

6 ccs3ain,教程 05

(版本 1.0)

- 1.已知数据矩阵 \mathbf{X} , $n=4$ 个房子, $d=3$ 个特征。您的目标是运行从幻灯片到 \mathbf{X} 的 PCA 算法,以便将维数减少到 $k=2$ 。

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 6 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 7 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$

第 05 课回答

(版本 1.0)

1.确切的数字在 PCA_tutorial_example.py 中计算。我们将在这里使用近似。我们的数据矩阵是。

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 6 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 7 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$

(a)步骤 1:计算平均行向量

$$\bar{\mathbf{x}}^T = 5.25 \ 3.25 \ 3.5 \quad (b)$$

步骤 2:计算平均行矩阵

$$\bar{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \bar{\mathbf{x}}^T = \begin{pmatrix} 5.25 & 3.25 & 3.5 \\ 5.25 & 3.25 & 3.5 \\ 5.25 & 3.25 & 3.5 \\ 5.25 & 3.25 & 3.5 \end{pmatrix}$$

(c)步骤 3:减去平均值(获得平均中心数据)

$$\mathbf{B} = \mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} -1.25 & -1.25 & -0.5 \\ 0.75 & -2.25 & -0.5 \\ -1.25 & -1.25 & 1.5 \\ 1.75 & 4.75 & -0.5 \end{pmatrix}$$

尺寸是 $n \times d$

(d)步骤 4:计算 \mathbf{B} 的行协方差矩阵

$$\mathbf{C} = \frac{1}{n} \mathbf{B}^T \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1.68 & 2.44 & -0.63 \\ 2.43 & 7.69 & -0.63 \\ -0.63 & -0.63 & 0.75 \end{pmatrix},$$

$$(d \times n) \times (n \times d) = d \times d$$

(e)步骤 5:计算 k 个最大特征向量 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k$ (本模块中没有介绍如何做到这一点。你使用 Python 或 WolframAlpha)。

每个特征向量的维数是 $1 \times d$

$$\mathbf{v}_1 \approx \begin{pmatrix} -0.34 \\ -0.94 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v}_2 \approx \begin{pmatrix} -0.71 \\ 0.32 \\ 0.63 \end{pmatrix}$$

(f)步骤 6:计算 k 最大特征向量的矩阵 \mathbf{W}

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} -0.34 & -0.71 \\ -0.94 & 0.32 \\ 0.1 & 0.63 \end{pmatrix}$$

\mathbf{W} 的尺寸为 $(d \times k)$ 。

(g)步骤 7:将每个数据点乘以 \mathbf{x}_i 对于 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ 与 \mathbf{W}^T

$$\mathbf{W}^T = \begin{pmatrix} -0.34 & -0.94 & 0.1 \\ -0.71 & 0.32 & 0.63 \end{pmatrix}$$

我们如

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{x}_i$$

所以

$$\mathbf{y}_1 \approx \begin{pmatrix} -2.92 \\ -0.3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{y}_2 \approx \begin{pmatrix} -2.66 \\ -2.03 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{y}_3 \approx \begin{pmatrix} -2.72 \\ 0.97 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{y}_4 \approx \begin{pmatrix} -9.55 \\ -0.48 \end{pmatrix}$$

y 的维度 $k \times d \times d \times 1$ 是否等于 $k \times 1$