Economía Informa núm. 388 septiembre - octubre • 2014

Sobre la economía matemática: algunas reflexiones generales

On Mathematical Economics: Some General Considerations

Sergio Hernández Castañeda*

Resumen

El artículo expone algunas ideas acerca de la revolución metodológica que se produjo a partir del proceso de formulación de las teorías económicas en términos matemáticos, haciendo énfasis en el período que va de finales del siglo XIX hacia el cierre del siglo XX. Aludiéndose de continuo al entorno histórico y social, se muestran las posibilidades que ofrecen los métodos matemáticos para ampliar y profundizar la teoría económica y, a su vez, la manera como este proceso repercute en la propia matemática. Finalmente, se discuten algunos malentendidos que surgen de estas interacciones, tales como el peligro de calificar como avance todo intento de dar a las teorías de los economistas una forma matemática o el reduccionista de equiparar las metodologías de la economía con la metodología matemática.

Palabras clave:

- Metodología Económica
- · Métodos matemáticos
- Análisis económico

Abstract

This paper approaches several points of view about the methodological revolution that emerged from the process of formulating economic theories in mathematical terms, paying more attention to the period from the late nineteenth century to the close of the twentieth century. In a historical and social context, the author shows the positive outcomes when using mathematical methods to deep the economic knowledge, and how this process is also positive to new mathematical areas. Finally some misunderstandings are cleared, such as the risk of thinking as a progress any attempt to obtain a mathematical shape to economic ideas or the belief that the methodologies of economics are reduced to mathematical methodology.

Keywords:

- · Economic Methodology
- · Mathematical Methods
- Economic Analysis

JEL: B41, C, C41, C51

I. Una revolución metodológica de la economía

El proceso de formulación de las teorías económicas en términos matemáticos ha constituido una verdadera e importante *revolución metodológica* en las ciencias económicas. Las páginas impresas en torno a temas económicos, elaboradas durante el siglo xx y que echan mano de métodos matemáticos, pueden llenar grandes bibliotecas. Hagamos, por ahora, a un lado la vasta literatura sobre econometría ya que, aunque esta disciplina exige ampliamente de la teoría de la probabilidad, de la estadística matemática y de otras áreas relacionadas de la matemática, no es el tema que tratamos en este trabajo. Limitémonos al campo de la economía matemática, es decir, a aquella literatura económica en donde las matemáticas se usan como recursos del análisis de la diversa problemática.

^{*} Profesor jubilado de la Facultad de Ciencias, UNAM, y actualmente profesor de la Facultad de Economía, UNAM.

Aun así, es extraordinariamente grande la cantidad de literatura existente. Intentemos examinar así sea una breve panorámica de ella.

La presentación de la teoría del equilibrio económico general por Walras, planteó una problemática amplísima para todo el siglo xx durante el cual vino una nutrida pléyade de economistas con fuerte formación matemática (y de matemáticos con formación en economía) entre los que destacan personalidades como las de Pareto, Hicks, Wald, McKenzie, Von Neumann, Samuelson, Arrow, Debreu y otros. Como resultado del trabajo de los arriba mencionados, se encontró, en primer lugar, que las propiedades topológicas de las correspondencias entre conjuntos convexos proporcionaban la clave para construir modelos matemáticos de las economías de mercado, en los cuales se podía demostrar, con las exigencias de rigor usuales en los diversos campos de la matemática, la existencia de equilibrios económicos generales. En segundo lugar tenemos la teoría de la economía del bienestar que se desarrolla a partir de los trabajos de Pareto. Finalmente, tenemos la extensa discusión en torno a la estabilidad o no de los equilibrios económicos. Todos estos resultados vinieron a constituír el tronco principal de un árbol impresionante por su frondosidad, cada una de cuyas ramas es, por sí misma, un área de la problemática económica y en donde encuentran aplicación numerosos campos de la matemática del siglo XX, tales como la teoría de los conjuntos convexos, la de la optimización matemática, la de los sistemas dinámicos, la topología de conjuntos, la diferencial y muchos otros.

Al mismo tiempo, a partir de la economía política clásica inglesa y de la teoría económica marxista, surgen otros tipos de motivaciones. En la búsqueda de resolver el llamado "problema de la transformación de valores en precios", Ladislao Von Bortkiewicz, quien reunía tanto conocimientos de economía como de matemáticas, propuso una solución. Es a partir de estos trabajos (y de los planificadores soviéticos de los principios de la Revolución), que aparece durante el siglo xx otra lista importante de economistas con formación matemática, muchos de los cuales están asociados a la economía política clásica inglesa o a la escuela marxista. Algunos de éstos son Leontief, Von Neumann, Sraffa, Lange, Okishio, Seaton, Morishima, Roemer y otros. Como era de esperarse, gran parte de los trabajos de los autores anteriores se orienta hacia la planeación económica tanto en lo que fueron los estados socialistas como en los estados capitalistas. En esta dirección de la investigación, los recursos matemáticos principales giran en torno al álgebra lineal y al análisis convexo. En particular, en torno a la teoría de las matrices no negativas y a la programación lineal.

Pero lo anterior es solamente el punto de partida para un cúmulo de trabajos que se multiplican cada vez más. Mencionemos brevemente algunas de las muchas direcciones en las cuales estos trabajos se han desarrollado.

Ante los graves problemas que planteó la crisis económica mundial de 1929 a los gobiernos de los países capitalistas más desarrollados y partiendo de una crítica a los métodos microeconómicos que muestran entonces gran incapacidad tanto de prever la crisis como de proporcionar políticas económicas prácticas a aquellos gobiernos, se desarrolla, en los años 30, la llamada teoría macroeconómica, basada en la búsqueda de reducir el tratamiento de complicadas cantidades de naturaleza vectorial al de "agregados escalares" tales como la renta de una economía, el nivel de empleo, el de precios, etc. Muy pronto, este enfoque de la problemática económica asociado a economistas como Keynes, Kalecki, Hicks, y otros, domina el panorama, en particular en lo que se refiere al diseño de políticas económicas. A pesar de que surge, desde un punto de vista metodológico, como una búsqueda de simplificar y hacer manejable la difícil técnica matemática de la que hay que echar mano en el enfoque llamado microeconómico, la teoría macroeconómica se ve obligada, muy rápidamente, a utilizar herramientas matemáticas tales como la teoría de las ecuaciones diferenciales, la de las ecuaciones en diferencias y, de un modo más amplio, las técnicas para tratar con sistemas dinámicos, tanto deterministas como estocásticos.

A partir de los juegos de salón, practicados desde tiempos muy lejanos y aparentemente alejados de la problemática económica y social, el matemático Emile Borel planteó, a principios del siglo xx, una importante problemática que, en lo central, fue resuelta por John Von Neumann en 1927. Este momento suele ser considerado como el de fundación de la teoría de juegos.

Pronto, sobre todo tras la asociación de Von Neumann con el economista Oskar Morgenstern, se comprendió la importancia de la teoría que estaba surgiendo como un potentísimo instrumento de análisis para toda clase de conflictos sociales y, en particular, para los conflictos económicos. En la medida en que esa teoría se ha ido desarrollando y, sobre todo, a partir de la teoría de los juegos no cooperativos de John Nash, permite penetrar en cada vez más áreas de las ciencias económicas e incluso tiende, por ejemplo, a englobar a campos tan importantes como la teoría del equilibrio económico general.

Por otra parte, si hubiere que contestar qué campos matemáticos intervienen en la teoría de juegos y qué campos no lo hacen, es posible que sea más sencillo lo segundo. Álgebra lineal, análisis matemático, topología, teoría de gráficas y combinatoria, teoría de la probabilidad, teoría de los sistemas

dinámicos, análisis numérico, etc., son algunos de los campos más directamente involucrados en la construcción y fundamentación de esa teoría que, a medida que se edifique, permitirá, seguramente, responder, durante el siglo XXI, a muchas interrogantes planteadas y por plantear a las ciencias sociales.

El conjunto de métodos matemáticos conocido como investigación de operaciones (I. de O.) tuvo, al menos, tres premisas sociales básicas que fueron realizándose durante la primera mitad del siglo xx. La primera fue el proceso general de concentración de los capitales que se expresó en la formación de empresas cada vez más grandes, la segunda fue el surgimiento de numerosas revoluciones socialistas que llegaron a abarcar, durante la segunda mitad del siglo, la tercera parte del mundo y la tercera fue el desarrollo del capitalismo de estado en numerosos países capitalistas. Fue con base en esas premisas que se plantearon grandes proyectos productivos y de otros tipos para los cuales cobró pleno sentido la más cuidadosa planificación matemática.

Lo anterior fue lo fundamental. Lo relativamente incidental fue que, durante la II Guerra Mundial, los estados combatientes se plantearon operaciones militares de tal naturaleza y envergadura que se encontró posible y necesario incorporar a numerosos equipos de matemáticos (y de otros tipos de científicos y técnicos) para su organización. Por ello, el nombre con que fue posteriormente conocido el conjunto de métodos matemáticos que esos equipos desarrollaron lleva las huellas de la terminología militar.

Puesto que la problemática general que intenta abordar la investigación de operaciones es tan multifacética, también tienen que serlo los métodos matemáticos para resolverla. Aparte de abarcar, a su manera, diversos capítulos de la teoría de juegos, la I. de O. incluye temas como la programación lineal y la no lineal, la programación entera, la programación dinámica determinista y la estocástica, el análisis de redes, etc.

Es lo anterior apenas un esbozo del inicio del desarrollo de esa infinidad de antiguos y nuevos problemas económicos abordados mediante recursos matemáticos y de esa multitud de nuevos métodos que, todos juntos, han venido a integrar lo que hoy se conoce por "economía matemática".

En la actualidad es enorme el número de temas económicos cuyo análisis se efectúa con ayuda de los métodos matemáticos. Unos pocos de entre ellos son la economía del bienestar, los espacios de economías y las economías regulares en esos espacios, la teoría del equilibrio en espacios de dimensión infinita, el desarrollo de las más diversas técnicas para la computación de sistemas de precios de equilibrio, la teoría de la elección social, la teoría de la organización económica y de la planeación, la teoría del crecimiento económico tanto

desde la perspectiva micro como de la macroeconómica, la de los ciclos económicos, la de los mercados financieros y la de las políticas monetaria y fiscal.

Igualmente grande es el número de temas de la matemática contemporánea que encuentran aplicación en el análisis económico. El álgebra lineal, los más diversos temas del análisis matemático clásico, la teoría de la medida, la topología de conjuntos y la topología diferencial, la teoría de los conjuntos convexos, la programación matemática, la teoría de los sistemas dinámicos, la teoría del control, el análisis funcional, el cálculo de variaciones, la teoría de la probabilidad y la estadística matemática, la teoría de juegos —tanto los no cooperativos como los cooperativos. Son las anteriores algunas de las áreas de la matemática que son utilizadas con mayor frecuencia.

La economía y los métodos del análisis económico del siglo XXI son radicalmente diferentes de la economía y de los métodos de análisis de principios del siglo XX. Los desacuerdos entre los economistas prosiguen, se mantienen los diversos enfoques de la problemática provenientes de los distintos sectores sociales de la sociedad capitalista, pero, en muchos aspectos, la discusión se ha profundizado y se realiza en el lenguaje matemático, por lo menos tanto como en el lenguaje común hablado y escrito. Es el anterior un hecho fundamental que tienen que asumir los economistas, los matemáticos y todas las personas relacionadas, de alguna manera, con los campos de estudio de esos profesionistas.

II. Premisas de la matematización de la economía

Desde que surgen las economías mercantiles, los seres humanos reflexionan sobre ellas y, en particular, sobre problemas como el origen del valor de cambio de las mercancías y como el de las leyes de la distribución del producto social. Tal actitud se intensificó cuando, a medida que se descomponía el sistema feudal, resurgen las relaciones mercantiles y, con base en ellas, se desarrolla el modo capitalista de producción.

Tras un largo proceso de vivir, experimentar y examinar los fenómenos económicos, mediante el recurso de las lenguas comunes de los pueblos, tanto habladas como escritas, los conceptos fueron madurando y se fueron poniendo de manifiesto las relaciones matemáticas subyacentes en el mundo de los hechos económicos. Se trató, primero, de la acción de la burguesía mercantil y, también, de la usurera, después, de la práctica de las burguesías agraria e industrial y, más tarde, de las luchas de las clases proletarias emergentes. Durante un tiempo relativamente largo, sucesivos representantes de aquellos sectores

de la sociedad fueron llevando a cabo un continuo y cada vez más complejo proceso de análisis y de síntesis del mundo de las relaciones económicas, un proceso de detección y de clasificación de los hechos, de descubrimiento de los vínculos de causa-efecto entre ellos, de inferencias inductivas y deductivas de los unos a partir de los otros, de creación y desarrollo de las primeras teorías económicas. De entre los muchos pensadores que crearon las condiciones antes esbozadas, destacan nombres como Petty, Franklin, Quesnay, Beccaria, Smith, Ricardo, Mill, Marx y muchos otros más. Fue así que, lentamente, pero también inevitablemente, fueron creándose las condiciones necesarias para que se formularan las teorías económicas en términos matemáticos.

Pero lo anterior no fue suficiente.

Fue necesario también que se desarrollara el inmenso arsenal de recursos metodológicos de la matemática y que, junto con ello, se fueran formulando en términos matemáticos muchas de las ciencias naturales. Fue necesario que a partir de la agricultura, del comercio, de la navegación y de todas las diversas actividades humanas, las culturas del Oriente y del Medio Oriente, la griega, la romana y la árabe desarrollaran, de una parte, la aritmética, la geometría, la trigonometría y el álgebra y, de la otra, la astronomía, la geografía, la estática y la hidrostática. Fue necesario el progreso ulterior de las mencionadas ciencias matemáticas ya durante el Renacimiento, el surgimiento y crecimiento de la teoría de la probabilidad clásica y, finalmente, que esas mismas ciencias matemáticas sufrieran una revolución a partir de la geometría analítica y del cálculo diferencial e integral. El proceso de formulación de las teorías económicas en el lenguaje de las matemáticas sólo fue posible gracias a los ejemplos proporcionados por la sistematización de la geometría euclidiana y por la formulación en términos matemáticos de la estática, de la hidrostática, de la dinámica, de la mecánica celeste, de la hidrodinámica y de muchas otras ciencias.

Es sobre las bases anteriores que surgen los trabajos seminales de Cournot y, posteriormente, se desarrollan, de una parte, las obras de autores como Mill, Jevons, Menger, Walras y Pareto y, de la otra, las de autores como Marx, Bortkiewicz, Sraffa, Morishima y otros.

Al principio, cuando surgen los primeros trabajos sobre la problemática económica formulados en términos matemáticos, sus autores echan mano de los recursos matemáticos existentes y éstos, fundamentalmente, han sido elaborados no en función del estudio de los problemas económicos o sociales, sino en función de las ciencias naturales. Más adelante, a medida que avanza la revolución metodológica que hemos considerado, se irán desarrollando,

cada vez más rápidamente, nuevas técnicas matemáticas que, conforme pasa el tiempo, se adaptarán mejor al estudio de las ciencias sociales. En la proporción en que ocurra lo anterior, se profundizará la revolución a la cual nos hemos referido y sus efectos llegarán aún más lejos.

III. Sobre los modelos matemáticos de economía

Las teorías económicas se formulan en la terminología de la matemática mediante el surgimiento de los llamados modelos matemáticos de la economía. Dicho de un modo grueso, un modelo matemático, correspondiente a cierta área de la problemática económica, es un sistema matemático en el cual los distintos objetos y hechos económicos del área bajo estudio se expresan en otros tantos conceptos y relaciones matemáticas. De entre tales conceptos y relaciones se destacan los conceptos primitivos y los postulados, axiomas o principios, para intentar al máximo, a partir de ellos, construir e inferir los otros conceptos y relaciones, mediante las reglas de la lógica. Tales sistemas surgen a través de los procesos, arriba esbozados, de análisis y síntesis sucesivos de los fenómenos económicos. Por ello, en general, resulta complejo determinar cómo estaban originalmente anclados a la realidad los conceptos y las relaciones matemáticas a los cuales finalmente se llega y que conforman nuestro sistema. No obstante, se persigue que tanto los llamados conceptos primitivos como los postulados, axiomas o principios correspondan lo más posible al mundo económico real, con la idea de que en la medida en que esto ocurra, lo que a partir de ellos se construya o se infiriera corresponderá, también, a la realidad económica.

En la mayor parte de la literatura existente, quedan implícitos muchos de los conceptos primitivos y de los postulados o principios y el modelo toma la forma de un sistema de objetos matemáticos, de diversas clases, que corresponden a la realidad económica o social que se trata de captar y relacionados, tales objetos, entre ellos, de tal modo que reproduzcan, lo más posible, las relaciones reales en las cuales están los objetos reales. En estas condiciones los principios implícitos son la base para definir nuevos conceptos matemáticos a partir de los objetos del sistema inicial y de las relaciones entre éstos. En concordancia con lo anterior, los resultados que se obtienen del modelo toman la forma de teoremas que nos hablan de cómo se relacionan los nuevos conceptos con los objetos de los cuales se ha partido.

Aun cuando nos hemos limitado a examinar el proceso a vuelo de pájaro, hemos visto cómo los primeros modelos matemáticos que surgen sólo abarcan parcelas muy pequeñas y situaciones extremadamente simples de la problemática económica. Al mismo tiempo, los conceptos primitivos y los principios básicos aparecen interpenetrados con los otros conceptos y con los otros hechos, suele ser muy imprecisa la correspondencia entre los conceptos y las relaciones matemáticas con la realidad económica y, finalmente, los métodos de inferencia pueden resultar muy poco satisfactorias desde el punto de vista de las reglas de la lógica.

Sin embargo, el proceso inicial de análisis y síntesis no se detiene nunca, la realidad económica impone a los modelos considerar situaciones más complejas y precisar la correspondencia entre los conceptos y las relaciones matemáticas con el mundo económico real, las predicciones que hacen los modelos se contrastan con la realidad, empiezan a proliferar modelos matemáticos correspondientes a nuevas parcelas de la problemática. El resultado es que las "pequeñas parcelas" se unen entre ellas, se entraman, se sintetizan y se van formando modelos (o teorías económicas) cada vez de mayor amplitud, que consideran situaciones más complejas, en donde los conceptos primitivos y los principios básicos se desdoblan cada vez más diáfanamente de los que vienen a ser los conceptos derivados y los teoremas, donde los teoremas se desprenden de los principios de un modo lógico cada vez más satisfactorio y donde, por último, las explicaciones y las predicciones que se hacen a partir del modelo corresponden cada vez mejor con la realidad.

IV. Matematización y comprensión de la economía

Una teoría o un área de la ciencia económica pasa a un nivel más elevado cuando es formulada en términos matemáticos. Formular una problemática económica en términos matemáticos significa que ella es aprehendida de un nuevo modo por la conciencia humana. Puede ser pensada por medio del álgebra, del análisis matemático, de la geometría o también de un modo dinámico o como un proceso estocástico. Más aún, en virtud de la unidad de la matemática, cuando una problemática puede ser pensada, por ejemplo, por medio del análisis matemático, entonces también lo puede ser, en múltiples formas, ya por medio de la geometría, ya como una situación dinámica o de algún otro modo. Quizá, por las necesarias abstracciones que tenemos que hacer al echar una mano de los métodos matemáticos para analizar una situación económica, podemos perder buena parte de la riqueza del asunto; pero, si nuestras abstracciones han sido atinadas, podemos penetrar mucho más profundamente para que se nos revelen numerosos aspectos de la situación bajo análisis.

La formulación en términos matemáticos de una teoría o de un área de la ciencia económica se lleva a cabo como el establecimiento de un modelo matemático de la teoría o del área considerada; esto es: como la organización de un sistema de conceptos y relaciones matemáticas relacionadas lógicamente. Por ello, una de las primeras cosas que ocurren es que se revelan inconsistencias que antes no podíamos percibir. Cuando, por ejemplo, abordamos los problemas acudiendo tan solo al lenguaje común, hablado o escrito, solemos —en nuestros razonamientos— aceptar como hechos reales diversos juicios económicos que dicta la intuición o el llamado "sentido común", sin darnos cuenta de que, si acaso, la validez de algunos de esos juicios ocurre en condiciones distintas de aquellas bajo las cuales son válidos los otros. Al formular matemáticamente tal problemática, pronto se presentan las contradicciones lógicas entre tales juicios, se aclaran las hipótesis bajo los cuales pueden ser válidos y podemos seleccionar sólo algunos y rechazar otros, dependiendo de lo que nos dicte la realidad y de los propósitos de nuestro análisis.

Mediante el lenguaje usual, la intuición o el "sentido común" nos conduce a inferir ciertos juicios a partir de otros que tomamos como válidos. La formulación matemática de la problemática nos obliga a convertir nuestras inferencias intuitivas en demostraciones detalladas y, con ello, por una parte, se fortalecen nuestros juicios o nos vemos obligados a rechazarlos y, por la otra, se revelan las hipótesis bajo las cuales se pueden hacer las inferencias y quedamos en posición de discernir sobre la conveniencia o no de considerar tales hipótesis.

Se precisan y se enriquecen las interrogantes con sentido dentro de cada teoría. Se ubican las posibles respuestas a esas interrogantes en relación al modelo matemático establecido. Se exploran los vínculos lógicos entre tales respuestas y el modelo. Se pone a la disposición de la investigación la ya gigantesca "maquinaria", el mundo de teoremas y resultados en los más diversos campos de la matemática, una especie de par de botas de siete leguas que permite demostrar o refutar las respuestas ya conjeturadas o encontrar nuevas soluciones a las interrogantes, desde multitud de enfoques diferentes. La variación teórica de las condiciones o de los parámetros de los modelos empleados y, más aún, la asignación a los parámetros de valores numéricos tomados de las economías reales, permiten hacer predicciones acerca de las situaciones que podrían darse y valorar los efectos de diversas decisiones en relación con las economías reales consideradas. El examen de los casos particulares, como, por ejemplo, la consideración de ejemplos numéricos o, más aún, la simulación de

situaciones hipotéticas mediante las computadoras, son recursos que permiten conjeturar respuestas a nuestras preguntas allí donde los instrumentos matemáticos bien fundamentados no se han desarrollado todavía suficientemente. En las teorías económicas matemáticamente formuladas se hace posible elegir los parámetros clave para, mediante la estadística y otros recursos, descubrir las interdependencias entre aquellos y hacer predicciones.

Se fortalece la posibilidad de comparar las teorías económicas. Se precisan las condiciones en las cuales pretenden ser válidas y se establecen las predicciones cruciales que, al confrontarlas con la realidad, proporcionan los criterios determinantes para aceptar o rechazar las teorías.

V. Los modelos matemáticos de las ciencias sociales

Aunque se pueden exhibir ejemplos en abundancia para establecer los rasgos anteriormente descritos del desarrollo de la metodología matemática, en el estudio de los fenómenos económicos; si se ven las cosas desde una perspectiva más amplia, se encuentra con facilidad que dichos rasgos se presentan, también, en el desarrollo de la metodología matemática en la física y en las otras ciencias naturales. Sin embargo, en contraposición, ya en Verri y Frisi, aun cuando en forma muy escondida y oscura, nos encontramos con la competencia de los demandantes contra los oferentes de una mercancía y con las competencias internas entre demandantes y oferentes. Es decir, querámoslo o no, nos encontramos con seres humanos dotados de consciencia, persiguiendo, cada quien, sus propios fines y produciendo una resultante que se expresa en cuál es el precio al que, finalmente, se comercializa la mercancía bajo estudio. El análisis puede ser poco profundo todavía, se puede objetar a esos autores lo que se quiera, pero estamos ante una ciencia social, no ante una ciencia natural.

En Cournot, por ejemplo, cuando examinamos cómo concibe él su "Ley de la demanda", nos encontramos, *también en forma implícita*, con los seres humanos persiguiendo la mayor cantidad de mercancía dados los recursos de que disponen. Sin embargo, cuando estudiamos el monopolio y, más aún, la *concurrencia* y el *concurso* de productores, tenemos explícitamente a esos seres humanos, conscientes y persiguiendo la máxima ganancia.

En Walras tenemos un claro sistema de agentes conscientes, los llamados "consumidores" y las llamadas "empresas", de tal modo que cada quien está luchando por obtener ciertos objetivos. Unos compiten contra los otros y el candidato a ser la resultante del entrechocar de todas las voluntades viene a ser el equilibrio económico general, en tanto que los llamados modelos de tanteo

o de no tanteo son esquemas de cómo la muchedumbre de microacciones movidas por micromotivos causa una macrodinámica de la cual se quiere demostrar que conduce al equilibrio económico general mencionado.

En Bortkiewicz, Sraffa, Morishima, el entrechocar de voluntades de los agentes conscientes toma, en gran medida, la forma del proceso, implícitamente considerado, de formación de una tasa común de ganancia para los capitales.

De un modo o de otro, los rasgos anteriormente esbozados están presentes en los diversos modelos matemáticos de la economía. Los problemas pueden estar en qué tan explícita o en qué tan implícitamente están presentes tales rasgos, en cómo son concebidos los seres humanos, las relaciones entre ellos, en si se entiendo o no que los individuos son producto, a su vez, de la sociedad en su conjunto, en cómo pueden verse afectadas las relaciones entre los individuos por los instrumentos de que disponen y en muchas otras cuestiones relacionadas.

Es por todo lo anterior que tenemos que tomarnos muy en serio las ideas de Von Neumann y de Morgenstern en torno a la teoría de juegos como uno de los instrumentos matemáticos más apropiados para el estudio de la economía y de otras ciencias sociales. Un instrumento que, desde luego, para que rinda los mejores frutos, todavía tiene que desarrollarse a niveles mucho más avanzados que aquel en el cual está actualmente y esto, por supuesto, ocurrirá, sobre todo, *en el proceso mismo* en el que los modelos inspirados en esa teoría *en desarrollo* sean usados en el análisis de las problemáticas económicas y de todas las ciencias sociales.

VI. Matematización de la economía y matemáticas

Como ya lo hemos señalado, a medida que avanza el proceso de formalización de las teorías económicas en términos matemáticos, el gran acervo de temas matemáticos acumulado por la sociedad se va convirtiendo en un arsenal del cual se puede echar mano como arma para el análisis económico.

Por otra parte, cuando se pueden ver como problemas matemáticos los que antes sólo podían verse como problemas de la teoría económica, ellos aparecen contextualizados de una forma nueva. Lo que antes era problemática económica se convierte, ahora, en problemática matemática de un nuevo tipo. Se trata, quizá, de una problemática que involucra viejos conceptos de la matemática, pero ahora se plantean sobre ellos cuestiones que antes no se

presentaban. Surgen las respuestas a las nuevas cuestiones y, con ello, surgen nuevos temas dentro de la matemática.

En el modelo, por ejemplo, de la concurrencia de dos productores de Cournot, nos encontramos con dos funciones comunes y corrientes que asocian a cada par de cantidades de agua mineral, lo que gana en dinero el primero y el segundo productor, respectivamente. Sin embargo, el contexto en el cual aparece ese par de funciones hace obligatoria la nueva pregunta de si existe un par de cantidades de agua mineral tal que, cuando el segundo productor elige la segunda cantidad, el primer productor maximiza su ganancia eligiendo la primera de ellas y de tal modo que ocurre lo análogo cuando el primer productor elige la primera cantidad. Esta nueva pregunta conduce al nuevo concepto de equilibrio de Cournot el cual, tras ciertas nuevas abstracciones subsiguientes, conduce potencialmente a los conceptos de juego rectangular bipersonal y de equilibrio de Nash.

No cabe duda de que buena parte de la moderna teoría de juegos se ha visto motivada por la problemática económica, de un modo similar al ejemplo anteriormente esbozado. Otro tanto ha ocurrido con los temas que conforman la llamada "investigación de operaciones", con la programación lineal, la optimización matemática, la teoría de los conjuntos convexos, la de las correspondencias, la de las matrices no negativas, y con muchas otras áreas de la matemática. Por tanto, las áreas anteriores son, en una medida considerable, frutos de la formalización matemática de las teorías económicas que enriquecen el acervo de la matemática. Más aún, una vez desarrollados esos frutos, se convierten, a su vez, en parte del arsenal de recursos para desarrollar el propio análisis económico, recursos que, por añadidura, resultan naturalmente mejor adaptados para ese tipo de análisis ya que fue de él de donde en gran medida, surgieron.

VII. Metodología de la economía y matemáticas

Hemos querido esbozar una idea de la revolución metodológica que ha venido ocurriendo en las ciencias económicas, desde finales del siglo XIX y durante todo el siglo XX, consistente en la incorporación de los métodos matemáticos al análisis económico. Junto con ello hemos querido mostrar al lector las posibilidades que ofrecen esas metodologías para profundizar y desarrollar la economía y para motivar y dar lugar al surgimiento de nuevas áreas de la matemática.

Sin embargo, no quisiéramos que nuestra profunda convicción acerca del valor positivo del uso de esos métodos pudiera dar pie a algunos malentendidos. En primer lugar, no quisiéramos que se creyera que no vemos peligros graves en el uso de los recursos matemáticos y que entendemos como un avance a todo intento de dar a las teorías económicas una forma matemática. En segundo lugar, tampoco quisiéramos que se llegara a tener la idea de que, para nosotros, la metodología de las ciencias económicas se reduce o tiende a reducirse a la metodología matemática.

La economía se enfoca, antes que nada, al estudio de las sociedades y de los grupos humanos y éstos son extraordinariamente complejos como para permitir que se les encasille fácilmente o se les abarque en un modelo matemático. Todo esquema matemático de las sociedades, de los grupos o de los seres humanos, por necesidad, tiene que ser un esquema limitado, pobre, ya que, para llegar a él, habrá que hacer ineludiblemente multitud de abstracciones las cuales dejarán de lado infinidad de ángulos del objeto bajo examen. Precisamente por ello, creemos que no es posible reducir a los métodos matemáticos la metodología de las ciencias económicas y que el estudio de estas ciencias, mediante los recursos de la matemática, encierra una gran cantidad de peligros de cometer graves errores.

A lo anterior hay que agregar el hecho ineludible de que, en cuanto se relaciona con las ciencias sociales, quienes reflexionamos sobre ellas somos seres humanos implicados en el propio objeto bajo examen, seres que, para colmo, adquirimos necesariamente compromisos y hemos sido formados dentro de ciertos grupos sociales, circunstanciales que nos fuerzan a abordar nuestros estudios de un modo sesgado, unilateral.

Dado el rigor lógico con el cual son construidas las diversas teorías matemáticas y en virtud del notable éxito que han tenido los métodos matemáticos para desarrollar y sistematizar multitud de áreas de la física y de las otras ciencias naturales, para, mediante ellas, transformar al mundo, se ha extendido la creencia en que la formalización matemática de las ciencias sociales confiere a éstas, necesariamente, un estatus de ciencias inatacables. Sin embargo, no podemos dejar de señalar que existen y continuarán existiendo numerosas coyunturas mediante las cuales es posible, por el uso inadecuado de los métodos matemáticos, dar la apariencia de que se está construyendo ciencia, pero, en la realidad, elaborar solamente concepciones sesgadas. Desde luego, aparecen coyunturas como las mencionadas en los errores matemáticos y en las violaciones al rigor lógico presentes en numerosas teorías económicas formuladas en términos matemáticos y aparecen también en los abundantes

y, muchas veces necesarios, razonamientos heurísticos que complementan a los modelos matemáticos. Se presentan esas coyunturas en los postulados o principios que tomamos como puntos de partida para construir modelos, se ven favorecidas por las reglas para definir los conceptos que se tratan en los modelos y por muchas otras circunstancias inevitables en las metodologías que estamos considerando.

Como lo hemos dicho ya en varias ocasiones, el uso de la metodología matemática en las ciencias económicas sólo puede darse cuando esas ciencias llegan a cierto nivel de madurez, tras haber sido tratadas, durante un largo período previo, mediante el lenguaje común, con diversos métodos como el dialéctico y el histórico.

Una vez introducidos los métodos matemáticos en la economía, permanecen planteados, sin embargo, numerosos problemas que no pueden ser atacados, por ahora, mediante esos métodos. Al mismo tiempo, en la medida que se extiende el uso de las matemáticas a nuevas áreas de la problemática económica y, en gran parte, precisamente por ello, aparecen nuevas cuestiones, cada vez más ambiciosas y profundas que tampoco pueden ser tratadas mediante los métodos matemáticos. Por tanto, toda esa problemática que se multiplica sin cesar es forzosamente abordada recurriendo, como antes, al lenguaje común y al análisis dialéctico e histórico, pero, con todo, de un modo nuevo ya que, ahora, se dispone de la experiencia de las formalizaciones matemáticas ya logradas de diversas teorías económicas. Consecuentemente, se produce entonces un doble proceso. De una parte, la problemática económica traducida a un mundo de nuevas cuestiones matemáticas tiende a dar lugar a la formación de nuevas teorías matemáticas cada vez mejor adaptadas al análisis económico y social. De la otra, se reinicia el proceso de análisis y síntesis que ya hemos esbozado, pero ahora aplicado a los nuevos temas económicos. Como resultado, a medida que se aclaren los conceptos y las relaciones entre los nuevos temas, vuelven a aparecer, en otro nivel, los métodos matemáticos que, como previamente lo hicieron, nos proporcionan las más poderosas armas para la mejor comprensión y desarrollo de las teorías económicas.

Bibliografía

Textos basicos

- Aleksandrov, A.D. (1964), "A general view of mathematics", en Aleksandrov, A.D., Kolmogorov, A.N., Laurentiev, M.A, *Mathematics. Its content, methods, and meaning*, Cambridge, Massachusetts, The MIT Press.
- Hernández C., S. y Zapata L., P., (2011), "Sobre la metodología Matemática en la Economía", presentación del libro *Teoría económica y planificación* por José Ibarra Corrales, México, Instituto de Investigaciones Económicas de la UNAM.
- Von Neuman, John y Oskar Morgenstern (1944), *Theory of games and economic behavior*, John Wiley and Sons, New York.

Textos de consulta

- Dresher M., Kuhn, H.W. y Wolfe P., eds. (1957), Contributions to theory of games, vol. III, Princeton University Press, Princeton.
- Ekelund, R.B. Jr y Hébert, R.F. (1992), Historia de la teoría económica y de su método, McGraw-Hill, Madrid.
- Hildenbrand, Werner y Hugo Sonnenschein, eds. (1991), Handbook of mathematical economics, vol. 1, North-Holland, Amsterdam.
- Kuhn, H.W. y A.W. Tucker, eds. (1950), Contributions to theory of games, vol. I, Princeton University Press, Princeton.
- Kuhn, H.W. y A.W. Tucker, eds. (1953), Contributions to theory of games, vol. II, Princeton University Press, Princeton.
- Tucker, A.W. y R.D. Luce, eds. (1959), Contributions to theory of games, vol. IV, Princeton University Press, Princeton.