Proyecto 2: El Problema de la Mochila

Emily Sanchez
Viviana Vargas

Curso: Investigación de Operaciones
II Semestre 2025

September 18, 2025

1 Problema de la Mochila (Knapsack Problem)

El **problema de la mochila** es un clasico de la *optimizacion combinatoria*. Se dispone de una **mochila** con una **capacidad maxima** W y un conjunto de n objetos. Cada objeto i tiene un **peso** w_i y un **valor** v_i. El objetivo es seleccionar los objetos de manera que:

- La suma total de los pesos no exceda la capacidad W.
- Se maximice el valor total de los objetos elegidos.

1.1 Variantes principales

0/1 Knapsack Cada objeto puede elegirse una sola vez o no elegirse: decision binaria.

Bounded Knapsack Cada objeto puede seleccionarse un numero limitado de veces.

Unbounded Knapsack Se permite una cantidad ilimitada de cada objeto.

1.2 Solucion

0/1 Knapsack Se resuelve comunmente con **programacion dinamica**. Sea $dp[i][w]$ el valor maximo al considerar los primeros i objetos y capacidad w.

$$dp[i][w] = \begin{cases} dp[i-1][w] & \text{si } w_i > w, \\ \max(dp[i-1][w], v_i + dp[i-1][w-w_i]) & \text{si } w_i \leq w. \end{cases}$$

Bounded Knapsack Similar al 0/1 perpuede tener uno o más cantidades por objeto. Es limitado, por lo que no puede ser infinito.

$$dp[i][w] = \max_{0 \leq k \leq c_i,\ k\, w_i \leq w} \left(dp[i-1][w - kw_i] + kv_i \right).$$

Unbounded Knapsack Similar al bounded pero permitiendo repeticiones sin limite de cantidades (infinito).

$$dp[w] = \max(dp[w], v_i + dp[w - w_i]).$$

Tipo de problema: Bounded Knapsack
Capacidad máxima: 13
Número de objetos: 5

Datos del Problema

Objeto	Costo	Valor	Cantidad
A	10.00	20.00	1
B	3.00	12.00	3
C	5.00	10.00	1
D	5.00	6.00	4
E	9.00	11.00	1

Tabla de Programación Dinámica Detallada

Capacidad	A	B	C	D	E
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	12(1)	12	12	12
4	0	12(1)	12	12	12
5	0	12(1)	12	12	12
6	0	24(2)	24	24	24
7	0	24(2)	24	24	24
8	0	24(2)	24	24	24
9	0	36(3)	36	36	36
10	20(1)	36(3)	36	36	36
11	20(1)	36(3)	36	36	36
12	20(1)	36(3)	36	36	36
13	20(1)	36(3)	36	36	36

Solución Óptima

Valor máximo obtenido: 36
Objetos seleccionados: B:3
Capacidad utilizada: 9