Proyecto 1: Rutas Optimas (Algoritmo de Floyd)

Emily Sanchez Viviana Vargas

Curso: Investigación de Operaciones II Semestre 2025

 $11\ \mathrm{de}$ septiembre de 2025

1. Introducción

El algoritmo de Floyd-Warshall es un algoritmo para encontrar los caminos más cortos en un grafo ponderado. Fue publicado por Robert Floyd en 1962.

El algoritmo de Floyd se basa en el principio de la Programación Dinámica.

Complejidad espacial: $O(n^2)$ Complejidad temporal: $O(n^3)$

2. Descripción del Problema

Grafo con 4 nodos:

- Nodo A: A
- Nodo B: B
- Nodo C: C
- Nodo D: D

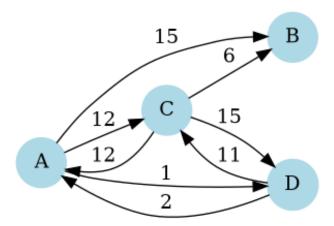


Figura 1: Representación del grafo original

3. Procedimiento del Algoritmo

3.1. Matriz de Distancias Inicial D(0)

| | A | В | С | D |
|---|----------|----------|----------|----------|
| A | 0 | 15 | 12 | 1 |
| В | ∞ | 0 | ∞ | ∞ |
| С | 12 | 6 | 0 | 15 |
| D | 2 | ∞ | 11 | 0 |

Cuadro 1: Matriz de distancias inicial D(0)

3.2. Matriz de Caminos Inicial P(0)

| | Α | В | С | D |
|---|---|---|---|---|
| A | - | A | A | A |
| В | - | - | - | - |
| С | С | С | - | С |
| D | D | - | D | - |

Cuadro 2: Matriz de caminos inicial P(0)

3.3. Iteraciones del Algoritmo

3.3.1. Iteración 1 (k = 1) - Nodo intermedio: A

| | A | В | С | D |
|---|----------|----|----------|----------|
| A | 0 | 15 | 12 | 1 |
| В | ∞ | 0 | ∞ | ∞ |
| С | 12 | 6 | 0 | 13 |
| D | 2 | 17 | 11 | 0 |

Cuadro 3: Matriz de distancias $\mathrm{D}(1)$ - Cambios resaltados en verde

Matriz de Distancias D(1)

| | A | В | С | D |
|---|---|---|---|---|
| A | - | A | A | A |
| В | - | - | - | - |
| С | С | С | - | A |
| D | D | A | D | - |

Cuadro 4: Matriz de caminos P(1) - Cambios resaltados en azul

Matriz de Caminos P(1)

3.3.2. Iteración 2 (k = 2) - Nodo intermedio: B

| | A | В | С | D |
|---|----------|----|----------|----------|
| A | 0 | 15 | 12 | 1 |
| В | ∞ | 0 | ∞ | ∞ |
| С | 12 | 6 | 0 | 13 |
| D | 2 | 17 | 11 | 0 |

Cuadro 5: Matriz de distancias $\mathrm{D}(2)$ - Cambios resaltados en verde

Matriz de Distancias D(2)

| | Α | В | С | D |
|---|---|---|---|---|
| Α | - | A | A | A |
| В | - | - | - | - |
| С | С | С | - | A |
| D | D | A | D | - |

Cuadro 6: Matriz de caminos P(2) - Cambios resaltados en azul

Matriz de Caminos P(2)

3.3.3. Iteración 3 (k = 3) - Nodo intermedio: C

| | A | В | С | D |
|---|----------|----|----------|----------|
| A | 0 | 15 | 12 | 1 |
| В | ∞ | 0 | ∞ | ∞ |
| С | 12 | 6 | 0 | 13 |
| D | 2 | 17 | 11 | 0 |

Cuadro 7: Matriz de distancias D(3) - Cambios resaltados en verde

Matriz de Distancias D(3)

| | Α | В | С | D |
|---|---|---|---|---|
| A | - | A | A | A |
| В | - | - | - | - |
| С | С | С | - | A |
| D | D | Α | D | - |

Cuadro 8: Matriz de caminos P(3) - Cambios resaltados en azul

Matriz de Caminos P(3)

3.3.4. Iteración 4 (k = 4) - Nodo intermedio: D

| | A | В | С | D |
|---|----------|----|----------|----------|
| A | 0 | 15 | 12 | 1 |
| В | ∞ | 0 | ∞ | ∞ |
| С | 12 | 6 | 0 | 13 |
| D | 2 | 17 | 11 | 0 |

Cuadro 9: Matriz de distancias $\mathrm{D}(4)$ - Cambios resaltados en verde

Matriz de Distancias D(4)

| | Α | В | С | D |
|---|---|---|---|---|
| A | - | Α | A | Α |
| В | - | - | - | - |
| С | С | С | - | A |
| D | D | A | D | - |

Cuadro 10: Matriz de caminos P(4) - Cambios resaltados en azul

Matriz de Caminos P(4)

4. Resultados Finales

4.1. Matriz de Distancias Final D(4)

| | A | В | С | D |
|---|----------|----|----------|----------|
| A | 0 | 15 | 12 | 1 |
| В | ∞ | 0 | ∞ | ∞ |
| С | 12 | 6 | 0 | 13 |
| D | 2 | 17 | 11 | 0 |

Cuadro 11: Matriz de distancias final D(4)

4.2. Matriz de Caminos Final P(4)

| | Α | В | С | D |
|---|---|---|---|---|
| A | - | Α | Α | Α |
| В | - | - | - | - |
| С | С | С | - | Α |
| D | D | Α | D | - |

Cuadro 12: Matriz de caminos final P(4)

4.3. Rutas Óptimas

- $\mathbf{A} \to \mathbf{B}$: Distancia: 15, Ruta: $\mathbf{A} \to \mathbf{B}$
- $\mathbf{A} \to \mathbf{C}$: Distancia: 12, Ruta: $\mathbf{A} \to \mathbf{C}$
- \bullet A \to D: Distancia: 1, Ruta: A \to D
- $\mathbf{C} \to \mathbf{A}$: Distancia: 12, Ruta: $\mathbf{C} \to \mathbf{A}$
- $\mathbf{C} \to \mathbf{B}$: Distancia: 6, Ruta: $\mathbf{C} \to \mathbf{B}$
- $\mathbf{C} \to \mathbf{D}$: Distancia: 13, Ruta: $\mathbf{C} \to \mathbf{A} \to \mathbf{D}$
- $\mathbf{D} \to \mathbf{A}$: Distancia: 2, Ruta: $\mathbf{D} \to \mathbf{A}$
- $\mathbf{D} \to \mathbf{B}$: Distancia: 17, Ruta: $\mathbf{D} \to \mathbf{A} \to \mathbf{B}$
- $\mathbf{D} \to \mathbf{C}$: Distancia: 11, Ruta: $\mathbf{D} \to \mathbf{C}$