EL PROBLEMA DE LA DETERMINACIÓN DE LOS "PRECIOS DE CÁLCULO": UNA SOLUCIÓN PARCIAL

Martin H. Ekker

Introducción

Toda decisión económica se basa, consciente o inconscientemente, en una comparación de sacrificio o costo y beneficio o rendimiento. Cuando el rendimiento excede al costo, el acto es ventajoso; en el caso opuesto no lo es.

El punto clave en esta valuación es el precio: en él se expresa tanto el costo como el rendimiento, el que puede ser explícito o implícito. Este último se presenta, por ejemplo, en el caso del consumo. El precio se fija en el mercado bajo la ley de la oferta y la demanda. Cuando esta ley opera libremente, el precio representa, por definición, el valor intrínseco de la cosa en cuestión: factor de producción, producto o servicio. Pero siempre que se elimine la libre competencia, mediante una reglamentación, sea institucional o gubernamental, ocurren desviaciones. Este caso se presenta con mayor frecuencia con respecto a:

a) el precio del factor trabajo cuando hay desocupación; entonces el exceso de la oferta no se refleja en una baja de los salarios, debido a los contratos colectivos o a la fijación de salarios mínimos por el gobierno;
b) el precio de monedas extranjeras en términos de moneda nacional, cuando hay una reglamentación de las divisas;
c) el precio del capital, o sea la tasa de interés, cuando el gobierno influye mediante una política de "dinero barato", y
d) los alquileres, cuando hay congelación de ellos.

En el primer caso, hay abundancia relativa que resulta en que el valor intrínseco del factor trabajo queda por debajo del precio del mercado. En los otros casos, hay relativa escasez que se traduce en una diferencia positiva entre el valor intrínseco y el precio del mercado.

Para cada sujeto individual —persona privada o empresa— el precio del mercado forma la medida objetiva de los valores y da una valuación adecuada de los sacrificios y beneficios en toda operación, aun en el caso en que se presente la desviación señalada entre este precio y el valor intrínseco.

Para la comunidad, por el contrario, son los valores intrínsecos los que cuentan. Por lo tanto, siempre que se presente semejante desviación, el gobierno, como representante de la comunidad, debe basar sus decisiones, *no* en los precios del mercado, sino en los valores intrínsecos.

El "precio de cálculo"

Con este fin, se ha introducido el concepto del "precio de cálculo", es decir, el precio que representa el valor intrínseco de la mercadería en cuestión cuando éste se desvía del precio del mercado. Se sigue de lo anterior que, por ejemplo, el "precio de cálculo" para el factor trabajo debe ser más bajo que el salario que se paga efectivamente cuando hay desempleo sustancial, y que normalmente el "precio de cálculo" de la moneda extranjera será más alto que el que corresponde a la tasa de cambio oficial cuando hay régimen de divisas.

En el primer caso, habrá una preferencia mayor por la ejecución de proyectos de trabajo intensivo, y en el segundo mayor preferencia por la compra de productos de fabricación nacional en lugar de productos importados.

Todo esto es claro y obvio. La dificultad consiste en que no se conocen los "precios de cálculo", los que deben reflejar, en principio, la relativa escasez de la mercancía en cuestión.

Cuando hay libre competencia, este problema se resuelve a través del propio mercado, pero aquí se trata específicamente de los casos en que la libre competencia no opera sino de manera imperfecta. En la práctica, se suele hacer estimaciones. Así, por ejemplo, en la valuación de las obras públicas, con frecuencia se calcula el insumo del factor trabajo a base de 80 % o 50 % de los salarios efectivos, dependiendo del grado de desocupación; o bien se valúan las importaciones a tipos de cambio iguales a 125 % o 150 % de los tipos oficiales.

La prioridad de las inversiones

Un caso especial se presenta en el importante campo de la determinación de prioridades en la realización de inversiones públicas. Supongamos que se conocen para todos los proyectos posibles los insumos en términos cuantitativos de los factores "especiales" (es decir, los factores para los cuales se presenta la diferencia mencionada entre valor intrínseco y precio del mercado), así como su rendimiento.

Vamos a dejar a un lado el problema espinoso de la valuación del rendimiento en el caso de proyectos no directamente productivos (tales como hospitales, escuelas, parques, centros deportivos), así como los métodos que se han ideado para tratar de resolver este problema

Cuando el conjunto de todos estos proyectos requiere una cantidad mayor de los factores "especiales" de lo que se tiene disponible —lo que es el caso normal— se deben asignar prioridades. Es decir, se debe escoger, entre las posibles combinaciones de proyectos que se pueden realizar dentro de los límites de los factores disponibles, aquella que suponga un máximo de rendimiento total.

Si se conocieran los "precios de cálculo", la solución sería muy fácil, ya que se podrían calcular los costos de cada proyecto a base de estos "precios de cálculo", dividir estos costos de cada proyecto entre el rendimiento del mismo proyecto, ordenar todos los proyectos según los cocientes en orden descendente —lo que presenta el orden de prioridad— e incluirlos en el conjunto "a ejecutar" de acuerdo con este orden, hasta que los factores "especiales" se hayan agotado.

Empero, desgraciadamente se desconocen los "precios de cálculo", pues dependen, a su vez, del conjunto de los proyectos posibles (con sus características en términos de rendimiento y necesidades de factores "especiales"), así como de la disponibilidad de los factores "especiales".

Por otra parte, el problema está enteramente determinado: conocidos los datos enumerados, no puede haber sino un solo conjunto de proyectos con un máximo de rendimiento total y un solo conjunto correspondiente de "precios de cálculo". Pueden ocurrir solamente variaciones pequeñas que no son de importancia para el razonamiento.

Se podría resolver este problema suponiendo varias combinaciones de los "precios de cálculo", determinando con base en éstos las prioridades según el método descrito anteriormente y comprobando a base de cuál combinación se obtiene un conjunto de proyectos con un máximo de rendimiento total. No obstante, este procedimiento requiere un trabajo muy laborioso.

El propósito de este estudio es proponer un método sencillo para resolver este problema cuando se trata solamente de dos factores "especiales", que es lo más normal. Con este método se pueden determinar simultáneamente el conjunto óptimo de proyectos y los "precios de cálculo" correspondientes.

El método propuesto

Supongamos que los factores "especiales" son trabajo y capital. Supongamos, además, que para cada proyecto se conocen los insumos t_i y c_i de estos factores, así como el rendimiento R_i; t_i y c_i representan cantidades, R_i valores. Los valores R_i se expresan como los rendimientos anuales descontados, acumulados y sumados. Además, se restan los valores de los demás factores que se incluyan en cada proyecto (es decir, los factores que se pueden expresar a los precios del mercado), de modo que los R_i representen los valores que se puedan atribuir a los dos factores "especiales" t y c.

Ahora, supongamos que se conocen los "precios de cálculo" p_t y p_c de los factores t y c. Entonces, se puede comprobar que un proyecto i es ventajoso cuando llena la condición:

$$t_i\, p_t + c_i\, p_c \leq R_i \tag{1}$$

o sea cuando:

$$\frac{t_i}{R_i}\, p_t + \frac{c_i}{R_i}\, p_c \leq 1 \tag{1a}$$

Esto se puede expresar gráficamente de tal manera que cuando incluimos en la gráfica cada proyecto con un punto con las coordenadas $\frac{t_i}{R_i}$ y $\frac{c_i}{R_i}$, el conjunto óptimo de proyectos se capta dentro de un triángulo formado por los dos ejes y una línea que corta estos ejes en los puntos $\frac{1}{p_t}$ y $\frac{1}{p_c}$, respectivamente.

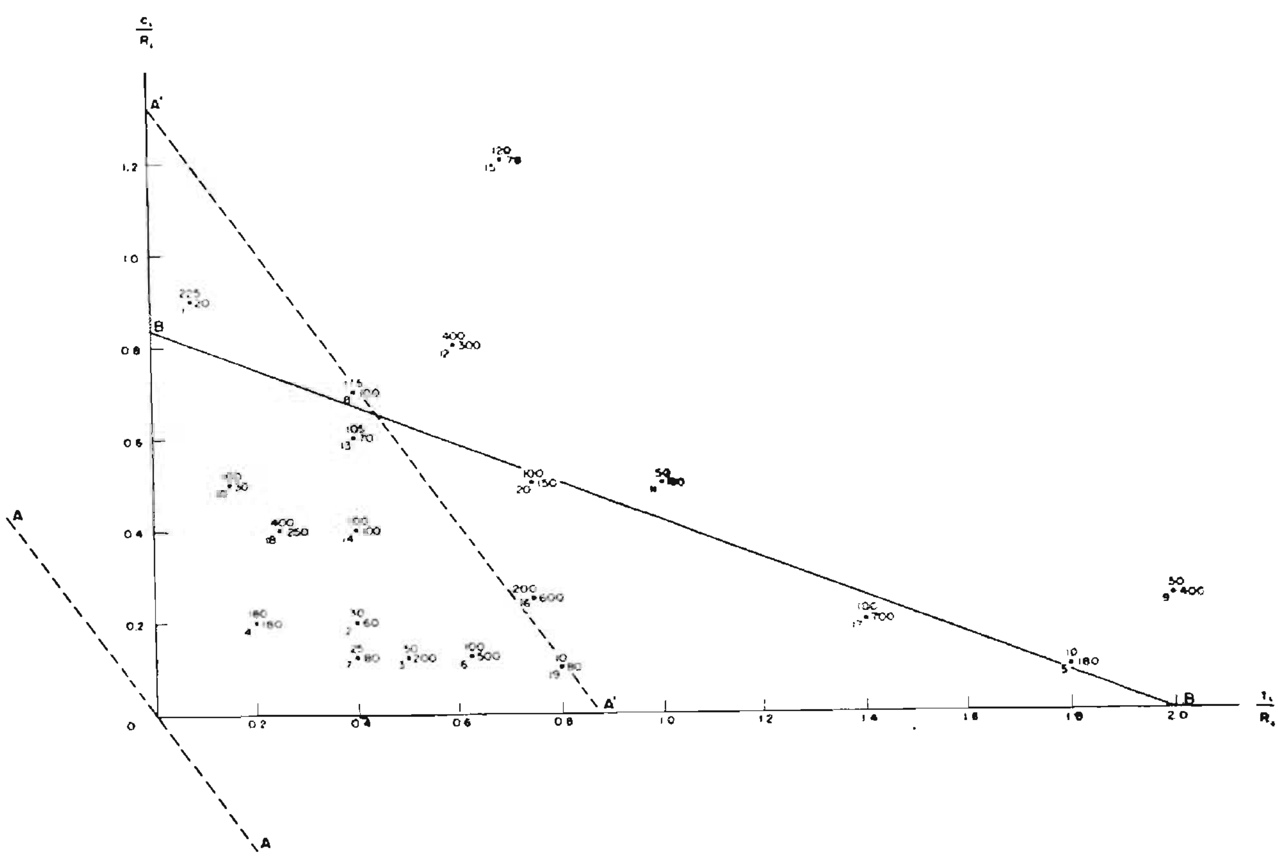
Sin embargo, como se ha observado anteriormente, se desconocen los "precios de cálculo" p_t y p_c. La solución que se propone se basa en el hecho de que con el conjunto óptimo de proyectos se deben agotar enteramente las cantidades disponibles T y C de los factores t y c. Esto quiere decir que la suma de las cantidades t_i de todos los proyectos que se incluyen en el triángulo indicado arriba debe ser igual a T, y la suma de las cantidades c_i de estos mismos proyectos debe ser igual a C. Esto nos proporciona el medio para trazar la hipotenusa de manera inequívoca. Vamos a demostrar el procedimiento a base de un ejemplo numérico.

Cuadro 1

i (1)	t_i (2)	c_i (3)	R_i (4)	$\frac{t_i}{R_i}$ (5)	$\frac{c_i}{R_i}$ (6)
1	20	225	250	0.08	0.90
2	60	30	150	0.40	0.20
3	200	50	400	0.50	0.125
4	180	180	900	0.20	0.20
5	180	10	100	1.80	0.10
6	500	100	800	0.625	0.125
7	80	25	200	0.40	0.125
8	100	175	250	0.40	0.70
9	400	50	200	2.00	0.25
10	30	100	200	0.15	0.50
11	100	50	100	1.00	0.50

i	t_i	c_i	R_i	$\frac{t_i}{R_i}$	$\frac{c_i}{R_i}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
12	300	400	500	0.60	0.80
13	70	105	175	0.40	0.60
14	100	100	250	0.40	0.40
15	70	120	100	0.70	1.20
16	600	200	800	0.75	0.25
17	700	100	500	1.40	0.20
18	250	400	1000	0.25	0.40
19	80	10	100	0.80	0.10
20	150	100	200	0.75	0.50

En el cuadro 1 se han incluído los datos determinantes de un conjunto hipotético de 20 proyectos posibles. Los insumos t_i y c_i de los factores t y c se han indicado en las columnas (2) y (3); los rendimientos R_i en la columna (4). Luego se han determinado, en las columnas (5) y (6), los cocientes $\frac{t_i}{R_i}$ y $\frac{c_i}{R_i}$, o sea los insumos de los factores t y c por unidad de rendimiento. Se supone, además, que se dispone de cantidades $T = 3{,}000$ y $C = 1{,}500$ de los factores t y c.



GRÁF. 1. Determinación del conjunto óptimo de proyectos y de los "precios de cálculo". Ejemplo I.

Con base en los datos del cuadro 1 se elabora la gráfica 1. En esta gráfica cada proyecto se presenta con sus coordenadas $\frac{t_i}{R_i}$ y $\frac{c_i}{R_i}$. Además, en cada punto se han indicado los insumos t_i y c_i con números a la derecha y arriba del punto correspondiente, respectivamente.

Se observará que:

a) mientras más a la derecha y abajo se encuentre el punto que corresponde a un proyecto en la gráfica, más grande es el insumo del factor t en este proyecto en comparación con el consumo del factor c, o sea, que el proyecto tiene mayor densidad de trabajo; y que mientras más a la izquierda y arriba se encuentre el punto, mayor será la densidad capital del proyecto correspondiente;
b) los proyectos con proporción igual entre los insumos de trabajo y capital se representan por puntos situados en una línea que pasa por el origen, y
c) en cada una de estas líneas, un punto más cercano al origen corresponde a un proyecto más ventajoso.

El método que se propone para determinar el conjunto óptimo de proyectos que se pueden realizar con cantidades T y C de los factores t y c consiste en lo siguiente:

Se necesita trazar una línea de manera tal que en el triángulo que se forma se capten exactamente sumas de t_i y c_i que sean iguales a T y C.

Esto se hace en dos etapas. Primero, se traza una línea cualquiera A—A que luego se traslada paralela a sí misma hasta que dentro del triángulo que se forme se incluya, de uno de los dos factores, por ejemplo, c, una suma igual a la cantidad C disponible. Esta condición se cumple en nuestro ejemplo en la posición A'—A' de la línea. Pero sería pura casualidad si al mismo tiempo la suma de los insumos t_i fuera igual a la cantidad T disponible del factor t. En el ejemplo se incluyen los proyectos 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 13, 14, 18 y 19. En verdad, se comprueba que la suma de los c_i de estos proyectos es igual a 1,500, es decir, la cantidad disponible C del factor c, pero que la suma de los t_i queda, con 1,670, abajo de la cantidad disponible $T = 3{,}000$ del factor t.

La segunda etapa consiste en girar la línea A'—A', de tal manera que la suma de los c_i que se incluyen en el triángulo quede constante, es decir, que se debe "ganar" en términos de c_i a un lado lo que se "pierde" en otro. En nuestro caso, el giro debe efectuarse de derecha a izquierda, pues se debe incluir más del factor que se ha anotado a la derecha de los puntos.

Se continúa girando hasta que se incluye en el triángulo una suma de los t_i igual a T. Esto ocurre en la posición B—B de la línea.

Con esto se ha logrado la doble meta siguiente:

a) determinar los proyectos que dentro de los límites de la disponibilidad de los factores "especiales" forman el conjunto óptimo: son los proyectos que corresponden a los puntos dentro del triángulo formado por la línea B—B y los dos ejes y

b) determinar los "precios de cálculo": son los recíprocos de los números que corresponden a los puntos en que la línea B—B corta los ejes.

En nuestro ejemplo los "precios de cálculo" se obtienen en la siguiente forma:

$$p_t = \frac{1}{2.0} = 0.50$$

$$p_c = \frac{1}{0.83} = 1.20$$

Cuadro 2

i	t_i	c_i	R_i	$t_i\ p_t$	$c\ p_c$	(5) + (6)	Conjunto óptimo: (7) < (4) i	t_i	c_i	R_i
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
1	20	225	250	10	270	280				
2	60	30	150	30	36	66	2	60	30	150
3	200	50	400	100	60	160	3	200	50	400
4	180	180	900	90	216	306	4	180	180	900
5	180	10	100	90	12	102				
6	500	100	800	250	120	370	6	500	100	800
7	80	25	200	40	30	70	7	80	25	200
8	100	175	250	50	210	260				
9	400	50	200	200	60	260				
10	30	100	200	15	120	135	10	30	100	200
11	100	50	100	50	60	110				
12	300	400	500	150	480	630				
13	70	105	175	35	126	161	13	70	105	175
14	100	100	250	50	120	170	14	100	100	250
15	70	120	100	35	144	179				
16	600	200	800	300	240	540	16	600	200	800
17	700	100	500	350	120	470	17	700	100	500
18	250	400	1,000	125	480	605	18	250	400	1,000
19	80	10	100	40	12	52	19	80	10	100
20	150	100	200	75	120	195	20	150	100	200
								$T = 3,000$		
									$C = 1,500$	

Suma de los rendimientos (=rendimiento total máximo) 5,675

Dentro de los 20 proyectos que aparecen en el cuadro 2, se ha determinado el conjunto óptimo a base de estos "precios de cálculo", aplicando la fórmula (1). Se comprueba que:

a) el conjunto de proyectos "ventajosos" comprende los incluídos en el triángulo de la gráfica 1;

b) la suma total de los t_i y c_i de estos proyectos es exactamente igual a las cantidades disponibles $T = 3{,}000$ y $C = 1{,}500$ de los factores t y c;

c) el rendimiento total de los proyectos incluídos en el conjunto se calcula como 5,675, lo que debe ser el rendimiento máximo que se puede realizar con las cantidades $T = 3{,}000$ y $C = 1{,}500$ de los factores t y c.

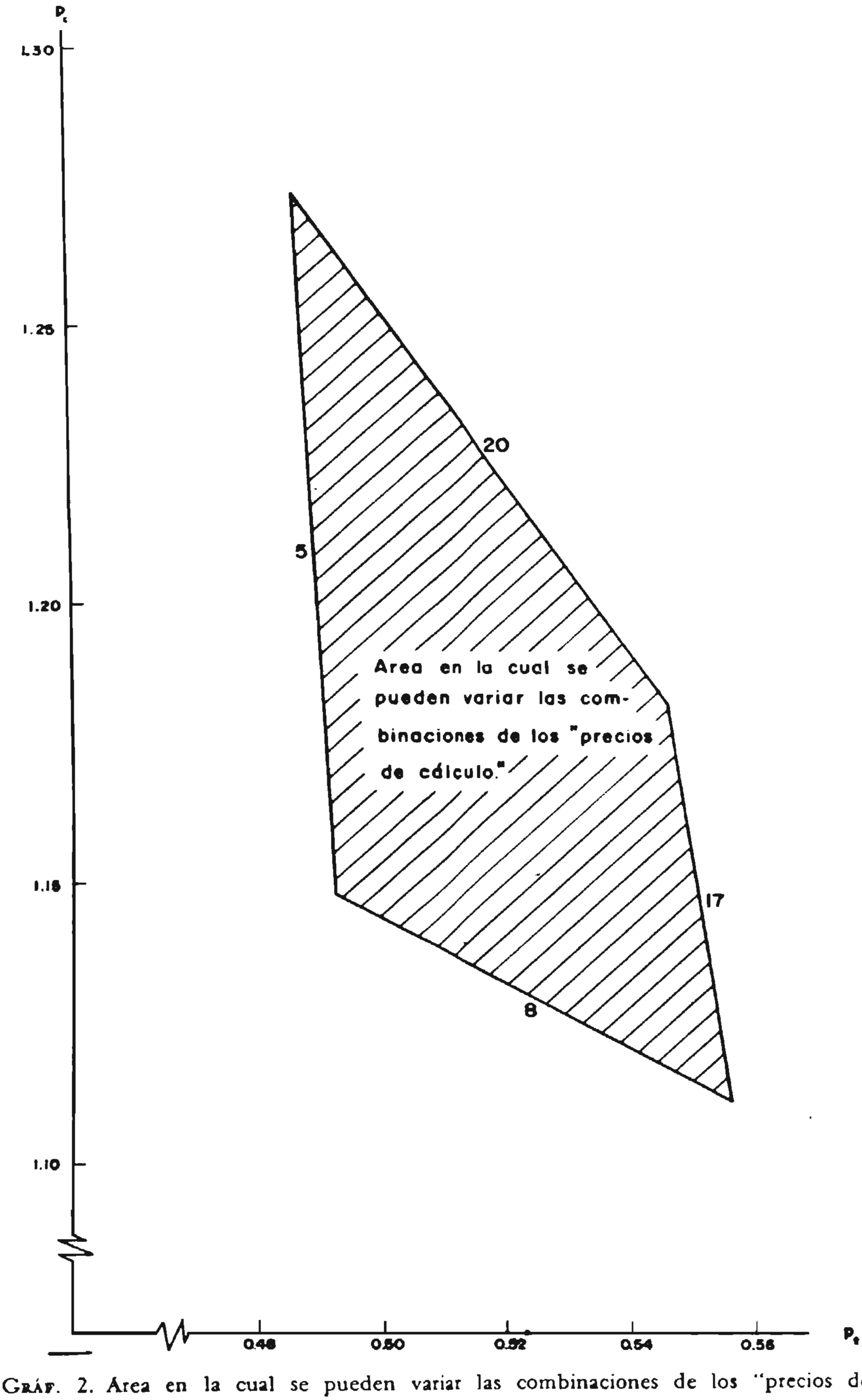
Observaciones finales

Con esto se ha determinado la descripción del método propuesto. Desgraciadamente, como se ha indicado, este método sólo puede aplicarse al caso en que el número de factores "especiales" se limite a dos. Si fuera un procedimiento puramente matemático, sería posible trasponerlo sin mayor dificultad al dominio de tres o más dimensiones, pero se trata de un método "semimatemático", parecido al método bien conocido de la trisección de un ángulo. Para la adaptación al caso de tres factores "especiales", se deberían fijar los puntos que corresponden a los proyectos con sus tres coordenadas en el espacio, y se debería manipular con un plano para "captar" las cantidades requeridas de cada uno de los factores, lo que no parece factible. Por otra parte, como también se ha mencionado, el caso en que se toman en cuenta sólo dos factores "especiales" se presenta con mayor frecuencia.

Conviene añadir algunas observaciones finales.

En la práctica, no será siempre posible, como en el ejemplo antes presentado, agotar exactamente las cantidades disponibles de los factores "especiales". Es decir, que se puede presentar el caso en que no hay posición intermedia de la hipotenusa de nuestro triángulo entre aquella en que el conjunto de proyectos "captados" dentro del triángulo requiere cantidades de los factores "especiales" que quedan abajo de las cantidades disponibles y una posición en que las cantidades requeridas exceden a las cantidades disponibles. Puesto que el número de los proyectos límite se concretará a unos pocos, en este caso no habrá mayores dificultades para escoger los que sean más ventajosos.

En la descripción del ejemplo se ha supuesto que los "precios de cálculo" se pueden determinar con números exactos. En la gráfica se muestra, no obstante, que la hipotenusa del triángulo —que determina los "precios de cálculo"— se puede trasladar y girar dentro de



GRÁF. 2. Area en la cual se pueden variar las combinaciones de los "precios de cálculo" en el ejemplo I.

ciertos límites. De la misma gráfica se pueden desprender estos límites y con base en ellos se pueden calcular las variaciones que son posibles en los "precios de cálculo". En la gráfica 1 se ve que los puntos que determinan los límites de la hipotenusa corresponden con los proyectos números 8, 20, 17 y 5, de manera tal que siempre los puntos que corresponden con los proyectos 5 y 8 deben quedarse fuera del triángulo, y los puntos que corresponden con los proyectos 17 y 20 dentro de él (o bien colocarse en ambos casos como posiciones límite en la hipotenusa. Por lo tanto, en una posición extrema, la hipotenusa puede trazarse a través de los puntos que corresponden con los proyectos 17 y 20 —o, brevemente, los puntos 17 y 20—; partiendo de esta posición, la hipotenusa puede girarse alrededor del punto 17 en sentido de las manecillas del reloj hasta que pase por el punto 8; luego puede girarse en sentido contrario alrededor del punto 8 hasta que pase por el punto 5; de esta posición se gira en el mismo sentido, y alrededor del punto 5, hasta que pase por el punto 20; y, finalmente, otra vez en sentido de las manecillas del reloj, y alrededor del punto 20, hasta la posición inicial. Las cuatro posiciones en que la hipotenusa incluye a dos de los puntos indicados determinan cuatro pares de "precios de cálculo" correspondientes. Se puede comprobar fácilmente que el área en la cual pueden variar los "precios de cálculo" es un cuadrilátero con los puntos que corresponden con estos pares de "precios de cálculo" como vértices. Esta área se presenta en la gráfica 2; en los lados de ello se han indicado los números de los proyectos que corresponden a los puntos alrededor de los cuales gira en la gráfica 1 la hipotenusa del triángulo.

En nuestro ejemplo hemos supuesto que los proyectos son indivisibles, o sea que se debe ejecutar cada uno de ellos en su conjunto o bien descartarlo. El método puede aplicarse con igual facilidad en el caso en que todos los proyectos o algunos de ellos sean subdivisibles (o bien cuando haya varios conjuntos de proyectos iguales, lo que es lo mismo).

Tenemos por ejemplo un caso sencillo en que hay solamente cinco categorías de proyectos distintos y que cada categoría incluye 10 proyectos idénticos. La presentación de los datos y la solución se encuentra en el cuadro 3 y la gráfica 3.[1]

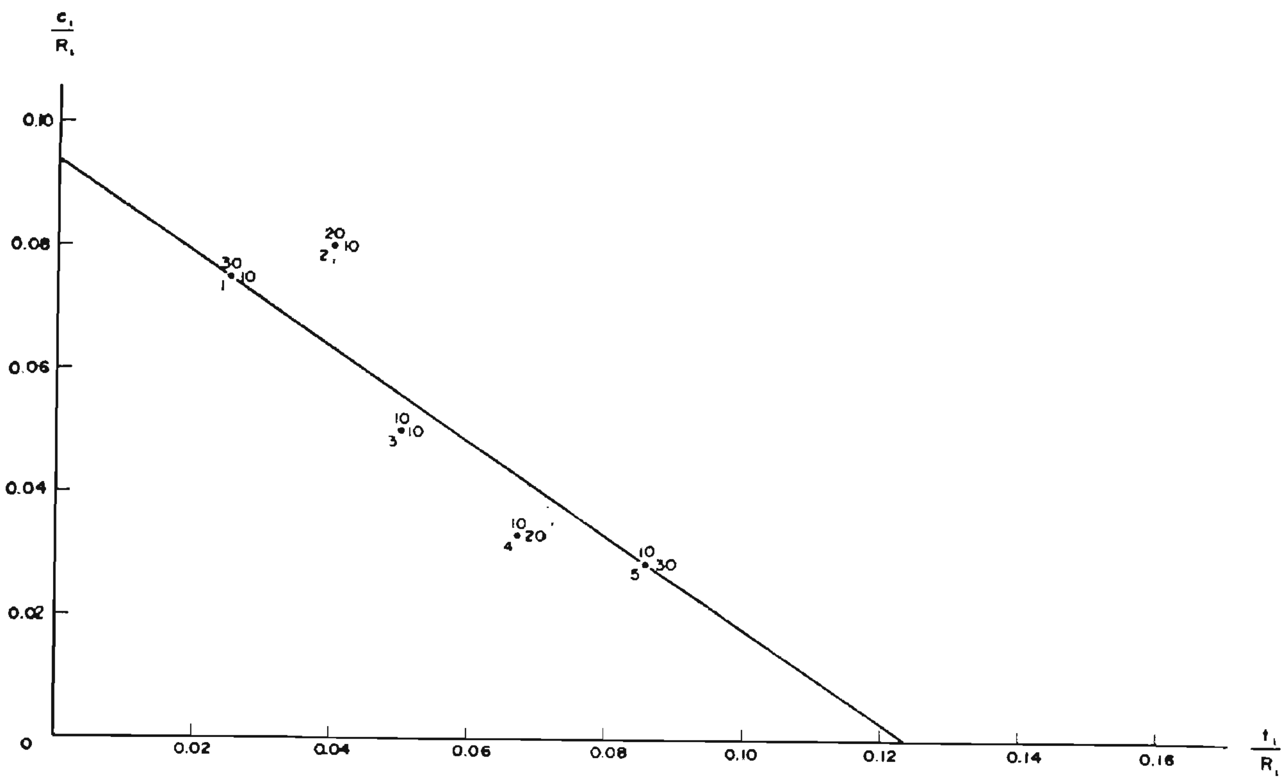
En las columnas (3), (4) y (5) del cuadro 3 se han incluído los datos por proyecto, y en la gráfica se han indicado los insumos *totales* por categoría.

Se observa en este caso que la hipotenusa del triángulo está determinada de manera inequívoca, pues debe trazarse a través de los puntos

[1] Es interesante verificar cuanto tiempo se necesita aun en un caso tan sencillo para determinar el conjunto óptimo de proyectos comparando varias combinaciones, y cuán difícil es verificar si en verdad se ha obtenido la combinación óptima.

Cuadro 3

Categoría	Datos				Coordenadas		Comprobación			Conjunto óptimo: (10) $\leq$ (5)			
	Número de proyectos	t_i	c_i	R_i	$\frac{t_i}{R_i}$	$\frac{c_i}{R_i}$	$t_i p_t$	$c_i p_t$	(8) + (9)	Número de proyectos	(11) $\times t_i$	(11) $\times c_i$	(11) $\times R_i$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
1	10	1	3	40	0.025	0.075	8.125	31.875	40.0	2	2	6	80
2	10	1	2	25	0.040	0.080	8.125	21.250	29.4	—	—	—	—
3	10	1	1	20	0.050	0.050	8.125	10.625	18.75	10	10	10	200
4	10	2	1	30	0.067	0.033	16.250	10.625	26.9	10	20	10	300
5	10	3	1	35	0.086	0.029	24.375	10.625	35.0	6	18	6	210
	$T = 50$; $C = 32$						$p_t = 8.25$; $p_c = 10.625$			$T =$	50		
											$C =$	32	
										Rendimiento total		$=$	790



GRÁF. 3. Determinación del conjunto óptimo de proyectos y de los "precios de cálculo". Ejemplo II.

que corresponden las categorías 1 y 5. Con esto se pueden calcular también los "precios de cálculo" $p_t = 8.125$ y $p_c = 10.625$.

Las categorías 1 y 5 se pueden incluir sólo parcialmente dentro de los límites $T = 50$; $C = 32$. Se calcula de manera sencilla que se pueden incluir en el conjunto óptimo 2 proyectos de la categoría 1 y 6 de la categoría 5. Al final del cuadro 3 se determina el rendimiento total del conjunto óptimo, que en este caso se presenta como 790.

Queda por aclarar un problema. Hemos supuesto que con relación a todos los proyectos dentro de un "universo" dado se puede aplicar un solo conjunto de "precios de cálculo" —aunque a veces con variaciones limitadas—; en otras palabras, que el conjunto óptimo de proyectos se deja captar dentro de un triángulo con hipotenusa recta. Se puede demostrar matemáticamente la veracidad de esta afirmación, es decir, se puede demostrar que no es posible captar un juego de proyectos con mayor rendimiento total dentro de una figura limitada por una línea curva, sinuosa o quebrada.