Proyecto 1: Rutas Optimas (Algoritmo de Floyd)

Emily Sanchez
Viviana Vargas

Curso: Investigación de Operaciones
II Semestre 2025

September 17, 2025

1 Problema de la Mochila (Knapsack Problem)

El **problema de la mochila** es un clasico de la *optimizacion combinatoria*. Se dispone de una **mochila** con una **capacidad maxima** W y un conjunto de n objetos. Cada objeto i tiene un **peso** w_i y un **valor** v_i. El objetivo es seleccionar los objetos de manera que:

- La suma total de los pesos no exceda la capacidad W.
- Se maximice el valor total de los objetos elegidos.

1.1 Variantes principales

0/1 Knapsack Cada objeto puede elegirse una sola vez o no elegirse: decision binaria.

Bounded Knapsack Cada objeto puede seleccionarse un numero limitado de veces.

Unbounded Knapsack Se permite una cantidad ilimitada de cada objeto.

Multidimensional o multi-constraint Existen varias restricciones, por ejemplo peso y volumen.

Fractional Knapsack Es posible tomar fracciones de cada objeto.

1.2 Metodos de solucion

0/1 Knapsack Se resuelve comunmente con **programacion dinamica**. Sea $dp[i][w]$ el valor maximo al considerar los primeros i objetos y capacidad w.

$$dp[i][w] = \begin{cases} dp[i-1][w] & \text{si } w_i > w, \\ \max(dp[i-1][w], v_i + dp[i-1][w-w_i]) & \text{si } w_i \leq w. \end{cases}$$

Fractional Knapsack Como se permiten fracciones, se usa un algoritmo *greedy*:

1. Ordenar los objetos por su densidad de valor $\frac{v_i}{w_i}$ de mayor a menor.
2. Tomar primero los de mayor densidad hasta llenar la mochila.

Unbounded Knapsack Similar al 0/1 pero permitiendo repeticiones:

$$dp[w] = \max(dp[w], v_i + dp[w-w_i]).$$

1.3 Aplicaciones

Este problema aparece en logistica, finanzas, planificacion de recursos, diseno de sistemas y en general en cualquier situacion donde se requiera *maximizar beneficio bajo una restriccion de recursos.*

Tipo de problema: 0/1 Knapsack
Capacidad máxima: 7
Número de objetos: 2

Datos del Problema

Objeto	Costo	Valor	Cantidad
A	2,00	5,00	1
B	3,00	7,00	1

Tabla de Programación Dinámica

Capacidad/Objetos	Ninguno	A	B
0	0	0	0
1	0	0	0
2	0	5	5
3	0	5	7
4	0	5	7
5	0	5	12
6	0	5	12
7	0	5	12

Solución Óptima

Valor máximo obtenido: 12
Objetos seleccionados: B, A
Capacidad utilizada: 5