MathsFaciles.com
Soutien et ressources en maths

LES PROBABILITÉS
Fiche de cours – Classe de 1ère S

I. Probabilités : vocabulaire et définitions

Univers

- L'univers Ω représente l'ensemble des résultats possibles lors d'une expérience.
- On appelle cardinal de Ω le nombre d'éléments de l'univers. On le note card(Ω).

Par exemple, si on lance un dé, il y a 6 résultats possibles. L'univers est donc égal à : $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$.

Evènement élémentaire

- Un évènement élémentaire est une partie de l'univers Ω, comportant un et un seul élément. On le note e_i.

Evènement

- Un évènement est une partie de l'univers Ω.
- Ø est l'évènement impossible.
- Ω est l'évènement certain.
- $A \cup B$ est l'évènement « A ou B ».
- $A \cap B$ est l'évènement « A et B ».
- $\overline{A}$ est l'évènement contraire de A.

Probabilité

- On définit une loi de probabilité p sur $\Omega = \{e_1 \,;\, e_2 \,;\, \ldots \,;\, e_n\}$ en associant à chaque évènement élémentaire $\{e_i\}$ un nombre réel p tel que, pour tout $i \in \{1 \,;\, 2 \,;\, \ldots \,;\, n\}$, $0 \leq p \leq 1$:

  $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$ ou $\boxed{\sum_{i=1}^{n} p_i = 1}$.

  p_i est la probabilité de l'évènement élémentaire $\{e_i\}$: $p_i = p(e_i)$

- Lorsque les évènements élémentaires possèdent tous la même probabilité (équiprobabilité), on dit que la probabilité p est équirépartie.

- Dans le cas d'une loi équirépartie, la probabilité p d'un évènement A dans l'univers Ω s'écrit :

$$\boxed{p(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'élément de } \Omega}}$$

- Pour tout évènement $A = \{a_1 \,;\, a_2 \,;\, \ldots \,;\, a_k\}$:

$$\boxed{p(A) = p(a_1) + p(a_2) + \ldots + p(a_k)}$$

Propriétés

- Pour tout évènement A, $0 \leq p(A) \leq 1$.

- Si $A \cap B = \emptyset$, on dit que A et B sont incompatibles ou disjoints. Dans ce cas, $\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B)}$.

- Si A et B sont quelconques, $\boxed{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$.

- $\overline{A}$ étant l'évènement contraire de A, $\boxed{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$.

MathsFaciles.com
Soutien et ressources en maths

II. Variables aléatoires

Définition

- Une variable aléatoire est une application X de l'univers Ω dans $\mathbb{R}$.
- La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est la fonction définie sur I qui, à chaque x_i, associe le nombre $\boxed{p_i = p(X = x_i)}$.
- La somme de ces probabilités est égale à 1.

Espérance de X

- L'espérance de la variable aléatoire X, appelée également moyenne, est le nombre réel :

$$\boxed{\mu = E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i . p_i}$$

Variance de X

- La variance de la variable aléatoire X est le nombre réel positif :

$$\boxed{V(X) = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i . x_i^{\,2} \right) - \mu^2 = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i^{\,2} - \mu)^2}$$

Écart-type de X

- L'écart-type est le nombre réel positif :

$$\boxed{\sigma(X) = \sqrt{V(X)}}$$

