

## DESARROLLO Y DESEMPLEO

### El modelo de Solow según una interpretación sinérgica\*

*Silvia London\*\**

#### RESUMEN

La representación de fenómenos complejos propios de los sistemas económicos se encuentra en parte limitada en el análisis lineal. La formalización proveniente de los llamados “sistemas complejos” parece proporcionar un marco adecuado para la formalización de situaciones más cercanas a la realidad económica. Uno de los sistemas complejos más sencillos es la sinérgica, o acción de conjunto, que considera fenómenos autoorganizados en los cuales las perturbaciones alrededor de un parámetro crítico se clasifican como estables o inestables. Según los valores relativos de los parámetros inestables el sistema se reorganiza hasta alcanzar una nueva solución, o vuelve al estado original.

En este trabajo se reinterpreta el modelo básico de Solow según este tipo de modelización, con el propósito de incorporar la posibilidad de desempleo. La búsqueda se centra en encontrar cuándo un cambio en la tecnología causa desempleo temporal o estructural.

#### ABSTRACT

The representation of complex phenomena in economic systems is partly limited to linear analysis. The formalization from the so called “complex systems” seems to provide an adequate framework for the formalization of situations closer to economic

\* *Palabras clave:* sinérgica, modelo de Solow, desempleo. *Clasificación JEL:* Co2, O40.

\*\* Profesora de grado y posgrado de Teoría del Desarrollo y Crecimiento Económicos, Universidad Nacional del Sur, Argentina. Investigadora del Conicet, Argentina. La autora agradece los comentarios

reality. One of the simpler complex systems is the synergetic, which considers phenomena of *self-organization*, in which eigenvalues of perturbations around a critical parameter are classified as stable or unstable. According to the relative values of the unstable parameters the system reorganizes attaining a new solution path or returns to the original one.

In this work the basic model of Solow is reinterpreted under this type of modelization, in order to incorporate the possibility of unemployment. The search is focused in finding when a technological change can cause temporary or structural unemployment.

### INTRODUCCIÓN

Uno de los aspectos más desagradable de los países en desarrollo o subdesarrollados es la existencia de altas tasas de pobreza de su población, las cuales se encuentran por lo general asociadas a alto desempleo o subempleo. Si bien es ampliamente reconocido que los estudios acerca del desarrollo económico difieren de los de crecimiento económico, es habitual tomar esta última rama de análisis para estudiar temas de desarrollo cuando lo que se pretende es avanzar en la formalización: la teoría del desarrollo se caracteriza por sus escasas presentaciones formales (London, 1996). Así, dada la correlación entre las tasas de crecimiento y la mejora en las variables cualitativas propias de estudios de desarrollo es que muchos economistas encaran sus análisis a partir de modelos de crecimiento (Ray, 1999). Entre ellos el más utilizado es el modelo neoclásico de Solow.

Los modelos de crecimiento neoclásicos no incluyen en su presentación la posibilidad de desempleo involuntario, cuya característica principal es el pleno empleo en el mercado de los factores. De allí que su utilidad para la interpretación del comportamiento agregado en países en desarrollo con altas tasas de desempleo se encuentre limitada. Otros modelos, como por ejemplo los de la línea Harrod-Domar, consideran la posibilidad de desequilibrios crecientes en los mercados laborales como producto de un desequilibrio inicial, pero no analizan las causas de este desequilibrio de manera endógena, ni la posibilidad de que aun estando en equilibrio inicial pueda surgir desempleo dado un choque exógeno.

vertidos en las VI Jolate (San Luis Potosí, Mexico), en particular las observaciones realizadas por Andreu Mas-Colell. También agradece los comentarios de Fernando Tohmé y de dos dictaminadores anónimos de EL TRIMESTRE ECONÓMICO. Aun así, todas las omisiones y/o errores de este trabajo son exclusiva responsabilidad de la autora.

De lo anterior se infiere que otra línea de análisis es identificar a los problemas de empleo como surgidos endógenamente del sistema, el cual puede a su vez encontrarse sometido a cambios exógenos. En esta dirección, un cambio en preferencias, tecnologías o instituciones seguramente condicionará los resultados macro generales y afectará los mercados individuales (equilibrio parcial).

Las posibilidades de análisis que incorporen estos elementos son amplias, y existe una vasta bibliografía del desempleo que trata estos problemas. Sin embargo son pocos los trabajos que, partiendo de una situación de equilibrio con pleno empleo y analizando los efectos de un cambio en un parámetro (por ejemplo, la tecnología), avanzan más allá de un análisis de estática comparativa o de un análisis de estabilidad. El modelo de Solow es un clásico ejemplo de este tipo de análisis, y es por ello que en este trabajo se lo considera para analizar su comportamiento, conservando los fundamentos pero variando el marco formal, reescrito ahora como un sistema sinérgico.

La elección de este instrumento matemático no es arbitraria. Una somera revisión de la historia de la teoría económica muestra que el análisis formal de los modelos económicos se basó fundamentalmente en los instrumentos matemáticos provenientes del análisis lineal.<sup>1</sup> La explicación del porqué se utilizó esta modelización —influida en gran parte por la admiración de los primeros marginalistas hacia la mecánica clásica (Mirowski, 1989)— es que ayuda a simplificar la complejidad de los fenómenos prevalecientes en los sistemas económicos.

Sin embargo, la incorporación de fenómenos más complejos, propios de los sistemas económicos, se encuentra limitada en el análisis lineal. Por ejemplo, la presencia de fenómenos irreversibles surge con la incorporación del tratamiento del tiempo: se trata de un análisis en el que la variable “tiempo” desempeña un factor clave, que no puede ser concebido sin considerar “la flecha del tiempo”.<sup>2</sup> El análisis de la incertidumbre, el conflicto y la cooperación en sistemas económicos presenta características similares: difícilmente pueden ser representados a partir de sistemas de ecuaciones lineales.<sup>3</sup>

La consideración de este tipo de conceptos cambia radicalmente cuando

<sup>1</sup> El análisis lineal constituye la parte fundamental del análisis funcional (Kolmogorov y Fomin, 1975).

<sup>2</sup> Prigogine (1996).

<sup>3</sup> Algunas de estas preguntas han hallado respuestas en la teoría de los juegos y la economía de la información. Sin embargo, estas aportaciones, que de alguna manera han revolucionado la teoría económica, ofrecen instrumentos sólo para el análisis de la interacción de pocos individuos y su extensión hacia el estudio de economías está lejos de ser trivial.

los economistas teóricos incorporan elementos no lineales en el análisis, sobre todo a partir de los trabajos seminales de Arthur, y del grupo que posteriormente se formara en el Santa Fe Institute (Estados Unidos).<sup>4</sup> Esta nueva corriente propone la utilización de instrumentos formales provenientes de la termodinámica de los sistemas abiertos. En particular, un amplio grupo de investigadores se abocó al estudio de la teoría del caos, que ofrece a los economistas la obtención de comportamiento complejo a partir de un sistema de ecuaciones sencillas. Otro grupo de economistas que comenzaron a utilizar sistemas no lineales para la formalización se dedicó a otra rama: los sistemas autoorganizados. El estudio del comportamiento y las propiedades emergentes de los sistemas no lineales afectados por choques exógenos proviene de esta rama de análisis. Dentro de estos sistemas se encuentra la sinérgica.

La incorporación de las no linealidades es importante para reafirmar una tendencia en economía que es el paso de modelos puramente fenomenológicos (en los que se incorporan únicamente las variables observadas) a modelos representacionales (en los que se utilizan supuestos acerca de variables no observables).

En este trabajo se presentará la opción más sencilla para avanzar en esta línea de investigación.<sup>5</sup> Para ello, primero se esbozarán los lineamientos generales del sistema autoorganizado más elemental, la sinérgica o acción de conjunto. Luego se reinterpretará el modelo básico de Solow con este tipo de modelización para incorporar la posibilidad de desempleo. La búsqueda se centra en encontrar cuándo un cambio en la tecnología ocasiona desempleo temporal o estructural. Dado que en esta primera etapa de análisis no se planteará la trayectoria del crecimiento, en las conclusiones se señalan las debilidades y fortalezas de esta propuesta para sugerir como futura línea de investigación un modelo completo de crecimiento con desempleo, según los supuestos neoclásicos.

## I. SISTEMAS AUTOORGANIZADOS ELEMENTALES. LA SINÉRGICA<sup>6</sup>

El estudio de la sinérgica pertenece a un campo interdisciplinario de investigación que analiza la emergencia de estructuras espaciales, temporales, espacio-temporales y funcionales en sistemas complejos. Se ocupa princi-

<sup>4</sup> Anderson, Arrow y Pines (1988).

<sup>5</sup> Este trabajo constituye un apartado de uno de los capítulos del manuscrito de London (2005).

<sup>6</sup> Véase Tohmé y London (1995).

palmente de la formación de pautas en sistemas en desequilibrio. De allí que por medio de los principios básicos de la sinérgica se pretenda un acercamiento a los sistemas complejos en un nivel macroscópico de descripción, que es un instrumento para analizar las transiciones de comportamiento y el problema de reconocimiento de pautas. Estas pautas surgen de la autoorganización del sistema: una estructura altamente ordenada emerge en un sistema sin interferencia específica externa.

La autoorganización surge debido a la emergencia de parámetros de orden, que esclavizan los restantes grados de libertad del sistema. Los parámetros de orden fuerzan las componentes del sistema a comportarse de una manera coherente. A su vez, las componentes individuales determinan el parámetro de orden.

Se ha demostrado la existencia de numerosos sistemas autoorganizados, y el láser es un ejemplo en particular importante.<sup>7</sup> Un ejemplo con mayores analogías a los sistemas económicos surge de la biología, y es el problema de la morfogénesis (desarrollo de los organismos vivos basado en la diferenciación de células). Durante el crecimiento de un tejido las células de un organismo tienen que tener información acerca de cómo diferenciarse unas de otras. Se plantea la cuestión de dónde está almacenada esta información, y surgen dos posturas en cierto grado antagónicas: *i*) la información está almacenada en cada célula por separado, y *ii*) la información es producida por el comportamiento cooperativo de las células

Los resultados parecerían confirmar la segunda hipótesis, señalando entonces que la información relevante se encuentra generada de manera colectiva. De allí la posibilidad de realización de un modelo teórico, basado en la noción de campo morfogenético. Mediante la difusión y reacción, las células en un tejido producen productos químicos que generan un campo de concentraciones químicas (campo morfogenético). La información de cómo diferenciarse se encuentra implícita en este campo. Ciertos valores de las concentraciones provocan la activación de ciertos genes en las células.

En general, podemos hablar de dos características propias de un sistema sinérgico: es un sistema compuesto por varios subsistemas, y existe un flujo de energía, materia o información, a lo largo del sistema, es decir que es un sistema abierto alejado del equilibrio. Cambiando las condiciones exter-

<sup>7</sup> La teoría completa del láser ha sido desarrollada rigurosamente a partir de los primeros principios de la física, y permite dar a las nociones centrales de parámetros de orden y modos esclavizados una definición matemática concreta.

nas se introducen cambios cualitativos de comportamiento que pueden llevar de estados desestructurados a pautas coherentes, o de estados ordenados a pautas ordenadas diferentes. La inestabilidad del sistema puede convertir estados estacionarios en estados que varíen en el tiempo y causar transiciones entre distintos comportamientos temporales.

Mediante el cambio de las condiciones externas los sistemas dinámicos pueden ser forzados a pasar por una jerarquía de inestabilidades entre estados con diferentes pautas espacio-temporales o de comportamiento. Todas estas transiciones se encuentran basadas en los mismos mecanismos universales que se resumen en el principio esclavizador de la sinérgica. Cercano a la transición el comportamiento del sistema es gobernado por parámetros de orden espontáneamente generados que esclavizan los restantes grados de libertad del sistema.

Para formular matemáticamente el principio esclavizador de la sinérgica se inicia el análisis en el nivel mesoscópico del mismo (mediante variables promedio).<sup>8</sup> Una reacción está descrita por un conjunto de ecuaciones de reacción-difusión. Por lo general el sistema en consideración es definido por  $N$  variables de estado  $q_i$ , con  $i = 1, \dots, N$ . Se utilizará notación vectorial, por lo que se llamará  $q$  al vector de estado. Dicho vector cambia en el tiempo, por lo que se formula:

$$(d/dt)q = N(q, \lambda) + F(q)$$

El operador  $N(q, \lambda)$  es no lineal. Cambios en las condiciones externas son tomados en cuenta por un conjunto de parámetros de control  $\lambda$ . Las fuerzas de fluctuación se encuentran sumariadas en el operador estocástico  $F(q)$ . El problema puede ser analizado suponiendo que  $F$  tiene una distribución con media nula.

Consideremos un sistema que está en un estado estable periódico o cuasi-periódico,  $q_0$ , y que por un cambio en los parámetros de control pierde su estabilidad. Se supone que el nuevo estado permanece cercano a ese estado inicial inestable. El estado perturbado es:

$$q(\lambda, t) = q_0(\lambda, t) + w(\lambda, t)$$

en el que  $w(\lambda, t)$  indica la perturbación. Se sabe, derivando con respecto al tiempo, que:

$$(d/dt)q = (d/dt)q_0 + (d/dt)w$$

en el que  $(d/dt)q_0 = 0$ .

<sup>8</sup> Véase un análisis más pormenorizado en Friedrich y Haken (1989).

Linealizando en el entorno de  $q_0$ :

$$(d/dt)w = k w$$

$$w = k^* e^{kt}$$

en que los  $k^* = (k_1^* \dots k_i^* \dots k_n^*)$  es el vector de modos normales o amplitudes asociadas con los autovalores  $k_i$  que surgen de:

$$k w = (dN/dq) w$$

Cada solución  $k_i$  determina una dirección de movimiento, y la parte real de  $k_i$  su magnitud. Entonces, la ecuación  $w = k^* e^{kt}$  se reescribe como:

$$w = k_i^* e^{k_i t}$$

Por tanto,

$$q(\cdot, t) = q_0(\cdot, t) + k_i^* e^{k_i t}$$

Para  $t \rightarrow \infty$ ,  $q(\cdot, t) = q_0(\cdot, t)$  para valores de  $k_i$  para los cuales  $q_0(\cdot, t)$  es estable.

Para el caso de valores críticos el resultado varía. En primer lugar va a existir algún  $k_i$  tal que su parte real será 0. Entonces, los modos normales  $k_i^*$  pueden dividirse en estables, si su parte real es estrictamente menor que 0, o inestables, si su parte real es positiva. La ecuación del estado perturbado escrita líneas arriba se puede reescribir ahora como:

$$q(\cdot, t) = q_0(\cdot, t) + \sum_u k_u^* e^{k_u t} + \sum_s k_s^* e^{k_s t}$$

en que los  $e^{k_u t}$  son los modos inestables, los  $k_u^*$  las amplitudes, los  $e^{k_s t}$  los modos estables y los  $k_s^*$  las amplitudes. Diferenciando:

$$(d/dt)q = (d/dt)q_0 + \sum_u k_u^* d_t(e^{k_u t}) + \sum_s k_s^* d_t(e^{k_s t})$$

Llamando  $\sum_u a_u e^{k_u t}$ , y  $\sum_s a_s e^{k_s t}$ , y reescribiendo la expresión anterior, tenemos que:  $d_t \sum_u a_u k_u$  un componente no lineal y  $d_t \sum_s a_s k_s$  un componente no lineal.

Tomando sólo la parte lineal, como  $k_s \rightarrow 0$ :

$$d_t \sum_u a_u = d_t \sum_s a_s$$

Luego, mientras los  $\sum_s a_s$  se anulan rápidamente, los  $\sum_u a_u$  siguen desplazando al sistema. Los modos estables quedan “esclavizados” por los inestables:

$$s(t) = s(u(t))$$

o sea

$$e^{st} = e^{s \exp(ut)}$$

Es fácil observar que en la ecuación anterior el tiempo de convergencia lo da la dirección inestable. Finalmente, la ecuación del estado perturbado queda reescrita en función de los modos inestables, verificándose que el sistema queda con pocos grados de libertad:

$$q(u, t) = q_0(u, t) + \sum_u k_u^* e^{kut} + \sum_u k_s^* e^{ks \exp(kut)}$$

Los  $u$  son parámetros de orden. Una inestabilidad que aparece variando un parámetro de control puede llevar a transiciones de fases de no equilibrio, conducidas por los parámetros de orden. Cuáles son los parámetros de orden depende fundamentalmente de la función  $N$ . El efecto de las fluctuaciones en el comportamiento del sistema es fuerte en un punto cercano a la inestabilidad. La ocurrencia de inestabilidad es indicada por fluctuaciones críticas.

Finalmente, cuando  $t \rightarrow \infty$ ,  $q \rightarrow q_1$ , en que  $q_1$  es un nuevo estado del sistema. Las fluctuaciones aleatorias sólo han contribuido a disparar el proceso de autoorganización.

Se reinterpretará el modelo de Solow con este marco formal. Para ello se exhibirán, en primer lugar, sus argumentos principales.

## II. EL MODELO BÁSICO DE SOLOW

Solow (1956) estableció un modelo de crecimiento económico que flexibiliza la relación capital/trabajo, rígida en formulaciones anteriores, por medio de sustituciones de trabajo por capital inducidas por la variación en la relación de los precios relativos de ambos. El modelo supone una función de producción idónea ( $F$ ), cuyos argumentos son un factor no acumulable, trabajo ( $L$ ) y uno acumulable, el capital ( $K$ ). Suponiendo homogeneidad del capital, tasa de crecimiento de la población dada y ausencia de progreso técnico:

$$Y = F(K, L)$$

En términos *per capita*:

$$y = f(k)$$



Incorporamos la función proporcional de ahorro  $S$  y la condición de corriente (igualdad ahorro-inversión,  $I$ ):

$$\begin{aligned} S &= s \cdot T & s & \text{propensión marginal al consumo} \\ S &= I = K/t \end{aligned}$$

Con  $L$  creciendo a la tasa  $t$  obtenemos (sin considerar la depreciación del capital):

$$k/t = s \cdot f(k) - k$$

en que  $s$  = propensión a ahorrar,  $f$  = la función de producción *per capita*,  $0$  = la tasa de crecimiento de la mano de obra, exógenamente dada. El modelo no es de optimización intertemporal, esto es, la función de ahorro no está explícitamente derivada de consideraciones de eficiencia intertemporal. De esta manera, se puede elegir convenientemente las pendientes de  $s \cdot f(k)$  y  $f(k)$  para obtener los resultados deseados.

La resolución de las ecuaciones del sistema conducen a la determinación del capital *per capita* “adecuado” (nivel de capital *per capita* en el equilibrio), a partir del cual se obtiene el producto *per capita*, y, endógenamente, se determinan las remuneraciones al capital y al trabajo, según la ecuación de Euler. De esta manera se plantea un sistema en el cual, según sean los parámetros tecnológicos, todas las variables se determinan endógenamente, y no hay posibilidad de desempleo (voluntario) de ningún factor.

Así, definimos el estado estacionario de la economía como una situación en la que la tasa de crecimiento de cada flujo es constante. En equilibrio,  $s \cdot f(k) = k$ , esto es, la generación de nuevo capital es la suficiente para mantener el acervo de capital *per capita* constante, por lo que  $k/t = 0$ . Este es un equilibrio estable: si el capital fuera mayor al requerido por las condiciones del estado estacionario,  $s \cdot f(k) > k$ , habría desacumulación de capital hasta igualar la ecuación. El mismo análisis puede realizarse suponiendo un capital *per capita* menor al requerido.

Se infieren cuatro conclusiones básicas de esta formulación. En primer lugar, el producto y la mano de obra crecen a la misma tasa. Segundo, el capital y el producto también crecen a la misma tasa, y de estas dos primeras conclusiones se obtiene que las tres variables del modelo (capital, producto y mano de obra) crecen a la misma tasa, por lo que la tasa de crecimiento del producto (o del capital) *per capita* es nulo. La tercera conclusión es la llamada “hipótesis de la convergencia”: dado que el modelo supone una única

función de producción a lo largo de todo el mundo implica que, en un marco internacional, todos los países deben convergir a un mismo nivel de capital y producto *per capita*.

Esta conclusión deja un margen de acción casi nulo para intervenciones de política económica, tendientes a modificar las trayectorias de un sistema. Por otro lado, la hipótesis de la convergencia invita a “esperar” a que los países pobres crezcan rápidamente, para alcanzar a los países ricos, mientras que estos últimos desaceleran su crecimiento. La evidencia empírica señala la invalidez de esta proposición (Ros, 2001).

Varios modelos de crecimiento de otros autores salvan esta dificultad, suponiendo variaciones en las tasas de ahorro (Kaldor), en la función de producción (Harrod) o en los rendimientos de los factores (modelos de crecimiento endógeno). A partir de allí se derivan posibilidades de política económica, como vimos líneas arriba (Sala-i-Martin y Barro, 1995).

Sin embargo, manteniendo el espíritu del modelo de Solow, supondremos que los precios de los factores capital y trabajo se determinan exógenamente, que no endógenamente, y analizaremos la posibilidad de hallar pautas diferentes de crecimiento económico. Para este fin, presentaremos un modelo sinérgico en el que los mercados de capital y trabajo interactúan.

### III. DESEMPLEO EN EL MODELO DE SOLOW: UNA VISIÓN SINÉRGICA<sup>9</sup>

El primer ámbito de influencia de la termodinámica clásica en teoría económica fue la representación del funcionamiento de los mercados (Mirowski, 1989). En particular, se trabajó con el supuesto de que los mercados permanecían cerrados a influencias externas. Dado que el estado de un mercado se describía completamente mediante el vector de precios y que era necesario explicar por qué los mercados estaban por lo general en equilibrio —entendido en el sentido intuitivo de que hay un “orden”— era necesario determinar por qué la oferta y la demanda parecían coordinarse tan bien como para generar un vector de precios estable. Con ese objetivo, Walras aplicó una dinámica de ajuste de precios, tendiendo al equilibrio. En su presentación, basada en la analogía con una subasta, las transacciones no se efectivizaban hasta alcanzar el equilibrio. A pesar de varios problemas formales en la presentación de Walras, los modelos de subasta por ajuste de precios fueron muy difundidos, con el título general de “dinámicas de *tâtonnement*”.

<sup>9</sup> Se sigue de cerca la presentación de Tohmé y London (1995) para la primera parte de este apartado.

Las versiones modernas se centran en el cambio en los precios como una función del exceso de demanda: los precios de los bienes con exceso de demanda crecen mientras que los que tienen exceso de oferta caen. El equilibrio es entonces un estado en el cual los excesos son nulos. Los análisis se volcaron a la demostración de las condiciones de existencia, estabilidad y unicidad del equilibrio. La conocida demostración de Arrow y Debreu (1954) muestra que, con una serie de supuestos simplificadores (entre ellos el de que la funcional de la cual se deduce el cambio de precios es lineal) se asegura la existencia de equilibrio general competitivo. Scarf (1960) mostró posteriormente que la dinámica de precios puede dar lugar también — cuando la dinámica no es lineal — a soluciones no puntuales, es decir a situaciones en las que no se alcanza el equilibrio.

Con base en esa línea de relajación de supuestos resulta posible permitir la variabilidad en los parámetros de exceso de demanda. ¿Cómo influiría este tipo de análisis en el caso de un modelo de crecimiento dinámico como es el de Solow? Para hallar una respuesta deberíamos, en primer término, incorporar precios a dicho esquema. Recordemos que en este modelo los precios no se encuentran determinados de manera explícita. Las participaciones de los factores y sus respectivas remuneraciones (presentadas como salarios y ganancias en la ecuación de Euler) se determinan una vez alcanzado el equilibrio. Dado que estamos en presencia de un modelo con equilibrio de pleno empleo, cualquier cambio en la producción determinará un nuevo punto de equilibrio para el cual se determinarán, una vez más, las remuneraciones o participaciones del trabajo y del capital.

En una economía descentralizada estos valores de productividad marginal encontrados se corresponderían a los precios de los factores. En presencia de una función agregada con perfecta sustitución de factores y rendimientos constantes a escala, a esos valores existe pleno empleo de los factores. Tal como se señaló líneas arriba, no existe la posibilidad de desempleo en este contexto, que es una de las principales conclusiones del modelo de crecimiento de Solow. El equilibrio alcanzado en las condiciones descriptas es estable, y cualquier modificación de un parámetro (choque exógeno) conducirá, en el largo plazo, a un nuevo punto de equilibrio.

¿Es posible que un cambio en la tecnología, por ejemplo, afecte a los mercados de manera que no se produzca un nuevo punto de pleno empleo (equilibrio de los mercados)? En principio no. En realidad el enfoque neoclásico de crecimiento deja de lado todas las “dificultades keynesianas” al

incorporar la igualdad (identidad) ahorro-inversión *ex ante*, con la consiguiente ausencia de una función de inversión que incorpore el papel de las expectativas empresariales. Más aún, “en el modelo de Solow los mercados de factores funcionan perfectamente, produciéndose los ajustes de salario y la tasa de ganancia de manera suave e inmediata cuando cambian las circunstancias” (Jones, 1979). Sin embargo, si no consideramos el esquema de Solow como un sistema lineal, y centramos nuestra atención en la relación de participaciones marginales de los factores, podemos investigar cuál sería el efecto de un cambio (en principio exógeno) de una modificación parcial en uno de los mercados de factores.

Centraremos nuestra atención en el mercado de trabajo, dejando de lado en esta presentación los resultados respecto al producto. Podemos interpretar las participaciones de los factores del periodo anterior (situación de equilibrio) como los precios de los mismos en cada uno de los mercados. En este sentido, y análogamente a como se realiza en los mercados a la Arrow y Debreu, la dinámica de los precios puede expresarse como sigue:

$$\bullet \quad dp = Z(\cdot, p)$$

en la que  $p$  es el sistema de precios en la superficie esférica unitaria positiva  $S$  y  $Z(\cdot, p)$  es la función de exceso de demanda no lineal.<sup>10</sup> El parámetro representa la posibilidad de cambio de tecnología.

La variable exógena es la tecnología, y si suponemos que el mercado está abierto esta variable puede cambiar. Este supuesto no se encuentra en el modelo de Solow presentado líneas arriba, que considera la tecnología constante. Sin embargo, este autor, a partir de una serie de críticas a su modelo surgidas de conclusiones de estudios empíricos, incorpora una función de progreso técnico exógeno neutral de Harrod, que no modifica las conclusiones principales por él encontradas, sino que se reduce a desplazar la función de producción en cada periodo. De esta manera las participaciones de los factores se mantienen constantes, pero en unidades de eficiencia, y los mercados de factores continúan en equilibrio de pleno empleo. El supuesto introducido en esta presentación modificará sensiblemente este resultado.

Sea  $p^*(\cdot, t)$  el precio de equilibrio, en el que tanto la mano de obra como el capital se encuentran plenamente utilizados y no existe desempleo involuntario. Esta relación de precios fue obtenida a partir de las productivida-

<sup>10</sup> La función exceso de demanda deberá ser continua, homogénea de grado 0 y debe verificar la ley de Walras:  $p \cdot Z = 0$ .

des marginales de los factores. Supongamos un cambio exógeno en la tecnología. El mismo puede provenir de la incorporación de un nuevo método de producción, la adquisición de una patente, etc. El equilibrio descrito en  $p^*$  se corresponde a uno con la tecnología anterior, y el nuevo estado dependerá de la perturbación que el cambio provoque al estado estable. La evolución de dicha perturbación puede ser expresada como:

$$\bullet \quad p(\cdot, t) - p^*(\cdot, t) = w(\cdot, t)$$

en que  $w(\cdot, t)$  es el sendero de perturbación del estado de equilibrio. Básicamente lo que nos dice la expresión anterior es que el cambio tecnológico producirá cambios en los mercados de factores a partir de variaciones en la demanda de los mismos, y que la magnitud del cambio (representada por  $w$ ) dependerá del efecto que la nueva tecnología tenga en los requerimientos factoriales.

Tomando derivadas con respecto al tiempo es posible considerar que  $(p^*(\cdot, t) - 0)$ :

$$\bullet \quad \dot{p}(\cdot, t) = \dot{w}(\cdot, t)$$

En un entorno podemos tomar la aproximación lineal:

$$\bullet \quad \dot{w}(\cdot, t) \approx \dot{w}(\cdot, 0)$$

y por tanto:

$$\bullet \quad w(\cdot, t) \approx k^* e^{kt}, \text{ en que } k^* = \dot{w}(\cdot, 0)$$

Dado que  $\dot{p} = \dot{w}$ , los autovalores de la aproximación lineal son soluciones de la ecuación siguiente:

$$\bullet \quad k^2 - w'Z/p'w = 0$$

Cada solución  $k_i$  determina una dirección de movimiento y  $Re(k_i)$  la magnitud de tal movimiento. Dada la independencia de los autovectores podemos representar la perturbación como sigue:

$$\bullet \quad p(\cdot, t) - p^*(\cdot, t) = \sum_i k_i^* e^{k_i t}$$

Esta expresión será idéntica a  $p^*(\cdot, t)$  cuando  $t \rightarrow \infty$ , para valores de tales que para todo  $i, Re(k_i) < 0$ .

Pero si  $\lambda$  deviene crítico (existe un  $i$  tal que  $Re(k_i) = 0$ ) podemos hacer una bipartición de un conjunto de autovalores. Una clase consistirá en autovalores estables:  $k_i^s$ , tal que  $Re(k_i^s) < 0$ . La otra clase incluirá los autovalores inestables:  $k_i^u$ , con  $Re(k_i^u) > 0$ . Entonces tenemos que:

$$\bullet \quad p(\lambda, t) = p^*(\lambda, t) = \sum_i k_i^{*s} e^{k_i^s t} + \sum_i k_i^{*u} e^{k_i^u t}$$

Los  $\{e^{k_i^s t}\}$  y  $\{e^{k_i^u t}\}$  son los modos estables e inestables respectivamente. La derivada en el tiempo, o amplitud de relajación, muestran que:

$$\bullet \quad \frac{d}{dt} e^{k_i^s t} = k_i^s e^{k_i^s t}$$

$$\bullet \quad \frac{d}{dt} e^{k_i^u t} = k_i^u e^{k_i^u t}$$

Es claro que  $\frac{d}{dt} e^{k_i^s t} < 0$  y  $\frac{d}{dt} e^{k_i^u t} > 0$ . El modo estable relaja rápidamente, entonces es capaz de seguir la relajación lenta del modo inestable. El sistema pierde grados de libertad y su comportamiento se encuentra definido por los modos inestables, cuando los parámetros asumen valores críticos. Un equilibrio deviene inestable para un cambio de parámetros, y el *tâtonnement* se autoorganiza llevando al sistema a un nuevo estado.

Supongamos que el choque tecnológico viene acompañado por un incremento en la demanda del factor capital. Concretamente, en el caso de los dos mercados señalados, tenemos que, por la ley de Walras, el exceso de demanda del bien 1 (capital) es  $Z_1(\lambda; p_1/p_2, 1)$  (los precios pueden ser normalizados porque el exceso de demanda debe ser homogéneo de grado 0). Cualquier equilibrio será de la forma  $(p_1^*/p_2^*, 1)$  y será estable si  $Z_1(\lambda; p_1^*/p_2^*, 1) < 0$ .

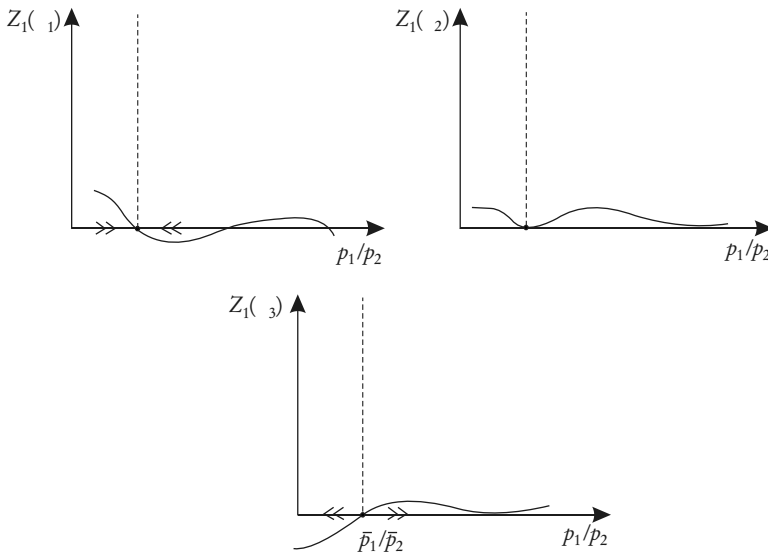
Más generalmente, cualquier perturbación al equilibrio tendrá la forma:

$$p_1(t)/p_2(t) = p_1^*/p_2^* + k^* e^{Z_1(\lambda; p_1^*/p_2^*, 1) t}, \text{ en que } k^* \text{ es el valor de la perturbación en } t = 0$$

Del análisis anterior es claro que la autoorganización surge cuando  $Z_1(\lambda; p_1^*/p_2^*, 1) > 0$ , un cambio de signo que sigue al cambio en  $\lambda$ . Representamos este hecho en la gráfica 1, en relación con el equilibrio  $p_1^*/p_2^*$ :

- i) Si  $Z_1(\lambda; p_1^*/p_2^*, 1)$  es negativo, entonces cualquier perturbación afecta el sistema sólo en el corto plazo, dejando inalterado el equilibrio. Este resultado es el tradicional del modelo de Solow.
- ii) Si  $Z_1(\lambda; p_1^*/p_2^*, 1)$  es nula, entonces el resultado de cualquier perturbación no crece ni decrece en el tiempo. Aquí el desequilibrio se mantiene en el tiempo, sin acentuarse.

GRÁFICA 1. Mercado de factores en el modelo de Solow



- iii)  $Z_1(\bar{p}_1/\bar{p}_2, 1)$  es positivo, entonces cualquier perturbación crece y el sistema no retorna a  $\bar{p}_1/\bar{p}_2$ . La generación de una situación de desempleo inicial conduce a incrementos cada vez mayores en el desempleo. Los parámetros esclavizan al sistema a volcarse por una tecnología capital (o trabajo) intensiva, generando desempleo creciente en el mercado del trabajo (o del capital).

Este sencillo ejemplo muestra cómo un cambio en la tecnología modifica el comportamiento esperado del sistema, reflejándose en el mercado de factores. Esto está relacionado con el concepto de economías regulares introducido por Debreu.<sup>11</sup> Obviamente, el valor de  $\bar{p}_1/\bar{p}_2$  tal que  $Z_1(\bar{p}_1/\bar{p}_2, 1) = 0$ , hace la economía no regular.<sup>12</sup> Un resultado interesante es que por lo común la tecnología es fija en corto y mediano plazos, por tanto la economía es regular,<sup>13</sup> y el caso en el que surge autoorganización por esta razón no es genérico. Pero el objetivo de este ejemplo es mostrar como una economía en continua transformación puede naturalmente pasar a un estado no regular, a pesar de su no genericidad.

<sup>11</sup> Una economía es regular si el vector de precios de equilibrio no constituye un punto crítico de la función de exceso de demanda.

<sup>12</sup> Véase un interesante análisis de economías no regulares o singulares en Acchinelli y Puchet (2005).

<sup>13</sup> Debreu (1970).

El hecho de que la tecnología sea un parámetro de cambio lento explica por otro lado el fenómeno de “no ajuste” de la función de producción a los nuevos precios del mercado de factores, con el fin de eliminar el desempleo (con un nuevo cambio inducido en los precios relativos). El nuevo equilibrio será uno con desempleo, y si bien las fuerzas del mercado tenderán a corregir esta situación, el cambio necesario a tal fin es lento por la propia naturaleza de las variables implicadas, y aun más difícil si incorporamos nuevos choques de tecnología capital intensivo.

Un punto interesante de análisis es en el que deviene crítico, es decir los casos para los que existe un  $i$  tal que  $Re(k_i) < 0$ . En términos del sistema económico presentado cabría preguntarse por las condiciones en las que se genera tal resultado. El propio Solow admite que la introducción de salarios rígidos y de trampa de liquidez (elementos keynesianos no presentes en su análisis) producirían desempleo (Jones, 1979). Sin embargo el formalismo presentado en este artículo mantiene la simplicidad del modelo de Solow, y la presencia de valores críticos ya no depende de rigideces introducidas en los mercados sino de valores de los choques exógenos. Para el ejemplo particular presentado aquí se trata de choques tecnológicos.<sup>14</sup>

## CONCLUSIONES

El modelo presentado responde a los lineamientos básicos del modelo de Solow. Según este modelo, todos los países convergen a un estado estacionario, creciendo a una tasa mayor los que se encuentren por debajo de dicho equilibrio y a una menor los que se encuentren por encima. El supuesto básico es que existe una función de producción internacional de *best-practice* (la frontera tecnológica del momento) por la que las naciones pueden desplazarse. El producto por trabajador efectivo crecerá como resultado de la acumulación de capital, y puesto que el progreso técnico tiene lugar a un crecimiento exógeno por año, el ingreso *per capita* crecerá a esa tasa.

En este contexto, las posibilidades de acción gubernamental para modificar los resultados parecen *nulas* o, al menos, limitadas en su eficacia en el tiempo. Por otro lado, aceptando la hipótesis de la convergencia, podríamos pensar que el salto necesario que deben realizar los países atrasados para si-

<sup>14</sup> La presentación más completa del modelo de Solow con optimación dinámica incorpora las preferencias de los agentes como parámetro. Sería posible avanzar sobre el ejemplo actual e incorporar los efectos de cambios exógenos de preferencias con una perspectiva singergética.



tuarse en la frontera de posibilidades de producción internacional es una tarea titánica, y el camino para realizarse no se analiza ni se insinúa en el modelo de Solow. Los mercados que se vacían es otra de las hipótesis fuertes que tienen este tipo de modelos para el análisis de los países en desarrollo.

Una opción para ampliar el análisis fue la presentada en la sección III, en el que cambios en la tecnología inciden en el comportamiento del sistema, y dependiendo de las situaciones iniciales del mismo estos cambios pueden acentuar, perpetuar o revertir situaciones de desempleo. El análisis muestra la posibilidad de que ciertos modos de comportamiento motivados por algún cambio de parámetro puedan conducir a la “esclavización” de los restantes modos de comportamiento. El resultado es interesante desde el punto de vista que permite analizar fenómenos como cambios en el sistema de precios debidos a cambios en la tecnología, si bien se plantea como excesivamente artificial el supuesto de que los cambios en la tecnología son instantáneos y que conducen a una nueva ronda de “subastas” para fijar los nuevos precios de equilibrio.

A pesar de esta crítica, el planteamiento formal permite incorporar una faceta ignorada en el enfoque tradicional, y es de no sólo centrar el análisis en el aspecto cuantitativo (evolución del PIB) sino también en el cualitativo (situación del mercado laboral). Sin embargo, el modelo presentado sólo avanza en este aspecto, y no deja un margen de acción considerable para la política económica. Tan sólo la modificación del parámetro tecnológico parecería ser la respuesta a un problema generalizado de desempleo, y esta conclusión, si bien es absolutamente válida, es de una generalidad paralizante. Aun así, la evidencia empírica (sobre todo en los países que orientaron su industrialización a productos para exportación mano de obra intensiva) señala que el camino de análisis se encuentra en esta dirección. El siguiente paso, cuyo resultado se plasmará en futuras presentaciones, es incorporar crecimiento al esquema planteado, y analizar la interrelación entre crecimiento y desempleo en un modelo autoorganizado de mayor complejidad, según la hipótesis de que no siempre dicha relación es negativa.

Es importante destacar que la presencia de desempleo en el modelo de Solow no es el principal objetivo de esta presentación. Existe una vasta bibliografía de modelos de crecimiento con desempleo con sus correspondientes aportaciones y desaciertos. El planteamiento principal de este trabajo fue presentar un instrumento formal proveniente de la termodinámica del desequilibrio aplicada a un modelo sencillo de crecimiento, y mostrar con este

ejemplo las múltiples posibilidades potenciales de análisis de dicho instrumento. En este aspecto, el trabajo presentado se orienta fundamentalmente a invitar a la exploración de esta nueva propuesta metodológica.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Accinelli, E., y M. Puchet (2005), "Could Catastrophe Theory Become a New Tool in Understanding Singular Economies?", Martín Puchet, Lionello Punzo y Jaced Leskow (comps.), *Lecture Notes: Newtools in Economics*, Springer-Verlag.
- Anderson, P., K. Arrow y D. Pines (comps.) (1988), *The Economy as an Evolving Complex System*, Redwood, Addison-Wesley.
- Arrow, K., y G. Debreu (1954), "Existence of Equilibrium for a Competitive Economy", *Econometrica* 22(2).
- Debreu, G. (1970), "Economies whith a Finite Set of Equilibria", *Econometrica* 38(3).
- Friedrich, R., y H. Haken (1989), "A Short Course on Synergetics", A. Proto (comp.), *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*, Amsterdam, North-Holland.
- Jones, H. (1979), *Introducción a las teorías modernas del crecimiento económico*, Antoni Bosch Editor.
- London, S. (1993), "La teoría del desarrollo económico como un programa de investigación científico: Su formalización", inédito.
- (1996), "Formalización de la teoría del desarrollo: Un enfoque de sistemas complejos", tesis de maestría en economía, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca. En *Revista de Estudios Económicos*, UNS.
- (2005), "Dinámicas no-lineales en teoría del desarrollo económico: Nuevos enfoques", inédito.
- , y F. Tohmé (1998), "Disequilibrium Economics: Tools from Open Systems Theory", *Económica*, núms. 1-2, enero-junio.
- Mirowski, P. (1989), *More Heath than Light*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Ray, D. (1999), *Development Economics*, Princeton.
- Romer, P. M. (1994), "The Origins of Endogenous Growth", *Journal of Economic Perspectives*.
- Ros, J. (2001), *Development Theory & The Economics of Growth*, The University of Michingan Press.
- Prigogine, I. (1996), *El fin de las certidumbres*, Santiago de Chile, Andrés Bello.
- Sala-i-Martin, X., y R. Barro (1995), *Economic Growth*, Mc Graw Hill.
- Scarf, H. (1960), "Some Examples of Global Instability of the Competitive Equilibrium", *International Economic Review* 1(1).

- Solow, R. (1956), "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, vol. LXX, pp. 56-94.
- (1992), *Siena Lectures on Endogenous Growth Theory*, Siena.
- Tohmé, F., y S. London (1995), "Thermodynamics and Economic Theory", *Anales de la Asociación Argentina de Economía Política*.