Resultados del Método Simplex

Problema: **DakotaMultiples**

Emily Sánchez
Viviana Vargas

Curso: Investigación de Operaciones
Semestre II: 2025

20 de noviembre de 2025

George Dantzig (1914-2005)
Creador del Método Simplex

Índice

1. El Algoritmo Simplex

1.1. Historia

El método Simplex fue desarrollado por George Dantzig en 1947 mientras trabajaba para la Fuerza Aérea de los Estados Unidos.

Es uno de los algoritmos más importantes en la historia de la optimización matemática y ha sido fundamental en el desarrollo de la programación lineal. Usa operaciones sobre matrices hasta encontrar la solución óptima o determinar que el problema no tiene solución. Parte de un vértice de la región factible y "salta.ª vértices adyacentes que mejoren lo encontrado hasta encontrar la condición de salida.

1.2. Método de la Gran M

El método de la Gran M se utiliza cuando el problema tiene restricciones de tipo $\geq$ o $=$ que requieren variables artificiales. Se asigna un coeficiente M muy grande en la función objetivo para las variables artificiales, donde:

- Para **maximización**: M es negativo grande ($-M$)
- Para **minimización**: M es positivo grande ($+M$)
- El valor de M utilizado es: 1000000

Esto fuerza a las variables artificiales a salir de la base en la solución óptima.

1.3. Propiedades Fundamentales

- **Convergencia:** El algoritmo converge a la solución óptima en un número finito de pasos
- **Optimalidad:** Garantiza encontrar la solución óptima global para problemas convexos
- **Factibilidad:** Mantiene la factibilidad en cada iteración

2. Formulación del Problema

Problema: DakotaMultiples
Tipo: Maximización
Número de variables: 3
Número de restricciones: 4

2.1. Función Objetivo

$$Maximizar Z = 60x_1 + 35x_2 + 20x_3$$

2.2. Restricciones

$$\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48 \\ 4x_1 + 2x_2 + 1{,}50x_3 \leq 20 \\ 2x_1 + 1{,}50x_2 + 0{,}50x_3 \leq 8 \\ x_2 \leq 5 \end{cases}$$

2.3. Restricciones de No Negatividad

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0$$

3. Método de Solución

Se utilizó el **método simplex estándar**.

- Todas las restricciones son del tipo $\leq$
- Se introdujeron variables de holgura
- No fue necesario utilizar el método de la Gran M

3.1. Tabla Inicial del Método Simplex

Variables básicas: s_1, s_2, s_3, s_4

Base	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	**b**
Z	-60	-35	-20	0	0	0	0	0
s_1	8	6	1	1	0	0	0	48
s_2	4	2	1.50	0	1	0	0	20
s_3	2	1.50	0.50	0	0	1	0	8
s_4	0	1	0	0	0	0	1	5

4. Iteraciones del Método Simplex

4.1. Tabla Intermedia

Iteración: 1
Variables básicas: s_1, s_2, s_3, s_4

Base	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	**b**
Z	-60	-35	-20	0	0	0	0	0
s_1	8	6	1	1	0	0	0	48
s_2	4	2	1.50	0	1	0	0	20
s_3	2	1.50	0.50	0	0	1	0	8
s_4	0	1	0	0	0	0	1	5

4.2. Tabla Intermedia

Iteración: 2
Variables básicas: s_1, s_2, x_1, s_4

Base	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	**b**
Z	0	10	-5	0	0	30	0	240
s_1	0	0	-1	1	0	-4	0	16
s_2	0	-1	0.50	0	1	-2	0	4
x_1	1	0.75	0.25	0	0	0.50	0	4
s_4	0	1	0	0	0	0	1	5

4.3. Tabla Final - Solución Óptima

Variables básicas: s_1, x_3, x_1, s_4

Base	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	**b**
Z	0	0	0	0	10	10	0	280
s_1	0	-2	0	1	2	-8	0	24
x_3	0	-2	1	0	2	-4	0	8
x_1	1	1.25	0	0	-0.50	1.50	0	2
s_4	0	1	0	0	0	0	1	5

Solución:

$$x_1 = 2$$
$$x_2 = 0$$
$$x_3 = 8$$

Solución Múltiple: Existen infinitas soluciones óptimas.

5. Resultados

5.1. Solución Encontrada

Valor óptimo de Z: $280,00$

Valores de las variables de decisión:

$$x_1 = 2$$
$$x_2 = 0$$
$$x_3 = 8$$

6. Solución Múltiple

El problema tiene infinitas soluciones óptimas.

6.1. Segunda Tabla Óptima

6.2. Segunda Solución Básica Óptima

Variables básicas: s_1, x_3, x_1, s_4

Base	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	**b**
Z	0	0	0	0	10	10	0	280
s_1	0	-2	0	1	2	-8	0	24
x_3	0	-2	1	0	2	-4	0	8
x_1	1	1.25	0	0	-0.50	1.50	0	2
s_4	0	1	0	0	0	0	1	5

Solución:

$$x_1 = 2$$
$$x_2 = 0$$
$$x_3 = 8$$

6.3. Explicación de Soluciones Múltiples

Cuando un problema de programación lineal tiene soluciones múltiples, significa que existe más de una combinación de valores para las variables de decisión que produce el mismo valor óptimo de la función objetivo.

Condición para soluciones múltiples:

- Al menos una variable no básica tiene coeficiente cero en la fila Z de la tabla óptima
- Esto indica que podemos introducir esa variable en la base sin cambiar el valor de Z
- El conjunto de soluciones óptimas forma un segmento de recta (en 2D) o un hiperplano (en nD)

6.4. Soluciones Adicionales

A continuación se presentan soluciones adicionales obtenidas como combinaciones convexas:

6.4.1. Solución 1

$$x_1 = 1{,}40$$
$$x_2 = 0$$
$$x_3 = 5{,}60$$

Valor de Z: 196 (mismo valor óptimo)

6.4.2. Solución 2

$$x_1 = 2$$
$$x_2 = 0$$
$$x_3 = 8$$

Valor de Z: 280 (mismo valor óptimo)

6.4.3. Solución 3

$$x_1 = 2{,}60$$
$$x_2 = 0$$
$$x_3 = 10{,}40$$

Valor de Z: 364 (mismo valor óptimo)

7. Conclusión

El problema tiene **múltiples soluciones óptimas**.
El valor óptimo de la función objetivo es: **Z = 280,00**
Existen infinitos puntos que alcanzan este valor óptimo.
Mensaje: Solución óptima múltiple encontrada

Recomendaciones:

- Se pueden elegir diferentes soluciones según criterios adicionales.
- Considere factores externos para seleccionar la solución más apropiada.