БГТУ, ФИТ, ПОИТ, 3 семестр,

Конструирование программного обеспечения

Алгоритмы синтаксического разбора. Польская запись

1. Общие сведения

Обычная форма выражений называется *инфиксной*. Знаки операции размещаются между операндами, с которыми они взаимодействуют, например:

В префиксной (прямой польской) записи знаки операций записываются до операндов, например:

В постфиксной (обратной польской) записи знаки операций записываются после операндов, например:

Польская запись не содержит скобок.

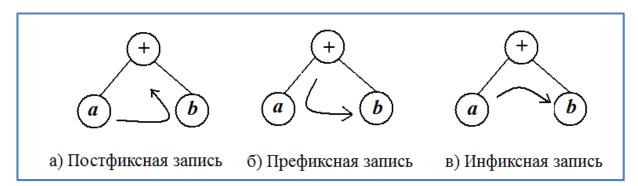
$$a + b*c - a/(a + b)$$
 => $a b c * + a a b + / -$

Выражение читается слева направо. Каждая операция выполняется над двумя операндами, непосредственно стоящими перед знаком этой операции. Последовательность операндов и знак операции в выражении заменяется результатом этой операции. Результатом вычисления всего выражения становится результат последней вычисленной операции.

Такая нотация названа польской в честь ее изобретателя — польского математика и логика *Яна Лукасевича* (Jan Łukasiewicz, 1878–1956).

Обратную польскую запись называют польской *инверсной* записью (**ПОЛИЗ**). ПОЛИЗ удобна:

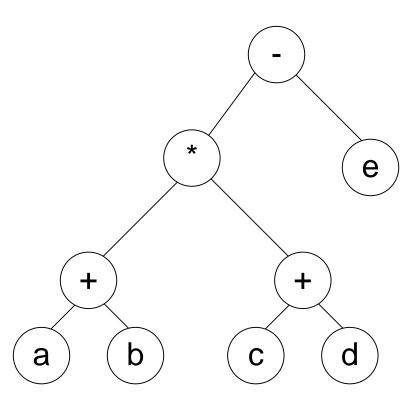
- для вычисления выражений;
- как промежуточная форма представления выражений в трансляторе;
- как промежуточная форма представления операторов языков программирования.



По дереву вывода легко получить обратную польскую запись выражения. В этом дереве листья — это операнды или константы (терминальные символы), внутренние узлы — операции.

Выполняем обход дерева снизу вверх и слева направо (для каждой вершины вначале посещается ее левое поддерево, потом правое и в последнюю очередь сама вершина) и для каждой вершины выводим ее значение.

$$(a+b)*(c+d) - e$$



ab+cd+*e-

2. Вычисление выражения в обратной польской записи за один просмотр

<i>№</i>	Выражение	Переменные	Стек
0	ab+cd+*e-	R ₁ =a	R ₁
1	R ₁ b+cd+*e-	R ₂ =b	R_1R_2
2	R ₁ R ₂ +cd+*e-	$R_3 = R_1 + R_2$	R ₃
3	R₃cd+*e-	R ₄ =c	R ₃ R ₄
4	R_3R_4d+*e-	R ₅ =d	R ₃ R ₄ R ₅
5	R ₃ R ₄ R ₅ +*e-	$R_6 = R_4 + R_5$	R ₃ R ₆
6	R ₃ R ₆ *e-	$R_7 = R_3 * R_6$	R ₇
7	R ₇ e-	R ₈ =e	R ₇ R ₈
8	R ₇ R ₈ -	R ₉ = R ₇ -R ₈	R ₉
9	R ₉		

3. Алгоритм построения польской записи

Определим приоритет операций:

Приоритет	Операция
1	(
1)
2	+
2	-
3	*
3	/

Алгоритм построения:

- исходная строка: выражение;
- результирующая строка: польская запись;
- стек: *пустой*;
- исходная строка просматривается слева направо;
- операнды переносятся в результирующую строку в порядке их следования;
- операция записывается в стек, если стек пуст или в вершине стека лежит отрывающая скобка;
- **операция** выталкивает все операции с *большим* или *равным* приоритетом в результирующую строку;
- открывающая скобка помещается в стек;
- **закрывающая скобка** выталкивает все операции до открывающей скобки, после чего обе скобки уничтожаются;
- по концу разбора исходной строки все операции, оставшиеся в стеке, выталкиваются в результирующую строку.

4. Пример.

Исходная строка	Результирующая строка	Стек
(a+b)*(c+d)-e		
(a+b)*(c+d)-e		(
+b)*(c+d)-e	а	(
(b) * (c + d) - e	а	+(
)*(c+d)-e	ab	+(
*(c+d)-e	ab +	
(c+d)-e	ab +	*
(c+d)-e	ab +	(*
+d)-e	ab + c	(*
<i>d</i>) − <i>e</i>	ab + c	+(*
) – e	ab + cd	+(*
-e	ab + cd +	*
е	ab + cd + *	-
	ab + cd + *e	-
	ab + cd + *e -	

Стек организован по принципу LIFO.

5. Расширение алгоритма построения польской записи

Легко расширить алгоритм так, чтобы он обрабатывал выражения, содержащие **вызовы функций, элементы массива, другие виды скобок** и т.п.

Приоритет	Операция
0	(
0)
1	,
2	+
2	-
3	*
3	/
4	[
4]

Алгоритм построения (пример расширения):

- исходная строка: выражение;
- результирующая строка: польская запись;
- стек: пустой;
- исходная строка просматривается слева направо;
- операнды переносятся в результирующую строку в порядке их следования;
- **операция** записывается в стек, если стек пуст или в вершине стека лежит отрывающая скобка;
- **операция** выталкивает все операции с *большим* или *равным* приоритетом в результирующую строку;
- **запятая** не помещается в стек, и если в стеке есть операции, то все выбираются в строку;
- открывающая скобка помещается в стек;
- **закрывающая скобка** выталкивает все операции до открывающей скобки, после чего обе скобки уничтожаются;
- квадратная открывающая скобка помещается в стек;
- квадратная закрывающая скобка выталкивает все до открывающей квадратной скобки и генерирует последовательность @n (индекс n указывает число операндов, разделенных запятыми);
- по концу разбора исходной строки все операции, оставшиеся в стеке, выталкиваются в результирующую строку.

Выполнение:

Исходная строка	Результирующая строка	Стек
a*(b+[[c,d]+e,g])-k/[e,f]		
* (b + [[c,d] + e,g]) - k/[e,f]	а	
(b + [[c,d] + e,g]) - k/[e,f]	а	*
b + [[c,d] + e,g]) - k/[e,f]	а	* (
+[[c,d]+e,g])-k/[e,f]	ab	* (
[[c,d]+e,g])-k/[e,f]	ab	* (+
[c,d]+e,g])-k/[e,f]	ab	* (+[
[c,d]+e,g])-k/[e,f]	ab	* (+[[
[d]+e,g])-k/[e,f]	abc	* (+[[
d] + e, g]) - k/[e, f]	abc	* (+[[
]+e,g])-k/[e,f]	abcd	* (+[[
+e,g])-k/[e,f]	abcd@ ₂	* (+[
[e,g])-k/[e,f]	$abcd@_2$	* (+[+
,g])-k/[e,f]	abcd@ ₂ e	* (+[+
g])-k/[e,f]	abcd@ ₂ e +	* (+[
])-k/[e,f]	$abcd@_2e+g$	* (+[
) – k/[e,f]	$abcd@_{2}e + g@_{2}$	* (+
-k/[e,f]	$abcd@_{2}e + g@_{2} +$	*
k/[e,f]	$abcd@_{2}e + g@_{2} + *$	_
/[e, f]	$abcd@_2e + g@_2 +* k$	_
[<i>e</i> , <i>f</i>]	$abcd@_{2}e + g@_{2} + *k$	-/
<i>e</i> , <i>f</i>]	$abcd@_{2}e + g@_{2} + *k$	-/[
,f]	$abcd@_2e + g@_2 +* ke$	-/[
f]	$abcd@_2e + g@_2 +* ke$	-/[
]	$abcd@_2e + g@_2 +* ke f$	-/ [
	$abcd@_{2}e + g@_{2} + *ke f@_{2}$	-/
	$abcd@_{2}e + g@_{2} + *ke f@_{2}/$	_
	$abcd@_{2}e + g@_{2} + *ke f@_{2}/-$	