

ПРОТОКОЛ X

МЕХАНИКА - ПРАКТИКУМ

Теорема на Хюйгенс-Щайнер

Лабораторно упражнение №7

Виолета Кабаджова,
ККТФ, фак. номер: ЗРН0600026

Физически Факултет,
Софийски Университет "Св. Климент Охридски"
15 ноември 2022 г.

1 Теоритична част

Теоремата на Хюйгенс-Щайнер спомага за определянето на инерчния момент на тяло спрямо произволна ос, свеждайки задачата до измерване на инерчния момент на това тяло спрямо ос, успоредна на търсната и минаваща през центъра на масите му, и измерване на разстоянието между двете оси. Взаимовръзката им се изразява чрез формула 1, където I е инерчният момент на тяло с маса m спрямо произволна ос Oz , I_0 - инерчният момент на тялото спрямо успоредна ос, минаваща през центъра на масите му, l - разстоянието между тези две оси.

$$I = I_0 + ml^2 \quad (1)$$

Изследването на инерчния момент на тяло спрямо дадени оси може да се извърши посредством торзионно махало - твърдо тяло, което е закачено на нишка с еластични свойства при усукване, преминаваща през центъра на масите му. Периодът на едно торзионно махало се определя от формула 2, където T е периодът на махалото, I е инерчният момент спрямо оста около която трепти, а D - дирекционният момент на нишката.

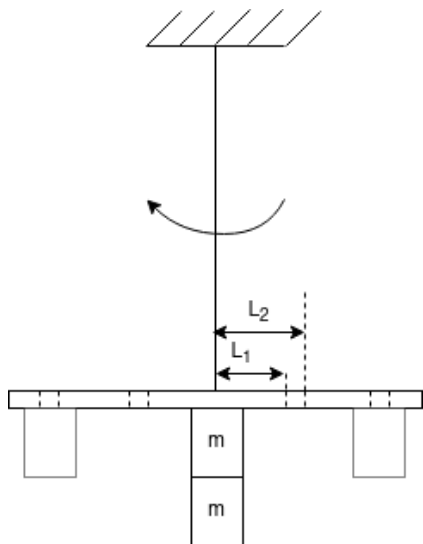
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \quad (2)$$

2 Експериментална част

2.1 Експериментална установка

На фиг. 1 е указана схема на торзионно махало, което ще използваме в настоящия експеримент. То се състои от пръчка, върху която ще закрепим тела с маса m на няколко разстояния от центъра на масите: $l_0 = 0$ cm, $l_1 = 23.8$ cm, $l_2 = 30.9$ cm, $l_3 =$ cm и $l_4 = 0$ cm. При $l_0 = 0$ cm, двете тела са окачени едно на друго.

Ще измерим инерчния момент на хомогенен диск, който в последствие ще заместим с пръчката. Разглеждането на хомогенен диск ни позволява да изследваме теоремата на Хюйгенс-Щайнер като съотношение между инерчните моменти на този диск и съответната система от пръчка и тела, използвайки формула 4, следваща от формули 2 и 3,



Фигура 1: Схема на торзионно махало

като по този начин не се налага търсенето на дирекционния момент на системата. Чрез съпоставка на стойностите, получени от формули 1 и 4 за откриване на инерчния момент на тяло в рамките на техните грешки, ще докажем теоремата на Хюйгенс-Щайнер.

$$\frac{T_c}{T_d} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_c}{D}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_d}{D}}} \Rightarrow \frac{I_c}{I_d} = \frac{T_c^2}{T_d^2} \quad (3)$$

$$I_c = \frac{1}{2}MR^2\frac{T_c^2}{T_d^2} \quad (4)$$

2.2 Задача: Измерване на инерчния момент на хомогенния диск

Инерчният момент на диск I_d спрямо геометричната му ос може да бъде пресметната по формула 5, откъдето следва, че $I_d = (100.43 \pm 0.09) \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$

$$I_d = \frac{1}{2}MR^2 \quad (5)$$

2.3 Задача: Проверка на теоремата на Хюйгенс-Щайнер

Валидността на теоремата ще потвърдим чрез сравняване на получените стойности за инерчния момент на системата от формули 1 и 5, за които ще искаме да бъдат равни в рамките на абсолютните си грешки.

За по-голяма точност периода на диска изчисляваме чрез неколкостранно измерване на времето за N периода на диска, което сумарно време в следствие разделяме на N .

За диска получаваме $\bar{T}_d = 2.82 \pm 0.03$ s, а за $\bar{T}_{c_{L1}} = 2.5128 \pm 0.01$ s, $\bar{T}_{c_{L2}} = 2.91 \pm 0.01$ s, $\bar{T}_{c_{L3}} = 4.13 \pm 0.01$ s, $\bar{T}_{c_{L4}} = 4.62 \pm 0.01$ s. Резултатите от пресмятанията представяме в таблица 1. Заключваме, че резултатите са верни в рамките на абсолютните си грешки, откъдето и валидираме теоремата на Хюйгенс-Щайнер.

$L_i, [cm]$	$I_c \cdot 10^{-6}$ по формула (1)	$I_c \cdot 10^{-6}$ по формула (4)
23.78	79.82249 ± 0.2	79.82244 ± 0.07
30.93	107.1994 ± 0.3	107.1993 ± 0.01
25.02	216.1212 ± 0.5	216.1211 ± 0.2
28.78	270.3344 ± 0.6	270.3343 ± 0.2

Таблица 1: Изчисляване на инерчния момент $I_c \cdot [I_c] = kgm^2$.