

Resultados del Método Simplex

Problema: **prueba3**

Emily Sánchez
Viviana Vargas

Curso: Investigación de Operaciones
Semestre II: 2025

20 de noviembre de 2025

George Dantzig (1914-2005)
Creador del Método Simplex

Índice

| | |
|--|----------|
| 1. El Algoritmo Simplex | 3 |
| 1.1. Historia | 3 |
| 1.2. Método de la Gran M | 3 |
| 1.3. Propiedades Fundamentales | 3 |
| 2. Formulación del Problema | 3 |
| 2.1. Función Objetivo | 3 |
| 2.2. Restricciones | 4 |
| 2.3. Restricciones de No Negatividad | 4 |
| 3. Método de Solución | 4 |
| 3.1. Tabla Inicial del Método Simplex | 4 |
| 4. Iteraciones del Método Simplex | 4 |
| 4.1. Tabla Intermedia | 4 |
| 4.2. Tabla Intermedia | 5 |
| 4.3. Tabla Intermedia | 5 |
| 4.4. Tabla Final - Solución Óptima | 5 |
| 5. Resultados | 6 |
| 5.1. Solución Encontrada | 6 |
| 6. Solución Múltiple | 6 |
| 6.1. Segunda Tabla Óptima | 6 |
| 6.2. Segunda Solución Básica Óptima | 6 |
| 6.3. Explicación de Soluciones Múltiples | 6 |
| 6.4. Soluciones Adicionales | 7 |
| 6.4.1. Solución 1 | 7 |
| 6.4.2. Solución 2 | 7 |
| 6.4.3. Solución 3 | 7 |
| 7. Conclusión | 8 |

1. El Algoritmo Simplex

1.1. Historia

El método Simplex fue desarrollado por George Dantzig en 1947 mientras trabajaba para la Fuerza Aérea de los Estados Unidos.

Es uno de los algoritmos más importantes en la historia de la optimización matemática y ha sido fundamental en el desarrollo de la programación lineal. Usa operaciones sobre matrices hasta encontrar la solución óptima o determinar que el problema no tiene solución. Parte de un vértice de la región factible y ”salta.” vértices adyacentes que mejoren lo encontrado hasta encontrar la condición de salida.

1.2. Método de la Gran M

El método de la Gran M se utiliza cuando el problema tiene restricciones de tipo \geq o $=$ que requieren variables artificiales. Se asigna un coeficiente M muy grande en la función objetivo para las variables artificiales, donde:

- Para **maximización**: M es negativo grande ($-M$)
- Para **minimización**: M es positivo grande ($+M$)
- El valor de M utilizado es: 1000000

Esto fuerza a las variables artificiales a salir de la base en la solución óptima.

1.3. Propiedades Fundamentales

- **Convergencia:** El algoritmo converge a la solución óptima en un número finito de pasos
- **Optimalidad:** Garantiza encontrar la solución óptima global para problemas convexos
- **Factibilidad:** Mantiene la factibilidad en cada iteración

2. Formulación del Problema

Problema: prueba3

Tipo: Minimización

Número de variables: 3

Número de restricciones: 3

2.1. Función Objetivo

$$\text{Minimizar } Z = 6x_1 + 4x_2 + 2x_3$$

2.2. Restricciones

$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 + 6x_3 \geq 6 \\ 6x_1 + 4x_2 = 12 \\ 2x_1 - 2x_2 \leq 2 \end{cases}$$

2.3. Restricciones de No Negatividad

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0$$

3. Método de Solución

Se utilizó el **método de la Gran M** debido a la presencia de restricciones de tipo \geq o $=$.

- Valor de M utilizado: **1000000**
- Se introdujeron variables artificiales para las restricciones relevantes
- El método garantiza encontrar una solución factible si existe

3.1. Tabla Inicial del Método Simplex

Variables básicas: a_1, a_2, s_1

| Base | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | e_1 | a_1 | a_2 | b |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| Z | 12,0M | 6,0M | 6,0M | 0 | -M | 2M | 2M | 18M |
| a_1 | 6 | 2 | 6 | 0 | -1 | 1 | 0 | 6 |
| a_2 | 6 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 12 |
| s_1 | 2 | -2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 |

Nota: Se utilizó el método de la Gran M con $M = 1000000$

Variables artificiales: a_1, a_2

4. Iteraciones del Método Simplex

4.1. Tabla Intermedia

Iteración: 1

Variables básicas: a_1, a_2, s_1

| Base | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | e_1 | a_1 | a_2 | b |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| Z | 12,0M | 6,0M | 6,0M | 0 | -M | 2M | 2M | 18M |
| a_1 | 6 | 2 | 6 | 0 | -1 | 1 | 0 | 6 |
| a_2 | 6 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 12 |
| s_1 | 2 | -2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 |

4.2. Tabla Intermedia

Iteración: 2

Variables básicas: x_1, a_2, s_1

| Base | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | e_1 | a_1 | a_2 | b |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| Z | 0 | 2,0M | -6,0M | 0 | 1,0M | 1 | 2M | 6,0M |
| x_1 | 1 | 0.33 | 1 | 0 | -0.17 | 0.17 | 0 | 1 |
| a_2 | 0 | 2 | -6 | 0 | 1 | -1 | 1 | 6 |
| s_1 | 0 | -2.67 | -2 | 1 | 0.33 | -0.33 | 0 | 0 |

4.3. Tabla Intermedia

Iteración: 3

Variables básicas: x_2, a_2, s_1

| Base | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | e_1 | a_1 | a_2 | b |
|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|----------|
| Z | -6,0M | 0 | -12,0M | 0 | 2,0M | -1,0M | 2M | 12 |
| x_2 | 3 | 1 | 3 | 0 | -0.50 | 0.50 | 0 | 3 |
| a_2 | -6 | 0 | -12 | 0 | 2 | -2 | 1 | 0 |
| s_1 | 8 | 0 | 6 | 1 | -1 | 1 | 0 | 8 |

4.4. Tabla Final - Solución Óptima

Variables básicas: x_2, e_1, s_1

| Base | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | e_1 | a_1 | a_2 | b |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| Z | 0 | 0 | -2 | 0 | 0 | M | 1,0M | 12 |
| x_2 | 1.50 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.25 | 3 |
| e_1 | -3 | 0 | -6 | 0 | 1 | -1 | 0.50 | 0 |
| s_1 | 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0.50 | 8 |

Solución:

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 3$$

$$x_3 = 0$$

Solución Múltiple: Existen infinitas soluciones óptimas.

5. Resultados

5.1. Solución Encontrada

Valor óptimo de Z: 12,00

Valores de las variables de decisión:

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 3$$

$$x_3 = 0$$

6. Solución Múltiple

El problema tiene infinitas soluciones óptimas.

6.1. Segunda Tabla Óptima

6.2. Segunda Solución Básica Óptima

Variables básicas: x_2, e_1, x_1

| Base | x_1 | x_2 | x_3 | s_1 | e_1 | a_1 | a_2 | b |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| Z | 0 | 0 | -2 | 0 | 0 | M | 1,0M | 12 |
| x_2 | 0 | 1 | 0 | -0.30 | 0 | 0 | 0.10 | 0.60 |
| e_1 | 0 | 0 | -6 | 0.60 | 1 | -1 | 0.80 | 4.80 |
| x_1 | 1 | 0 | 0 | 0.20 | 0 | 0 | 0.10 | 1.60 |

Solución:

$$x_1 = 1,60$$

$$x_2 = 0,60$$

$$x_3 = 0$$

6.3. Explicación de Soluciones Múltiples

Cuando un problema de programación lineal tiene soluciones múltiples, significa que existe más de una combinación de valores para las variables de decisión que produce el mismo valor óptimo de la función objetivo.

Condición para soluciones múltiples:

- Al menos una variable no básica tiene coeficiente cero en la fila Z de la tabla óptima

- Esto indica que podemos introducir esa variable en la base sin cambiar el valor de Z
- El conjunto de soluciones óptimas forma un segmento de recta (en 2D) o un hiperplano (en nD)

6.4. Soluciones Adicionales

A continuación se presentan soluciones adicionales obtenidas como combinaciones convexas:

6.4.1. Solución 1

$$\begin{aligned}x_1 &= 0 \\x_2 &= 2,10 \\x_3 &= 0\end{aligned}$$

Valor de Z: 8,40 (mismo valor óptimo)

6.4.2. Solución 2

$$\begin{aligned}x_1 &= 0 \\x_2 &= 3 \\x_3 &= 0\end{aligned}$$

Valor de Z: 12 (mismo valor óptimo)

6.4.3. Solución 3

$$\begin{aligned}x_1 &= 0 \\x_2 &= 3,90 \\x_3 &= 0\end{aligned}$$

Valor de Z: 15,60 (mismo valor óptimo)

7. Conclusión

El problema tiene **múltiples soluciones óptimas**.
El valor óptimo de la función objetivo es: **Z = 12,00**
Existen infinitos puntos que alcanzan este valor óptimo.
Mensaje: Solución óptima múltiple encontrada (problema degenerado)

Recomendaciones:

- Se pueden elegir diferentes soluciones según criterios adicionales.
- Considere factores externos para seleccionar la solución más apropiada.