**DISCRETE STRUCTURES FINAL EXAM REVIEW**

1. Euclid’s algorithm a. Using Euclid’s algorithm to calculate gcd(35,99) and lcm(35,99).

gcd(35,99)

99 = 2 \* 35 + 29

35 = 1 \* 29 + 6

29 = 4 \* 6 + 5

6 = 1 \* 5 + 1

5 = 1 \* 5 + 0

So gcd(35,99) = 1

lcm(35,99)

99 = 32 \* 11

35 = 5 \* 7

lcm(35,99) = 32 \* 5 \* 7 \* 11 = 3465

b. Fill a large trough in the field with exactly 1 litre of river water. Only two cans are available to scoop water from the river: one is exactly 13 litres when full, the other 11.

gcd(13, 11)

13 = 11 \* 1 + 2

11 = 2 \* 5 + 1

2 = 1 \* 2 + 0

gcd(13, 11) = 1.

1 = 11 – 2 \* 5

= 11 + 2 \* (-5)

= 11 + (13 – 11 \* 1) \* (-5)

= 13 \* (-5) + 11 \* (6)

Thus (x, y) = (-5, 6)

2. Modulo arithmetic

Solve the following equation for integers x; y. List 3 pairs of integers x, y. Giải phương trình sau để tìm nghiệm nguyên x; y. Liệt kê 3 căp x, y nguyên. 3x + 7y = 69

Rewrite 3x + 7y = 69

Then : 3x = 69 (mod 7) by Theorem 8.4.1

Rewrite: 3x = 3 \* 23 (mod 7)

Thus: x = 23 (mod 7) By Theorem 8.4.9

Thus : x = 2 (mod 7) Because 23 mod 7 = 2

So x = 2 is a solution

Substributing back into the equation:

3\*(2) + 7y = 69

And thus y = 9

Other solution: (x, y) = (23, 0), (30, -3), (-5, 12).

4. Set

Given A = {1, 5, 8, 9}; B = {2, 3, 5, 7, 8, {9}}. Find the union, intersect, non-symmetric difference, and symmetric difference of A and B.

Cho A = {1, 5, 8, 9}; B = {2, 3, 5, 7, 8, {9}}. Hãy tìm hội, giao, hiệu không đối xứng và hiệu đối xứng của A và B.

A ∪ B = {1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, {9}}

A ∩ B = {5,8}

A\B = {1,9}

A – B3 = {1,9}

AB = {1, 2, 3, 7, 9, {9}}

5. Recurrence Relation

Find the explicit formula of the following recurrence relation:

ak = 3ak−1 − 2ak−2

Given initial conditions a0 = 0; a1 = 1.

We have ak = 3ak−1 + 2ak−2 = 0 (1)

From (1) we have:

T2 – 3T + 2 = 0 **⇒**

We have Xn = C1 \* 1n + C2 \* 2n  (2)

According to the topic a0 = 0 :

0 = C1 \* 10 + C2 \* 20

C1 + C2 = 0 (3)

According to the topic a0 = 1 :

1 = C1 \* 11 + C2 \* 21

C1 + 2C2 = 1 (4)

From (3) and (4) we have system of equations :

**⇒** (5)

replace (5) into (2) we can :

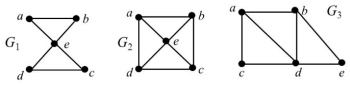
Xn = 1n + 2n

So the retrieval expression is: Xn = 1n + 2n

6. Euler’s circuit/trail

Does each of the following graphs have an Euler’s circuit/trail?

Đồ thị nào sau đây có chu trình/đường đi Euler?



Graph G1 have an Euler’s circuit/trail.

7. Adjacency matrix

a. Find directed unweighted graph that have the following adjacency matrix: Hãy tìm đồ thị có hướng, không có trọng số, có ma trận kề sau đây:



a11 = 1, lặp lại tại đỉnh V1

a13 = 1, từ đỉnh 1 qua đỉnh 3

a14 = 2, từ đỉnh 1 qua đỉnh 4 hai lần

a23 = 1, từ đỉnh 2 qua đỉnh 3

a32 = 2, từ đỉnh 3

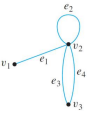
a33 = 1, từ đỉnh 1 quay lại đỉnh 1

a34 = 1, từ đỉnh 3 quay lại đỉnh 4

a42 = 1, từ đỉnh 4 qua đỉnh 2

a43 = 1, từ đunhr 4 qua đỉnh 3

b. Consider the following graph G. How many distinct walks of length 5 connect v2 and v3? Xét đồ thị G sau. Có bao nhiêu walk có độ dài bằng 5 nối v2 và v3?



3 distinct walks of length 5 connect v2 and v3

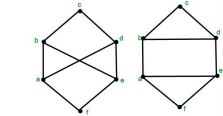
v2 e2 v2 e3 v3 e4 v2 e2 v2 e3 v3

v2 e4 v3 e3 v2 e4 v3 e3 v2 e2 e4 v3

v2 e3 v3 e4 v2 e3 v3 e4 v2 e3 v3

8. Isomorphisms of Graphs

Which of these following pairs of graphs are isomophic? Prove your answer. Cặp đồ thị nào sau đây là đẳng cấu? Chứng minh câu trả lời của bạn.



This pair graph is isomorphic

Because this graph pair has the same number of vertices of 6.

This pair of graphs has the same number of edges as 8.

The order of the vertices of the graph:

deg(a) = 3

deg(b) = 3

deg(c) = 2

deg(d) = 3

deg(e) = 3

deg(f) = 2

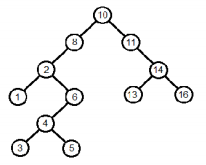
Single cycle of pair of graphs: a b c d e f

So the pair of isomorphic exams

9. Tree

Tranverse the following trees in Pre-order, In-order and Post-order. What is the tree’s height?

Duyệt các cây sau đây theo thứ tự trước, thứ tự giữa và thứ tự sau. Chiều cao của cây là bao nhiêu?



Pre-order: 10 8 2 1 6 4 3 5 11 14 13 16

In-order: 1 2 3 4 5 6 8 10 11 13 14 16

Post-order: 3 5 4 1 6 2 13 16 14 8 11 10

h = 5

10. Graph’s Algorithms

a. Apply Prim’s/Kruskal’s algorithm to the following graph to build a minimum spanning tree.

Áp dụng thuật toán Prim/Kruskal trên đồ thị sau để xây dựng một cây khung nhỏ nhất.

A B C D E F G H I

b. Apply Dijstra’s algorithm to the following graph to find shortest part from vertex A to vertex E.

A B C I D H F G E

