Resultados del Método Simplex

Problema: **Problema7**

Emily Sánchez
Viviana Vargas

Curso: Investigación de Operaciones
Semestre II: 2025

12 de noviembre de 2025

Índice

1. El Algoritmo Simplex

1.1. Historia

El método Simplex fue desarrollado por George Dantzig en 1947 mientras trabajaba para la Fuerza Aérea de los Estados Unidos.

Es uno de los algoritmos más importantes en la historia de la optimización matemática y ha sido fundamental en el desarrollo de la programación lineal. Usa operaciones sobre matrices hasta encontrar la solución óptima o determinar que el problema no tiene solución. Parte de un vértice de la región factible y "salta.ª vértices adyacentes que mejoren lo encontrado hasta encontrar la condición de salida.

1.2. Complejidad

En el peor de los casos el Símplex podría probar tantas bases como el método exhaustivo. (Solo en ejemplos montados para que falle.) Normalmente va a encontrar la solución óptima en $3n$ intentos.

1.3. Propiedades Fundamentales

- **Convergencia:** El algoritmo converge a la solución óptima en un número finito de pasos (en la mayoría de los casos prácticos)
- **Complejidad:** En el peor caso tiene complejidad exponencial, pero en la práctica es muy eficiente
- **Optimalidad:** Garantiza encontrar la solución óptima global para problemas convexos
- **Factibilidad:** Mantiene la factibilidad en cada iteración

1.4. Aplicaciones

Símplex se usa en aplicaciones profesionales como la optimización de recursos empresariales, la logística y la gestión de proyectos, donde se usa para encontrar la solución más eficiente a problemas complejos con múltiples variables y restricciones.

1.5. Descripción del Método

El método Simplex opera moviéndose entre vértices adyacentes del poliedro factible, mejorando el valor de la función objetivo en cada paso hasta alcanzar el óptimo.

2. Pasos del Método Simplex

1. **Formulación del problema:**

- Define la función objetivo a maximizar o minimizar y las restricciones lineales asociadas.
- Asegúrate de que todas las variables de decisión sean no negativas.

2. **Conversión a forma estándar:**
   - Transforma todas las restricciones de desigualdad en igualdades introduciendo variables de holgura (sumar una variable para restricciones $\leq$) o variables de exceso (restar una variable para restricciones $\geq$).
   - Asegúrate de que la función objetivo también se iguale a cero.

3. **Creación de la tabla inicial:**
   - Organiza el problema en una tabla llamada Tabla Simplex.
   - La tabla inicial se construye con las variables del problema y una matriz identidad formada por las variables de holgura/exceso.

4. **Iteración:**
   - **Selección de la variable entrante:** Elige la columna con el valor más negativo en la fila de la función objetivo (para maximizar) o el más positivo (para minimizar). Esta es la columna que entra en la base.
   - **Selección de la variable saliente:** Calcula la razón entre el lado derecho de cada restricción y el valor correspondiente en la columna de la variable entrante. La fila con el cociente más pequeño es la que sale de la base.
   - **Pivoteo:** Realiza operaciones de escalerización para hacer que el elemento en la intersección de la fila entrante y la columna saliente sea 1 y todos los demás elementos en esa columna sean 0. Esto actualiza la tabla y la solución.

5. **Comprobación de la solución óptima:**
   - Verifica si la fila de la función objetivo en la tabla ya no contiene coeficientes negativos (para maximizar) o positivos (para minimizar).
   - Si es así, la solución es óptima y se puede leer directamente de la tabla.
   - Si no, repite el proceso de iteración.

3. Problema Original

3.1. Formulación Matemática

Problema de Maximización

$$\text{Maximizar } Z = 0x_1 + 2x_2$$

Sujeto a:

$$1x_1 - 1x_2 \leq 4$$
$$-1x_1 + 1x_2 \leq 1$$

Con:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

4. Tabla Final

Error: No se pudo generar la tabla final.

5. Solución Óptima

PROBLEMA NO ACOTADO

5.1. Explicación del Problema No Acotado

Un problema de programación lineal se considera **no acotado** cuando la función objetivo puede mejorar indefinidamente sin violar ninguna restricción.

Condiciones para no acotamiento:

- Existe al menos una variable que puede aumentar indefinidamente
- Todos los coeficientes en la columna pivote son negativos o cero
- No hay restricciones que limiten el crecimiento de la variable

Interpretación práctica:

- En problemas de maximización: La ganancia puede ser infinita
- En problemas de minimización: El costo puede disminuir indefinidamente
- Suele indicar un error en la formulación del problema
- Puede significar que faltan restricciones importantes

Solución: Revisar la formulación del problema y verificar que todas las restricciones necesarias estén incluidas.