

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

GREGORIO GARAYAR P.*

I. Concepto y definición de la econometría

La Economía es una ciencia social. Se ocupa de un aspecto particular del comportamiento humano: la administración de los recursos escasos, que tienen a su disposición las colectividades humanas, con objeto de satisfacer las necesidades de sus componentes. Su importancia radica, precisamente, en el hecho de que la finalidad que persigue tiene íntima relación con los niveles y formas de vida de la sociedad humana. Por esto el esfuerzo desplegado por los economistas ha sido y es el de orientar sus investigaciones hacia un mejor conocimiento de la realidad económica, a fin de conseguir que la administración de los recursos escasos sea más eficiente. Una simple observación del pensamiento económico pone de manifiesto que el proceso de su propia evolución ha consistido en pasar de lo meramente descriptivo a lo cuantitativo y operacional.

Como toda ciencia, la Economía presenta en sus comienzos una notable característica descriptiva. Esto hace que sus investigaciones iniciales tengan sólo un alcance limitado. A esta limitación que emerge del hecho de que el análisis sea puramente descriptivo, se agrega la restricción relativa a que sólo describen determinados fenómenos particulares y se prescinda de las interrelaciones con los demás fenómenos que forman el universo económico considerado como un todo. Sin embargo, este proceder tiene la ventaja de individualizar diversos fenómenos de importancia relevante, con lo que se facilita la tarea de establecer sus nexos e interrelaciones. De este modo se llega a la formación de sistemas económicos, como la llamada escuela clásica.

* Profesor titular de las cátedras de econometría, teoría económica y matemáticas financieras, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Chile, Santiago.

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

Esta tarea se torna más fecunda con la introducción del análisis matemático. “El empleo de los signos matemáticos —afirma Cournot¹— es cosa natural cada vez que se trata de examinar relaciones entre magnitudes.” La importancia del análisis radica en el hecho de que “también es empleado para encontrar relaciones entre magnitudes que no se pueden valorar numéricamente, entre funciones cuya ley no es susceptible de expresarse por símbolos algebraicos”. Con Cournot se inició una nueva orientación que culminó con Walras y la escuela de Lausanne.

El mérito fundamental de Walras y sus continuadores, especialmente Pareto, reside en: *a*) haber puesto de manifiesto la interdependencia general de los fenómenos económicos, precisando las variables que los representan y formulando el origen teórico de las ecuaciones que los relacionan y *b*) haber establecido las condiciones de equilibrio general del sistema económico. El concepto de equilibrio es fundamental para la teoría económica, porque permite determinar los valores de las magnitudes económicas, sujetas a un conjunto de condiciones dadas. Sobre la base de este concepto, se estructura toda la teoría económica moderna. Pero al mismo tiempo su empleo facilita la cuantificación de los fenómenos económicos, hecho éste que marca el comienzo de la medición de dichos fenómenos.

Por esto no es de extrañar que los primeros economistas que intentaron obtener resultados numéricos en el campo económico, como Moore, Schultz, Divisia y otros pertenezcan a la escuela fundada por Walras. El esfuerzo de sus investigaciones se orienta a dar un contenido operacional a las formulaciones walrasianas; esto es, despojarlas del carácter eminentemente abstracto que ellas presentan. Con esto se da el primer paso en el intento de dotar a la ciencia económica de las herramientas necesarias para hacer posible su utilización en aplicaciones prácticas, como la de servir de guía a la

¹ A. Cournot, *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, París, Lutfalla, 1938.

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

actividad económica que desarrollan tanto las colectividades como los individuos. Los resultados de los investigadores citados pueden ser discutibles. No obstante, su intento marca una nueva etapa en la evolución de la economía como ciencia, y al mismo tiempo señala el comienzo de una nueva rama de ésta. Esta nueva rama es la econometría.

La econometría, considerada como un campo especial de la Ciencia Económica, es de fecha relativamente reciente. Su formación empieza a delinearse y a adquirir contornos más o menos precisos con la fundación de la Econometric Society en 1930. Lo reciente de su formación es, seguramente, la causa de que el campo de estudio de nuestra disciplina permanezca aún sin delimitación clara y precisa, si bien las diversas definiciones formuladas presentan asombrosas coincidencias en cuanto a su contenido se refiere.

Para corroborar aquellas coincidencias, transcribimos las definiciones indicadas por destacados investigadores de esta disciplina.

El profesor H. T. Davis en su *The Theory of Econometrics*, dice que “[ha] adoptado la palabra econometría más bien que Economía, para aquellos conceptos de la conducta humana que se relacionan con el uso y goce de los bienes y hayan sido puestos en forma matemática y sometidos a la prueba de los datos estadísticos”.

El profesor W. Leontief² la interpreta “como un tipo especial de análisis económico en el cual el método técnico general—con frecuencia formulado en términos explícitamente matemáticos—es combinado—a menudo a través de intrincados procedimientos estadísticos—con medidas empíricas de los fenómenos económicos”.

El profesor J. Marshak³ expresa que la econometría es “la aplicación de la matemática y la estadística a la economía. Esta amplia definición coincide con los fines de la Econometric Society y el con-

² W. Leontief, “Econometrics”, en *A Survey of Contemporary Economics*, p. 388 (Filadelfia, Blakiston Co., 1948).

³ J. Marschak, *Introduction to Econometrics*. Conferencia dictada en la Universidad de Buffalo, 1948.

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

tenido de su revista *Econometrica*. En un sentido aparentemente estricto, la econometría se refiere a las medidas de las relaciones económicas. Estas medidas requieren de ciertos métodos estadísticos, pero antes de proceder a medir uno tiene que formularse matemáticamente las relaciones económicas”.

El profesor J. Tinbergen⁴ formula su concepto de la siguiente manera: “Econometría es el nombre para un campo de la ciencia en el cual se aplican en forma combinada las investigaciones de la economía matemática y de la estadística matemática”. En consecuencia, la “econometría puede ser definida como la observación estadística de conceptos técnicamente fundados o, de otro modo, como la economía matemática que trabaja con la medición de datos”.

Las definiciones señaladas tienen en común que la econometría es la combinación de la teoría económica y la estadística. Esta coincidencia se debe al hecho de que el contenido de esta disciplina se encuentra determinado por su significación etimológica. En efecto, la palabra econometría es una contracción de los términos griegos *oikonomía* (economía) y *metron* (medida), o sea que implica la medición de fenómenos económicos. Sin embargo, el campo que investiga cada uno de los autores no siempre está de acuerdo con el contenido implícito en su definición. Así tenemos, por ejemplo, que la obra del profesor Davis es prácticamente un nuevo texto sobre teoría económica, porque la extensión dedicada a la investigación econométrica es muy reducida.

Por otra parte, el profesor Marschak, en su *Introduction to Econometrics*, da gran énfasis a la construcción de modelos, con el fin de poner de relieve las interrelaciones de las variables económicas. Pero no llega a la aplicación práctica de los datos numéricos, representativos de aquellas variables. De este modo su tarea es el planteamiento teórico de sistemas de ecuaciones que describen conductas sociales, tecnológicas o institucionales.

La obra del profesor Tinbergen es la que se ajusta mejor, en su

⁴ J. Tinbergen, *Econometrics*, pp. 3 y 10 (Filadelfia, Blakiston, 1951).

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

contenido, a la definición que formula, puesto que combina, y con éxito, los dos campos de los cuales emerge la econometría.

Los diversos puntos de vista con que los autores desarrollan a la disciplina econométrica crean la impresión de que el campo de ésta no se encuentra aún totalmente delimitado y, todavía más, que permanece confuso. La verdad es que la amplitud de dicho campo facilita la formación de diversas tendencias, investigando cada una de ellas un sector particular del mismo.

En la actualidad podemos distinguir, entre otras, las siguientes tendencias:

a) La de la Universidad de Chicago.⁵ Los investigadores más representativos de ésta son los profesores J. Marschak y T. Koopmans. Esta tendencia orienta sus investigaciones en dos direcciones: 1) a la formación de modelos teóricos y 2) a la obtención de métodos estadísticos refinados para medir los fenómenos económicos. En el primer punto señalado se recurre a la ayuda de la lógica simbólica y matemática, del análisis matemático y del cálculo de probabilidades. En el segundo se da especial importancia a los problemas de inferencia e identificación.

b) La de la Universidad de Oslo, representada por el profesor R. Frisch, orientada hacia la construcción de modelos aplicables a la política económica. La característica de estos modelos es que poseen un determinado número de grados de libertad, que permite distintas soluciones sobre las cuales debe decidir el gobernante o un operador cualquiera. Por esto se les ha llamado "modelos de decisión".⁶ Esta escuela, a diferencia de la anterior, lleva a la práctica el resultado de sus investigaciones teóricas.

c) La representada por el profesor Tinbergen,⁷ quien ha dedi-

⁵ La producción literaria de esta escuela es editada por la Comisión Cowles. Para mayor información ver las monografías núms. 10, 11, 12 y 13.

⁶ Ver *Revue d'Economie Politique*, núms. 5 y 6, 1950, pp. 474 y 601.

⁷ Ver Sociedad de Naciones, *Verification statistique des theories des cycles économiques*.

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

cado sus esfuerzos a la verificación de las teorías formuladas por los economistas sobre el ciclo económico, el principio de aceleración, etc.

d) La de Cambridge, cuyo investigador más destacado es Stone,⁸ que se ha especializado en estudios sobre la demanda del mercado, aplicando en ellos el análisis de confluencia.

Las tendencias o escuelas señaladas en ningún modo se contradicen entre sí; se diferencian sólo por el énfasis que dan al sector a que han orientado sus investigaciones. En consecuencia, la disciplina econométrica puede estructurarse basándose en una síntesis de éstas.

En nuestra opinión el contenido de la disciplina que nos ocupa debe ser el de formular modelos de las relaciones entre los fenómenos económicos, debiéndose construirlos en forma que a éstos puedan aplicárseles los datos estadísticos deducidos de los hechos reales y concretos de la actividad económica. De este modo es posible dar a la disciplina económica una aplicación práctica. En otros términos, la econometría proporciona a la ciencia económica un contenido operacional, en el sentido de Bridgman. El contenido operacional se refiere a la obtención de resultados aplicables a las decisiones que se relacionan con la política económica tanto del Estado como de la empresa. Pero dichos resultados llevan implícita la medición de los fenómenos económicos. La medición consiste en la búsqueda de una expresión que permita distinguir el grado de diferenciación de las características que presentan los fenómenos. Esto es posible si podemos encontrar el medio de poner en relación la magnitud de cualquier característica con un conjunto de números. Así tenemos, por ejemplo, que puede relacionarse el peso del acero producido en diferentes altos hornos con un conjunto de números y expresar las diversas producciones en toneladas.

En economía, por lo general, tales medidas adoptan la forma de números índices. Es así como las diversas variables económicas se

⁸ Ver "The Analysis of Market Demand", *Journal of the Royal Statistical Society*, pp. 286-391, 1945, Londres.

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

encuentran expresadas por series de números índices, con las cuales debe realizarse el trabajo econométrico.

La medición de los fenómenos económicos, que implícitamente es el objeto de la econometría, requiere del concurso de la teoría económica en cuanto ella formula relaciones entre aquellos fenómenos, y de la estadística en tanto proporciona métodos que permitan cuantificar tales relaciones. Por esto haremos una incursión en ambas disciplinas, para poner de relieve el papel que desempeñan en las investigaciones econométricas.

II. *Las relaciones de funcionalidad*

La teoría económica formula relaciones estructurales de los hechos económicos que presentan caracteres de permanencia, esto es, de hechos susceptibles de volverse a producir. Las relaciones que formula la teoría económica se realizan entre elementos que expresan fenómenos dados y que, al mismo tiempo, presentan tamaños dados. Estos elementos son los denominados magnitudes económicas, o bien variables, si se les considera en el sentido de las matemáticas. Las expresadas relaciones son, generalmente, relaciones de funcionalidad, esto es, indican la dependencia funcional que existe entre una variable respecto a otras. Así, por ejemplo, la conocida relación de demanda:

$$x_1 = F(p_1, p_2, \dots p_n, R)$$

expresa que la cantidad demandada x_1 del bien 1, depende de su propio precio p_1 , de los precios de los demás bienes que entran en el horizonte del consumidor, y del ingreso o renta que éste destina para su propio consumo.

Por lo general, el problema que se presenta es el de explicar los cambios que se producen en una magnitud dada, a consecuencia de las alteraciones originadas en otras magnitudes. Por esto se habla de la necesidad de explicar una magnitud dada, mediante otras que

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

se denominan explicativas. Así, en el caso de la demanda, habría que explicar las variaciones de la cantidad demandada al modificarse los niveles de los precios de los bienes, y del ingreso o renta del consumidor, en condiciones dadas. Esta última frase importa la hipótesis de *ceteris paribus*. Según ella, las relaciones entre las variables tienen validez dentro de determinadas características establecidas por ciertas constantes económicas, llamadas datos. Así, en el caso de la demanda, se presuponen como datos los gustos de los consumidores, la población, etc.

La distinción entre variables y datos económicos no es absoluta, sino que depende del problema que se considere, pues en economía no existen constantes como la llamada constante de gravitación universal. Los datos también son variables, pero para los efectos de un determinado análisis se los supone constantes o dados.

Las variables que en muchos problemas económicos intervienen con frecuencia como datos, pueden ser llamados datos fundamentales. Algunos de ellos, como el tamaño de la población, el acervo de bienes de capital, el conocimiento técnico, la organización jurídica, etc., pueden estimarse como aproximadamente constantes. En cambio, otros, como los impuestos, las cosechas, etc., son variables.

La explicación de una variable mediante otras explicativas consiste en el cálculo de estas magnitudes variables partiendo de aquellas magnitudes consideradas como datos. Dicha explicación sólo será válida para los niveles dados de los datos. Si los mencionados niveles se alteran será necesaria una nueva explicación que considere este cambio.

Las magnitudes consideradas como datos pueden ser psíquicas, como por ejemplo los gustos de los consumidores; físicas, como el caso de la población; técnicas e institucionales, como en el caso de la organización jurídica, la estructura impositiva, etc.

Por consiguiente, las relaciones económicas establecidas entre magnitudes variables presuponen la existencia de magnitudes cons-

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

tantes o datos a los cuales se asigna un valor dado. Estas relaciones pueden ser de varias clases:

1) relaciones de definición, como la de que la renta o ingreso es igual a los consumos más los ahorros, o aquella de que las ventas de un bien dado son iguales a su precio unitario multiplicado por la cantidad de unidades vendidas;

2) relaciones tecnológicas, como la proporcionada por la conocida función de producción, que relaciona el volumen de producción con la cantidad de los factores empleados y que se escriben de esta manera:

$$P = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

en donde P es el volumen de producción de un cierto bien que se obtiene con las cantidades x_1, x_2, \dots, x_n de los factores que se emplean para obtener tal volumen; y

3) relaciones institucionales, como la que se establece entre ingreso o renta, e impuestos pagados.

Estos tres tipos de relaciones son de naturaleza trivial y, con excepción de la función de producción, no son, por lo tanto, muy importantes en las investigaciones económicas. Más importantes son las categorías de relaciones llamadas de reacción o de comportamiento, que expresan las reacciones de las unidades económicas, de consumo o de producción, con respecto a determinadas circunstancias. Ellas reflejan el esfuerzo de aquellas unidades para alcanzar, por ejemplo, una satisfacción máxima o una ganancia máxima, dependiendo esto de condiciones dadas, que se expresan por los datos. Entre esta categoría de relaciones se encuentran las funciones de demanda y de oferta, que ponen de relieve el comportamiento de los consumidores y empresarios, frente a las alteraciones de los precios.

Al formularse las relaciones económicas, se plantea el problema de qué variables deben incluirse en ellas. En otros términos, qué

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

fenómenos representados por las variables explican al fenómeno del cual nos ocupamos. Sobre este punto no puede establecerse una regla general, de donde resulta que es indispensable el ejemplo concreto para clarificar el análisis. Así, en el caso de que se trate de explicar una serie representativa de los consumos de trigo, tenemos que considerar si el análisis se lleva a cabo desde el punto de vista de los consumidores o de los productores. Si se considera desde el primer punto de vista, el análisis de la serie se hará como si fuese una relación de demanda. En el caso contrario, tendremos una relación de oferta. En el caso de una relación de demanda, tomaremos en cuenta aquellas variables que son importantes en las decisiones de los consumidores. La función de demanda, que ya vimos, nos indica cuáles son estas variables, esto es, el precio del trigo, la renta o ingreso de los consumidores, el precio o precios de los otros artículos que son sustitutos, complementarios, etc., del trigo.

En la relación de oferta deberán considerarse aquellas variables que motivan las decisiones de los vendedores. Estas variables son: el precio del trigo, el costo de las materias primas, la cantidad producida, etc.

En ambas relaciones, además de las variables señaladas se tomarán en cuenta los datos, como por ejemplo la organización del mercado, la capacidad de producción en el caso de la oferta, etc.

Se observa que el tratamiento de un mismo fenómeno representado por una serie estadística depende del punto de vista que requiera el análisis, y la elección de las variables explicativas está estrechamente ligada al punto de vista considerado. Por esto es por lo que no pueden establecerse generalizaciones respecto a la elección de las variables explicativas.

III. *Forma analítica de las relaciones de funcionalidad*

La tarea de formular relaciones de funcionalidad es, evidentemente, muy importante. Sin embargo, no se avanza mucho con tales

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

relaciones, desde el punto de vista práctico, si no se conoce su forma matemática o estructura analítica. Poco se adelanta cuando se expresa que la cantidad demandada de un cierto bien es función o depende de su precio, de los demás precios y de la renta o ingreso de los consumidores, puesto que aquella dependencia puede manifestarse de diversa manera. La dependencia de la renta o ingreso puede ser un buen ejemplo. En efecto, no podría considerarse la totalidad de la renta de un consumidor en la relación de demanda de un solo bien, ya que es difícil que aquél la invierta en su totalidad en ese bien. Esta dependencia respecto a la renta ha sido investigada estadísticamente en los estudios sobre los presupuestos familiares, de donde se deduce que la parte de ella que se destine a diversos bienes y servicios varía de acuerdo con el nivel de la misma. El primero en llevar a la práctica estas investigaciones fué el estadístico alemán Engel, que ha dado su nombre a las llamadas curvas de Engel, que representan la relación entre la parte de la renta gastada y la cantidad de bienes adquiridos.

La teoría económica poco dice respecto a la forma analítica de las relaciones que establece. Sin embargo, como primera aproximación puede suponerse que las relaciones de funcionalidad son lineales. La hipótesis de linealidad se funda en el hecho de que cualquier función considerada dentro de límites pequeños de variación puede ser representada por una línea recta. Cualquier curva representativa de una relación funcional puede ser reemplazada, dentro de aquel límite, por la parte de la tangente comprendida en ese límite.

Si los cambios en las variables consideradas son pequeños, se puede considerar como suficiente una función lineal para establecer la interdependencia entre aquellas variables. Así, se puede reemplazar a la variable x por la siguiente expresión lineal:

$$x' = a + by + cz + dn \dots$$

en donde a, b, c, d , etc., son los parámetros. Esto no significa que se supone una proporcionalidad entre x' e y . Lo que se supone es que

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

existe una proporcionalidad entre el incremento de x' y el incremento de y , o sea:

$$\Delta x' = b\Delta y$$

suponiendo que las demás variables permanecen constantes.

Al adoptarse la hipótesis de linealidad las relaciones se representan por una ecuación lineal. En tales ecuaciones aparecen constantes o parámetros que relacionan a las variables explicativas con aquella que se trata de explicar. Estos parámetros están estrechamente relacionados con las elasticidades, propensiones, etc. En el caso de la ecuación de demanda, tendremos elasticidad-precio, directas o cruzadas, elasticidad-ingreso, etc. En la función de consumo tendremos la propensión a consumir, etc. Tales parámetros son designados coeficientes estructurales, porque asignan al fenómeno estudiado una característica particular.

Al estudiarse una sola relación, como por ejemplo, la demanda de uno o más artículos, es posible considerar otras formas analíticas. Así, el problema estudiado por Stone, relativo a la demanda de algunos artículos en el mercado inglés, considera una ecuación exponencial para representar las cantidades demandadas. En este caso, los parámetros estructurales son independientes de las variables que entran en la ecuación y se identifican con las elasticidades. Evidentemente, siempre que se supongan elasticidades constantes para el período en estudio, la ecuación será exponencial.

Si las relaciones individuales forman parte de un sistema de ecuaciones, la elección de forma analítica se restringe a una de tipo lineal, debido a que así se facilita la resolución del sistema. Es por esto por lo que en la mayoría de los estudios econométricos se observa una marcada preferencia por las formas analíticas lineales.

Un método que facilita la linealización de un grupo importante de relaciones consiste en reemplazar los valores de las variables por sus desviaciones relativas con respecto al promedio o a la mediana. Al efectuar este reemplazo el producto de dos variables puede ser

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

sustituído por la suma de sus desvíos relativos; el cociente de éstas puede ser, asimismo, sustituido por la resta de sus desviaciones relativas, como lo demostraremos a continuación:

a) Supongamos que las variables z , x , y , tengan la siguiente relación:

$$z = x \cdot y$$

Sean z_o , x_o , y_o el promedio o la mediana de dichas variables. Las desviaciones relativas que designamos, respectivamente, por δ , α y β son:

$$\delta = \frac{z - z_o}{z_o}, \alpha = \frac{x - x_o}{x_o}, \beta = \frac{y - y_o}{y_o}$$

De éstas deducimos que:

$$z = z_o (1 + \delta), x = x_o (1 + \alpha), y = y_o (1 + \beta)$$

Reemplazando en la primera ecuación estas expresiones, tenemos:

$$z_o (1 + \delta) = x_o y_o (1 + \alpha) (1 + \beta)$$

Si se hace que $z_o = x_o y_o$, la anterior queda así:

$$1 + \delta = (1 + \alpha) (1 + \beta)$$

Efectuando las operaciones en el segundo miembro, y dejando de lado el producto $\alpha \beta$ puesto que α y β son muy pequeños y, por consiguiente, su producto lo será aún más, tenemos,

$$(1) \delta = \alpha + \beta$$

que demuestra nuestra afirmación anterior en el sentido de que el producto de dos variables es aproximadamente igual a la suma de sus desviaciones relativas.

b) En el caso de tratarse de un cociente como el que sigue:

$$u = \frac{x}{y}$$

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

y siendo λ la desviación relativa de u con respecto al promedio o la mediana u_o , tendremos, efectuando los reemplazos, como ya vimos, lo siguiente:

$$u_o (1 + \lambda) = \frac{x_o (1 + \alpha)}{y_o (1 + \beta)}$$

Ahora bien, si hacemos que

$$u_o = \frac{x_o}{y_o}$$

por consiguiente, aquella expresión queda así:

$$1 + \lambda = \frac{1 + \alpha}{1 + \beta}$$

Si en esta relación multiplicamos al numerador y al denominador del segundo miembro por $1 - \beta$, obtenemos:

$$1 + \lambda = \frac{(1 + \alpha) (1 - \beta)}{1 - \beta^2}$$

Efectuando la operación indicada en el numerador dejando de lado al producto $\alpha \beta$ y β^2 , por las razones ya dadas anteriormente, nos queda después de simplificar.

$$(2) \lambda = \alpha - \beta.$$

Esta expresión demuestra que el cociente entre dos variables es aproximadamente igual a la diferencia entre sus desviaciones relativas.

c) En igual forma, si la relación de las variables es exponencial, como la siguiente:

$$y = x^n$$

entonces reemplazando x e y por sus desviaciones relativas, nos queda:

$$y_o (1 + \beta) = x_o^n (1 + \alpha)^n$$

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

y, como, $y_0 = x_0^n$, la expresión anterior se escribe así:

$$1 + \beta = (1 + \alpha)^n$$

Desarrollando el segundo miembro en serie binomial se obtiene:

$$1 + \beta = 1 + n\alpha + \frac{n(n-1)}{2!}\alpha^2 + \dots$$

y, dejando de lado a todos los términos que contienen potencias de α superiores a 1, por ser muy pequeñas, tenemos, después de simplificar:

$$(3) \beta = n\alpha$$

Lo que quiere decir que una potencia puede ser reemplazada, aproximadamente, por el producto entre el exponente de aquella y la desviación relativa de la base: De lo que precede se infiere, por lo tanto, que las expresiones (1), (2) y (3) son formas lineales, aproximadas, del producto, cociente y potencia entre las variables.

En consecuencia, si las series representativas de las variables económicas son reemplazadas por sus desviaciones relativas, se justifica ampliamente la aplicación de la hipótesis de linealidad a las relaciones entre tales variables. Al efectuarse dicho reemplazo las variaciones producidas en las variables originarán sólo muy pequeñas variaciones en las nuevas series de desvíos relativos, con lo cual se cumple el supuesto fundamental de la hipótesis de linealidad, que ya hemos mencionado anteriormente.

IV. Los modelos económicos

Causalidad directa. El estudio de un fenómeno dado requiere que, en primer término, se haga la elección de las variables que se consideran como explicativas de aquél. Para la elección de estas variables es indispensable que se tome como punto de partida el grado de causalidad que ellas tienen con el fenómeno por explicar. El

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

grado de causalidad debe indicar que hay una relación directa entre el fenómeno que se estudia y las variables explicativas. Esta relación debe existir ya sea en el espíritu de los operadores de las unidades económicas, como sería el caso de la reacción del consumidor en presencia de una alteración del ingreso o renta frente a la cantidad consumida, o bien en virtud de una definición, como aquella de que las ventas son iguales al precio unitario multiplicado por el número de unidades del artículo que se adquiere. Cuando existe tal grado de causalidad se dice que se trata de una causalidad directa.

Causalidad indirecta. Sin embargo, no es suficiente establecer la causalidad directa entre la variable objeto de estudio y las explicativas; además, es necesario explicar estas últimas. Esto se debe al hecho de que, si consideramos la interrelación mutua que existe entre los fenómenos económicos, unas variables explicativas pueden ser, a su vez, explicadas por las demás variables explicativas, o bien por la misma variable que deseamos explicar. Esto significa que una causa directa puede ser también indirecta. Así, el consumo de bienes puede ser explicado por la renta y los precios; hay, en consecuencia, causalidad directa entre rentas y consumos. Pero la renta también puede explicarse por los consumos y las inversiones y, en este caso, el consumo actúa como causa directa de la renta. En esta forma tenemos que: 1) la renta o ingreso tiene causalidad directa con los consumos; y 2) los consumos tienen, a su vez, una relación de causalidad directa con la renta y, por lo tanto, indirecta consigo misma. Asimismo, las inversiones presentan una relación de causalidad indirecta con los consumos, por el hecho de ser una variable explicativa de la renta, siendo esta última, a su vez, explicativa de los consumos.

Simultaneidad de las relaciones. Por lo visto, el razonamiento entre consumos y renta es contradictorio. No obstante, tal contradicción desaparece si consideramos que se trata de relaciones de funcionalidad independientes entre sí, pero formando parte de un sis-

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

tema total. En efecto, tenemos las siguientes relaciones: *a*) los consumos son función de la renta y *b*) la renta es igual a los consumos más las inversiones. La relación *a*) es una de comportamiento o de reacción, porque expresa la conducta del consumidor frente a las alteraciones de la renta. La relación *b*) es simplemente una definición, pues indica los componentes de la renta. Ambas relaciones, consideradas aisladamente, son autónomas en el sentido de que expresan o bien conductas o comportamientos, o simplemente dan una definición. Sin embargo, ambas relaciones deben considerarse simultáneamente como formando parte de un sistema. Porque si consideramos aisladamente, por ejemplo, la función consumo, tendríamos la cuantía de los consumos para valores dados de renta, pero este conocimiento sería insuficiente debido a que desconoceríamos las causas que alteran a la renta. En consecuencia, tendríamos una explicación incompleta. No debemos olvidar que todas y cada una de las variables económicas son producidas por la sociedad mediante la acción simultánea de numerosas relaciones económicas, que se modifica por el cambio de los datos o variables consideradas como constantes, o bien por causas perturbadoras de azar.

Si esto es así, evidentemente todo análisis de un fenómeno debe llevar implícito el *principio de simultaneidad* de las diversas relaciones establecidas entre el fenómeno por explicar y los fenómenos explicativos. Esto quiere decir que en dicho análisis consideraremos: 1) la relación entre la variable por explicar y las explicativas, basándose en las relaciones de causalidad directa que existan entre ellas; 2) se establecerán las relaciones con respecto a las variables explicativas y de este modo surgirán relaciones de causalidad indirecta, con las variables por explicar; y 3) deberá considerarse, simultáneamente, el conjunto de relaciones a que se refieren los dos puntos anteriores. Este conjunto de relaciones forma una estructura económica o sistema. Sin lugar a duda, dicho sistema estructural será un sistema de ecuaciones en que cada ecuación expresará una relación entre las variables económicas consideradas.

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

Definición y concepto del modelo. El sistema estructural de relaciones económicas constituye un modelo económico. Por consiguiente, un modelo económico no es otra cosa que la representación simbólica de la interacción que existe entre determinados fenómenos económicos. No es indispensable que un modelo cubra la totalidad de un sistema económico. En muchos casos basta la consideración de un aspecto particular de aquel sistema. Pero sí debe interrelacionar a todas las variables que intervienen en el aspecto particular en estudio. La restricción a que puede someterse un modelo depende del área económica elegida para el análisis, de acuerdo, naturalmente, con los propios objetivos que este último persiga.

Clases de relaciones que entran en el modelo. En todo caso, un modelo será siempre un sistema de relaciones, que expresa una mayor o menor simplificación de la realidad económica. En este sistema de relaciones participarán las diversas clases de relaciones de funcionalidad a las que ya nos hemos referido, como son las de conducta, tecnológicas, institucionales y de definición.

Variables endógenas y exógenas. En el sistema de ecuaciones de un modelo intervienen dos tipos de magnitudes: las variables y los datos; y los parámetros que singularizan a cada una de aquellas ecuaciones. Las magnitudes variables se conocen también como variables endógenas. A los datos se les denomina variables exógenas. Al primer grupo pertenecen aquellas variables que son determinadas por fuerzas que actúan dentro del sistema económico en un sentido estricto. Al segundo corresponden aquéllas que representan fuerzas que se encuentran fuera del sistema económico en análisis. Estas últimas influyen sobre las primeras, pero no a la inversa.

Criterios para la clasificación de las variables exógenas. La calificación de las variables como exógenas puede hacerse desde los

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

siguientes puntos de vista: 1) el llamado principio departamental, que considera exógenas a aquellas variables que escapan total o parcialmente a los fines económicos, por ejemplo, el clima, terremotos, población, cambios tecnológicos y sucesos políticos; y 2) el principio causal, que considera exógenas aquellas variables que influyen sobre las endógenas, pero que no son influídas por éstas. Este principio sólo se aplica en forma de aproximación, en el sentido de que serán exógenas las variables que pueden ser influídas por las endógenas, pero siempre que esta influencia sea pequeña en relación con su tamaño. Así, por ejemplo, para explicar el nivel de empleo de un país que participa en una pequeña porción en el comercio mundial, porción que además es pequeña en relación con su producción interna, la demanda y oferta del comercio exterior pueden considerarse, en primera aproximación, como exógenas. Asimismo, la renta o ingreso del consumidor puede estimarse como exógena para los efectos de determinar el precio y la cantidad de los bienes de consumo, cuando dichos bienes atraen sólo una pequeña fracción del total de los gastos de consumo de aquel consumidor.

Sistemas completos. La distinción entre variables endógenas y exógenas tiene importancia fundamental en razón de que el sistema de ecuaciones de un modelo será o no completo si el número de ecuaciones del sistema es igual o no al número de variables endógenas. Por consiguiente, la determinación de un sistema de ecuaciones tiene relación con las variables endógenas. Es con respecto a éstas que debe resolverse el sistema. Esto quiere decir que la solución referente a las variables endógenas importa la explicación de éstas, en función de las variables exógenas y los parámetros de las ecuaciones. Esto es lógico si se piensa que las variables exógenas son consideradas como datos o variables conocidas.

Sistemas incompletos y grados de libertad. En el caso de que el número de ecuaciones sea inferior al número de variables endógenas, tendremos un sistema incompleto, con grados de libertad. El

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

número de grados de libertad depende de la diferencia entre el número de variables y ecuaciones. Así, si las ecuaciones son tres y el número de variables endógenas cinco, tendremos dos grados de libertad. Esto significa que para resolver el sistema, el investigador debe asignar valores conocidos a dos de las variables endógenas, hecho éste que implica el asignar a dichas variables el carácter de exógenas o de datos. Naturalmente que la solución de las restantes variables endógenas dependerá de los valores asignados por el investigador. Por eso es muy importante la experiencia y conocimiento del problema que se estudia por el investigador, al tomar la decisión correspondiente. En todo caso, la experiencia del investigador debe ser ayudada por el principio causal ya señalado, para los efectos de elegir, entre las variables endógenas, cuáles deben ser consideradas como exógenas. De lo que precede se infiere que la clasificación de las variables como exógenas es en muchos casos relativa y depende del objetivo que se persigue y de la experiencia del investigador.

Sistemas de ecuaciones lineales. Establecido el sistema de ecuaciones del modelo, es preciso establecer la forma analítica de ellas. En general, las formas que más se prefieren son las lineales y esto no en razón de que se haya demostrado que las relaciones económicas sean en la mayoría de los casos lineales, sino porque dichas formas son suficientes para expresar con aproximación la realidad. La ventaja esencial que presenta la linealización de las ecuaciones proviene de una propiedad de los sistemas de ecuaciones lineales, esto es, que admite una solución explícita. Sin embargo, un sistema económico descrito por ecuaciones lineales no implica que siempre presente una solución desde el punto de vista económico, aun cuando sí exista desde el punto de vista matemático. En efecto, si la solución da, por ejemplo, precios negativos, evidentemente no hay solución con significado económico. De todos modos, la aplicación de las formas lineales se ha impuesto en virtud de la propiedad ya indicada. Para linealizar las relaciones económicas se recurre, a menu-

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

do, a un proceso de transformación de las variables, que ya hemos indicado.

La estructura lógica del modelo y su forma reducida. El sistema de ecuaciones del modelo, compuesto de tantas ecuaciones, llamadas ecuaciones elementales, como variables endógenas tenga, constituye la estructura lógica del sistema, en que cada ecuación elemental representa una relación económica dada que, como ya se señaló anteriormente, puede ser de comportamiento, de definición, etc. Esta estructura lógica puede ser resuelta, para los efectos del cálculo, con respecto a las variables endógenas y expresada, por lo tanto, en términos de las variables exógenas y de los parámetros. Al proceder de este modo tendremos un nuevo sistema de ecuaciones, que viene a ser lo que se llama la *forma reducida* de la estructura lógica del modelo. Al efectuar esta transformación, los parámetros modifican su forma y en muchos casos dan lugar a que surjan los llamados multiplicadores. Para esclarecer esta idea, tomaremos el siguiente ejemplo: la más simple interpretación de un modelo keynesiano sería la de considerar al consumo como una función lineal de la renta o ingreso y a las inversiones como una variable exógena o dato. La estructura lógica del sistema sería,

$$C = a + bR$$

$$R = C + I$$

en donde C es el consumo, R la renta e I las inversiones.

La forma reducida de la estructura lógica la obtenemos resolviendo el sistema con respecto a C y R , que son las variables endógenas. Estas últimas se expresarán en términos de los parámetros a y b y la variable exógena o dato I . La forma reducida es, en consecuencia,

$$C = \frac{a}{1-b} + \frac{b}{1-b} I$$

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

$$R = \frac{a}{1-b} + \frac{1}{1-b} I$$

Las dos ecuaciones anteriores, que representan la forma reducida del sistema, indican diferentes formas de los coeficientes. Se observa fácilmente la aparición de los multiplicadores de inversión:

$$\frac{1}{1-b}$$

en que b es la propensión a consumir.

Modelos micro y macro económicos. Las diversas variables que intervienen en los modelos pueden referirse ya sea a las unidades económicas individuales o a la totalidad de la economía considerada como un conjunto. Así podemos analizar las cantidades de determinado bien, por ejemplo, trigo, que demanda un consumidor individual, o también las cantidades de trigo demandadas por un país. En el primer caso se dice que el análisis es microeconómico, porque se relaciona con las unidades mismas. En el segundo se dice que es macroeconómico, porque se refiere a la totalidad de las unidades económicas que existen en un país.

El análisis microeconómico es el más conocido. La teoría del consumidor y de la empresa constituyen una buena muestra de tal conocimiento. Este análisis es sin duda alguna muy detallado, pero presenta deficiencias cuando se trata de interpretar la política económica gubernamental porque requiere cálculos muy laboriosos que se contraponen a la rapidez que exige ésta por la necesidad de adoptar decisiones inmediatas. Para superar esta deficiencia surge, como una necesidad, el establecimiento del análisis macroeconómico, con lo cual aparece el problema llamado de la agregación. Entendemos por agregación la operación u operaciones que tienen por objeto determinar las variables que se refieren a un cosmos económico, lo que implica el paso de las unidades a la totalidad.

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

Para los efectos de la política económica es indispensable que se considere sólo un pequeño número de variables representativas del universo económico, a fin de que las decisiones sean adoptadas con mayor rapidez. Un buen ejemplo de esto nos lo proporciona la teoría general de Keynes. Sin embargo, este tipo de análisis presenta la desventaja de no poner de relieve la composición interna de las magnitudes agregadas, representativas del todo económico. Así, en el caso de una alteración del nivel de precio o del índice del costo de la vida, que son magnitudes agregadas, se desconocen los factores que han influido en dicha alteración, precisamente porque aquellos índices no muestran el movimiento particular de cada uno de los elementos que intervienen en su determinación. Por esto, un análisis macroeconómico debe ser complementado por otro microeconómico siempre que se desee estudiar algunas particularidades de los resultados obtenidos en el primero. Por ejemplo, en el caso del costo de la vida, además de determinar el ritmo de crecimiento de su índice, es interesante observar las repercusiones de dicho crecimiento en el presupuesto familiar. Para esto hay que analizar la composición de los bienes de consumo en los cuales se invierte dicho presupuesto y la cuantía destinada a tales bienes, con objeto de determinar la influencia particular ejercida por el crecimiento de dicho índice. En el estudio de la inflación no basta la observación de algunos índices de precios, o de la cantidad de medios de pago, o de los índices de producción: es indispensable, además, el análisis particularizado del movimiento de los índices de precios de aquellos bienes que son más importantes en el consumo de los más amplios factores de la sociedad; sólo así se puede apreciar la intensidad de un proceso inflacionista, y por consiguiente se puede estar en condiciones de adoptar las medidas que contrarresten aquel proceso. En este sentido se orientan las recientes investigaciones, como las de W. Rotschild y que aparecen como una reacción al análisis puramente macroeconómico que adquirió gran difusión desde la publicación de la *Teoría*

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

General de Keynes. No obstante, estas investigaciones se encuentran en su etapa inicial.

De todos modos, debe señalarse que el análisis macroeconómico presenta evidentes ventajas en la política económica en razón de que los modelos empleados para tales fines requieren sólo un reducido número de variables que hacen más fácil y expedita la solución de aquellos modelos. En consecuencia, se facilita la adopción de decisiones, sobre la base de resultados verosímiles obtenidos mediante los referidos modelos. Esto hace que su empleo se haya difundido en forma amplia.

Modelos estáticos y dinámicos. Los modelos pueden o no incluir variables que se refieren a diversos lugares de tiempo. Según esto, se pueden distinguir los modelos estáticos de los dinámicos. Los primeros son aquellos en que las variables se refieren todas ellas a un mismo instante; por lo tanto, las influencias que entre sí puedan ejercerse se refieren a aquel instante. En cambio, los modelos son dinámicos si incluyen variables que se refieren a diversos lugares del tiempo. Así, por ejemplo, una determinada variable que corresponde al instante $t-1$ ejerce influencia sobre otra que corresponde al instante t . Los consumos de un período se encuentran influidos por la renta del período inmediatamente anterior. En estos modelos pueden aparecer los llamados retardos o rezagos (*lags*) que consisten en el intervalo de tiempo que debe transcurrir para que se manifieste la influencia de una variable. Supongamos que la variable z influye sobre la variable x después de transcurrir un retardo T ; luego, para la época t , la relación lineal entre ambas variables sería:

$$x_t = a + b \cdot z_{t-T}.$$

Sobre esta materia el profesor Tinbergen ha encontrado que las inversiones están influidas por las ganancias correspondientes al período anterior de cuatro meses, para el caso de los Estados Unidos, o sea que el retardo es igual a cuatro meses.

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

Objetivos de los modelos. La construcción de los modelos persigue, entre otros, los siguientes objetivos:

a) Explicar la validez de una teoría, en el sentido de poner de manifiesto que no existen contradicciones internas entre los supuestos implícitos en ésta. Así se conocen varios modelos que tienen como objetivo la explicación de la teoría general de Keynes. Entre éstos se pueden mencionar los modelos formulados por Meade, Hicks, Lange, etc.

b) Con fines de política económica, para adoptar decisiones de carácter práctico. Por ejemplo, el análisis del efecto de la inflación sobre la renta nacional, el efecto de los gastos gubernamentales y los impuestos sobre la renta nacional, etc.

Cualquiera que sea el objetivo que sirva de base para la construcción de un modelo, no puede negarse que la importancia de ellos se hace cada vez más evidente. En los últimos años se ha desarrollado una verdadera técnica acerca de la construcción de modelos y algunos de los elaborados, especialmente, por el profesor Frish, se han aplicado en la política económica de diversos países, en particular en Noruega. Hoy en día es difícil prescindir de la construcción de modelos para el estudio de un amplio sector de problemas técnicos o prácticos.

Hasta ahora nos hemos referido a la descripción de los modelos económicos mediante la explicación de las características más sobresalientes que muestran. A continuación vamos a indicar algunos ejemplos a fin de que el lector pueda captar prácticamente la técnica relativa al manejo de los modelos.

Aplicaciones prácticas de los modelos. 1) Un problema que más preocupó a los economistas fué el de determinar en la función de demanda o de oferta, qué elemento debía ser considerado como variable independiente, si el precio o la cantidad demandada u ofrecida, según el caso. Este problema fué resuelto mediante la construcción del más simple modelo del mercado, en el que se conside-

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

ran simultáneamente las ecuaciones de demanda y oferta. Al considerarse simultáneamente ambas ecuaciones se llega a determinar los valores que corresponden al precio y la cantidad, bajo determinadas condiciones, no importando en consecuencia cuál elemento debe ser la variable independiente.

Sean

$$q = f(p, d_1, d_2 \dots)$$

y

$$q' = F(p, o_1, o_2 \dots)$$

las funciones de demanda y oferta, respectivamente. En donde q y q' son las cantidades demandadas y ofrecidas de un cierto bien, p el precio, $d_1, d_2 \dots$, y $o_1, o_2 \dots$, los factores que influyen respectivamente en la demanda y oferta. A las dos ecuaciones anteriores es indispensable agregar una tercera que exprese la condición que ambas deben reunir. Esta condición es el supuesto de equilibrio, en el sentido de que tanto las cantidades demandadas como las ofrecidas deben ser iguales, o sea

$$q = q'$$

De acuerdo con esta condición, el precio que se determine será el precio de equilibrio y lo mismo acontecerá con la cantidad demandada u ofrecida. El conjunto de las tres ecuaciones anteriores forma un modelo, en donde las dos primeras ecuaciones expresan el comportamiento de consumidores y oferentes y son, por lo tanto, relaciones de reacción o de conducta. La última es una relación que expresa una condición y pertenece, por esto, al grupo de relaciones de definición.

En este modelo tenemos un sistema de tres ecuaciones para determinar a tres incógnitas, p , q y q' ; luego el sistema es completo. Sin embargo, éste puede reducirse a dos ecuaciones si se considera que la última ecuación es trivial. En este caso las incógnitas serían q y p , ya que $q' = q$.

Si resolvemos el último sistema de dos ecuaciones con respecto a p y q , tendremos la forma reducida del modelo, que expresa a las

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

incógnitas en función de los datos que hemos designado como factores de demanda u oferta, respectivamente. En consecuencia, tenemos la siguiente forma reducida:

$$\begin{aligned} p &= h(d_1, d_2, \dots, o_1, o_2, \dots) \\ q &= H(d_1, d_2, \dots, o_1, o_2, \dots) \end{aligned}$$

Supongamos ahora que las funciones de demanda y oferta sean lineales y tengan la siguiente forma:

$$\begin{aligned} q &= a_1 p + b_1 \cdot \delta \\ q' &= a_2 p + b_2 \cdot \theta \end{aligned}$$

en donde d y o son los factores de demanda y oferta, p el precio, q y q' las cantidades demandadas y ofrecidas, respectivamente, y a_1 , a_2 , b_1 , b_2 los parámetros de las ecuaciones. Si permanece la condición de equilibrio, o sea, $q = q'$, al resolver el sistema con respecto a p y q tenemos la siguiente forma reducida del sistema:

$$\begin{aligned} p &= \frac{b_2 o - b_1 d}{a_1 - a_2} \\ q &= \frac{a_1 b_2 o - a_2 b_1 d}{a_1 - a_2} \end{aligned}$$

Es fácil observar en este sistema que los parámetros tienen forma diferente que en el anterior.

En el sistema lineal los parámetros a_1 , a_2 , b_1 y b_2 están directamente relacionados con las elasticidades-precio directas y cruzadas, y con las elasticidades-renta, etc.

En el sistema analizado no se ha considerado ningún factor de azar de manera explícita, ni las variables que están referidas a diversos instantes de tiempo. Por consiguiente, se trata de un modelo estático.

2) En el conocido estudio de Tinbergen sobre la verificación

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

estadística de los ciclos económicos de los Estados Unidos de Norteamérica se emplea el siguiente modelo:

Parte el autor del supuesto de que el valor de los bienes de inversión I_t producidos durante el período t se encuentra en correlación lineal con las ganancias obtenidas en el período inmediatamente anterior G_{t-1} . De modo que la relación es:

$$I_t = a.G_{t-1}$$

en donde a es una constante. Los valores de las variables I , G y las siguientes están medidos bajo la forma de desviaciones con respecto a la normal.

Por otra parte, supone que los gastos de los consumidores C_t están formados por la suma de los siguientes elementos: los salarios totales S_t ; la parte de las ganancias obtenidas en el período anterior y que son consumidas en el período t , $E_1 \cdot G_{t-1}$; y la parte de las ganancias suplementarias que se destinan a gastos de consumo. Se presume que estas ganancias suplementarias son iguales a la diferencia entre las ganancias que corresponden a los períodos consecutivos, o sea, $E_2 (G_{t-1} - G_{t-2})$. Luego los gastos de los consumidores pueden escribirse así:

$$C_t = S_t + E_1 \cdot G_{t-1} + E_2 (C_{t-1} - G_{t-2})$$

Por último, la ecuación que define las ganancias es como sigue:

$$G_t = C_t + I_t - S_t$$

Las tres ecuaciones forman un modelo económico. Como puede observarse, las variables están relacionadas con el tiempo y las relaciones de las variables aparecen con efectos retardados. El modelo es, por consiguiente, dinámico. Para los efectos del estudio de los ciclos es preciso determinar las series representativas de cada una de las variables que aparecen en el modelo. Una vez efectuado este proceso es indispensable resolver el sistema con el objeto de llegar a una explicación verosímil de las teorías sobre los ciclos. Para resol-

INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

ver el sistema el profesor Tinbergen propone el método de la llamada ecuación final, que consiste en eliminar sucesivamente de las ecuaciones todas las variables excepto una, a fin de llegar a una sola ecuación, que es la denominada final. El procedimiento es el siguiente: en la última ecuación se reemplaza I_t y $C_t - S_t$ por los valores expresados en las dos primeras ecuaciones; luego tenemos

$$G_t = a \cdot G_{t-1} + E_1 \cdot G_{t-1} + E_2 (G_{t-1} - G_{t-2})$$

o bien,

$$G_t - G_{t-1} [a + E_1 + E_2] + E_2 \cdot G_{t-2} = 0$$

que es la ecuación final.

En la misma forma se puede resolver el sistema con respecto a I_t y C_t .

3) Para determinar los efectos de los gastos gubernamentales y de los impuestos sobre la renta nacional, vamos a utilizar un modelo que reúna las condiciones que enumeramos: *a*) que las variables —gastos gubernamentales G , los impuestos T y las inversiones privadas I — sean exógenas; *b*) que las funciones del modelo sean lineales; *c*) que los consumos C sean función de la renta nacional, después de deducidos los impuestos; y *d*) que la renta nacional sea igual a los consumos más las inversiones y más los gastos gubernamentales.

En consecuencia, el modelo será

$$C = a + b(R - T)$$

$$R = C + I + G$$

en donde a y b son los parámetros o constantes. La constante b es la llamada propensión marginal a consumir. El modelo está formado por un sistema de dos ecuaciones, pero contiene cinco incógnitas, lo que quiere decir que se trata de un sistema con tres grados de libertad. Ahora bien, para que sea determinado es preciso que tres de ellas sean datos, lo que es efectivo de acuerdo con la condición *a*).

EL TRIMESTRE ECONÓMICO

Para analizar los efectos de G y T sobre R , deberá resolverse el sistema precedente con respecto a R , y en función, solamente, de las variables exógenas y de los parámetros, lo que da la siguiente expresión, después de sencillas simplificaciones:

$$R = \frac{a + I + G}{1 - b} - \frac{b}{1 - b} \cdot T$$