

Resultados del Método Simplex

Problema: MesasDakota

Emily Sánchez
Viviana Vargas

Curso: Investigación de Operaciones
Semestre II: 2025

10 de noviembre de 2025

Índice

1. El Algoritmo Simplex	3
1.1. Historia	3
1.2. Propiedades Fundamentales	3
1.3. Descripción del Método	3
2. Problema Original	3
2.1. Formulación Matemática	3
3. Tabla Inicial del Método Simplex	4
4. Proceso Iterativo del Método Simplex	4
4.1. Tabla Inicial	4
4.2. Iteración 1	4
4.3. Iteración 2	5
5. Tabla Final	5
6. Solución Óptima	5

1. El Algoritmo Simplex

1.1. Historia

El método Simplex fue desarrollado por George Dantzig en 1947 mientras trabajaba para la Fuerza Aérea de los Estados Unidos.

Es uno de los algoritmos más importantes en la historia de la optimización matemática y ha sido fundamental en el desarrollo de la programación lineal.

1.2. Propiedades Fundamentales

- **Convergencia:** El algoritmo converge a la solución óptima en un número finito de pasos (en la mayoría de los casos prácticos)
- **Complejidad:** En el peor caso tiene complejidad exponencial, pero en la práctica es muy eficiente
- **Optimalidad:** Garantiza encontrar la solución óptima global para problemas convexos
- **Factibilidad:** Mantiene la factibilidad en cada iteración

1.3. Descripción del Método

El método Simplex opera moviéndose entre vértices adyacentes del poliedro factible, mejorando el valor de la función objetivo en cada paso hasta alcanzar el óptimo.

2. Problema Original

2.1. Formulación Matemática

Problema de Maximización

$$\text{Maximizar } Z = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 8x_1 + 6x_2 + 1x_3 &\leq 48 \\ 4x_1 + 2x_2 + 1,50x_3 &\leq 20 \\ 2x_1 + 1,50x_2 + 0,50x_3 &\leq 8 \\ 0x_1 + 1x_2 + 0x_3 &\leq 5 \end{aligned}$$

Con:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0$$

3. Tabla Inicial del Método Simplex

La tabla inicial del método Simplex se construye agregando variables de holgura para convertir las desigualdades en igualdades.

Variable	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	b
Z	1	-60	-30	-20	0	0	0	0	0
S_1	0	8	6	1	1	0	0	0	48
S_2	0	4	2	1.50	0	1	0	0	20
S_3	0	2	1.50	0.50	0	0	1	0	8
S_4	0	0	1	0	0	0	0	1	5

x_1 : Coeficientes de las variables de decisión

4. Proceso Iterativo del Método Simplex

A continuación se detalla el proceso iterativo del algoritmo Simplex, mostrando cada tabla y las operaciones de pivoteo realizadas.

4.1. Tabla Inicial

Estado inicial: Variables de holgura en la base.

Variable	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	b
Z	1	-60	-30	-20	0	0	0	0	0
S_1	0	8	6	1	1	0	0	0	48
S_2	0	4	2	1.50	0	1	0	0	20
S_3	0	2	1.50	0.50	0	0	1	0	8
S_4	0	0	1	0	0	0	0	1	5

Variables en la base: S_1, S_2, S_3, S_4

4.2. Iteración 1

Operación de pivoteo:

- Variable que entra: x_1
- Variable que sale: S_3
- Elemento pivot: 2 (fila 3, columna 1)

Variable	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	b
Z	1	0	15	-5	0	0	30	0	240
S_1	0	0	0	-1	1	0	-4	0	16
S_2	0	0	-1	0.50	0	1	-2	0	4
x_1	0	[1]	0.75	0.25	0	0	0.50	0	4
S_4	0	0	1	0	0	0	0	1	5

Variables en la base: S_1 , S_2 , x_1 , S_4

4.3. Iteración 2

Operación de pivoteo:

- Variable que entra: x_3
- Variable que sale: S_2
- Elemento pivote: 0 (fila 2, columna 3)

Variable	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	S_4	b
Z	1	0	5	0	0	10	10	0	280
S_1	0	0	-2	0	1	2	-8	0	24
x_3	0	0	-2	[1]	0	2	-4	0	8
x_1	0	1	1.25	0	0	-0.50	1.50	0	2
S_4	0	0	1	0	0	0	0	1	5

Variables en la base: S_1 , x_3 , x_1 , S_4

5. Tabla Final

La siguiente tabla representa la solución óptima del problema:

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	L.D.
Z	0	5	0	0	10	10	0	280
s_1	0	-2	0	1	2	-8	0	24
x_3	0	-2	1	0	2	-4	0	8
x_1	1	1.25	0	0	-0.50	1.50	0	2
s_4	0	1	0	0	0	0	1	5

6. Solución Óptima

Valor óptimo de la función objetivo: $Z = 280$

Valores de las variables:

$$\begin{aligned}x_1 &= 2 \\x_2 &= 0 \\x_3 &= 8 \\S_1 &= 24 \\S_4 &= 5 \\S_2 &= 0 \\S_3 &= 0\end{aligned}$$

Tipo: Solución Única

El problema tiene una única solución óptima en el punto encontrado.

Iteraciones realizadas: 2