Отчет по лабораторной работе № 22 по курсу “Практикум Программирования”

Студент группы М80-109Б-22 Ефименко Кирилл Игоревич, № по списку 7

Контакты
recrut5678@gmail.com
@vivichv9

Работа выполнена: «5» марта 2023г.

Преподаватель: каф. 806 Сысоев Максим Алексеевич

Отчет сдан « »__________20__г., итоговая оценка _______

Подпись преподавателя
____

1. **Тема:**

   Издательская система TeX.

2. **Цель работы:**

   Изучить издательскую систему TeX.

3. **Задание:**

   Сверстать 3 страницы учебника по матанализу.

4. **Оборудование**:

   Процессор AMD ryzen 7 5800U 8x 3.9GH с ОП *16384* Мб, НМД *512*Гб. Монитор *1920x1080.*

5. **Программное обеспечение:**

   Операционная система семейства: *linux*, наименование: *ubuntu*, версия *18.10 cosmic*
   интерпретатор команд: *bash* версия *4.4.19*.
   Система программирования -- версия --, редактор текстов *emacs* версия *25.2.2*
   Утилиты операционной
   системы -- Прикладные
   системы и программы --
   Местонахождение и имена файлов программ и данных на домашнем компьютере --

6. **Идея, метод, алгоритм решения задачи:**

   Найти учебник по математическому анализу, путем переписывания текста и математических формул создать на его основе pdf файл.

7. Сценарий выполнения работы:

1) Запустить Overleaf.
2) Сверстать 3 страницы учебника.
3) Написать отчет.

8. Распечатка протокола:

```
\documentclass[a4paper, 12pt]{book}

\usepackage{geometry}
\usepackage[english, russian]{babel}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage{wasysym}
\usepackage{amssymb}
\usepackage{amsfonts}
\usepackage{setspace}
\usepackage{tabto}


\geometry{left=3cm}
\geometry{right=4cm}
\geometry{top=4cm}
\geometry{bottom=2cm}

\setlength{\headheight}{0mm}
\setlength{\headsep}{0mm}
\setcounter{page}{584}

\begin{document}
  \begin{center}
    \begin{spacing}

            ГЛ. VIII. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ
      \noindent\rule{\textwidth}{1pt}
        \end{spacing}
  \end{center}
  \par\textbf{2. Простейший вариант теоремы о неявной функции.} В этом
параграфе теорема о неявной функции будет получена очень наглядным, но не очень эффективным методом, приспособленным только к
случаю вещественнозначных функций вещественных переменных.
С другим, во многих отношениях более предпочтительным способом получения этой теоремы, как и с более детальным анализом ее структуры,
читатель сможет познакомится в главе X (часть II), а также в задаче 4,
помещенной в конце параграфа..
  \parСледующее утверждение является простейшим вариантом теоремы
о неявной функции.
  \par\textbf{Утверждение 1.} \textit{Если функция $F \to U(x_0, y_0) \to \mathbb{R}$, определенная в окрестности $U(x_0, y_0)$ точки $(x_0, y_0) \in R^2$, такова, что}
  \begin{spacing}{1.6}
    \par \textit{$1^\circ$ $F \in C^(p) (U;\mathbb{R})$, где $p >= 1$,}
    \par \textit{$2^\circ$ $F(x_0, y_0) = 0$,}
    \par \textit{$3^\circ$ $F'_y(x_0, y_0) \neq 0$,}
  \end{spacing}
  \par \textit{то существуют двумерный промежуток $I = I_x \times I_y$, где}
  $$I_x = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - x_0| < a\}, \;\;\;\;\; I_y=\{ y \in \mathbb{R} \mid |y-y_0| < \beta \}$$
  \par \textit{являющийся содержащейся в $U(x_0, y_0)$ окрестностью точки $(x_0, y_0)$, и
такая функция $f \in C^(p) (I_x; I_y)$, что для любой точки $(x, y) \in I_x \times I_y$}
  \begin{flushright}
  $F(x, y) = 0 \Leftrightarrow y = f(x),  \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \textrm{(4)}$
  \end{flushright}
  \par \textit{причем производная функции $y = f(x)$ в точках $x \in I_x$ может быть
вычислена по формуле}
  \begin{flushright}
  $f'(x) = -[F'_y(x, f(x))]^1[F'_x(x, f(x))]. \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \textrm{(5)}$
```

\end{flushright}
\par Прежде чем приступить к доказательству, дадим несколько возможных переформулировок заключительного соотношения (4), которые должны заодно прояснить смысл самого этого соотношения.
\par Утверждение 1 говорит о том, что при условиях $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ$ порция множества, определяемого соотношением $F(x, y) = 0$, попавшая в окрестность $I = I_x \times I_y$ точки (x_0, y_0), является графиком некоторой функции $f : Ix \to Iy$ класса $C^(p)(I_x; I_y)$.
\par Иначе можно сказать, что в пределах окрестности I точки (x_0, y_0) уравнение $F(x, y) = 0$ однозначно разрешимо относительно y, а функция $y = f(x)$ является этим решением, т. е. $F(x, f(x)) \equiv 0$ на I_x.

\newpage

\begin{center}
\begin{spacing}
\S5. ТЕОРЕМА О НЕЯВНОЙ ФУНКЦИИ
\noindent\rule{\textwidth}{1pt}
\end{spacing}
\end{center}
\par Отсюда в свою очередь следует, что если $y = \hat{f}(x)$ — функция, определенная на I_x, про которую известно, что она удовлетворяет соотношению $F(x, \hat{f}(x)) \equiv 0$ на I_x и что $\hat{f}(x_0) = y_0$, то при условии непрерывности этой функции в точке $x_0 \in I_x$ можно утверждать, что найдется окрестность $\Delta \subset I_x$ точки x_0 такая, что $\hat{f}(\Delta) \subset I_y$ и тогда $\hat{f}(x) \equiv f(x)$ при $x \in \Delta$.
\par Без предположения непрерывности функции $\hat{f}$ в точке x_0 и условия $\hat{f}(x_0) = y_0$ последнее заключение могло бы оказаться неправильным, что видно на уже разобранном выше примере с окружностью. Теперь докажем утверждение 1.
\par \blacktriangleleft Пусть для определенности $F′_y(x_0, y_0)>0$. Поскольку $F \in C^{(1)}(U; \mathbb{R}),то F′_y(x, y) > 0$ также в некоторой окрестности точки (x0, y0). Чтобы невводить новых обозначений, без ограничения общности можно считать,что $F′_y(x, y) > 0$ в любой точке исходной окрестности $U(x_0, y_0)$.
\par Более того, уменьшая, если нужно, окрестность $U(x_0, y_0)$, можно
считать ее кругом некоторого радиуса $r = 2\beta > 0$ с центром в точке $(x0, y0)$.
\par Поскольку $F′_y(x, y) > 0$ в U, то функция $F(x_0, y)$ от y определена имонотонно возрастает на отрезке $y_0- \beta \leq y \leq y_0 + \beta$, следовательно,
$$F(x_0, y_0 - \beta) < F(x_0, y_0) = 0 < F(x_0, y_0 + \beta)$$
\par В силу непрерывности функции F в U, найдется положительное число $\alpha < \beta$ такое, что при $|x − x_0| \leq \alpha$ будут выполнены соотношения
$$F(x, y_0 - \beta) < 0 < F(x, y_0 + \beta)$$
\par Покажем теперь, что прямоугольник $I = I_x × I_y$, где
$$I_x = \{ x \in \mathbb{R} \mid |x - x_0| < \alpha \}, \;\;\;\; I_y = \{ y \in \mathbb{R} \mid |y - y_0| < \beta \}$$
\par является искомым двумерным промежутком, в котором выполняется соотношение (4).
\par При каждом $x \in I_x$ фиксируем вертикальный отрезок с концами $(x, y_0 − \beta), (x, y_0 + \beta)$. Рассматривая на нем $F(x, y)$ как функцию от y, мы получаем строго возрастающую непрерывную функцию, принимающую значения разных знаков на концах отрезка. Следовательно, при $x \in I_x$ найдется единственная точка $y(x) \in I_y$ такая, что $F(x, y(x)) = 0$. Полагая $y(x) = f(x)$, мы приходим к соотношению (4).

\newpage

\begin{center}
\begin{spacing}

ГЛ. VIII. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ
\noindent\rule{\textwidth}{1pt}
\end{spacing}
\end{center}

\par Теперь установим, что $f \in C^{(p)} (I_x; I_y)$.
\par Покажем сначала, что функция f непрерывна в точке x_0 и что $f(x_0) = y_0$. Последнее равенство, очевидно, вытекает из того, что при $x = x_0$ имеется единственная точка $y(x_0) \in I_y$ такая, что $F(x_0, y(x_0)) = 0$. Вместе с тем по условию $F(x_0, y_0) = 0$, поэтому $f(x_0) = y_0$.
\par Фиксировав число $\epsilon, 0 < \epsilon < \beta$, мы можем повторить доказательство существования функции $f(x)$ и найти число $\delta, 0 < \delta < \alpha$, так, что в двумерном промежутке $\hat{I} = \hat{I}_x \times \hat{I}_y$, где
$$\hat{I}_x=\{x \in \mathbb{R} \mid |x - x_0| < \delta \} \;\;\;\; \hat{I}_y = \{ y \in \mathbb{R} \mid |y - y_0| < \epsilon \}$$
\par будет выполнено соотношение
\begin{flushright}
$(F(x, y) = 0$ в $\hat{I}) \Leftrightarrow (y = \hat{f}(x), x \in \hat{I}_x) \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \textrm{(6)}$
\end{flushright}
\par с некоторой вновь найденной функцией $\hat{f} : \hat{I}_x \to \hat{I}_y$.
\par Но $\hat{I}_x \subset I_x, \hat{I}_y \subset I_y$ и $\hat{I} \subset I$, поэтому из (4) и (6) следует, что $\hat{f}(x)

\equiv f(x)$ при $x \in \hat{I}_x \subset I_x$. Тем самым проверено, что $|f(x)-f(x_0)| = |f(x)-y_0| < \epsilon$ при $|x-x_0| < \delta$.
\par Мы установили непрерывность функции f в точке x_0. Но любая точка $(x, y) \in I$, в которой $F(x, y) = 0$, также может быть принята в качестве исходной точки построения, ибо в ней выполнены условия $2^\circ , 3^\circ$. Выполнив это построение в пределах промежутка I, мы бы в силу (4) вновь пришли к соответствующей части функции f, рассматриваемой в окрестности точки x. Значит, функция f непрерывна в точке x. Таким образом, установлено, что $f \in C(I_x; I_y)$.
\par Покажем теперь, что $f \in C^{(1)}(I_x; I_y)$, и установим формулу (5).
\par Пусть число Δx таково, что $x + \Delta x \in I_x$. Пусть $y = f(x)$ и $y + \Delta y = f(x + \Delta x)$. Применяя в пределах промежутка I к функции $F(x, y)$ теорему о среднем, находим, что
$$0 = F(x + \Delta x, f(x + \Delta x)) - F(x, f(x)) = $$
$$= F(x + \Delta x, y + \Delta y) - F(x, y) = $$
$$= F'_x(x + \omega \Delta x, y + \omega \Delta y) \Delta x + F'_y(x + \omega \Delta x, y + \omega \Delta y) \Delta y \;\;\;\;\;\;\;\;\;\; (0 < \omega < 1) $$
\par откуда, учитывая, что $F′_y(x, y) \neq 0$ в I, получаем

\begin{flushright}
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = - \frac{F'_x(x + \omega \Delta x, y + \omega \Delta y}{F'_y(x + \omega \Delta x, y + \omega \Delta y)}$$. \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad
\textrm{(7)}
\end{flushright}

9. Дневник отладки:

№	Лаб. или дом.	Дата	Время	Событие	Действие по исправлению	Примечание
1	лаб	4.03.2023	17:20	Не мог понять, как проверить исполняемость	Загуглил	Мне грустно

10. Замечания автора:

Замечаний нет.

11. Выводы:

Было интересно работать в системе TeX, на мой взгляд это возможность быстро и удобно писать всякие математиеские штуки. Думаю, полученные навыки пригодятся в дальнейшем при оформлении различных работ на технические темы.

Недочёты при выполнении задания могут быть устранены следующим образом: --

Подпись студента

____