

Proyecto 1: Rutas Optimas (Algoritmo de Floyd)

Emily Sanchez
Viviana Vargas

Curso: Investigación de Operaciones
II Semestre 2025

12 de septiembre de 2025

1. Introducción

El algoritmo de Floyd-Warshall es un algoritmo para encontrar los caminos más cortos en un grafo ponderado. Fue publicado por Robert Floyd en 1962.

El algoritmo de Floyd se basa en el principio de la Programación Dinámica.

El algoritmo comienza con una tabla llamada $G(0)$ que muestra las distancias directas entre cada nodo. Si dos nodos no están conectados directamente, la tabla marca esa distancia como infinito. Luego verifica si pasar por un nodo intermedio puede hacer que el camino entre dos nodos sea más corto.

El proceso se repite hasta que todos los nodos intermedios posibles hayan sido probados (es decir, habrá una tabla $G(k)$ para cada nodo k). Al final, la tabla P muestra la distancia más corta posible entre cada par de nodos.

Podemos visualizar estos problemas con distancias entre ciudades: ¿qué pasa si quiero ir directamente de la ciudad A a la ciudad C? ¿Sería más corto ir directamente de A a C o ir de A a B y de B a C?

Complejidad espacial: $O(n^2)$

Complejidad temporal: $O(n^3)$

2. Descripción del Problema

Grafo con 5 nodos:

- Nodo A: ALFA
- Nodo B: BARCO
- Nodo C: CASA
- Nodo D: DADOS
- Nodo E: ENRIQUE

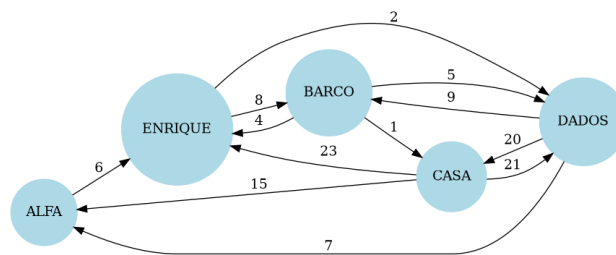


Figura 1: Representación del grafo original

3. Procedimiento del Algoritmo

3.1. Matriz de Distancias Inicial $D(0)$

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	0	∞	∞	∞	6
BARCO	∞	0	1	5	4
CASA	15	∞	0	21	23
DADOS	7	9	20	0	∞
ENRIQUE	∞	8	∞	2	0

Cuadro 1: Matriz de distancias inicial $D(0)$

3.2. Matriz de Caminos Inicial $P(0)$

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	-	-	-	-	ALFA
BARCO	-	-	BARCO	BARCO	BARCO
CASA	CASA	-	-	CASA	CASA
DADOS	DADOS	DADOS	DADOS	-	-
ENRIQUE	-	ENRIQUE	-	ENRIQUE	-

Cuadro 2: Matriz de caminos inicial $P(0)$

3.3. Iteraciones del Algoritmo

3.3.1. Iteración 1 ($k = 1$) - Nodo intermedio: ALFA

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	0	∞	∞	∞	6
BARCO	∞	0	1	5	4
CASA	15	∞	0	21	21
DADOS	7	9	20	0	13
ENRIQUE	∞	8	∞	2	0

Cuadro 3: Matriz de distancias $D(1)$ - Cambios resaltados en verde

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	-	-	-	-	ALFA
BARCO	-	-	BARCO	BARCO	BARCO
CASA	CASA	-	-	CASA	ALFA
DADOS	DADOS	DADOS	DADOS	-	ALFA
ENRIQUE	-	ENRIQUE	-	ENRIQUE	-

Cuadro 4: Matriz de caminos $P(1)$ - Cambios resaltados en azul

3.3.2. Iteración 2 ($k = 2$) - Nodo intermedio: BARCO

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	0	∞	∞	∞	6
BARCO	∞	0	1	5	4
CASA	15	∞	0	21	21
DADOS	7	9	10	0	13
ENRIQUE	∞	8	9	2	0

Cuadro 5: Matriz de distancias $D(2)$ - Cambios resaltados en verde

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	-	-	-	-	ALFA
BARCO	-	-	BARCO	BARCO	BARCO
CASA	CASA	-	-	CASA	ALFA
DADOS	DADOS	DADOS	BARCO	-	ALFA
ENRIQUE	-	ENRIQUE	BARCO	ENRIQUE	-

Cuadro 6: Matriz de caminos $P(2)$ - Cambios resaltados en azul

3.3.3. Iteración 3 (k = 3) - Nodo intermedio: CASA

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	0	∞	∞	∞	6
BARCO	16	0	1	5	4
CASA	15	∞	0	21	21
DADOS	7	9	10	0	13
ENRIQUE	24	8	9	2	0

Cuadro 7: Matriz de distancias D(3) - Cambios resaltados en verde

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	-	-	-	-	ALFA
BARCO	CASA	-	BARCO	BARCO	BARCO
CASA	CASA	-	-	CASA	ALFA
DADOS	DADOS	DADOS	BARCO	-	ALFA
ENRIQUE	CASA	ENRIQUE	BARCO	ENRIQUE	-

Cuadro 8: Matriz de caminos P(3) - Cambios resaltados en azul

3.3.4. Iteración 4 (k = 4) - Nodo intermedio: DADOS

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	0	∞	∞	∞	6
BARCO	12	0	1	5	4
CASA	15	30	0	21	21
DADOS	7	9	10	0	13
ENRIQUE	9	8	9	2	0

Cuadro 9: Matriz de distancias D(4) - Cambios resaltados en verde

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	-	-	-	-	ALFA
BARCO	DADOS	-	BARCO	BARCO	BARCO
CASA	CASA	DADOS	-	CASA	ALFA
DADOS	DADOS	DADOS	BARCO	-	ALFA
ENRIQUE	DADOS	ENRIQUE	BARCO	ENRIQUE	-

Cuadro 10: Matriz de caminos P(4) - Cambios resaltados en azul

3.3.5. Iteración 5 (k = 5) - Nodo intermedio: ENRIQUE

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	0	14	15	8	6
BARCO	12	0	1	5	4
CASA	15	29	0	21	21
DADOS	7	9	10	0	13
ENRIQUE	9	8	9	2	0

Cuadro 11: Matriz de distancias $D(5)$ - Cambios resaltados en verde

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	-	ENRIQUE	BARCO	ENRIQUE	ALFA
BARCO	DADOS	-	BARCO	BARCO	BARCO
CASA	CASA	ENRIQUE	-	CASA	ALFA
DADOS	DADOS	DADOS	BARCO	-	ALFA
ENRIQUE	DADOS	ENRIQUE	BARCO	ENRIQUE	-

Cuadro 12: Matriz de caminos $P(5)$ - Cambios resaltados en azul

4. Resultados Finales

4.1. Matriz de Distancias Final D(5)

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	0	14	15	8	6
BARCO	12	0	1	5	4
CASA	15	29	0	21	21
DADOS	7	9	10	0	13
ENRIQUE	9	8	9	2	0

Cuadro 13: Matriz de distancias final D(5)

4.2. Matriz de Caminos Final P(5)

	ALFA	BARCO	CASA	DADOS	ENRIQUE
ALFA	-	ENRIQUE	BARCO	ENRIQUE	ALFA
BARCO	DADOS	-	BARCO	BARCO	BARCO
CASA	CASA	ENRIQUE	-	CASA	ALFA
DADOS	DADOS	DADOS	BARCO	-	ALFA
ENRIQUE	DADOS	ENRIQUE	BARCO	ENRIQUE	-

Cuadro 14: Matriz de caminos final P(5)

4.3. Rutas Óptimas

- **ALFA → BARCO:** Distancia: 14, Ruta: ALFA → ENRIQUE → BARCO
 - **ALFA → CASA:** Distancia: 15, Ruta: ALFA → ENRIQUE → BARCO → CASA
 - **ALFA → DADOS:** Distancia: 8, Ruta: ALFA → ENRIQUE → DADOS
 - **ALFA → ENRIQUE:** Distancia: 6, Ruta: ALFA → ENRIQUE
 - **BARCO → ALFA:** Distancia: 12, Ruta: BARCO → DADOS → ALFA
 - **BARCO → CASA:** Distancia: 1, Ruta: BARCO → CASA
 - **BARCO → DADOS:** Distancia: 5, Ruta: BARCO → DADOS
 - **BARCO → ENRIQUE:** Distancia: 4, Ruta: BARCO → ENRIQUE
 - **CASA → ALFA:** Distancia: 15, Ruta: CASA → ALFA
 - **CASA → BARCO:** Distancia: 29, Ruta: CASA → ALFA → ENRIQUE → BARCO
 - **CASA → DADOS:** Distancia: 21, Ruta: CASA → DADOS
 - **CASA → ENRIQUE:** Distancia: 21, Ruta: CASA → ALFA → ENRIQUE
 - **DADOS → ALFA:** Distancia: 7, Ruta: DADOS → ALFA
 - **DADOS → BARCO:** Distancia: 9, Ruta: DADOS → BARCO
 - **DADOS → CASA:** Distancia: 10, Ruta: DADOS → BARCO → CASA
 - **DADOS → ENRIQUE:** Distancia: 13, Ruta: DADOS → ALFA → ENRIQUE
 - **ENRIQUE → ALFA:** Distancia: 9, Ruta: ENRIQUE → DADOS → ALFA
 - **ENRIQUE → BARCO:** Distancia: 8, Ruta: ENRIQUE → BARCO
 - **ENRIQUE → CASA:** Distancia: 9, Ruta: ENRIQUE → BARCO → CASA
 - **ENRIQUE → DADOS:** Distancia: 2, Ruta: ENRIQUE → DADOS
-