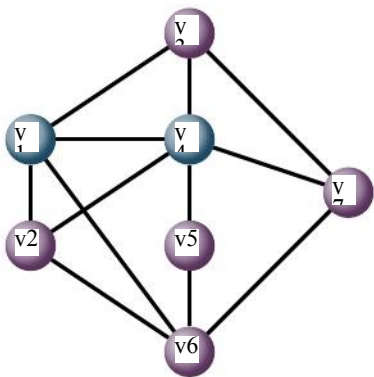


图 1:初始配置  $S_0=$ 。