

Resultados del Método Simplex

Problema: **12**

Emily Sánchez
Viviana Vargas

Curso: Investigación de Operaciones
Semestre II: 2025

6 de noviembre de 2025

Índice

1. El Algoritmo Simplex	3
1.1. Historia	3
1.2. Propiedades Fundamentales	3
1.3. Descripción del Método	3
2. Problema Original	3
2.1. Formulación Matemática	3
3. Tabla Inicial del Método Simplex	4
4. Proceso Iterativo del Método Simplex	4
4.1. Iteración 1	4
4.2. Iteración 2	5
4.3. Iteración 3	5
5. Tabla Final	5
5.1. Primera Solución Óptima	5
5.2. Segunda Solución Óptima	6
6. Solución Óptima	6
6.1. Explicación de Soluciones Múltiples	6
6.2. Soluciones Adicionales	6
6.2.1. Solución con $\lambda = 0,25$	7
6.2.2. Solución con $\lambda = 0,50$	7
6.2.3. Solución con $\lambda = 0,75$	7

1. El Algoritmo Simplex

1.1. Historia

El método Simplex fue desarrollado por George Dantzig en 1947 mientras trabajaba para la Fuerza Aérea de los Estados Unidos.

Es uno de los algoritmos más importantes en la historia de la optimización matemática y ha sido fundamental en el desarrollo de la programación lineal.

1.2. Propiedades Fundamentales

- **Convergencia:** El algoritmo converge a la solución óptima en un número finito de pasos (en la mayoría de los casos prácticos)
- **Complejidad:** En el peor caso tiene complejidad exponencial, pero en la práctica es muy eficiente
- **Optimalidad:** Garantiza encontrar la solución óptima global para problemas convexos
- **Factibilidad:** Mantiene la factibilidad en cada iteración

1.3. Descripción del Método

El método Simplex opera moviéndose entre vértices adyacentes del poliedro factible, mejorando el valor de la función objetivo en cada paso hasta alcanzar el óptimo.

2. Problema Original

2.1. Formulación Matemática

Problema de Maximización

$$\text{Maximizar } Z = 60x_1 + 35x_2 + 20x_3$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 8x_1 + 6x_2 + 1x_3 &\leq 48 \\ 4x_1 + 2x_2 + 1,50x_3 &\leq 20 \\ 2x_1 + 1,50x_2 + 0,50x_3 &\leq 8 \\ 0x_1 + 1x_2 + 0x_3 &\leq 5 \end{aligned}$$

Con:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0$$

3. Tabla Inicial del Método Simplex

La tabla inicial del método Simplex se construye agregando variables de holgura para convertir las desigualdades en igualdades.

Variable	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	b
Z	1	-60	-35	-20	0	0	0	0	0
S_1	0	8	6	1	1	0	0	0	48
S_2	0	4	2	1.50	0	1	0	0	20
S_3	0	2	1.50	0.50	0	0	1	0	8
S_4	0	0	1	0	0	0	0	1	5

Explicación de la tabla inicial:

- **Variable:** Indica las variables básicas actuales
- **Z:** Coeficiente de la función objetivo (siempre 1)
- x_1 : Coeficientes de las variables de decisión

4. Proceso Iterativo del Método Simplex

A continuación se detalla el proceso iterativo del algoritmo Simplex, mostrando cada tabla y las operaciones de pivoteo realizadas.

4.1. Iteración 1

Operación de pivoteo:

- Variable que entra: x_1
- Variable que sale: S_3
- Elemento pivot: 2,0000 (fila 3, columna 1)

Variable	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	b
Z	1	0	10	-5	0	0	30	0	240
S_1	0	0	0	-1	1	0	-4	0	16
S_2	0	0	-1	0.50	0	1	-2	0	4
x_1	0	[1]	0.75	0.25	0	0	0.50	0	4
S_4	0	0	1	0	0	0	0	1	5

Variables en la base: S_1 , S_2 , x_1 , S_4

4.2. Iteración 2

Operación de pivoteo:

- Variable que entra: x_3
- Variable que sale: S_2
- Elemento pivote: 0,5000 (fila 2, columna 3)

Variable	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	b
Z	1	0	0	0	0	10	10	0	280
S_1	0	0	-2	0	1	2	-8	0	24
x_3	0	0	-2	[1]	0	2	-4	0	8
x_1	0	1	1.25	0	0	-0.50	1.50	0	2
S_4	0	0	1	0	0	0	0	1	5

Variables en la base: S_1 , x_3 , x_1 , S_4

4.3. Iteración 3

Variable	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	b
Z	1	0	0	0	0	10	10	0	280
S_1	0	1.60	0	0	1	1.20	-5.60	0	27.20
x_3	0	1.60	0	1	0	1.20	-1.60	0	11.20
x_2	0	0.80	1	0	0	-0.40	1.20	0	1.60
S_4	0	-0.80	0	0	0	0.40	-1.20	1	3.40

Variables en la base: S_1 , x_3 , x_2 , S_4

5. Tabla Final

Soluciones Múltiples: Se encontraron dos tablas finales que representan diferentes soluciones óptimas.

5.1. Primera Solución Óptima

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	L.D.
Z	0	0	0	0	10	10	0	280
s_1	0	-2	0	1	2	-8	0	24
x_3	0	-2	1	0	2	-4	0	8
x_1	1	1.25	0	0	-0.50	1.50	0	2
s_4	0	1	0	0	0	0	1	5

5.2. Segunda Solución Óptima

	X1	X2	X3	s_1	s_2	s_3	s_4	L.D.
Z	0	0	0	0	10	10	0	280
s	1.60	0	0	1	1.20	-5.60	0	27.20
X_3	1.60	0	1	0	1.20	-1.60	0	11.20
X_2	0.80	1	0	0	-0.40	1.20	0	1.60
s	-0.80	0	0	0	0.40	-1.20	1	3.40

6. Solución Óptima

Valor óptimo de la función objetivo: $Z = 280$

Valores de las variables:

$$\begin{aligned}x_1 &= 2 \\x_2 &= 0 \\x_3 &= 8 \\S_1 &= 24 \\S_4 &= 5 \\S_2 &= 0 \\S_3 &= 0\end{aligned}$$

Tipo: Soluciones Múltiples

6.1. Explicación de Soluciones Múltiples

Cuando un problema de programación lineal tiene soluciones múltiples, significa que existe más de una combinación de valores para las variables de decisión que produce el mismo valor óptimo de la función objetivo.

Condición para soluciones múltiples:

- Al menos una variable no básica tiene coeficiente cero en la fila Z de la tabla óptima
- Esto indica que podemos introducir esa variable en la base sin cambiar el valor de Z
- El conjunto de soluciones óptimas forma un segmento de recta (en 2D) o un hiperplano (en nD)

Ecuación para generar todas las soluciones óptimas:

$$X = \lambda X_1 + (1 - \lambda) X_2, \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

Donde X_1 y X_2 son las dos soluciones básicas encontradas y λ es un parámetro entre 0 y 1.

6.2. Soluciones Adicionales

A continuación se presentan 3 soluciones adicionales obtenidas como combinaciones convexas de las dos soluciones básicas:

6.2.1. Solución con $\lambda = 0,25$

$$\begin{aligned}x_1 &= 0,50 \\x_2 &= 1,20 \\x_3 &= 10,40\end{aligned}$$

Verificación: $Z = 280$ (mismo valor óptimo)

6.2.2. Solución con $\lambda = 0,50$

$$\begin{aligned}x_1 &= 1 \\x_2 &= 0,80 \\x_3 &= 9,60\end{aligned}$$

Verificación: $Z = 280$ (mismo valor óptimo)

6.2.3. Solución con $\lambda = 0,75$

$$\begin{aligned}x_1 &= 1,50 \\x_2 &= 0,40 \\x_3 &= 8,80\end{aligned}$$

Verificación: $Z = 280$ (mismo valor óptimo)

Iteraciones realizadas: 2

Observaciones: Se detectaron soluciones múltiples