**Лабораторная работа 5. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА**

**Цель работы:** Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| 2 | **12** | **2** | **10** | **7** | **9** | **15** | **115** |
| 3 | **3** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2** | **12** | **6** | **102** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

**1.Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.**  
∑a = 170 + 115 + 152 + 161 + 102 = 700  
∑b = 145 + 109 + 133 + 195 + 97 + 165 = 844  
Как видно, суммарная потребность груза в пунктах назначения превышает запасы груза на базах. Следовательно, модель исходной транспортной задачи является открытой. Чтобы получить закрытую модель, введем дополнительную (фиктивную) базу с запасом груза, равным 144 (700—844). Тарифы перевозки единицы груза из базы ко всем потребителям полагаем равны нулю.  
Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| 2 | **12** | **2** | **10** | **7** | **9** | **15** | **115** |
| 3 | **3** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2** | **12** | **6** | **102** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

**2. Поиск первого опорного плана**.  
Искомый элемент равен c22=2. Для этого элемента запасы равны 115, потребности 109. Поскольку минимальным является 109, то вычитаем его.  
x22 = min(115,109) = 109.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 14 | x | 8 | 5 | 13 | 3 | 170 |
| 12 | **2** | 10 | 7 | 9 | 15 | **115 - 109 = 6** |
| 3 | x | 13 | 10 | 4 | 13 | 152 |
| 6 | x | 12 | 5 | 15 | 4 | 161 |
| 5 | x | 11 | 2 | 12 | 6 | 102 |
| 0 | x | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 |
| 145 | **109 - 109 = 0** | 133 | 195 | 97 | 165 |  |

Искомый элемент равен c54=2. Для этого элемента запасы равны 102, потребности 195. Поскольку минимальным является 102, то вычитаем его.  
x54 = min(102,195) = 102.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 14 | x | 8 | 5 | 13 | 3 | 170 |
| 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | 15 | 6 |
| 3 | x | 13 | 10 | 4 | 13 | 152 |
| 6 | x | 12 | 5 | 15 | 4 | 161 |
| x | x | x | **2** | x | x | **102 - 102 = 0** |
| 0 | x | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 |
| 145 | 0 | 133 | **195 - 102 = 93** | 97 | 165 |  |

Искомый элемент равен c16=3. Для этого элемента запасы равны 170, потребности 165. Поскольку минимальным является 165, то вычитаем его.  
x16 = min(170,165) = 165.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 14 | x | 8 | 5 | 13 | **3** | **170 - 165 = 5** |
| 12 | 2 | 10 | 7 | 9 | x | 6 |
| 3 | x | 13 | 10 | 4 | x | 152 |
| 6 | x | 12 | 5 | 15 | x | 161 |
| x | x | x | 2 | x | x | 0 |
| 0 | x | 0 | 0 | 0 | x | 144 |
| 145 | 0 | 133 | 93 | 97 | **165 - 165 = 0** |  |

Искомый элемент равен c31=3. Для этого элемента запасы равны 152, потребности 145. Поскольку минимальным является 145, то вычитаем его.  
x31 = min(152,145) = 145.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 8 | 5 | 13 | 3 | 5 |
| x | 2 | 10 | 7 | 9 | x | 6 |
| **3** | x | 13 | 10 | 4 | x | **152 - 145 = 7** |
| x | x | 12 | 5 | 15 | x | 161 |
| x | x | x | 2 | x | x | 0 |
| x | x | 0 | 0 | 0 | x | 144 |
| **145 - 145 = 0** | 0 | 133 | 93 | 97 | 0 |  |

Искомый элемент равен c35=4. Для этого элемента запасы равны 7, потребности 97. Поскольку минимальным является 7, то вычитаем его.  
x35 = min(7,97) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 8 | 5 | 13 | 3 | 5 |
| x | 2 | 10 | 7 | 9 | x | 6 |
| 3 | x | x | x | **4** | x | **7 - 7 = 0** |
| x | x | 12 | 5 | 15 | x | 161 |
| x | x | x | 2 | x | x | 0 |
| x | x | 0 | 0 | 0 | x | 144 |
| 0 | 0 | 133 | 93 | **97 - 7 = 90** | 0 |  |

Искомый элемент равен c14=5. Для этого элемента запасы равны 5, потребности 93. Поскольку минимальным является 5, то вычитаем его.  
x14 = min(5,93) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | x | **5** | x | 3 | **5 - 5 = 0** |
| x | 2 | 10 | 7 | 9 | x | 6 |
| 3 | x | x | x | 4 | x | 0 |
| x | x | 12 | 5 | 15 | x | 161 |
| x | x | x | 2 | x | x | 0 |
| x | x | 0 | 0 | 0 | x | 144 |
| 0 | 0 | 133 | **93 - 5 = 88** | 90 | 0 |  |

Искомый элемент равен c44=5. Для этого элемента запасы равны 161, потребности 88. Поскольку минимальным является 88, то вычитаем его.  
x44 = min(161,88) = 88.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | x | 5 | x | 3 | 0 |
| x | 2 | 10 | x | 9 | x | 6 |
| 3 | x | x | x | 4 | x | 0 |
| x | x | 12 | **5** | 15 | x | **161 - 88 = 73** |
| x | x | x | 2 | x | x | 0 |
| x | x | 0 | x | 0 | x | 144 |
| 0 | 0 | 133 | **88 - 88 = 0** | 90 | 0 |  |

Искомый элемент равен c25=9. Для этого элемента запасы равны 6, потребности 90. Поскольку минимальным является 6, то вычитаем его.  
x25 = min(6,90) = 6.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | x | 5 | x | 3 | 0 |
| x | 2 | x | x | **9** | x | **6 - 6 = 0** |
| 3 | x | x | x | 4 | x | 0 |
| x | x | 12 | 5 | 15 | x | 73 |
| x | x | x | 2 | x | x | 0 |
| x | x | 0 | x | 0 | x | 144 |
| 0 | 0 | 133 | 0 | **90 - 6 = 84** | 0 |  |

Искомый элемент равен c43=12. Для этого элемента запасы равны 73, потребности 133. Поскольку минимальным является 73, то вычитаем его.  
x43 = min(73,133) = 73.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | x | 5 | x | 3 | 0 |
| x | 2 | x | x | 9 | x | 0 |
| 3 | x | x | x | 4 | x | 0 |
| x | x | **12** | 5 | x | x | **73 - 73 = 0** |
| x | x | x | 2 | x | x | 0 |
| x | x | 0 | x | 0 | x | 144 |
| 0 | 0 | **133 - 73 = 60** | 0 | 84 | 0 |  |

Искомый элемент равен c63=0. Для этого элемента запасы равны 144, потребности 60. Поскольку минимальным является 60, то вычитаем его.  
x63 = min(144,60) = 60.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | x | 5 | x | 3 | 0 |
| x | 2 | x | x | 9 | x | 0 |
| 3 | x | x | x | 4 | x | 0 |
| x | x | 12 | 5 | x | x | 0 |
| x | x | x | 2 | x | x | 0 |
| x | x | **0** | x | 0 | x | **144 - 60 = 84** |
| 0 | 0 | **60 - 60 = 0** | 0 | 84 | 0 |  |

Искомый элемент равен c65=0. Для этого элемента запасы равны 84, потребности 84. Поскольку минимальным является 84, то вычитаем его.  
x65 = min(84,84) = 84.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | x | 5 | x | 3 | 0 |
| x | 2 | x | x | 9 | x | 0 |
| 3 | x | x | x | 4 | x | 0 |
| x | x | 12 | 5 | x | x | 0 |
| x | x | x | 2 | x | x | 0 |
| x | x | 0 | x | **0** | x | **84 - 84 = 0** |
| 0 | 0 | 0 | 0 | **84 - 84 = 0** | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | Запасы |
| A1 | 14 | 4 | 8 | 5[5] | 13 | 3[165] | 170 |
| A2 | 12 | 2[109] | 10 | 7 | 9[6] | 15 | 115 |
| A3 | 3[145] | 7 | 13 | 10 | 4[7] | 13 | 152 |
| A4 | 6 | 12 | 12[73] | 5[88] | 15 | 4 | 161 |
| A5 | 5 | 13 | 11 | 2[102] | 12 | 6 | 102 |
| A6 | 0 | 0 | 0[60] | 0 | 0[84] | 0 | 144 |
| Потребности | 145 | 109 | 133 | 195 | 97 | 165 |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.  
2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 11, а должно быть m + n - 1 = 11. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.  
Значение целевой функции для этого опорного плана равно:  
F(x) = 5\*5 + 3\*165 + 2\*109 + 9\*6 + 3\*145 + 4\*7 + 12\*73 + 5\*88 + 2\*102 + 0\*60 + 0\*84 = 2775

**3.Метод потенциалов**  
Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.  
u1 + v4 = 5; 0 + v4 = 5; v4 = 5  
u4 + v4 = 5; 5 + u4 = 5; u4 = 0  
u4 + v3 = 12; 0 + v3 = 12; v3 = 12  
u6 + v3 = 0; 12 + u6 = 0; u6 = -12  
u6 + v5 = 0; -12 + v5 = 0; v5 = 12  
u2 + v5 = 9; 12 + u2 = 9; u2 = -3  
u2 + v2 = 2; -3 + v2 = 2; v2 = 5  
u3 + v5 = 4; 12 + u3 = 4; u3 = -8  
u3 + v1 = 3; -8 + v1 = 3; v1 = 11  
u5 + v4 = 2; 5 + u5 = 2; u5 = -3  
u1 + v6 = 3; 0 + v6 = 3; v6 = 3

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=11 | v2=5 | v3=12 | v4=5 | v5=12 | v6=3 |
| u1=0 | 14 | 4 | 8 | 5[5] | 13 | 3[165] |
| u2=-3 | 12 | 2[109] | 10 | 7 | 9[6] | 15 |
| u3=-8 | 3[145] | 7 | 13 | 10 | 4[7] | 13 |
| u4=0 | 6 | 12 | 12[73] | 5[88] | 15 | 4 |
| u5=-3 | 5 | 13 | 11 | 2[102] | 12 | 6 |
| u6=-12 | 0 | 0 | 0[60] | 0 | 0[84] | 0 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;4): 0 + 5 = 5; ∆14 = 0 + 5 – 5 = 0 = 0

(1;5): 0 + 12 < 13; ∆15 = 0 + 12 – 13 = -1 < 0

(1;6): 0 + 3 = 3; ∆16 = 0 + 3 – 3 = 0 = 0

(2;1): -3 + 11 < 13; ∆21 = -3 + 11 – 13 = -5 < 0  
(2;2): -3 + 5 = 2; ∆22 = -3 + 5 – 2 = 0 = 0

(2;3): -3 + 12 < 10; ∆22 = -3 + 12 – 10 = -1 < 0  
(2;4): -3 + 5 < 7; ∆24 = -3 + 5 – 7 = -5 < 0  
(2;5): -3 + 12 = 9; ∆25 = -3 + 12 – 9 = 0 = 0  
(2;6): -3 + 5 = 2; ∆26 = -3 + 5 – 2 = 0 = 0

(3;1): -8 + 11 = 3; ∆31 = -8 + 11 – 3 = 0 = 0

(3;2): -8 + 5 < 7; ∆32 = -8 + 5 – 7 = -10 < 0

(3;3): -8 + 12 < 13; ∆32 = -8 + 12 – 13 = -9 < 0

(3;4): -8 + 5 < 10; ∆32 = -8 + 5 – 10 = -13 < 0

(3;5): -8 + 12 = 4; ∆32 = -8 + 12 – 4 = 0 = 0

(3;6): -8 + 3 = 13; ∆32 = -8 + 3 – 13 = -18 < 0

(4;2): 0 + 5 < 12; ∆41 = 0 + 5 - 12 =-7 < 0

(4;3): 0 + 12 = 12; ∆41 = 0 + 12 - 12 = 0 = 0

(4;4): 0 + 5 = 5; ∆41 = 0 + 5 - 5 = 0 = 0

(4;5): 0 + 12 < 15; ∆41 = 0 + 12 - 15 = -3 < 0

(4;6): 0 + 3 < 4; ∆41 = 0 + 3 - 4 = -1 < 0

(5;2): -3 + 5 < 13; ∆41 = -3 + 5 - 13 =-9 < 0

(5;3): -3 + 12 < 11; ∆41 = -3 + 12 - 11 = -2 < 0

(5;4): -3 + 5 = 2; ∆41 = -3 + 5 - 2 = 0 = 0

(5;5): -3 + 12 < 12; ∆41 = -3 + 12 - 12 = -3 < 0

(5;6): -3 + 3 < 6; ∆41 = -3 + 3 - 6 = -6 < 0

(6;1): -12 + 11 < 0; ∆31 = -12 + 11 – 0 = -1 < 0

(6;2): -12 + 5 < 0; ∆32 = -12 + 5 – 0 = -7 < 0

(6;3): -12 + 12 = 0; ∆32 = -12 + 12 – 0 = 0 = 0

(6;4): -12 + 5 < 0; ∆32 = -12 + 5 – 0 = -7 < 0

(6;5): -12 + 12 = 0; ∆32 = -12 + 12 – 0 = 0 = 0

(6;6): -12 + 3 = 0; ∆32 = -12 + 3 – 0 = -9 < 0

(1;2): 0 + 5 > 4; ∆12 = 0 + 5 - 4 = 1 > 0  
(1;3): 0 + 12 > 8; ∆13 = 0 + 12 - 8 = 4 > 0  
(4;1): 0 + 11 > 6; ∆41 = 0 + 11 - 6 = 5 > 0  
(5;1): -3 + 11 > 5; ∆51 = -3 + 11 - 5 = 3 > 0  
max(1,4,5,3) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 6  
Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 14 | 4 | 8 | 5[5] | 13 | 3[165] | 170 |
| 2 | 12 | 2[109] | 10 | 7 | 9[6] | 15 | 115 |
| 3 | 3[145][-] | 7 | 13 | 10 | 4[7][+] | 13 | 152 |
| 4 | 6[+] | 12 | 12[73][-] | 5[88] | 15 | 4 | 161 |
| 5 | 5 | 13 | 11 | 2[102] | 12 | 6 | 102 |
| 6 | 0 | 0 | 0[60][+] | 0 | 0[84][-] | 0 | 144 |
| Потребности | 145 | 109 | 133 | 195 | 97 | 165 |  |

Цикл приведен в таблице (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1).  
Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 3) = 73. Прибавляем 73 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 73 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | Запасы |
| A1 | 14 | 4 | 8 | 5[5] | 13 | 3[165] | 170 |
| A2 | 12 | 2[109] | 10 | 7 | 9[6] | 15 | 115 |
| A3 | 3[72] | 7 | 13 | 10 | 4[80] | 13 | 152 |
| A4 | 6[73] | 12 | 12 | 5[88] | 15 | 4 | 161 |
| A5 | 5 | 13 | 11 | 2[102] | 12 | 6 | 102 |
| A6 | 0 | 0 | 0[133] | 0 | 0[11] | 0 | 144 |
| Потребности | 145 | 109 | 133 | 195 | 97 | 165 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.  
u1 + v4 = 5; 0 + v4 = 5; v4 = 5  
u4 + v4 = 5; 5 + u4 = 5; u4 = 0  
u4 + v1 = 6; 0 + v1 = 6; v1 = 6  
u3 + v1 = 3; 6 + u3 = 3; u3 = -3  
u3 + v5 = 4; -3 + v5 = 4; v5 = 7  
u2 + v5 = 9; 7 + u2 = 9; u2 = 2  
u2 + v2 = 2; 2 + v2 = 2; v2 = 0  
u6 + v5 = 0; 7 + u6 = 0; u6 = -7  
u6 + v3 = 0; -7 + v3 = 0; v3 = 7  
u5 + v4 = 2; 5 + u5 = 2; u5 = -3  
u1 + v6 = 3; 0 + v6 = 3; v6 = 3

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=6 | v2=0 | v3=7 | v4=5 | v5=7 | v6=3 |
| u1=0 | 14 | 4 | 8 | 5[5] | 13 | 3[165] |
| u2=2 | 12 | 2[109] | 10 | 7 | 9[6] | 15 |
| u3=-3 | 3[72] | 7 | 13 | 10 | 4[80] | 13 |
| u4=0 | 6[73] | 12 | 12 | 5[88] | 15 | 4 |
| u5=-3 | 5 | 13 | 11 | 2[102] | 12 | 6 |
| u6=-7 | 0 | 0 | 0[133] | 0 | 0[11] | 0 |

(1;1): 0 + 6 < 14; ∆14 = 0 + 5 – 14 = -9 < 0

(1;2): 0 + 0 < 4; ∆14 = 0 + 0 - 4 = -4 < 0

(1;3): 0 + 7 < 8; ∆14 = 0 + 7 – 8 = -1 < 0

(1;4): 0 + 5 = 5; ∆14 = 0 + 5 – 5 = 0 = 0

(1;5): 0 + 7 < 13; ∆15 = 0 + 7 – 13 = -6 < 0

(1;6): 0 + 3 = 3; ∆16 = 0 + 3 – 3 = 0 = 0

(2;1): 2 + 6 < 12; ∆21 = 2 + 6 – 12 = -4 < 0  
(2;2): 2 + 0= 2; ∆21 = 2 + 0 – 2 = 0 = 0  
(2;3): 2 + 7 < 10; ∆21 = 2 + 7 – 10 = -1 < 0  
(2;4): 2 + 5 = 7; ∆21 = 2 + 5 - 7 = 0 = 0  
(2;5): 2 + 7 = 9; ∆21 = 2 + 7 – 9 = 0 = 0  
(2;6): 2 + 3 < 15; ∆21 = 2 + 3 – 15 = -10 < 0

(3;1): -3 + 6 = 3; ∆31 = -3 + 6 – 3 = 0 = 0

(3;2): -3 + 0 < 7; ∆32 = -3 + 0 – 7 = -10 < 0

(3;3): -3 + 7 < 13; ∆32 = -3 + 7 – 13 = -9 < 0

(3;4): -3 + 5 < 10; ∆32 = -3 + 5 – 10 = -13 < 0

(3;5): -3 + 7 = 4; ∆32 = -3 + 7 – 4 = 0 = 0

(3;6): -3 + 3 = 13; ∆32 = -3 + 3 – 13 = -18 < 0

(4;1): 0 + 5 < 12; ∆41 = 0 + 5 - 12 =-7 < 0

(4;2): 0 + 5 < 12; ∆41 = 0 + 5 - 12 =-7 < 0

(4;3): 0 + 12 = 12; ∆41 = 0 + 12 - 12 = 0 = 0

(4;4): 0 + 5 = 5; ∆41 = 0 + 5 - 5 = 0 = 0

(4;5): 0 + 12 < 15; ∆41 = 0 + 12 - 15 = -3 < 0

(4;6): 0 + 3 < 4; ∆41 = 0 + 3 - 4 = -1 < 0

(5;1): -3 + 5 < 13; ∆41 = -3 + 5 - 13 =-9 < 0

(5;2): -3 + 5 < 13; ∆41 = -3 + 5 - 13 =-9 < 0

(5;3): -3 + 12 < 11; ∆41 = -3 + 12 - 11 = -2 < 0

(5;4): -3 + 5 = 2; ∆41 = -3 + 5 - 2 = 0 = 0

(5;5): -3 + 12 < 12; ∆41 = -3 + 12 - 12 = -3 < 0

(5;6): -3 + 3 < 6; ∆41 = -3 + 3 - 6 = -6 < 0

(6;1): -7 + 11 < 0; ∆31 = -12 + 11 – 0 = -1 < 0

(6;2): -7 + 5 < 0; ∆32 = -12 + 5 – 0 = -7 < 0

(6;3): -7 + 12 = 0; ∆32 = -12 + 12 – 0 = 0 = 0

(6;4): -7 + 5 < 0; ∆32 = -12 + 5 – 0 = -7 < 0

(6;5): -7 + 12 = 0; ∆32 = -12 + 12 – 0 = 0 = 0

(6;6): -7 + 3 = 0; ∆32 = -12 + 3 – 0 = -9 < 0

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.  
Минимальные затраты составят: F(x) = 5\*5 + 3\*165 + 2\*109 + 9\*6 + 3\*72 + 4\*80 + 6\*73 + 5\*88 + 2\*102 + 0\*133 + 0\*11 = 2410

**Вывод**: Лабораторная работа по решению транспортной задачи представляет собой практическое занятие, направленное на освоение методов оптимизации перевозок товаров от поставщиков к потребителям. В данной работе была представлена открытая транспортная задача, которая характеризуется тем, что общее количество поставляемого товара не равно общему количеству потребляемого товара. Решение задачи было выполнено с использованием метода потенциалов, который позволяет определить оптимальный план перевозок. Ответ на задачу представлен в виде оптимального плана перевозок и соответствующей минимальной стоимости.