UNA TEORÍA DEL DESARROLLO ECONÓMICO *

Gustav Ranis y *John C. H. Fei*

Este artículo pretende hacer una contribución a la teoría del crecimiento mediante un riguroso análisis del proceso de transición a través del cual una economía subdesarrollada espera pasar de la fase de estancamiento a la de crecimiento autosostenido. Puesto que la totalidad de las economías que llevan la etiqueta del "subdesarrollo" rechazan la fácil generalización, nos ocuparemos aquí principalmente del excedente de fuerza de trabajo, de la escasa variedad de recursos de la mayor parte de la población agrícola en condiciones de desocupación disfrazada y tasas elevadas de crecimiento de la población. Confiamos realizar nuestra tarea inspirándonos liberalmente en el acervo de ideas aceptadas y, en seguida, procedemos a entrelazarlas en un modelo general explicativo del crecimiento económico.

Nuestro análisis comienza en el punto de partida de una economía casi estancada o de iniciación del llamado proceso de despegue.[1] Rostow lo define como un periodo de dos o tres décadas, durante las cuales la economía se transforma de manera tal que el crecimiento económico se lleva a cabo, subsecuentemente, en forma más o menos automática; se caracteriza por una disminución de la proporción de la población rural, por la duplicación de las tasas de ahorro y por el florecimiento inicial y continuo de la industria, estimulado por la disponibilidad de mano de obra excedente [11, pp. 25-32]. Esta noción intuitiva, bien conocida, se ha escogido como nuestro punto de partida. Para nuestro instrumental analítico básico, sin embargo, utilizamos ampliamente el trabajo de Arthur Lewis.

En sus célebres artículos, Lewis [3] [4] presenta un modelo de dos sectores e investiga la expansión del sector capitalista o industrial, tal como es alimentado por la oferta de fuerza de trabajo barata que proviene del sector de subsistencia o agrícola.[2] El desarrollo consiste de una redistribución de los trabajadores agrícolas excedentes, cuya contribución a la producción pudo haber sido cero o insignificante, para la industria, donde se convierten en miembros productivos de la fuerza de trabajo con un salario

* Los autores son, respectivamente, profesor asistente de la Universidad de Yale y profesor asociado en el Antioch College. Este artículo se comenzó cuando ambos se hallaban asociados al Instituto de Economía del Desarrollo, Karachi, Pakistán. Se agradecen cumplidamente los comentarios de Bela Balassa y John M. Montias de la Universidad de Yale. Véase *The American Economic Review*, vol LI, núm. 4, septiembre de 1961, pp. 533-565. Versión al castellano de Héctor Rodríguez Licea.

1 No se trata de subestimar la importancia del periodo de acondicionamiento previo (véase [1] y [9] cuando se movilizan fuerzas institucionales potencialmente expansionistas y capacitan al sistema para responder en forma positiva a estímulos que se presentan al azar.

2 Deseamos subrayar la ausencia de cualquier relación unívoca entre el sector de subsistencia y la agricultura o entre el sector capitalista y la industria en la mayoría de las economías menos desarrolladas. La existencia de importantes islas de producción comercializada en el sector primario y de apreciables enclaves de subsistencia en las industrias de servicios y en pequeña escala, no impide, sin embargo, que Lewis utilice esta terminología abreviada.

igual (o atado) al salario institucional de la agricultura. Este proceso continúa hasta que la curva de la oferta de mano de obra industrial comienza a declinar.

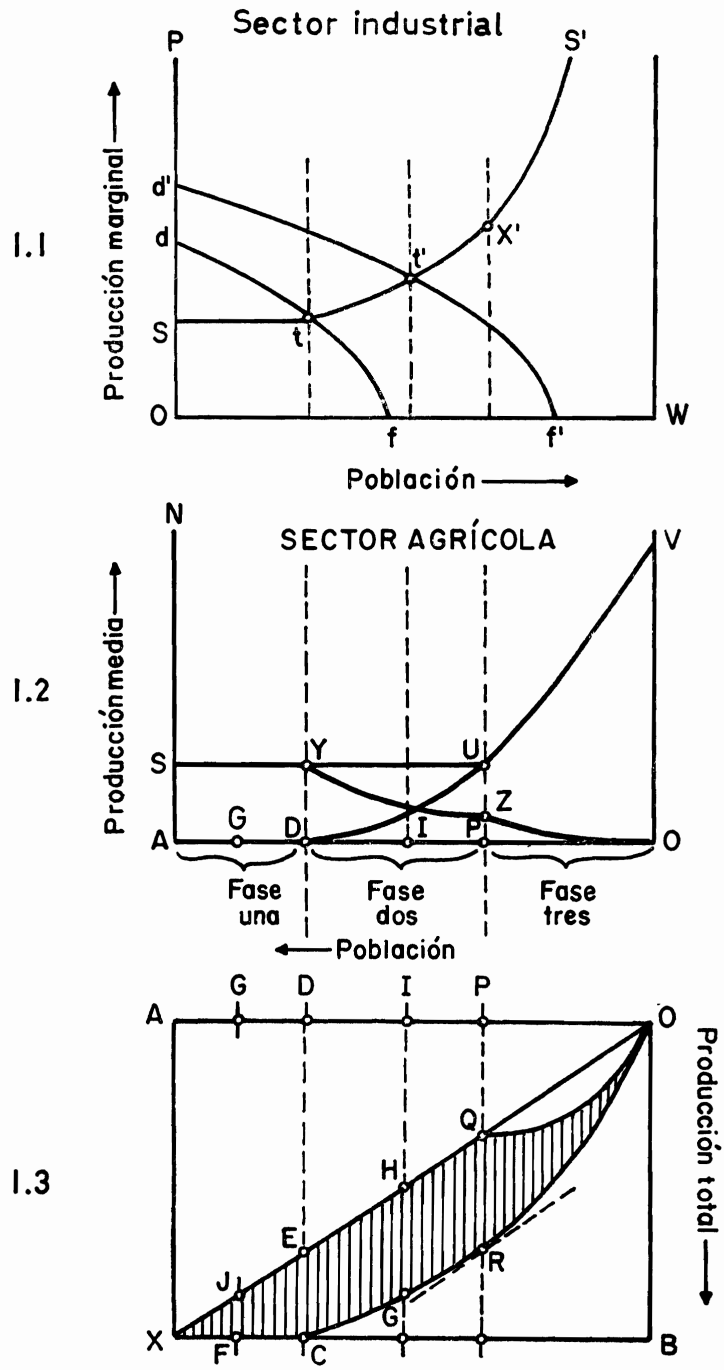
Sin embargo, Lewis no ha presentado un análisis satisfactorio del sector agrícola o de subsistencia. Parece claro que este sector también debe crecer para que el mecanismo que describe no se vea conducido a detención prematura. El desenvolvimiento de la noción de un necesario equilibrio en el crecimiento nos lleva entonces a una definición lógica del fin del periodo de despegue.

Finalmente, la economía debe resolver el problema malthusiano con objeto de asegurar el buen éxito del proceso de desarrollo en forma equilibrada. Consideraciones de esta naturaleza han dado lugar a la llamada teoría del "esfuerzo crítico mínimo" [2], que se ocupa de la magnitud del esfuerzo necesario para salir más que temporalmente del estancamiento. Mostraremos en el curso de nuestro análisis que el concepto del esfuerzo crítico mínimo no presupone ninguna magnitud absoluta de esfuerzo, sino que contiene una dimensión automática de tiempo que permite la variación del esfuerzo con la duración del proceso de despegue.

Así pues, la contribución de este artículo es construir una teoría del crecimiento económico de la cual las ideas anteriores, rigurosamente formuladas, constituyen sus partes componentes. En la Sección I presentamos los supuestos básicos estructurales de nuestro modelo, con énfasis en el análisis del papel del sector agrícola. La Sección II generaliza el análisis "estático" anterior admitiendo la posibilidad de un cambio de productividad en el sector agrícola. En la Sección III introducimos cambios en la productividad industrial y en la noción del "criterio de crecimiento equilibrado", por medio del cual se define formalmente la terminación del proceso de despegue. La Sección IV continúa con una precisa formulación matemática de nuestra teoría, la que nos permite hacer ciertas predicciones condicionales cuantitativas como una primera prueba de su pertinencia empírica. Finalmente, en la Sección V, integramos el crecimiento de la población así como otros fenómenos complejos en nuestro modelo, e investigamos la noción del esfuerzo crítico mínimo en relación con la duración del proceso de despegue.

I. Los supuestos básicos

Nuestro modelo formal explicativo se presenta con la ayuda de la gráfica 1. La gráfica 1.1 representa el sector industrial y las 1.2 y 1.3 el sector agrícola. La primera es la conocida gráfica de Lewis que mide la fuerza de trabajo industrial en el eje horizontal *OW* y su productividad marginal física (*PMF*) en el eje vertical *OP*. La curva de la demanda de trabajo (*v.gr.* la curva *dtf* de la *PMF*), junto con la curva de la oferta de trabajo


Sector industrial
P
S'
Producción marginal
1.1
d'
d
X'
t'
S
t
O
f
f'
W
Población
N
SECTOR AGRÍCOLA
V
Producción media
1.2
Y
U
S
Z
G
D
I
P
A
O
Fase una
Fase dos
Fase tres
Población
G
D
I
P
A
O
Producción total
1.3
Q
H
E
R
J
G
X
F
C
B

Gráfica 1

(*Stt'S'*), determina el empleo de la fuerza de trabajo industrial (*St*). Puesto que la curva de la productividad marginal física depende del volumen del acervo de capital, en cooperación con la fuerza de trabajo, un incremento en el acervo de capital conduce a un desplazamiento de la curva *PMF* hacia la derecha, *v. gr.*, de *dtf* a *d't'f'*. La curva de la oferta de trabajo "ilimitado" de Lewis se define por la porción horizontal de la curva de la oferta, en el ejemplo *St*. Cuando la curva de la oferta vuelve hacia arriba, termina su carácter ilimitado. Nuestro primer problema es investigar las condiciones de este punto de inflexión. Esto nos lleva a concentrar la atención en el sector agrícola.

En la gráfica 1.3 la fuerza de trabajo agrícola se representa en el eje horizontal *OA* (leyendo de derecha a izquierda) y la producción agrícola aparece en el eje vertical *OB* (de la *O* hacia abajo). La curva *ORCX* describe la productividad física total del trabajo (*PFT*) en el sector agrícola. Se supone que esta curva tiene una porción cóncava *ORC* que muestra una productividad marginal del trabajo agrícola que disminuye gradualmente y una porción horizontal *XC* donde desaparece el producto marginal. La porción de cualquier fuerza de trabajo en exceso de *OD* puede considerarse redundante en el sentido de que su retiro de la agricultura no afecta la producción de la misma.

En el punto inicial, supondremos que toda la fuerza de trabajo *OA* está ocupada en la agricultura y produce un volumen agrícola total de *AX*. Supongamos que la producción agrícola *AX* se consume en su totalidad por la fuerza de trabajo agrícola *OA*. Entonces el salario real es igual a *AX*/*OA* o la pendiente de *OX*. La persistencia de este nivel de salarios está apoyada por fuerzas institucionales independientes del mercado, puesto que bajo supuestos de competencia el salario real descendería a cero, en igualdad con *PMF*. Lo llamaremos salario institucional.

El punto *R* de la curva de producción total es el punto en el que la *PMF* es igual al salario institucional, *v.gr.*, la línea punteada tangencial en *R* es paralela a *OX*. Entonces podemos definir *AP* como la fuerza de trabajo agrícola en condiciones de desocupación disfrazada, puesto que más allá de *P*, *PMF* es menor que el salario institucional.[3]

Obsérvese que las gráficas 1.1, 1.2 y 1.3 se hallan "alineadas". Cualquier punto sobre el eje horizontal de las gráficas 1.1 a 1.3 representa una forma particular en que la población total o la fuerza de trabajo *OA* se distribuye entre los dos sectores; por ejemplo, en el punto *P* (gráficas 1.2 y 1.3) la fuerza de trabajo agrícola es *OP* y la fuerza de trabajo (ya asignada) industrial es *AP*. Si en el punto de partida, la población total *OA* se ocupa en el sector agrícola, el proceso de distribución durante el despegue puede repre-

[3] La redundancia es un fenómeno tecnológico, *v.gr.* determinada por la función producción. Por otra parte, el desempleo disfrazado depende de la función producción, del salario institucional y el monto de la población agrícola. En otras palabras, es un concepto económico.

sentarse por una serie de puntos, *A,G,D,I,P*, etc., sobre *OA*, que se mueven gradualmente hacia *O*.[4]

Los importantes conceptos de desocupación disfrazada, fuerza de trabajo excedente y salario institucional pueden representarse con mayor claridad con ayuda de la gráfica 1.2 en donde la producción agrícola por trabajador se mide en el eje vertical *AN*. Los puntos *ADUV* representan la curva de la productividad marginal física (*PMF*) del trabajo. La distancia vertical *AS* es igual al salario institucional (representado también como *PU*, igual a la *PMF* del trabajo agrícola en *U*, alineado con *P* y *R* en la gráfica 1.3). Pueden ahora distinguirse tres fases en el proceso de redistribución: *1)* Fase 1 es la escala en que *PMF* = O, por ejemplo, el sector en que la curva de la productividad total en la gráfica 1.3 es horizontal. Esta fase señala la fuerza de trabajo excedente, *AD*. *2)* La fase 2 es la escala en la cual una *PMF* positiva es menor que el salario institucional. Las fases 1 y 2 juntas indican la existencia de desocupación disfrazada de la fuerza de trabajo, *AP*. *3)* La fase 3 es la escala en donde la *PMF* es mayor que la tasa institucional de salario que se supone prevalece en el punto de partida.

Suponemos que el salario institucional *AS* prevalece durante las fases 1 y 2 y que una tasa de salarios igual a la *PMF* se encuentra en la fase 3. Sólo cuando la desocupación disfrazada ha sido absorbida, *v.gr.*, en la fase 3, la contribución marginal del trabajo a la producción se hace tan grande o más que el salario real institucional. Como resultado, el terrateniente puede entonces pujar con ventaja por la mano de obra; puede decirse que el sector agrícola se ha comercializado al abandonarse el salario institucional y las fuerzas competitivas del mercado generan las condiciones de equilibrio comúnmente aceptadas. Bajo esos supuestos, el salario agrícola real en términos de bienes agrícolas se define por la curva *SUV* en la gráfica 1.2, consistente de una porción horizontal *SU* y una porción ascendente, *UV*. Ésta puede ser conocida como la curva de oferta precio del trabajo agrícola. Indica, para cada nivel de salario real, el volumen de fuerza de trabajo que puede liberarse del sector agrícola.

La transición a la fase 3 constituye un punto culminante de importancia en el proceso de desarrollo. Al completarse la transferencia de los trabajadores en condiciones de ocupación disfrazada, ocurrirá un cambio, forzado por las circunstancias, en la conducta del patrón, *v.gr.* la aparición de un sector agrícola plenamente comercializado. Esta culminación puede definirse como el fin del proceso de despegue. No conocemos otra forma de restablecer un criterio no arbitrario para una economía que alcanza el umbral del llamado crecimiento autosostenido.[5]

4 El supuesto actual de una población estática se eliminará después.

5 Ya sea que el crecimiento pueda realmente ser o no "autosostenido", según la frase de Rostow, básicamente no es un problema dócil a los instrumentos del análisis económico tradicional. El papel de las tasas de ahorro y de los niveles de ingreso *per capita* en la generación de su movimiento permanece indefinido. Todo lo que afirmamos aquí es que, después del punto de inflexión, el salario real

Volviendo ahora a la gráfica 1.3 vemos que, al liberarse a los trabajadores agrícolas, comienza a aparecer un excedente de bienes agrícolas. Esa porción de la producción agrícola total que excede a las necesidades de consumo de la fuerza de trabajo agrícola con un salario institucional, se define como el excedente agrícola total (*EAT*). La cantidad de *EAT* puede considerarse como una función del volumen de mano de obra redistribuida en cada etapa. Por ejemplo, si se retira a los trabajadores agrícolas en la medida de *AG* en la fase 1 y se les redistribuye, se requiere *JG* para alimentar a los agricultores restantes y se obtiene un *EAT* de dimensión *JF*. El *EAT* a cada punto de distribución en las fases 1 y 2 se representa por la distancia vertical entre la línea recta *OX* y la curva de la productividad física total *ORCX*. (Para la fase 3, debido a la elevación de la tasa de salarios, el *EAT* es en cierta medida menor que esta distancia vertical, e iguala la distancia vertical entre la curva *OQ* y la curva de la productividad total.)

El *EAT* puede considerarse como recursos agrícolas librados al mercado a través de la redistribución de los trabajadores agrícolas. Dichos recursos pueden traspasarse mediante las inversiones de la clase terrateniente y/o la política impositiva gubernamental y puede utilizarse en apoyo de las nuevas aportaciones industriales.[6] El excedente agrícola promedio, o *EAP*, puede definirse ahora como el excedente agrícola total disponible por cada uno de los trabajadores industriales asignados.

La curva del *EAP* se representa con la curva *SYZO* en la gráfica 1.2. En la fase 1, al aumentar el *EAT* en forma lineal con la distribución de la fuerza de trabajo excedente de *A* a *D*, podemos representar a cada trabajador asignado como si llevase consigo su propia cesta de subsistencias. La curva del *EAP* de la fase 1 coincide así con la curva *SY* de salarios institucionales. Sin embargo, en la fase 2, puesto que era positiva la *PMF* de los trabajadores agrícolas ahora repartidos, no habrá una producción agrícola suficiente para alimentar a todos los recién llegados a la industria, al nivel institucional de salarios. Así pues, en tanto que todavía aumenta el *EAT*, el *EAP* comienza a declinar.[7] Además, puede verse fácilmente

en la agricultura está determinado por las fuerzas competitivas impersonales del mercado, una transformación cualitativa que constituye una condición necesaria (si no suficiente) para que el crecimiento se haga automático y rutinario. Es este el punto que Lewis parece tener en mente [4, p. 26] cuando habla de "dos diferentes etapas de desarrollo económico con dos conjuntos diferentes de resultados" y cuando describe la segunda etapa como una situación en que "todos los factores de la producción son escasos [y los] . . .salarios dejan de ser constantes al proseguir la acumulación".

[6] No obtante que el modelo podría comprenderlos fácilmente, omitimos los costos de transferencia de recursos así como la posibilidad de que pueda ser imposible inducir a los que se quedaron en la agricultura para liberar todo el excedente.

[7] Puede tomarse la siguiente analogía con el análisis de la empresa individual para mostrar con claridad la relación entre los conceptos marginal, total y promedio. Podemos considerar la curva del producto agrícola total (*ORCX*) y la curva del consumo agrícola total (*OX*) en la gráfica 1.3 como análogas a la curva del ingreso total y a la curva del costo total, respectivamente. La diferencia entre esas curvas es la curva del beneficio total que es equivalente a nuestra curva del *EAT*. La curva del beneficio total alcanza un máximo cuando el costo marginal iguala al ingreso marginal. Esto ocurre en el punto *U* de la gráfica 1.2 —debido a que *SU* es la curva del costo marginal y *ADUV* es la curva

durante la fase 3 el *EAP* declina aún más rápidamente (y *EAT* también desciende) al hacerse operante el salario agrícola ahora comercializado.

Podemos ahora considerar la derivación del punto de inflexión de Lewis en el sector agrícola. Lewis mismo [4, pp. 19-26] explica el punto de inflexión de un modo más bien libre, el cual ocurre cuando uno de los siguientes sucesos pone fin a la curva horizontal de la oferta de mano de obra: *a)* el deterioro en la relación de intercambio en el sector industrial, y *b)* la terminación del excedente de fuerza de trabajo en el sector agrícola. Pero en nuestro modelo cualquier explicación semejante debe tomar en cuenta la determinación básica de la curva de la oferta de la fuerza total de trabajo por las condiciones postuladas para el sector no industrial.

El "deterioro en la relación de intercambio" del sector industrial ocurre como resultado de una escasez relativa de bienes agrícolas que buscan intercambiarse por bienes industriales en el mercado. En nuestro modelo, se recordará, este excedente se mide por el excedente agrícola total (*EAT*) y sobre una base por trabajador industrial, por excedente agrícola promedio (*EAP*). Entonces aparece una tendencia a la elevación de la curva de la oferta industrial al entrar a la fase 2 porque en esos momentos comienza a sentirse una escasez de bienes agrícolas medidos en *EAP* —que provoca un deterioro en la relación de intercambio del sector industrial y una elevación en el salario industrial real medido en términos de bienes industriales—. Así, vemos que la desaparición del excedente de fuerza de trabajo en el sector agrícola es una causa del punto de inflexión de Lewis.

El "agotamiento del excedente de fuerza de trabajo" debe interpretarse en primer lugar como un fenómeno de mercado más bien que como una escasez física de mano de obra; se indica por un incremento del salario real en el origen de la oferta. Si suponemos que el salario real del trabajador industrial es igual al salario real agrícola,[8] entonces hay una tendencia a la elevación de la curva de la oferta de trabajo (*Stt'S'* en la gráfica 1.1) cuando se llega a la fase 3. Con la desaparición de la desocupación disfrazada de la fuerza de trabajo y la comercialización del sector agrícola, el salario real agrícola comienza a aumentar (véase la gráfica 1.2) Esto conduce a un incremento del nivel del salario real industrial si es que el

del ingreso marginal—. La curva del EAP en la gráfica 1.2 es equivalente a una "curva de utilidad media".

[8] "Gobernado por" puede ser una descripción más realista. Lewis [3, p. 150] señala que la urbanización, los costos de transferencia, etc. pueden requerir un salario real industrial a un margen o "colina" (que considera aproximadamente del 30 %) constante por arriba del salario institucional de la agricultura; en tanto que, por simplicidad de exposición, nuestro modelo mantiene inicialmente una estricta igualdad entre las dos tasas de salario, más tarde este supuesto se elimina (Sección V). En su segundo artículo [4], Lewis también se refiere a ciertos "factores exógenos", incluyendo la formación de sindicatos y probablemente otros cambios en el medio institucional. Dicha "colina" que crece dinámicamente puede también acomodarse en el modelo, pero no se ha considerado en esta primera aproximación.

patrón industrial quiere competir con buen éxito con el terrateniente por la utilización de la oferta de trabajo ahora "limitada".

Juntando los dos factores (*a* y *b*), podemos decir que al redistribuir la fuerza de trabajo de la agricultura al sector industrial, la curva de la oferta industrial sube (*v.gr.*, aparece el punto de inflexión de Lewis), en el primer caso (en *t*), debido a una escasez de bienes agrícolas atribuible a la desaparición de la fuerza de trabajo agrícola excedente; y que esta tendencia ascendente del salario real industrial se acentúa más tarde (en *X'*) por el movimiento hacia arriba del salario real agrícola que se explica por la desaparición completa del desempleo disfrazado de la fuerza de trabajo y la comercialización del sector agrícola.

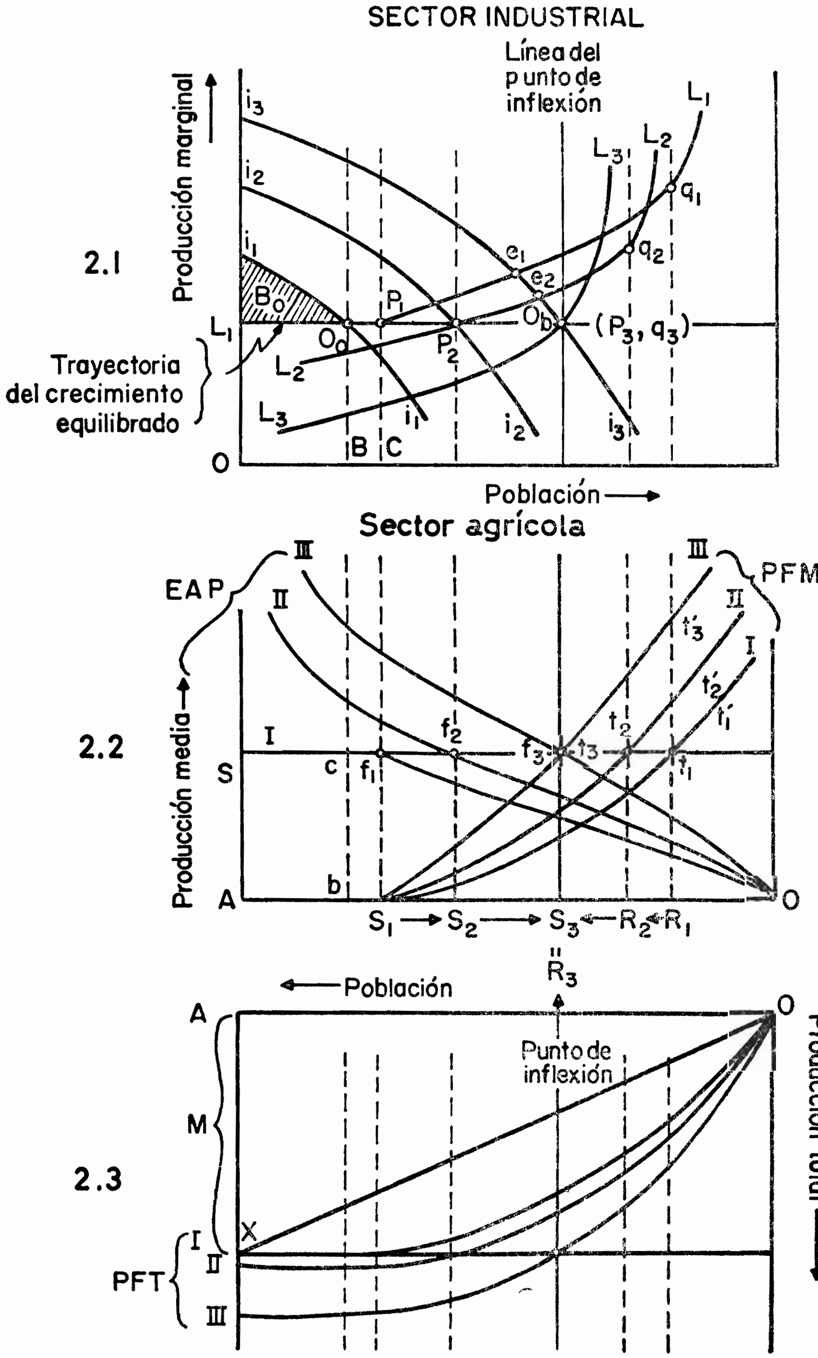
Para facilitar nuestro análisis posterior, vamos a tratar el límite entre las fases 1 y 2 (*v.gr.*, punto Y de la gráfica 1.2) como el "punto de escasez" que significa el comienzo de escasez de productos agrícolas como lo indica el hecho de que *EAP* desciende por abajo del salario mínimo; vamos también a referirnos al límite entre las fases 2 y 3 como el "punto de comercialización" que significa el comienzo de la igualdad entre la productividad marginal y el salario real en la agricultura. El punto de inflexión de Lewis coincide así con el punto de escasez y el movimiento ascendente del salario real industrial se acentúa en el punto de comercialización.[9]

Existen dos factores que pueden contribuir a posponer el punto de inflexión de Lewis: *1)* incrementos de la productividad agrícola, y *2)* crecimiento de la población. Ambos factores operan en forma muy diferente: el primero se considera en general como una bendición, ya que eleva la producción agrícola excedente; el segundo, se considera casi invariablemente como una maldición, puesto que aumenta la oferta de mano de obra excedente. En primer lugar examinaremos la importancia de un incremento de la productividad agrícola. El análisis sobre el crecimiento de la población se hará más tarde.

II. Cambios en la productividad agrícola

El aumento de la productividad del trabajo en el sector agrícola puede describirse por un desplazamiento "hacia arriba" de la curva de la productividad física total (*PFT*) de la gráfica 1.3. Esos incrementos de la productividad se representan en la gráfica 2.3 por una secuencia de las curvas *PFT* marcadas I,II,III..., etc., entre las cuales la curva I es la curva inicial *PFT* (como en la gráfica 1.3) y II,III... representan las curvas *PFT*

[9] Desde un punto de vista estrictamente lógico, la curva de la oferta de trabajo industrial debe derivarse de la totalidad de condiciones que surgen de nuestro análisis del sector agrícola. Las condiciones importantes incluyen: *1)* la curva del salario real agrícola, *2)* la curva del EAP, y *3)* un cuadro de las preferencias de los consumidores especificando las preferencias por bienes agrícolas *vs.* bienes industriales. Las limitaciones de espacio nos impiden llevar a cabo una derivación rigurosa del salario real industrial en cada punto a través del mecanismo de la relación de intercambio.


SECTOR INDUSTRIAL
Línea del punto de inflexión
Producción marginal
2.1
Trayectoria del crecimiento equilibrado
Población
Sector agrícola
EAP
PFM
Producción media
2.2
$S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \leftarrow R_2 \leftarrow R_1$
R_3
Población
Punto de inflexión
Producción total
2.3
PFT

GRÁFICA 2

después de porciones sucesivas de inversión agrícola. (Por el momento no suponemos cambios en la productividad industrial.)

Supongamos que al aumentar la productividad agrícola el salario institucional permanece inalterado; *v.gr.* en la gráfica 2.2, *SA* es igual a la pendiente de *OX* en las gráficas 1.3 y 2.3 que están determinadas por la curva inicial *PFT*.[10] Podemos ahora seguir en la gráfica 2.2 la secuencia de las curvas I,II,III (todas contienen la porción plana AS_1) de la productividad marginal física del trabajo y la secuencia de las curvas I,II,III del excedente agrícola promedio que corresponden a las curvas I,II,III de la productividad física total en la gráfica 2.3. De acuerdo con el método ya indicado, podemos determinar las tres fases para cada nivel de productividad, *v.gr.*, la secuencia de puntos de escasez, $S_1, S_2, S_3 \ldots$ y la secuencia de los puntos de comercialización, R_1, R_2, $R_3, \ldots$ La referencia a esos puntos facilitará nuestro análisis de los efectos de un incremento en la productividad agrícola en la curva del precio de la oferta del trabajo agrícola y en la curva del *EAP*.

Según la gráfica 2.2, por cada cantidad de trabajo empleado en el sector agrícola, un incremento de la productividad agrícola también desplaza hacia arriba la curva de la productividad física marginal.[11] Como consecuencia, la curva del precio de la oferta del trabajo agrícola se transformará de $St_1t'_1$ a $St_2t'_2$ a $St_3t'_3 \ldots$ etc. con un acortamiento de su porción horizontal (*v.gr.*, la fase 3 llega primero) como la secuencia de los puntos de comercialización R_1, R_2, $R_3 \ldots$ se desplaza gradualmente de derecha a izquierda. Por otra parte, la secuencia de los puntos de escasez S_1, S_2, $S_3 \ldots$ etcétera se mueve gradualmente de izquierda a derecha. Esto se debe al hecho de que, por cada cantidad de trabajo asignado al sector industrial, el *EAP* aumenta con el incremento de la productividad física total; la cantidad de alimentos consumida por el trabajo agrícola permanece inalterada, dejando más *EAT* (y en consecuencia *EAP*) a los trabajadores industriales. Así, el efecto de nuestro incremento de la productividad agrícola es un desplazamiento hacia arriba de la curva *EAP* (a las posiciones *II,III*. . .).

Tarde o temprano, el punto de escasez y el punto de comercialización coinciden, la distancia S_1R_1, S_2R_2, $S_3R_3 \ldots$ se desvanece y se elimina la fase 2. En la gráfica 2.2 ese punto de coincidencia se representa por $R_3 = S_3$. Éste será el punto de inflexión. Allí existe un nivel de productividad agrícola que, si se alcanza, producirá este punto de inflexión. (En la gráfica 2.3

10 Por supuesto, es posible permitir el aumento del salario agrícola determinado institucionalmente; pero como la economía se hace más capitalista parece muy dudoso que las fuerzas que no pertenecen al mercado en la agricultura sean reforzadas y en esa forma prevenir el cierre de la laguna del salario artificial de la productividad marginal. Una segunda salvedad, quizás más poderosa, surge del hecho de que el nivel del salario institucional de la agricultura puede ser lo bastante cercano al de subsistencia calórica de manera que su elevación puede constituir una forma muy productiva de inversión. Sin embargo, no consideramos esta posibilidad en el contexto del presente modelo. Con respecto a la posición relativa del nivel del salario industrial, véase nota 8.

11 Esto es un supuesto razonable si el desplazamiento en *PFT* es proporcional.

este nivel de productividad agrícola se representa por la curva III de la *PFT*.)

Investiguemos ahora el efecto de un incremento de la productividad agrícola en la curva L_1L_1 de la oferta industrial representada en la gráfica 2.1. Por una parte, el desplazamiento hacia arriba de la curva *EAP* moverá hacia abajo la curva de la oferta industrial *enfrente* del punto de inflexión. Esto se debe al hecho de que un incremento del *EAP* abatirá la relación de intercambio del sector agrícola y, con el mismo salario institucional (en términos de bienes agrícolas) pagado a los trabajadores industriales, el salario industrial (en términos de bienes industriales) debe declinar. Por la otra, el desplazamiento hacia arriba de la curva *PMF* que es acompañado por un mayor salario real en el sector agrícola *después* del punto de inflexión, eleva la curva de la oferta industrial después de ese punto. Así vemos, por ejemplo, que la curva L_2L_2 cruza la curva L_1L_1 por abajo, indicando que en última instancia el "efecto de la relación de intercambio" (debida a un incremento del *EAP*) ha sido vencido por el "efecto del salario real" (debido a un incremento de la *PFM*). Para los propósitos de este trabajo, sin embargo, no nos preocupa mucho la fase 3 que se encuentra más allá del punto de inflexión.

Examinemos ahora más de cerca las posiciones relativas de las curvas de la oferta industrial antes de llegar a la fase 3. Permítase que la porción horizontal L_1L_1 de la curva inicial L_1L_1 de la oferta industrial se extienda al punto de inflexión P_3, y llámese trayectoria del crecimiento equilibrado a esta línea horizontal segmento L_1P_3 (por razones que se explicarán ampliamente en la sección siguiente). Podremos entonces pretender que todas las curvas de la oferta industrial entre L_1L_1, es decir, la inicial, y L_3L_3 o sea la que corresponde al punto de inflexión, crucen la trayectoria del crecimiento equilibrado en los puntos de escasez respectivos. Esto se debe al hecho de que en el punto de escasez de cada caso (*v.gr.*, punto f_2 en la gráfica 2.2 en el caso de la curva de la oferta industrial L_2L_2 en la gráfica 2.1) la tasa de salarios de subsistencia y el *EAP* toman el mismo valor que el que prevalecía en la fase 1 antes de que se hubiese registrado cualquier incremento de la productividad agrícola. En consecuencia, debe prevalecer el mismo salario real, en términos de bienes industriales, en el punto de escasez que existía previamente. En suma, antes del punto de inflexión, la curva de la oferta de trabajo industrial se encuentra arriba (abajo) de la trayectoria del crecimiento equilibrado cuando la curva *EAP* yace debajo (arriba) de la línea horizontal *Sa*, causando un deterioro (mejoría) de la relación de intercambio del sector industrial.

La importancia económica de la igualdad entre nuestro punto de inflexión y el punto (final) de escasez es que, antes del punto de inflexión, la economía se mueve a lo largo de su trayectoria de crecimiento equilibrado en tanto que explota (o aprovecha de la mejor manera) su fuerza de trabajo agrícola subocupada por medio de los incrementos de la productividad agrícola. La importancia económica de la igualdad entre nuestro punto de inflexión y el punto de comercialización es que, después del punto de inflexión, la curva de la oferta de trabajo industrial se eleva finalmente cuando entramos a un mundo donde el sector agrícola deja de estar dominado por fuerzas institucionales que no pertenecen al mercado y toma las características de un sistema capitalista comercializado.

III. Cambios en la productividad industrial y crecimiento equilibrado

Además de la inversión en el sector agrícola, el otro aspecto de importancia del crecimiento que debe considerarse es el proceso simultáneo de inversión en el sector industrial. Conocemos, por añadidura, que tales actividades en los dos sectores no constituyen actividades independientes. Esto es así porque desde el punto de vista de la producción, los dos sectores deben proporcionar los mercados para los productos de cada uno; y, desde el punto de vista del insumo, el sector industrial debe proporcionar las oportunidades de empleo para absorber a los trabajadores liberados por el sector agrícola. La consideración de esta interdependencia básica durante el proceso de despegue no es otra cosa sino la consideración del problema del "crecimiento equilibrado", un concepto clave en la literatura del desarrollo.[12] El propósito de esta sección es formular rigurosamente el problema del crecimiento equilibrado e investigar su importancia en el contexto de nuestro modelo.

Con referencia a la gráfica 2.1 vemos que durante el proceso de despegue la curva de la demanda de fuerza de trabajo, i_1i_1, i_2i_2... se desplaza gradualmente hacia arriba a la derecha al acumularse el capital real en el sector industrial. En forma simultánea la inversión que ocurre en el sector agrícola mueve la curva de la oferta de fuerza de trabajo L_1L_1, L_2L_2... hacia abajo en la misma dirección. El problema central del crecimiento equilibrado comprende la sincronización a través del tiempo de los cambios de las dos secuencias de curvas. En cualquier momento del proceso de despegue, la cuestión decisiva es decidir cómo debe distribuirse el fondo total de inversión entre los dos sectores, para asegurar que sean "armoniosos" desde el punto de vista del criterio del insumo y de la producción.

El criterio de producción, es decir, la existencia de mercados mutuos, especifica que la asignación de fondos de inversión debe hacerse en tal forma que sostenga continuamente los incentivos de inversión en ambos sectores de la economía. En el contexto de nuestro modelo, esto significa

[12] Véase especialmente R. Nurkse [5] y [6, p. 192]: "Sin la reorganización [agrícola] el excedente de fuerza de trabajo en la agricultura se mantiene en gran parte en estado de potencia. Por otro lado, la reorganización puede ser impracticable sin una política activa que absorbe la mano de obra excedente."

que la relación de intercambio entre los dos sectores no debe deteriorarse de modo importante en contra de ninguno de los sectores. El criterio del insumo, por otro lado, especifica que la distribución del fondo de inversión debe capacitar al sector industrial a demandar, con el salario real industrial constante de acuerdo con el criterio de producción, el número preciso de trabajadores ahora liberados, como un resultado de la actividad de inversión en el sector agrícola. Ahora procederemos a mostrar que existe una trayectoria de crecimiento equilibrado que satisface esas condiciones, como parte integral de nuestro modelo.

La curva de la demanda inicial de mano de obra industrial en el punto de partida se indica por i_1i_1 y la curva de la oferta inicial por L_1L_1 en la gráfica 2.1, con las unidades OB de trabajo ya empleado en el sector industrial. (En tanto que es factible suponer que existe ya algún establecimiento industrial durante el periodo de preacondicionamiento y se hereda en el comienzo del proceso de despegue, también es factible suponer que la fuerza inicial de trabajo industrial OB es muy pequeña.) En este nivel de ocupación el sector industrial obtiene una utilidad representada por el área sombreada B_o (gráfica 2.1) que puede tomarse como representante del fondo de inversión de la economía en esta etapa.[13] Este fondo de inversión se va a asignar en parte al sector agrícola, elevando así la productividad agrícola y desplazando la curva de la oferta industrial a la derecha, y en parte al sector industrial, aumentando así el acervo de capital industrial y moviendo hacia la derecha la curva de la demanda industrial.

Si se pretende satisfacer el criterio del crecimiento equilibrado, la nueva curva de la demanda industrial, *v.gr.*, i_2i_2, y la nueva curva de la oferta industrial, *v.gr.* L_2L_2, deben interceptarse en un punto, *v.gr.*, P_2, que se encuentra en la trayectoria del crecimiento equilibrado (L_1P_3). De otra manera se viola la condición de estabilidad de la relación de intercambio. En P_2, donde se satisface el criterio de crecimiento equilibrado, el sector industrial habrá absorbido O_0P_2 obreros adicionales, que es el mismo número de trabajadores liberado por el sector agrícola (es decir, cf_2 en la gráfica 2.2 es igual a O_0P_2 en la gráfica 2.1).

Así, a medida que tiene lugar el proceso de inversión en ambos sectores, la trayectoria del crecimiento equilibrado describe la trayectoria del crecimiento real si el criterio del crecimiento equilibrado es satisfecho. Por supuesto, es probable que de vez en cuando el curso del crecimiento real se desvíe del curso de crecimiento equilibrado en una dirección o en otra. Sin embargo, tal desviación pondrá en juego fuerzas equilibradoras contrarrestantes que tienden a restablecerlo en la trayectoria del crecimiento

[13] Si es que puede pasarse por alto el consumo capitalista. Debe notarse que el sector agrícola (gráfica 2.2) no contribuye al fondo de inversión puesto que la producción agrícola total (área $OaSA$) es justamente adecuada para satisfacer las necesidades de consumo de los trabajadores agrícolas (área $Obca$) y las necesidades de consumo de los trabajadores industriales (área $AScb$).

equilibrado. De hecho, es probable que el curso del crecimiento real oscile alrededor de la trayectoria del crecimiento equilibrado.

Por ejemplo, si el curso del crecimiento real se encuentra arriba del curso de crecimiento equilibrado, digamos en e_2 en la gráfica 2.1 (como sería el caso si la inversión en el sector agrícola hubiera movido la curva de la oferta industrial a L_2L_2 y la inversión en el sector industrial hubiera desplazado la curva de la demanda industrial a i_3i_3), tenemos entonces un caso de sobreinversión en el sector industrial. La escasez de alimentos producirá un deterioro en la relación de intercambio del sector industrial y provocará un incremento del salario real industrial. Esta situación tenderá a desalentar la inversión en el sector industrial, y a estimular la misma en el agrícola, impulsando así el curso del crecimiento real a volver hacia la trayectoria del crecimiento equilibrado. Puede suponerse que la política gubernamental seguirá la misma dirección si el sistema de precios resulta inadecuado. En esta forma, la economía que se mueve sobre el curso de crecimiento real que coincide u oscila alrededor de la trayectoria del crecimiento equilibrado, se dirige hacia el punto de inflexión, P_3, definido previamente.[14]

IV. Importancia empírica del modelo básico

Con objeto de formular con mayor rigor nuestro modelo y hacerlo susceptible de verificación estadística, deben ahora aceptarse ciertos supuestos restrictivos no necesarios en nuestro análisis cualitativo previo. El primer supuesto, de que la productividad física marginal del trabajo cambia a una tasa constante, al variar la ocupación en el sector agrícola, se ocupa de la forma de la curva inicial de la productividad física total. Esto significa que la curva inicial PFM (I en la gráfica 2.2) se compone de dos segmentos en línea recta: un segmento horizontal, AS_1, que coincide con el eje horizontal, y un segmento $S_1t'_1$, para el orden de la productividad física marginal positiva. Los dos segmentos se unen en el punto S_1 que marca la fuerza de trabajo agrícola excedente (AS_1 en la gráfica 2.2). Bajo esos supuestos, puede mostrarse (véase el Apéndice) que la curva PFT toma la forma siguiente:

$$(1) \qquad y = \begin{cases} M\left[\left(-\dfrac{x}{TL}\right) + \left(\dfrac{x}{TL}\right)\right] & \text{para } x < TL \\ M & \text{para } x > TL \end{cases}$$

14 La porción "ilimitada" de la curva de la oferta de trabajo de Lewis puede así interpretarse como una curva de oferta *ex post* definida como el centro de todos los puntos en nuestro curso de crecimiento equilibrado en condiciones de incrementos continuos de la productividad agrícola. Sin embargo, ni Lewis ni nosotros debemos descartar la posibilidad de que el curso de crecimiento real pueda de hecho ascender suavemente, más bien que permanecer horizontal. Ese curso de crecimiento implicaría el ascenso gradual de los niveles de salario real industrial durante el periodo de despegue. (Véase también la nota 8.)

donde las variables x y y, y los parámetros M, T y L tienen la siguiente intepretación económica y diagramática (gráfica 2.3): *i)* $y =$ producción agrícola total (medida hacia abajo desde el punto O); *ii)* $x =$ fuerza de trabajo empleada en el sector agrícola (medida hacia la izquierda del punto O); *iii)* $M =$ producción agrícola máxima (la distancia AI); *iv)* $L =$ monto de la población en el punto de partida (la distancia OA); *v)* $T =$ la fracción de L que no es excedente, *v.gr.* TL es la fuerza de trabajo no excedente (la distancia OS_1 en la gráfica 2.2) y $(1 - T)L$ es la fuerza de trabajo excedente (la distancia S_1A). El parámetro T o coeficiente del no excedente puede tomar cualquier valor no negativo. Si T es menor que 1, $(1 - T)L$ es la fuerza de trabajo excedente en el punto de partida. Si T es mayor que 1, $(T - 1)L$ es la adición a la fuerza de trabajo agrícola L que podría tolerarse antes de que cualquier porción de la fuerza de trabajo agrícola se haga excedente, *v.gr.*, de productividad física marginal igual a cero. El caso de T menor que 1 se representa en la gráfica 2.3.[15]

Nuestro segundo supuesto restrictivo es que un incremento de la productividad agrícola desplaza proporcionalmente "hacia arriba" toda la curva de la *PFT*. En otras palabras, la nueva curva *PFT* se obtiene multiplicando la curva inicial *PFT* por una constante k que se llamará coeficiente de productividad. Al aumentar sucesivamente el valor de éste, se genera una secuencia de curvas *PFT* (II,III, etc.) según se muestra en la gráfica 2.3.[16]

De las curvas de la *PFT* podemos fácilmente derivar expresiones para el salario institucional, las curvas de la productividad física marginal (*PFM*), y las curvas promedio del excedente agrícola (*EAP*):

$$W = M/L \tag{2}$$

(salario agrícola representado por la distancia AS en la gráfica 2.2 o la pendiente de OX en la gráfica 2.3)

$$y' = \frac{2kM}{(TL)^2} \quad (-x + TL) \tag{3}$$

(curva de la productividad física marginal para la fuerza de trabajo agrícola no excedente en la gráfica 2.2; $O < T \leq 1$)

$$\text{EAP} = \frac{ky - xW}{L - x} \tag{4}$$

(curva del excedente agrícola promedio)

15 Hay quienes creen, *v.gr.* Harry Oshima [8, p. 259] que la *PFM* de la mano de obra agrícola en un área subdesarrollada nunca desciende realmente a cero. Esta posición está representada por el segundo caso, esto es, $T > 1$, porque probablemente nadie negará que, con una cantidad fija de tierra, habrá un cierto monto de población agrícola lo bastante grande para reducir la *PFM* igual a cero. En tanto que ambos casos se tratan sistemáticamente en el apéndice, por razones de facilidad en la exposición sólo presentamos el caso de $O < T \leq 1$ en el texto. Sin embargo, las condiciones para ambos casos se incorporan en este trabajo.

16 Nótese que bajo esos supuestos todas las curvas *PFM* contienen el mismo segmento horizontal AS_1.

Esas variables son funciones de x (esto es, la fuerza de trabajo agrícola), con M, T y L como parámetros y k el coeficiente de productividad exógena.

El objetivo principal de nuestro modelo es derivar una expresión para *PFTA*, el punto de inflexión de la fuerza de trabajo agrícola, representado por la distancia OS_3 en la gráfica 2.2. *PFTA* es una fracción, V_t de la población total L, esto es, $PFTA = V_t L$. Resolviendo el valor de k en el punto de inflexión, puede derivarse de (1) a (4) la siguiente expresión V_t:[17]

$$V_t = 1 + T - \sqrt{1 + T^2} \tag{5}$$

Este porcentaje de la población agrícola en el punto de inflexión (V_t) depende sólo de T, el coeficiente del no excedente. Desde el punto de vista económico, esto significa que nuestro modelo es independiente de la dimensión (esto es, la escala) de la economía (descrita por el monto absoluto de población, L, o la cantidad absoluta de producción agrícola inicial, M).

Para someter nuestro modelo a su primera prueba de pertinencia empírica, examinemos (cuadro 1) los valores de V_t en un orden de valores de T (de .7 a 3) que representa un espectro razonable que cubre la mayoría de los países. Una pequeña T, o un pequeño coeficiente de no excedente, significa que un país se halla inicialmente mal dotado de recursos naturales, esto es, que existe una baja relación trabajo-tierra. Aunque son escasas las estimaciones precisas, la mayor parte de los observadores interesados están de acuerdo en que la fuerza de trabajo excedente puede alcanzar el 30 % en las regiones densamente pobladas de Asia, *v.gr.*, Pakistán, India, Ceilán. El coeficiente de no excedente de $T = .7$ representa así el país con la dotación inicial de recursos más desfavorable. En el otro extremo del espectro están ciertos países occidentales, posiblemente Dinamarca,

Cuadro 1

T	.7	.8	.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	2	3
V_t	.48	.52	.55	.58	.61	.64	.66	.68	.75	.80

que han completado ya su proceso de despegue. Por supuesto, se tienen aún menores conocimientos estadísticos del coeficiente del no excedente para cualquier país en el punto relevante de su historia; hemos escogido más o menos arbitrariamente un valor superior de $T = 3$, aunque de ninguna manera nos comprometemos con dicha cifra.[18]

17 Según se muestra en el apéndice.

18 Nótese que V_t se acerca a 1 al aproximarse T al infinito en forma tal que el valor de V_t no es muy sensitivo al cambio en T cuando ésta se hace más grande. En consecuencia, no debemos preocuparnos demasiado con el límite superior del orden de valores postulado en el cuadro 1. Incidentalmente, una gran T no debe confundirse con la posibilidad de que la producción primaria, digamos en Austria, pueda siempre organizarse sobre la base de la plantación y, por lo tanto, sin que forme parte jamás del sector "agrícola", según lo hemos definido (nota 2). Como se dijo antes, nuestro modelo no es pertinente cuando la economía entera se encuentra comercializada desde el principio.

En este orden razonable de valores para T, los valores correspondientes para V_t se extienden aproximadamente del 50 al 80 %. Esto significa que al final del proceso de despegue nuestro modelo "predice" que del 20 al 50 % de la fuerza de trabajo total debe haberse distribuido en el sector industrial. Nociones aceptadas con respecto a esas magnitudes sugieren que nuestros resultados son también razonables.

En este cuadro podemos ver también que el valor de V_t aumenta con el incremento del valor de T, una relación en general válida que puede establecerse fácilmente obteniendo la primera derivada de (5). La interpretación económica de esta relación es clara: mientras mayor sea el coeficiente del no excedente, más favorable será (relativamente) la dotación inicial de recursos; y mientras más favorable sea esta dotación, más probable será que la economía esté orientada hacia la agricultura (medida por un valor relativamente grande de V_t) en el punto de inflexión. Por el contrario, mientras más pequeño sea el coeficiente del no excedente, más desfavorable será la dotación inicial de recursos y más probable será que la economía se oriente hacia la industria (medida por un valor relativamente pequeño de V_t) en el momento de completarse el proceso de despegue.[19] En el primer caso (orientación agrícola), asociado con algunas economías más avanzadas, nuestra teoría "predice" entonces un punto de inflexión hacia arriba de la fuerza de trabajo agrícola del 65 % (cuando T es mayor que 1.2). En el último caso (orientación industrial), asociado con los países subdesarrollados contemporáneos de Asia, nuestra teoría "predice" un punto de inflexión hacia abajo de la fuerza de trabajo agrícola en un 55 % (cuando T es menor que .9). Es evidente que, si el proceso de despegue se ha de completar con buen éxito, los países con recursos pobres que son los que nos interesan principalmente, tendrán que redistribuir un porcentaje mayor de su fuerza de trabajo total a la industria que lo que asignaron algunos de los países occidentales mejor dotados. Y esta tarea ya difícil se complica aún más por el hecho de que estos países están por lo regular sometidos a una severa presión demográfica en esta etapa. Procedemos ahora a integrar en nuestro modelo esta importante faceta del problema del desarrollo.

V. El crecimiento de la población y el esfuerzo mínimo

Supongamos que, en el curso del despegue, la economía experimenta un incremento demográfico del 100 %. Indicaremos con L_t la población total en el punto de inflexión. Entonces

$$L_t = (1 + s)L \tag{6}$$

[19] Puesto que, en nuestro sistema, sólo el sector comercializado se halla en posición de obtener utilidades y de ahorrar, la conclusión es congruente con la predicción de Lewis [4, p. 27] de que "los márgenes de utilidades serán menores en los países que alcanzan con mayor rapidez su segunda etapa (punto de inflexión), y serán más elevados en los países donde la segunda etapa se retarda más tiempo".

donde L es el monto de la población en el punto de partida. Con tal incremento de población la función del excedente agrícola promedio (EAP) se convierte:

$$EAP = \frac{ky - xW}{L(1+s) - x} \tag{7}$$

Cuando esta ecuación se emplea en lugar de (4), podemos derivar la siguiente expresión:

$$V_t = 1 + \frac{T}{1+s} - \sqrt{1 + \left(\frac{T}{1+s}\right)^2} \tag{8}$$

donde V_t es el punto de inflexión de la fuerza de trabajo agrícola ($PFTA$) expresada como una fracción de L_t, esto es, $PFTA = V_t L_t$. (En otras palabras, cuando hay un incremento de población, utilizamos la población total L_t en el punto de inflexión, más bien que la del punto de partida como la base para computar la fracción $PFTA$.)

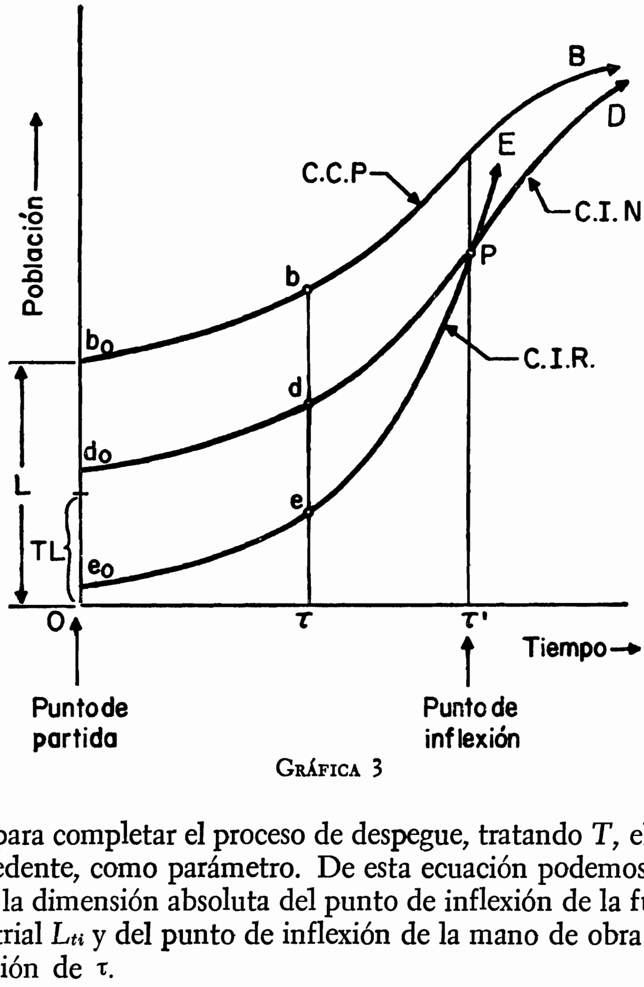
Comparando (5) y (8), vemos que nuestro análisis en la última sección, suponiendo que no hay crecimiento de población, se reduce ahora a un caso especial. Además, por lo que se refiere al efecto en V_t, el incremento de población es equivalente a un descenso en el valor del coeficiente del no excedente T. Esto destaca el hecho de que ambos fenómenos constituyen un empeoramiento de la base de recursos de la economía. Se infiere que, para un valor dado de T, mientras mayor sea el incremento de población (esto es, una s mayor) menor será el valor de V_t y en consecuencia mayor será la orientación industrial de la economía en el punto de inflexión.

La importancia de la expresión (8) puede investigarse ahora, más minuciosamente. En la gráfica 3, el tiempo se mide en el eje horizontal y la población en el vertical. La población L inicial o del punto de partida se representa por la distancia Ob_0 en el año O y el crecimiento de población a través del tiempo se describe por la curva b_0bB, que llamaremos curva del crecimiento de población (CCP). El crecimiento de población se tratará como un fenómeno conocido exógeno a nuestro modelo.

Al crecer la población, el sector industrial obviamente tendrá que absorber más fuerza de trabajo en el momento en que se alcance el punto de inflexión. De hecho, el sector industrial tendrá que absorber no sólo más fuerza de trabajo en términos absolutos sino también un porcentaje mayor del monto mayor de población total. Podemos entonces hacernos la siguiente pregunta hipotética: ¿Cuál será la dimensión absoluta de la fuerza de trabajo industrial, L_{ti}, y de la fuerza de trabajo agrícola, L_{ta}, en el punto de inflexión, si el proceso de despegue se completa en τ años? El punto de inflexión de la población total L_t, se representa por la distancia $b\tau$. Puesto que, para una τ dada, la curva del crecimiento de la población nos da los valores para L y L_t, podemos determinar inmediatamente el factor múltiple $1 + s(\tau)$ en (6). [Nótese que s se expresa ahora como una función $s(\tau)$ de τ.] Cuando el valor de $1 + s(\tau)$ se sustituye en (8), obtenemos:

$$(9) \qquad V_t(\tau) = 1 + \frac{T}{1 + s(\tau)} - \sqrt{1 + \left(\frac{T}{1 + s(\tau)}\right)^2}$$

como la fracción de la población total en el sector agrícola en el punto de inflexión. Ahora se expresa como una función de τ el periodo de tiempo



GRÁFICA 3

específico para completar el proceso de despegue, tratando T, el coeficiente del no excedente, como parámetro. De esta ecuación podemos determinar fácilmente la dimensión absoluta del punto de inflexión de la fuerza de trabajo industrial L_{ti} y del punto de inflexión de la mano de obra agrícola L_{ta} como función de τ.

$$(10) \qquad \begin{aligned} &(a)\ L_{ti} = [1 - V_t(\tau)]\ [1 + s(\tau)]\, L \\ &(b)\ L_{ta} = V_t(\tau)\, [1 + s(\tau)]\, L \end{aligned}$$

donde $V_t(\tau)$ se define en (9).

La curva correspondiente a (10a), esto es, d_0dD, aparece en la gráfica 3. A esta curva la llamaremos de la industrialización necesaria (*CIN*).

La distancia vertical entre la *CIN* y la *CCP* se representa por (10*b*). La *CIN* indica el monto absoluto de población que debe absorber el sector industrial si el punto de inflexión se presenta en el momento indicado sobre el eje horizontal. Como podemos ver directamente en la ecuación (9), el valor de $V_t(\tau)$ se acerca a cero al aumentar τ. Esto significa que *CIN* se inclina hacia la *CCP* al alargarse el tiempo necesario para el despegue. La importancia económica de este fenómeno es que mientras más tardado sea alcanzar el punto de inflexión, esto es, más tiempo tendrá de establecerse el enemigo malthusiano, y más pesada será la carga del sector industrial en términos de la absorción de los trabajadores agrícolas necesarios. La *CIN* indica las necesidades de absorción total para cada τ o duración del proceso de despegue.

Este importante concepto de la curva de la industrialización necesaria puede interpretarse en términos de la tesis del esfuerzo mínimo crítico. Esto quiere decir que, por cada valor de τ, debe llevarse a cabo una cierta actividad de inversión mínima tanto en el sector industrial como en el agrícola durante cada año del proceso de despegue, del año 0 al año τ. Porque como hemos visto, la inversión en el sector industrial debe ser adecuada para proporcionar oportunidades de empleo a la mayor fuerza de trabajo industrial, y la inversión en el sector agrícola debe ser suficiente para incrementar la productividad agrícola lo bastante para alimentar la población creciente a la vista de una posible reducción de la mano de obra agrícola. Así, ya sea que el proceso de despegue pueda de hecho completarse en τ años, depende de que el esfuerzo necesario se realice durante los años que vienen.

Para aclarar más este punto, postulemos en yuxtaposición con la curva de la industrialización necesaria (*CIN*) arriba descrita, una curva de la industrialización real (*CIR*), que muestra la cantidad de trabajo que realmente absorbe la industria en cada punto a través del tiempo. La ecuación de esta curva se escribe:

$$E_i = \phi(t) \tag{11}$$

en donde t es igual a tiempo y E_i al monto real de la fuerza de trabajo industrial en el tiempo t. Esta curva se denota por e_0eE en la gráfica 3. En el momento τ, por ejemplo, de la fuerza de trabajo total o de la población $b\tau$ la cantidad que absorbe *realmente* el sector industrial es igual a $e\tau$. Al mismo tiempo, como hemos visto, la cantidad de trabajo que *necesita* haber sido asignada a este sector es $d\tau$ si el punto de inflexión se presenta en este momento. En consecuencia, en este caso, es imposible alcanzar el punto de inflexión en el tiempo τ. De aquí se desprende que el proceso de despegue puede completarse con buen éxito sólo si la *CIR* y la *CIN* se cruzan, *v.gr.*, en el punto *P*, después de τ años.

La posición de *CIR* depende entonces del esfuerzo nacional, medido en términos de los gastos de inversión en ambos sectores, que se realizan en el curso del proceso de despegue. Con un mayor esfuerzo nacional la pendiente de la *CIR* es mayor e intercepta *CIN* en una fecha anterior, esto es, una τ más pequeña. En forma recíproca, con un esfuerzo nacional más pequeño, *CIR* se eleva más lentamente y cruza *CIN* en una fecha posterior; alternativamente, no llega nunca a cruzarla.

Para investigar este problema, supongamos, por simplicidad, que la industria absorbe realmente la mano de obra a una tasa anual constante i. *CIR* en (11) toma entonces la siguiente forma concreta:

$$E_i = L(1 - V)e^{it} \tag{13}$$

donde i, la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo industrial, puede tomarse como un índice resumido del esfuerzo nacional.[20]

Con objeto de poder estimar la duración del proceso de despegue con la ayuda de nuestro modelo, supongamos que la población crece a la tasa constante r. La *CCP* se representa entonces por

$$P = Le^{rt} \tag{14}$$

y, por esta *CCP* particular, la *CIN* en (10*a*) se convierte en

$$L_{ti} = [1 - V_{t(\tau)}]\, e^{rt}L \tag{15}$$

donde, utilizando (9), $V_t(\tau) = 1 + Te^{-rt} - \sqrt{1 + (Te^{-rt})^2}$.

Sabemos por nuestro examen anterior que, si el proceso de despegue se completa en τ años, la *CIN* y la *CIR* deben cruzarse en $t = \tau$. Así, el valor de τ debe satisfacer la siguiente ecuación [obtenida mediante la igualación de (13) y (15)]:

$$L(1 - V)e^{i\tau} = L\, 1 - V_t(\tau)e^{r\tau} \tag{16}$$

[20] Y $I - V$ es la fracción de la población inicial ocupada en la industria. La importancia de i como índice de esfuerzo nacional, por supuesto, de ninguna manera es una cuestión simple. Una i mayor significa una tasa anual más acelerada de absorción de mano de obra por el sector industrial; pero esto, debe recordarse, requiere tanto una tasa de inversión mayor en el sector agrícola para alimentar a la población creciente (a la vista de una posible disminución absoluta de la fuerza de trabajo agrícola), como una tasa mayor de inversiones en el sector industrial, para absorber a los nuevos trabajadores agrícolas liberados —con asignaciones entre los dos sectores, obedeciendo a nuestro criterio de crecimiento equilibrado—. El esfuerzo nacional en i es así una función del monto absoluto del fondo de inversión que puede estar disponible cada año durante el curso del proceso de despegue y una función de la eficiencia de su uso en los dos sectores. Por ejemplo, para el sector industrial, suponemos que sólo tiene lugar la ampliación de capital, entonces i también indica la tasa anual necesaria de inversión. Con respecto a las necesidades de inversión del sector agrícola, la tasa de incremento de la producción agrícola debe ser cuando menos igual a la de la población total, y la tasa anual necesaria de incremento de la productividad agrícola puede ser determinada únicamente. Se admite que la medida real de sacrificio se encuentra en la tasa de acumulación de utilidades. Pero su encadenamiento con la tasa de industrialización y la tasa de cambio de la productividad agrícola que se encuentra detrás de i requiere un conocimiento preciso de la eficacia relativa de la inversión y del efecto del cambio tecnológico en los dos sectores. Un análisis de este aspecto del problema del crecimiento equilibrado dinámico está siendo investigado por los autores, pero nos llevaría más allá de los confines del trabajo presente.

lo cual significa la intersección de las dos curvas. La ecuación (16) nos permite resolver i explícitamente en términos de τ:

$$(17) \qquad i = r + \frac{In(1/1-V)}{\tau} + \frac{In[1-V_t(\tau)]}{\tau}$$

Podemos, por lo tanto, determinar el esfuerzo mínimo anual, tal como lo resume i, por cualquier valor dado de τ. En forma inversa, si conocemos i, podemos determinar τ, la duración del proceso de despegue.

Antes de someter este resultado a otra prueba condicional, queda por generalizar nuestro modelo, lo cual es un importante paso más cercano a la realidad. Además de las necesidades de consumo de los trabajadores agrícolas e industriales con el salario institucional, puede haber otras pretenciones (o mercados) para la producción agrícola. Específicamente, el sector industrial puede requerir materias primas y el trabajador industrial puede demandar un salario con prima sobre el nivel de salarios institucionales de la agricultura. Podemos clasificar esas demandas como proporcionales a la fuerza de trabajo industrial, $L(1+s)-x$, con d como el factor de proporcionalidad.[21] Otros mercados omitidos antes, incluyen las necesidades de consumo de los terratenientes y la demanda de exportaciones de productos agrícolas.[22] Podemos clasificar estas demandas (por falta de una mejor hipótesis) como proporcionales al crecimiento de la producción agrícola total, con $1-\theta$ como factor de proporcionalidad. Cuando restamos esos renglones adicionales de la producción agrícola total, obtenemos

$$(18) \qquad EAP = ky - xW - dW[L(1+s)-x] - (1-\theta)\,ky$$

en lugar de (7). Con la incorporación de esas complicaciones a nuestro modelo, y con una CCP dada, puede derivarse la siguiente expresión (véase Apéndice) para V_t, el punto de inflexión de la mano de obra agrícola como una fracción del punto de inflexión de la población total:

$$(19) \qquad V_t(\tau) = \frac{1}{(\theta+2d)\ (1+s(\tau))}\Big[(\theta+d)T + [1+s(\tau)]\ (1+d) - \\ - \sqrt{[dT-(1+s(\tau))\ (1+d)]^2 + (\theta+2d)\ T^2\,\theta}\Big]$$

V_t es así una función de los parámetros T, θ, d y s, y así vemos que nuestra formulación previa en (8) se convierte en un caso especial de (19) si dejamos $d = s = 1 - \theta = 0$. Por lo demás, puede mostrarse que al aumentar T o al decrecer s, el valor de V_t crece, lo cual es la conclusión idéntica que se obtuvo para el caso simplificado.

21 Por conveniencia, en el cómputo, d puede medirse en términos de unidades de salario institucional, W. Por ejemplo, supóngase que este apoyo "adicional" de trabajadores industriales está representado por materias primas, más premios de salarios en la cantidad de \$ 2 por trabajador y el salario institucional es de \$ 4 por obrero; entonces d es igual a .5.

22 Los autores investigan, actualmente, todas las implicaciones de economía abierta del modelo.

El análisis de la duración del proceso de despegue puede entonces resumirse una vez más por (17) arriba citada, pero con $V_t(\tau)$ que ahora se define por (19) en lugar de (15). Empleando (17), podemos ahora obtener varios valores de i con valores diferentes de τ, r, T, V, θ y d. Los resultados se presentan en el cuadro 2.[23] Ellos nos permiten determinar el esfuerzo mínimo anual para cualquier valor dado de τ. En forma recíproca, si conocemos el esfuerzo promedio anual i que puede obtenerse, entonces derivamos τ, la duración del proceso de despegue.[24]

Cuadro 2. ESFUERZO MÍNIMO ANUAL PROMEDIO (i) ($\theta = .9$, $d = 1.3$, $V = 8$)
(Por ciento)

	$(T = .7)$					$(T = .9)$			
τ (años) / r	5	20	35	50	τ (años) / r	5	20	35	50
1.0	8.15	3.05	2.29	1.99	1.0	6.00	2.58	2.07	1.85
2.0	9.52	4.34	3.51	3.16	2.0	7.47	3.96	3.36	3.08
2.5	10.19	4.96	4.10	3.71	2.5	8.20	4.62	3.97	3.66
3.0	10.86	5.56	4.67	4.26	3.0	8.92	5.26	4.57	4.21
3.5	11.53	6.16	5.22	4.79	3.5	9.63	5.89	5.14	4.76

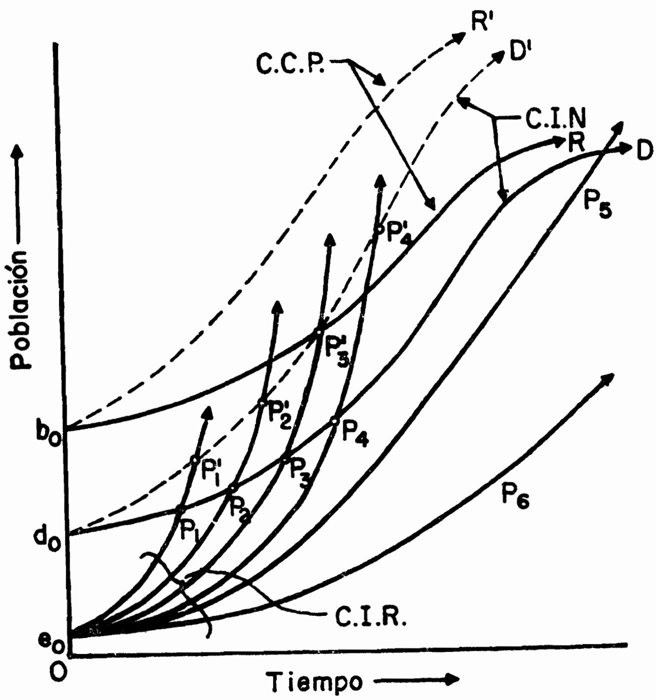
La aplicación del lado izquierdo del cuadro 2 es quizá más importante para las regiones de Asia que tienen un fuerte excedente de fuerza de trabajo, *v.gr.* India y Pakistán. Con un crecimiento anual de población estimado en cerca del 2.5 %, el esfuerzo mínimo anual en términos del crecimiento anual del sector industrial debe ser mayor del 10 % si el despegue se va a lograr en un periodo de cinco años. Si el país, en forma realista, establece una meta de 20 o 50 años para completar el despegue, el sector industrial debe crecer sólo al 4.96 o 3.71 %, respectivamente. Además, si los programas de control de la población ahora en realización tienen éxito en reducir a 1 % la tasa de crecimiento de la población, la carga equivalente en la economía, en términos de esfuerzo mínimo debe reducirse más todavía al 3.05 y 1.99 % respectivamente. Para el caso de un país latino-

[23] Los parámetros V, θ y d se han estimado partiendo de importantes datos empíricos, principalmente para el Japón hacia fines del siglo XIX. La estimación para $V(= .8)$ se basa en (7), $\theta(= .9)$ en (10), y d (1.3) en gran parte sobre los resultados de un estudio reciente no publicado de insumo-producto para 1953-54 por el Indian Statistical Institute, Calcuta. Estimaciones independientes para T son más difíciles de lograr. Hemos utilizado dos de las "estimaciones aproximadas" que se hacen con más frecuencia y que cubren el orden de lo plausible (.7 y .9). Una r que se comporta bien puede variar de 1 a 3.5 y τ de 5 a 50.

[24] Los autores se hallan ocupados actualmente en la comprobación de la validez empírica del modelo y así de su valor de predicción, examinando la medida en que proporciona un marco consistente de explicación en el caso de los países cuyo despegue se ha completado ya. Los índices teóricos de ejecución que muestra el modelo, pueden, por ejemplo, compararse con los índices de ejecución real de economías dadas, durante periodos determinados. Como la elaboración de este esfuerzo nos llevaría más allá de los límites del presente artículo, nos conformamos con atestiguar los primeros estimulantes resultados con respecto al caso del Japón.

americano o africano donde podemos ser un poco más optimistas con relación a la dotación inicial de recursos, el lado derecho del cuadro 2 puede ser más pertinente.

Con la ayuda de la gráfica 4, los resultados de esta sección pueden resumirse en forma de una serie de "teoremas" estáticos comparativos. Es



Gráfica 4

evidente que, mientras mayor sea el esfuerzo anual, más corto será el proceso de despegue. Esto confirma simplemente la conocida ventaja de las economías capaces y deseosas de someterse a la austeridad temporal para lograr un mayor fondo de inversión. Para la misma población industrial inicial, Oe_o en la gráfica 4, y la misma curva de crecimiento de la población, b_oR, y por ende, la misma curva de industrialización necesaria, d_oD, puede mostrarse una serie de curvas de industrialización real, e_oP_1, e_oP_2... Claramente, mientras mayor sea el esfuerzo real anual, mayor será la pendiente de la *CIR* y más pronto (esto es, a una τ menor) se presentará el punto de inflexión marcado por la intersección de *CIN* y *CIR* (en P_1, P_2...).

Mientras mayor sea la tasa de crecimiento de la población, más larga será la duración del proceso de despegue o mayores probabilidades de que el despegue se haga imposible. Con la ayuda de la gráfica 4 podemos fácilmente trazar el efecto de un incremento en r, cambiando *CCP* de b_oR a, digamos, b_oR'. En consecuencia, *CIN* también se desplaza hacia arriba (de d_oD a d_oD') y el punto de inflexión se retrasa, pues su intersección con la importante *CIR* ahora ocurre en P'_1, $P'_2, \ldots$ Por otra parte, en el caso de *CIR* e_oP_5, que inteceptaba la vieja *CIN* en P_5, el punto de inflexión puede ser ahora imposible de lograrse. El mismo esfuerzo anual es ahora insuficiente para satisfacer la presión de un crecimiento acelerado.

Si el esfuerzo mínimo que puede lograrse de la economía no es bastante grande, el buen éxito del despegue puede resultar por completo imposible. Esta observación sólo confirma la noción de que algunas economías pueden no tener capacidad para llegar al punto de inflexión, no importa el tiempo que estén dispuestas a esperar, debido a que su dotación de recursos o sus motivaciones son inadecuadas. Esta situación se representa en la gráfica 4 por *CIR* e_oP_6 la cual, como se observa, no intercepta *CIN* en ningún punto independientemente del periodo de tiempo permitido. Es sólo quizá en este sentido que podemos hablar de un único esfuerzo mínimo crítico como la tasa mínima anual de crecimiento de la fuerza de trabajo industrial que es tangente a la importante *CIN*. Si la i desciende por debajo de este mínimo crítico, el valor de τ será infinitamente grande. En tal país, puesto que no se presenta el punto de inflexión y el proceso de despegue no se completa con éxito, podemos decir, sin violar el sentido común, que el proceso no ha comenzado realmente. La economía sólo experimenta una salida temporal del estancamiento y está, de hecho, todavía en su etapa de preacondicionamiento.

Como podemos ver en la ecuación (17), el despegue puede ocurrir sólo si $i > r$; si $i = r$ o $i < r$, no importa lo grande que sea τ, el despegue es imposible. Si r aumenta, por lo regular debido a un descenso de la mortalidad, la economía debe reducirla otra vez, mediante una disminución de la fertilidad a través de un programa de planeación de la familia o bien, debe aumentar su esfuerzo de desarrollo nacional, i, apretándose aún más el cinturón. Debe así señalarse que el concepto de un esfuerzo mínimo crítico no puede tener vida independiente sino que debe definirse en términos de una tasa dada de crecimiento de la población así de una fecha dada como meta para completar el proceso de despegue. Se requiere un "gran empujón" no para salir en forma definitiva del estancamiento, sino para proporcionar un esfuerzo sostenido durante el tiempo para resistir las presiones malthusianas próximas y las aspiraciones de crecimiento de una sociedad dada. Usando la ya familiar analogía, no basta que un avión alcance una velocidad inicial que le permita escapar de la atracción de la gravedad de la tierra; debe tener capacidad para transportar suficiente combustible que le permita pasar las montañas de los alrededores y llegar a su destino a una velocidad dictada por la ambición del piloto.

En este trabajo hemos intentado construir un modelo explicativo de la transición de las economías menos desarrolladas, del estancamiento al crecimiento autosostenido. En el curso de este ensayo se han formulado rigurosamente un número de nociones familiares en la literatura sobre el desarrollo y se han asimilado en lo que consideramos un patrón significativo. La reformulación de los supuestos que apoyan la curva de oferta ilimitada de fuerza de trabajo de Lewis nos permitió definir el proceso de despegue (*take-off*) en forma no arbitraria y, con la ayuda de un concepto del crecimiento equilibrado a corto plazo y de una tesis retocada del esfuerzo mínimo a largo plazo, elaborar las condiciones para completarlo con éxito.

REFERENCIAS

1. B. F. Hoselitz, "Non-Economic Factors en Economic Development", *Am. Econ. Rev., Proc.*, mayo de 1957, pp. 47, 28-41
2. Harvey Leibenstein, *Economic Backwardness and Economic Growth.* Nueva York, 1959.
3. Arthur Lewis, *Development with Unlimited Supplies of Labour,* The Manchester School, mayo de 1954, 22, 139-92. Existe versión en castellano. Véase EL TRIMESTRE ECONÓMICO, vol. XXVII, núm. 108, p. 629.
4. ——, *Unlimited Labour: Further Notes,* Manchester School, enero de 1958, 26, 1-32.
5. Ragnar Nurkse, *Problemas de formación de capital en los países insuficientemente desarrollados,* 2ª ed., Fondo de Cultura Económica, México, 1960.
6. ——, "Reflections on India's Development Plan", *Quar. Econ.*, mayo de 1957, *71*, 188-204.
7. Kazushi Ohkawa, *The Growth Rate of the Japanese Economy Since 1878,* Tokio, 1957.
8. Harry Oshima, "Underemployment in Backward Economies — An Empirical Comment", *Jour. Pol. Econ.*, junio de 1958, *66*, 259-64.
9. Gustav Ranis, "Economic Development: A Suggested Approach", *Kiklos,* 1959, *12*, 428-48.
10. ——, "Financing Japanese Economic Development", *Econ. Hist. Rev.,* 1959, *11*, 440-54.
11. W. W. Rostow, "The Take-Off into Self-Sustaining Growth", *Econ. Jour.,* marzo de 1956, *66*, 25-48.

APÉNDICE

I. PRODUCTO TOTAL Y FUNCIONES DEL PRODUCTO MARGINAL

En las gráficas A.1 y A.2, diremos que el punto O es el origen y mediremos la población agrícola, x, sobre el eje horizontal a la izquierda de O. La función *PFT* (productividad física total), $f(x)$, y la función *PFM* (productividad física marginal), $f'(x)$, se miden sobre el eje vertical; hacia abajo para $f(x)$ y hacia arriba para $f'(x)$.

La población agrícola incial será igual a L (ubicada en el punto S en ambas gráficas A.1 y A.2) y el producto total de $x = L$ es M (ubicado en el punto S'). La fuerza de trabajo no excedente en cada caso es igual a TL (esto es, localizada en el punto P). La definición de la fuerza de trabajo no excedente es $f'(x) = O$ porque $x \geq TL$.

Al derivar la función *PFT*, deben distinguirse los dos casos, es decir, $0 < T \leq 1$ (gráfica A.1) y $T > 1$ (gráfica A.2). El primer caso significa que una parte de L, o sea $(1 - T)L$, ya es excedente. El segundo caso significa que la oferta existente de tierra *podría* haber tolerado un incremento ulterior [en la cantidad de $(T - 1)L$] de población más allá de la población inicial, L, antes de que porción alguna de la población se haga excedente. Suponiendo que $f''(x) = 0$ (esto es, la función *PFM* es una línea recta), la función *PFT*, $f(x)$, debe satisfacer las condiciones siguientes para los dos casos que acabamos de establecer:

(1) (*a*) $f''(x) = 0$ (la curva de la *PFM* se forma de líneas rectas)
(*b*) $f'(x) = 0$ (la curva de la *PFM* es una línea horizontal más allá del punto P) para $x \geq TL$
(*c*) $f(0) = 0$ (la curva *PFT* comienza en el origen)
(*d*) $\begin{cases} f(x) = M \text{ para el caso } 0 < T \leq 1 \text{ (gráfica A.1) porque } x \geq TL \\ f(L) = M \text{ para el caso } T > 1 \text{ (gráfica A.2)} \end{cases}$

Es fácil comprobar que la función *PFT*, $f(x)$, tomará las siguientes formas si todas las condiciones en (1) se satisfacen:

(2)
$$(a)\ y = \begin{cases} M[-(x/TL)^2 + 2(x/TL)] & \text{porque } x \leq TL \\ & \text{para el caso } T \leq 1 \text{ (gráfica A.1)} \\ M & \text{porque } x > TL \end{cases}$$

$$(b)\ y = [M/(2T-1)]\,[-(x/L)^2 + 2T(x/L)] \quad \text{porque } x \leq TL \quad \text{para el caso } T > 1 \text{ (gráfica A.2)}$$ [25]

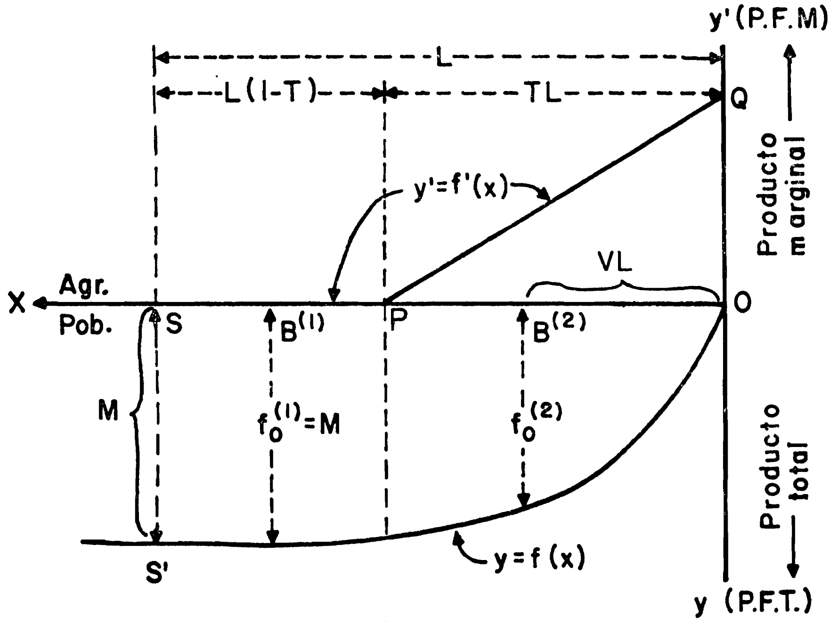
Un incremento de la productividad agrícola se define como un desplazamiento proporcional hacia arriba de toda la curva *PFT*. Esto puede expresarse como sigue:

(3)
$$(a)\ y = f^{(1)}(k,x) = \begin{cases} kM[-(x/TL)^2 + 2(x/TL)] & \text{porque } x \leq TL \\ & \text{para el caso } T \leq 1 \text{ (gráfica A.1)} \\ kM & \text{porque } x > TL \end{cases}$$

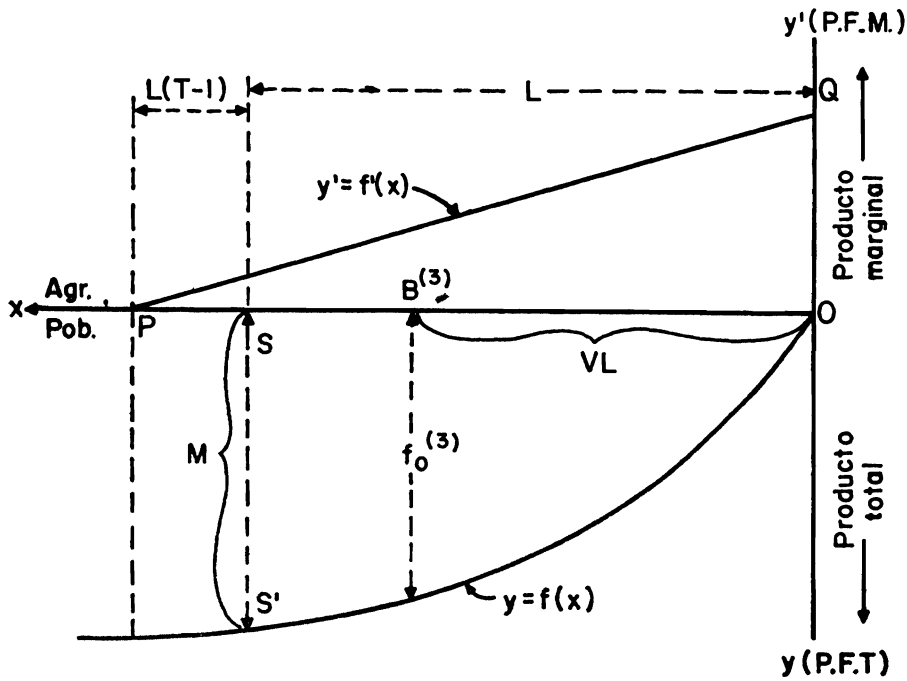
$$(b)\ y = f^{(3)}(k,x) = [kM/(2T-1)]\,[-(x/L)^2 + 2T(x/L)] \quad \text{para el caso } T > 1 \text{ (gráfica A.2)}$$

En otras palabras, después de haber tenido lugar un incremento de la productividad agrícola, la nueva función *PFT* es una k múltiple de las funciones en (2). La constante $k \geq 1$ se conocerá como el "coeficiente

[25] La *PFT* es constante para $x \geq TL$. Sin embargo, puesto que la población agrícola declinará durante el proceso de despegue, no nos ocuparemos con esta porción de la función *PFT* en nuestro análisis.



GRÁFICA A-1



GRÁFICA A-2

de productividad" por que mide el grado de incremento de la productividad agrícola. (La selección de la notación $f^{(3)}\ (k,x)$ en (3*b*) es para facilitar la exposición posterior.)

De (2) y (3), pueden derivarse las funciones *PFM:*

$$(4)\quad \begin{aligned} &(a)\ y' = \begin{cases} [2kM/(TL)^2]\ [-x+TL] \text{ porque } x \leq TL \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \text{para el caso } T \leq 1 \text{ (gráfica A.1)} \\ 0 \qquad\qquad\qquad\qquad \text{porque } x > TL \end{cases} \\ &(b)\ y' = [2kM/(2T-1)L^2]\ [-x+TL] \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad \text{para el caso } T > 1 \text{ (gráfica A.2)} \end{aligned}$$

II. Producción total y el salario institucional en el punto de partida

En el punto de partida, una parte de la población inicial, L, puede haber sido ya asignada al sector industrial. Diremos que la población agrícola en el punto de partida es igual a VL donde $0 \geq V \leq 1$ es la fracción de L en agricultura en ese momento. El punto de partida es indicado por los puntos $B^{(i)}\,(i=1,2,3)$ en las gráficas A.1 y A.2. Se escogen esas anotaciones para distinguir tres casos posibles:

Caso uno: $V \geq T$ porque $T \leq 1$ (representada por el punto $B^{(1)}$ en la gráfica A.1).

Caso dos: $V < T$ porque $T \leq 1$ (representada por el punto $B^{(2)}$ en la gráfica A.1).

Caso tres: $V < T$ porque $T > 1$ (representada por el punto $B^{(3)}$ de la gráfica A.2).

Esos casos llevarán el índice $i = 1, 2, 3$ en este apéndice. (Para el caso uno, la $PFM = 0$; para los casos dos y tres la PFM es positiva.)

La producción agrícola total en el punto de partida se denota por $f_0^{(i)}\,(1=1,2,3)$. Los valores de $f_0^{(i)}$ pueden computarse de (3):

$$(5)\quad \begin{aligned} &(a)\ f_0^{(1)} = f^{(1)}(k=1, x=VL) = M \\ &\qquad\qquad\qquad (\text{porque } i = 1 \text{ en la gráfica A.1}) \\ &(b)\ f_0^{(2)} = f^{(1)}(k=1, x=VL) = [MV/T^2]\ [-V+2T] \\ &\qquad\qquad\qquad (\text{porque } i = 2 \text{ en la gráfica A.1}) \\ &(c)\ f_0^{(3)} = f^{(3)}(k=1, x=VL) = [MV(2T-1)]\ [-V+2T] \\ &\qquad\qquad\qquad (\text{porque } i = 3 \text{ en la gráfica A.2}) \end{aligned}$$

Denotaremos la tasa del salario institucional por $W^{(i)}\,(i=1,2,3)$. El valor de $W^{(i)}$ está determinado por el requisito de que en el punto de partida la producción agrícola total $f_0^{(i)}$ debe ser suficiente para cubrir exactamente:

1) consumo de la población agrícola (VL) a la tasa de salarios $W^{(i)}$;

2) el consumo de la fuerza de trabajo industrial $[(1-V)L]$ a la tasa de salario $W^{(i)}$;

3) el consumo del terrateniente y otros usos proporcionales a la producción agrícola total que se supone es una fracción, $1 - \theta$, de $f_0^{(i)}$;

4) la demanda de productos agrícolas como materias primas y otros requisitos supuestamente proporcionales a la fuerza de trabajo industrial $[(1-V)L]$.[26]

Esto puede escribirse como sigue:

$$f_0^{(i)} = W^{(i)}VL + W^{(i)}(1-V)L + (1-\theta)f_0^{(i)} + dW^{(i)}(1-V)L \tag{6}$$

(El parámetro d es el "coeficiente de insumo", *v. gr.*, la cantidad de productos agrícolas usados como materias primas industriales por obrero empleado en el sector industrial, y se mide en términos de unidad de salario.)

Del (6) el salario institucional puede determinarse como:

$$W^{(i)} = (\theta/RL)f_0^{(i)} \text{ puesto que } i = 1, 2, 3 \tag{7}$$

de donde

$$R = 1 + d - dV \tag{8}$$

Puede obtenerse de (5) y (7) una expresión explícita de $W^{(i)}$, definida en términos de los parámetros M, L, θ, V, T, d (introducidos hasta ahora en nuestro sistema):

$$\begin{aligned} &a)\ W^{(i)} = \theta M/RL \\ &b)\ W^{(2)}\ \theta MV(-V + 2T)/RLT^2 \\ &c)\ W^{(3)} = \theta MV(-V + 2T)/RL(2T-1) \end{aligned} \tag{9}$$

III. Fuerza de trabajo agrícola equilibrada (*FTAE*) y fuerza de trabajo agrícola comercializada (*FTAC*)

Denominemos al monto de la fuerza de trabajo agrícola en el punto (comercialización) de escasez (véase la Sección I), fuerza de trabajo agrícola equilibrada (comercializada), esto es, *FTAE* (*FTAC*). Queremos determinar *FTAE* y *FTAC* como una función de k. Supóngase que hay un 100 % de incremento de la población total en el sector agrícola después del punto de partida. La población total aumenta de L a $(1+s)L$. Si x es el monto de la población agrícola, la población industrial es $L(1+s) - x$. Para esta distribución de la población total entre los dos sectores, la demanda de productos agrícolas contiene los siguientes componentes [cuando se dan los mismos supuestos de comportamiento (1)-(4), identificados en la última sección]:

[26] Obsérvese que en el texto introducimos inicialmente una versión simplificada de nuestro modelo en el cual 3) y 4) no se toman en consideración, esto es, se supone que es igual a 0 y θ igual a 1. En esas circunstancias, todos los otros resultados en este apéndice, que refleja el modelo completo, podrían simplificarse adecuadamente. En forma similar, por supuesto, inicialmente abstraemos del crecimiento de la población en el texto, esto es, suponemos $s = 0$. El lector interesado puede verificar los resultados presentados en el texto, haciendo que $s = d = (1 - \theta) = 0$.

(10)
a) consumo de los terratenientes $A^{(i)}(x) = (1 - \theta) f^{(i)}(k,x)$
b) consumo de los trabajadores agrícolas $B^{(i)}(x) = \mathbf{W}^{(i)}x$
c) materias primas industriales $C^{(i)}(x) = d\mathbf{W}^{(i)}[L(1+s) - x]$
d) consumo de la mano de obra industrial $D^{(i)}(x) = \mathbf{W}^{(i)}[L(1+s) - x]$

donde $W^{(i)}$ se define en (7) o (9) y $f^{(i)}(k,x)$ se define en (3). [Obsérvese que, para $i = 1, 2, f^{(i)}(k,x)$ ambos se definen por (2*a*).] Puesto que la oferta de la producción agrícola es igual a la demanda, entonces

(11) $$f^{(i)}(k,x) = A^{(i)}(x) + B^{(i)}(x) + C^{(i)}(x) + D^{(i)}(x)$$

La solución para x en (11) es la fuerza de trabajo agrícola equilibrada (*FTAE*). Ésta es sólo una forma alternativa de decir que *FTAE* está determinada por el requisito de que el excedente agrícola promedio (*EAP*) debe igualar el salario institucional $W^{(i)}$ que es la expresión que hemos usado en el texto. *EAT* (excedente agrícola total) y *EAP* (excedente agrícola promedio) se definen como:

$$EAT = f^{(i)}(k,x) - A^{(i)}(x) - B^{(i)}(x) - C^{(i)}(x)$$
$$EAP = EAT/[L(1+s) - x]$$

La ecuación (11) puede también obtenerse igualando *EAP* con $W^{(i)}$.

Para resolver x en (11), transfórmese U^* en *FTAE* expresada como una fracción de la población total, esto es, $FTAE = U^* L\ (1+s)$. Sustituyendo:

(12) $$x = U^* L(1+s)$$

en (11) arriba citado, el valor de U^* puede determinarse. En otras palabras, es la fracción U^*, más bien que la cantidad absoluta de *FTAE*, que se determinará. Sustituyendo (7) y (12) en (11), tenemos:

(13) $$f^{(i)}(k,x)/f_0^{(i)}(1+s)\ R^*/R$$

donde

(14) $$R^* = 1 + d - dU^*$$

y donde el lado izquierdo puede computarse con (3), (5) y (12). La ecuación (13) se convierte entonces:

(15)
a) $(kR/T^2)\ [-(U^*(1+s)^2 + 2U^*T(1+s)] - (1+s)\ (1+d) + dU^*(1+s) = 0$ puesto que $i = 1$
b) $(ZR/T^2)\ [-(U^*(1+s))^2 + 2U^*T(1+s)] - (1+s)\ (1+d) + dU^*(1+s) = 0$ puesto que $i = 2{,}3$

de donde para (15*b*),

(16) $$Z = kT^2/V(-V + 2T)$$

Esas ecuaciones definen U^* como una función de k, el coeficiente de productividad. Indicando esta ecuación en su forma explícita, por

$U^* = U^*(k)$, y observando que Z toma el lugar de k en (15b), tenemos, después de una simplificación,

$$(17)\quad \begin{aligned} &a)\ U^* = U^*(k) = \frac{T}{2kR(1+s)}\,[2kR + dT \\ &\qquad - \sqrt{(2kR + dT)^2 - 4kR(1+s)(1+d)}], \text{ puesto que } i = 1 \\ &b)\ U^* = U^*(Z), \text{ puesto que } i = 2{,}3 \end{aligned}$$

Para computar la fuerza de trabajo agrícola comercializada ($FTAC$), primero se iguala (PFM) en (4) al salario institucional $W^{(i)}$ en (9):

$$(18)\quad \begin{aligned} &a)\ W^{(1)} = [2kM/(TL)^2]\,(-x + TL), && \text{puesto que } i = 1 \\ &b)\ W^{(2)} = [2kM/(TL)^2]\,(-x + TL), && \text{puesto que } i = 2 \\ &c)\ W^{(3)} = [2kM/(2T-1)\,L^2]\,(-x + TL) && \text{puesto que } i = 3 \end{aligned}$$

La solución de x en (18) nos da la $FTAC$. Indicando $FTAC$ por $V^*(1+s)L$ (esto es, V^* es la fracción de la población total que es $FTAC$), la expresión:

$$(19)\qquad x = V^*(1+s)L$$

puede sustituirse en (18) con objeto de resolver V^* como una función $V^*(k)$ de k. Después de sustituir (19) y (9) en (18), derivamos:

$$(20)\quad \begin{aligned} &a)\ V^* = V^*(k) = [T/(1+s)]\,(1 - T\theta/2kR) && \text{puesto que } i = 1 \\ &b)\ V^* = V^*(Z) && \text{puesto que } i = 2{,}3, \end{aligned}$$

donde Z en (20b) se define como en (16).

IV. Coeficiente ($k^{(i)}$) de productividad del punto de inflexión y punto de inflexión de la fuerza de trabajo agrícola ($PFTA$)

El coeficiente de productividad del punto de inflexión $k^{(i)}$ es ese nivel de coeficiente de productividad que iguala $U^*(k)$, (17), y $V^*(k)$, (20). Si resolvemos k estableciendo $U^*(k) = V^*(k)$, tenemos:

$$(21)\quad \begin{aligned} &a)\ k^{(i)} = (1/2R)\,[(1+s)(1+d) - dT + \\ &\qquad + \sqrt{(dT - (1+s)(1+d))^2 + (\theta + 2d)T^2\theta}] && \text{puesto que } i = 1 \\ &b)\ k^{(i)} = [V(-V + 2T)/T^2]\,k^{(1)} && \text{puesto que } i = 2{,}3 \end{aligned}$$

expresando $k^{(i)}$ como una función de los parámetros, V, s, d, T, θ. El punto de inflexión de la fuerza de trabajo agrícola, V_t, ($PFTA$) es la $FTAE$ ($= FTAC$) cuando el coeficiente de productividad, k, asume el valor del punto de inflexión (21). Así, sustituyendo (21) en (20), tenemos:

$$V_t = A + B - \sqrt{(A+B)^2 - 2AB\,\frac{2d+\theta}{d+\theta}},$$

donde

$$A = \frac{1 + d}{\theta + 2d}$$

$$B = \frac{Q(d + \theta)}{\theta + 2d} \qquad (22)$$

$$Q = \frac{T}{1 + s}$$

El valor de V_t, que es el mismo para los tres casos $(i = 1, 2, 3)$, se considera como una función de los parámetros, d, T, s, θ. También debe notarse que no participan en (22) los parámetros L (la población inicial) y M (la producción agrícola inicial total). La importancia económica de este hecho es que la dimensión absoluta, esto es, la escala de la economía, medida en términos de L y/o M, no es pertinente para los argumentos de este trabajo.

En (22) vemos que V_t es no-negativa. Por lo demás, puede mostrarse que $V_t \leq 1$ si se satisface la siguiente condición:

$$T \leq \frac{(1 - \theta/2)\ (1 + s)}{(1 - \theta)} \qquad (23)$$

Esto, según hemos señalado en el curso del examen empírico de nuestro modelo en el texto, permite postular todos los valores razonables de T, para producir $0 \leq V_t \leq 1$. Suponiendo que se satisface (23), puede demostrarse fácilmente que

$$\frac{\partial V_t}{T\partial} \geq 0 \text{ y } \frac{\partial V_t}{\partial s} \leq 0.$$