

# SOBRE LA ESTABILIDAD DE MERCADOS MÚLTIPLES

Julio H. G. Olivera

(Argentina)

En el capítulo v de *Valor y capital* se examina el importante problema de la relación entre la estabilidad del equilibrio parcial y la estabilidad del equilibrio general de mercados interdependientes:

De este modo, la estabilidad general de un sistema de intercambio múltiple entraña dos problemas: 1) en el supuesto de que el mercado de X sea estable, tomado por separado (es decir, una baja en el precio de X, dados todos los demás precios, hará subir la demanda excedente de X), ¿puede llegar a ser inestable debido a reacciones producidas a través de los mercados de otras mercancías?; 2) suponiendo que el mercado de X sea inestable, tomado por sí solo, ¿puede hacerse que llegue a ser estable mediante reacciones a través de otros mercados? <sup>1</sup>

Para mayor brevedad designaremos como estabilidad e inestabilidad *parciales* las correspondientes a la hipótesis de que los demás precios permanecen constantes y como estabilidad e inestabilidad *generales* las correspondientes a la hipótesis de que los demás precios varían. El problema de la estabilidad general de un mercado no es otro que el de la estabilidad del equilibrio general del sistema a que pertenece, pues las reacciones mutuas entre los distintos mercados continuarán hasta que en todos ellos exista equilibrio.

Hicks demuestra que la estabilidad parcial está normalmente asociada en forma positiva con la estabilidad general, y la inestabilidad parcial con la inestabilidad general. Esta correspondencia es muy valiosa a los fines del análisis, pues con frecuencia el economista se ve ante el problema de inferir propiedades relativas a la estabilidad general de un mercado sobre la base de parámetros concernientes a su estabilidad parcial. Uno de los ejemplos más notorios es el de las elasticidades marshallianas del comercio externo en relación con el ajuste del balance de pagos.<sup>2</sup> De no existir aquella correspondencia fundamental señalada por Hicks ocurriría que, sea cual fuere el valor de las elasticidades del intercambio, así fueran

<sup>1</sup> J. R. Hicks, *Valor y capital*, 2ª ed., trad. de J. Márquez, Fondo de Cultura Económica, México-Buenos Aires, 1954, pp. 79-80.

<sup>2</sup> Conforme hizo notar S. Alexander, el análisis de la devaluación mediante las elasticidades del comercio externo cae en un círculo vicioso si se las interpreta, no a la manera marshalliana, sino como elasticidades totales ("Effects of a Devaluation on a Trade Balance", en *International Monetary Fund, Staff Papers*, abril de 1952, p. 264). Alexander, sin embargo, no advirtió que la esencia del análisis de la devaluación mediante las elasticidades del intercambio radica en la correspondencia normal entre lo que hemos denominado "estabilidad parcial" y "estabilidad general" del equilibrio. A causa de no haber reparado en esto, propuso entonces descartar por completo el análisis de elasticidades con referencia al problema de la devaluación, fundándose en que las elasticidades marshallianas no toman en cuenta sino los efectos directos del cambio que se examina.

todas nulas o infinitamente altas, habría la misma probabilidad de que el mercado cambiario resultara finalmente estable como inestable.

En el raciocinio de Hicks, con todo, la exclusión de los efectos de ingreso a que recurre como aproximación entraña un serio inconveniente. Los casos de análisis económico para los cuales se necesita utilizar la correspondencia entre el fenómeno de estabilidad o inestabilidad parcial y el de estabilidad o inestabilidad general no permiten, con frecuencia, omitir los efectos de ingreso ni aún a manera de aproximación. Por otra parte, como demuestra el propio Hicks en el apéndice matemático de su obra, si se eliminan los efectos de ingreso cada mercado resulta necesariamente estable, tanto desde el punto de vista parcial como general,<sup>3</sup> de modo que el caso de inestabilidad se torna imposible.

Por ello nos proponemos examinar de nuevo el problema sin dejar de lado los efectos de ingreso. Consideraremos sucesivamente la relación entre los dos tipos mencionados de estabilidad desde el punto de vista de la estabilidad "estática" o "hicksiana"<sup>4</sup> y desde el de la estabilidad dinámica.

### *El modelo*

El sistema de intercambio múltiple que se estudiará a continuación está compuesto por tres mercados. Es sabido que cualquier sistema de  $n$  mercados puede reducirse a un número menor aplicando el llamado principio de Leontief-Hicks,<sup>5</sup> esto es, considerando grupos de mercancías entre las cuales los precios relativos permanecen constantes. Denotaremos las mercancías consideradas con las letras  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Las mayúsculas respectivas indicarán las demandas excedentes para cada una de ellas. Los precios se representarán con la letra  $p$  y un subíndice correspondiente a la mercancía de que se trate. Supondremos que  $z$  actúa como numerario, de modo que su precio es idénticamente igual a 1.

<sup>3</sup> Esto también es cierto con relación a la estabilidad "dinámica": P. A. Samuelson, *Fundamentos del análisis económico*, Trad. U. de Batic, Buenos Aires, 1957, p. 280.

<sup>4</sup> Sobre la distinción entre estabilidad estática o hicksiana y estabilidad dinámica: L. A. Metzler, "Stability of Multiple Markets: The Hicks Conditions", en *Econometrica*, octubre de 1945, pp. 277-292; P. A. Samuelson, *Fundamentos del análisis económico*, cit., pp. 278-285; J. M. Henderson y R. E. Quandt, *Microeconomic Theory, A Mathematical Approach*, Nueva York, 1958, pp. 146-153.

<sup>5</sup> H. Wold y L. Juréen, *Demand Analysis, A Study in Econometrics*, Estocolmo, 1953, pp. 108-110.

El tratamiento indirecto del caso de  $n$  mercancías haciendo uso del teorema de Leontief-Hicks es preferible al tratamiento directo, debido a la imposibilidad práctica de establecer condiciones a la vez necesarias y suficientes y que no impliquen restricciones económicamente inaceptables (como la simetría de la matriz del sistema) para que todas las  $n$  raíces latentes tengan parte real negativa. Los importantes trabajos realizados durante los últimos años en este terreno versan sobre condiciones suficientes (pero no necesarias) para la estabilidad del equilibrio: K. J. Arrow y L. Hurwicz, "On the Stability of the Competitive Equilibrium, I", en *Econometrica*, octubre de 1958, pp. 522-552; K. J. Arrow, H. D. Block y L. Hurwicz, "On the Stability of the Competitive Equilibrium, II", en *ibid.*, enero de 1959, pp. 82-109; K. J. Arrow y L. Hurwicz, "Some Remarks on the Equilibria of Economic Systems", en *ibid.*, julio de 1960, pp. 640-646. No permiten, en consecuencia, discernir entre los casos de estabilidad y los de inestabilidad. En cambio, agrupando adecuadamente los bienes, generalmente es posible aplicar la reducción de Leontief-Hicks y seguir el camino indicado en el texto.

La demanda excedente de cada mercancía (competencia pura) depende del conjunto de precios que rige en el sistema. En situación de equilibrio las demandas excedentes se anulan. Las ecuaciones de demanda excedentes son, pues,<sup>6</sup>

$$X(p_x, p_y) = 0 \quad (1)$$

$$Y(p_x, p_y) = 0 \quad (2)$$

$$Z(p_x, p_y) = 0 \quad (3)$$

Desde luego, por el conocido principio de Walras, si dos cualesquiera de estos mercados están en equilibrio, el tercero también lo está necesariamente. El análisis de la estabilidad del equilibrio puede conducirse, pues, en términos de dos mercados.

### *Análisis de estabilidad estática*

El nivel de equilibrio parcial del precio en cada mercado depende paramétricamente del que rige en los otros mercados del sistema. Un cambio en la posición de equilibrio existente en uno de ellos traslada los niveles de equilibrio de los demás; esta traslación altera por su parte el equilibrio del primer mercado, y así sucesivamente. El sistema es estable (*sub specie* estabilidad estática) si la sucesión de tales posiciones de equilibrio parcial converge a una posición de equilibrio general del sistema. De lo contrario es inestable.

La cadena de equilibrios parciales puede describirse mediante ecuaciones en diferencias finitas. Este tipo de ecuaciones ha sido aplicado con frecuencia al análisis de fenómenos dinámicos,<sup>7</sup> pero no al de problemas de estabilidad estática. Sin embargo, éstos constituyen esencialmente sistemas de ecuaciones en diferencias finitas. Existe aquí, a nuestro parecer, una interesante posibilidad desde el punto de vista del método.

Denotemos con la variable  $s$  la sucesión de equilibrios parciales. No se trata, desde luego, de una sucesión histórica, sino de una sucesión o "secuencia" lógica. Por ejemplo, sea  $s$  una situación de equilibrio en el mercado de  $x$ . La ecuación de demanda excedente de  $y$  determinará para este mercado una posición de equilibrio  $s + 1$  compatible con  $s$ . A menos que se trate de una situación de equilibrio general, la ecuación de demanda excedente de  $x$  determinará una posición de equilibrio  $s + 2$  para este mercado, distinta de  $s$  y compatible con  $s + 1$ . Si el sistema es estable  $s + 2$  se hallará más cerca que  $s$  de la posición de equilibrio general. Desde luego, la notación  $s, s + 1, s + 2, \dots, s + n$  sólo indica el orden de las

<sup>6</sup> Hablaremos de "ecuación de demanda excedente" en el mismo sentido que D. Patinkin en su obra *Dinero, interés y precios*, es decir, para referirnos a la condición de que la demanda excedente de una mercancía se anule a un conjunto de precios dado.

<sup>7</sup> F. Zamora, *Introducción a la dinámica económica*, Fondo de Cultura Económica, México-Buenos Aires, 1958, pp. 371 ss.

posiciones de equilibrio, y no alude a la magnitud de los valores de equilibrio.

Supongamos, para mayor sencillez, que las dos relaciones entre  $p$  y  $p_y$  determinadas por las ecuaciones de demanda excedentes sean ambas lineales. El sistema de interacciones estáticas entre los equilibrios parciales puede representarse en la forma siguiente:

$$(p_x)_s = m_x (p_y)_{s-1} + b_x \quad (4)$$

donde el subíndice de  $m$  y  $b$  alude a la relación entre los precios conforme a la ecuación de demanda excedente de  $x$ , y el subíndice  $s$  especifica la situación de equilibrio parcial a la que corresponde el precio respectivo. A la ecuación (4) se añade

$$(p_y)_s = m_y (p_x)_{s-1} + b_y \quad (5)$$

donde el subíndice de  $m$  y  $b$  se refiere a la relación entre los precios conforme a la ecuación de demanda excedente de  $y$ , en tanto que  $s$  tiene idéntico significado que en (4).

De lo anterior se infiere inmediatamente que

$$(p_x)_s = m_x m_y (p_x)_{s-2} + m_x b_y + b_x \quad (6)$$

Las soluciones de la ecuación auxiliar respectiva son <sup>8</sup>

$$\pm \sqrt{m_x m_y} \quad (7)$$

que resultan reales o complejas según que  $m_x m_y$  sea positivo o negativo.

Una solución particular de la ecuación completa es

$$\frac{m_x b_y + b_x}{1 - m_x m_y} \quad (8)$$

que describe la posición de equilibrio general.<sup>9</sup>

Para que el sistema resulte estable es necesario y suficiente que <sup>10</sup>

$$1 > m_x m_y > -1 \quad (9)$$

o sea,

$$|m_y| < \frac{1}{|m_x|} \quad (10)$$

La condición de estabilidad depende sólo del valor *absoluto* de los parámetros  $m_x$  y  $m_y$ , de modo que resulta independiente del hecho que

<sup>8</sup> Un examen básico de los métodos de resolución de ecuaciones en diferencias lineales con coeficientes constantes se encuentra en S. Goldberg: *Introduction to Difference Equations*, Nueva York, 1958, capítulo 3º. Asimismo en W. J. Baumol: *Economic Dynamics*, Nueva York, 1960, capítulos 9º y 10º; R. G. D. Allen: *Mathematical Economics*, Londres, 1956, capítulo 6º; Samuelson, *op. cit.*, apéndice B.

<sup>9</sup> Goldberg, *op. cit.*, pp. 169 ss.

<sup>10</sup> Esto resulta por aplicación del teorema que enuncia Goldberg, *op. cit.*, p. 172, teniendo en cuenta que  $a_1 = 0$  en el caso considerado.

cada mercado tenga estabilidad o inestabilidad parcial (lo que por sí afecta únicamente el signo de tales parámetros).

Dentro del marco de la estabilidad estática, en consecuencia, no existe ninguna relación definida entre el fenómeno de tipo parcial y el de tipo general.

### *Análisis de estabilidad dinámica*

Emplearemos aquí un modelo dinámico simple, en el que se supondrá que los precios se ajustan al estado de demanda excedente en sus respectivos mercados, siendo los coeficientes de ajuste positivos y constantes:

$$\frac{dp_x}{dt} = h_1 X(p_x, p_y) \quad (11)$$

$$\frac{dp_y}{dt} = h_2 Y(p_x, p_y) \quad (12)$$

donde  $t$  representa el tiempo. La estabilidad parcial de cada mercado significa también aquí que un aumento del precio reduce la demanda excedente del bien respectivo. Mediante la expansión de las funciones de ajuste en series de Taylor, omitiendo los términos no lineales, se obtiene

$$\frac{dp_x}{dt} = h_1 \frac{\partial X}{\partial p_x} (p_x - p_x^o) + h_1 \frac{\partial X}{\partial p_y} (p_y - p_y^o) \quad (13)$$

$$\frac{dp_y}{dt} = h_2 \frac{\partial Y}{\partial p_x} (p_x - p_x^o) + h_2 \frac{\partial Y}{\partial p_y} (p_y - p_y^o) \quad (14)$$

donde  $p_x^o, p_y^o$  indican los precios de equilibrio general. La ecuación característica de este sistema es

$$\begin{vmatrix} h_1 \frac{\partial X}{\partial p_x} - \lambda & h_1 \frac{\partial X}{\partial p_y} \\ h_2 \frac{\partial Y}{\partial p_x} & h_2 \frac{\partial Y}{\partial p_y} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (15)$$

Por aplicación de un teorema de Routh<sup>11</sup> para que el sistema descripto sea estable será necesario y suficiente que

$$- \left( h_1 \frac{\partial X}{\partial p_x} + h_2 \frac{\partial Y}{\partial p_y} \right) > 0 \quad (16)$$

<sup>11</sup> E. J. Routh, *Dynamics of a System of Rigid Bodies*, Nueva York, 1955, capítulo 6º. El teorema se presenta asimismo en Samuelson, op. cit., p. 447, y en Baumol, op. cit., p. 303.

$$h_1 h_2 \left( \frac{\partial X}{\partial p_x} \frac{\partial Y}{\partial p_y} - \frac{\partial X}{\partial p_y} \frac{\partial Y}{\partial p_x} \right) > 0 \quad (17)$$

condiciones que deben verificarse en forma conjunta.

Si los dos mercados son parcialmente inestables el lado izquierdo de la desigualdad (16) resulta negativo, de modo que la primera condición de estabilidad no se cumple. El sistema, por tanto, es necesariamente inestable.

Los demás casos son compatibles con la primera condición, de manera que para resolverlos es preciso recurrir a la segunda. Puesto que  $h_1 h_2$  es positivo, la segunda condición implica que

$$\frac{\partial X}{\partial p_x} \frac{\partial Y}{\partial p_y} > \frac{\partial X}{\partial p_y} \frac{\partial Y}{\partial p_x} \quad (18)$$

Tanto si los dos bienes son complementos como si son sucedáneos mutuos<sup>12</sup> el segundo miembro de esta desigualdad es positivo. En caso de que uno de los mercados sea parcialmente estable y el otro parcialmente inestable el primer miembro de la desigualdad resultará negativo. Por tanto, el sistema será entonces necesariamente inestable.

Si ambos mercados son parcialmente estables la condición (16) se cumple indefectiblemente, pero la otra condición de estabilidad puede cumplirse o no según los casos. El sistema, por consiguiente, puede ser estable o inestable. Debemos distinguir diversas hipótesis.

Si los bienes son sucedáneos mutuos, la segunda condición de estabilidad requiere que

$$\frac{\frac{\partial Y}{\partial p_x}}{\frac{\partial Y}{\partial p_y}} > \frac{\frac{\partial X}{\partial p_x}}{\frac{\partial X}{\partial p_y}} \quad (19)$$

Por otra parte, en el caso de que sean complementos mutuos, la referida condición se transforma en la siguiente:

$$\frac{\frac{\partial Y}{\partial p_x}}{\frac{\partial Y}{\partial p_y}} < \frac{\frac{\partial X}{\partial p_x}}{\frac{\partial X}{\partial p_y}} \quad (20)$$

<sup>12</sup> Aludimos aquí a complementos y sucedáneos brutos, en el sentido de que un bien es sucedáneo (complemento) de otro si un alza en el precio del primero, manteniéndose constante el precio del segundo, ocasiona un aumento (disminución) de la demanda excedente del segundo. Se incluyen, pues, los términos de ingreso junto con los de sustitución.

Cabe observar que estas desigualdades se dan necesariamente si la demanda neta de cada bien es más sensible al precio del mismo que al del otro bien considerado. Cuando esto ocurre, en efecto, el valor absoluto de la fracción de la izquierda en (19) y (20) es menor que la unidad, mientras que el de la fracción de la derecha es mayor que la unidad. Dada esta circunstancia, y tratándose de mercados parcialmente estables, la desigualdad (19) se cumplirá si los bienes son sucedáneos, y la desigualdad (20) si son complementos uno de otro.

Sin duda, que el precio de una mercancía tenga mayor influencia absoluta sobre su demanda excedente que el de cualquier otro bien es un hecho frecuente en la práctica; representa, en amplia medida, el estado de cosas normal. Por ello, si los mercados son parcialmente estables, normalmente cabe esperar que el sistema sea también estable.<sup>13</sup>

En lo anterior sólo hemos tenido en cuenta la posibilidad de que los dos bienes sean recíprocamente complementarios o recíprocamente sustitutivos. Por obra de los efectos de ingreso, sin embargo, es posible que el alza del precio de una de las mercancías aumente la demanda excedente de la otra en tanto que un alza del precio de ésta reduzca la demanda excedente de la primera mercancía; o sea<sup>14</sup> que uno de los bienes se comporte como sucedáneo del otro y éste como complemento de aquél. En tales circunstancias, si los dos mercados son parcialmente estables, el sistema resulta también estable por virtud de (6) y (18). Si uno de los mercados es parcialmente estable y el otro parcialmente inestable, el sistema puede ser estable o inestable. Pero se trata, desde luego, de un tipo de relación entre mercancías que sólo se presenta raramente.

### *Conclusiones*

Podemos resumir ahora los puntos principales del análisis que precede.

Se redujo a tres mercados compuestos el sistema de  $n$  mercados competitivos, por aplicación del principio de Leontief-Hicks sobre la composición de mercancías cuyos precios relativos pueden suponerse constantes. Si dos de esos mercados están en equilibrio el restante se halla también equilibrado. La reducción hace posible determinar condiciones necesarias y suficientes —a la vez que económicamente significativas— para la estabilidad del sistema.

El análisis de estabilidad estática no permite inferir ninguna correspondencia entre la estabilidad parcial y la general. No así el análisis de estabilidad dinámica. Salvo el caso excepcional mencionado al fin de la

<sup>13</sup> Normalmente, aunque no necesariamente; o, como dicen los juristas, sólo *de eo quod plerumque accidit*.

<sup>14</sup> Recuérdesse que consideramos sucedáneos y complementos "brutos". A diferencia de los términos de sustitución, que son simétricos, los términos de ingreso pueden divergir tanto en valor absoluto como en signo.

sección anterior, los resultados del análisis dinámico pueden sintetizarse en esta forma:

1) Si todos los mercados son inestables parcialmente el sistema es inestable.

2) Si uno de los mercados es parcialmente inestable y el otro parcialmente estable, prevalece la inestabilidad y el sistema es inestable.

3) Si todos los mercados son parcialmente estables el sistema puede ser estable o inestable. Sin embargo, una condición suficiente para que el sistema sea estable cuando los mercados son parcialmente estables es que el precio de cada mercancía tenga mayor influencia sobre su demanda excedente que cualquier otro precio.