

ПРОТОКОЛ IX

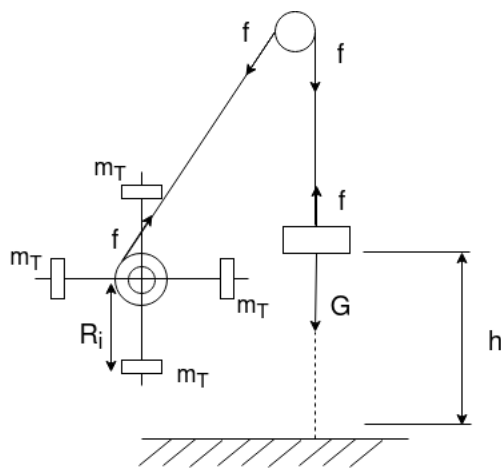
МЕХАНИКА - ПРАКТИКУМ

Уред на Обербек

Лабораторно упражнение №6

Виолета Кабаджова,
ККТФ, фак. номер: ЗРН0600026

Физически Факултет,
Софийски Университет "Св. Климент Охридски"
15 ноември 2022 г.



Фигура 1: Схема на уред на Обербек

1 Теоритична част

На фиг. 1 е илюстриран т.нар. уред на Обербек. Към ос под прав ъгъл неподвижно са закрепени четири пръчки с радиус R_i , на всяка от които има възможност да се слага допълнителна тежест. Към оста са закрепени две шайби с различен радиус r , посредством които чрез нишка дотук описаната част се закрепя към макара. От другата страна на тази макара се поставят различни тежести m_i . Между най-горно и най-долно положение на масата m_i има поставени фотоклетки на разстояние h една от друга. При пускане на масата m_i от горното ѝ положение под действие на силата на тежестта си, тя започва да се движи равноускорително и като следствие приборът на Обербек се движи по същия начин. Пренебрегваме силите на триене, масата на макарата и приемере, че нишката е безтегловна, неразтеглива и неприплъзваща се под действие на момента на силите на опън \vec{f} . Телата с маса m_i ще се движат праволинейно и равноускорително по закона $m_i a = m_i g - f$, откъдето следва, че:

$$f = m_i(g - a) \quad (1)$$

Посредством уреда на Обербек можем да изследваме законите за въртливите движения, а именно основното уравнение на въртливо движение на твърдо тяло около неподвижна ос: уравнение 2, където M_z е моментът на приложената сила ($[M] = N.m$), I - инерчният момент

на въртящото тяло ($[I] = kg.m^2$), β_z - ъгловото ускорение на тялото, ($[\beta_z] = s^{-2}$).

Тъй като инерчният момент на едно тяло спрямо дадена ос на въртене е постоянна величина, валидността на основното уравнение можем да проверим посредством доказване на равенство 3 за n измервания на M_z и β_z в различни ситуации.

$$M_z = I\beta_z \quad (2)$$

$$\frac{M_z}{\beta_z} = I = const. \quad (3)$$

От уравнение 1 следва уравнение 4 за моментът на силата f , който действа на уреда на Обербек спрямо неговата ос на въртене. В него r е радиусът на основната шайба, а α е ъгълът между \vec{r} и \vec{f} .

$$M_z = rfsin\alpha = rm_i(g - a) \quad (4)$$

При праволинейно равнопременливо движение ускорението съвпада с тангенциалното такова, откъдето следва, че телата с маса m_i за време t_i изминават път h по закона за равноускорително движение без начална скорост (ур. 5 и 6).

$$a = \frac{2h}{t_i^2} \quad (5)$$

$$\beta_z = \frac{a}{r} = \frac{2h}{rt_i^2} \quad (6)$$

Оттук проверката на уравнение 3 се свежда до проверката на уравнение 7.

$$I = \frac{M_z}{\beta_z} = \frac{rm_i(g - a)}{\beta_z} = \frac{m_i r^2(gt_i^2 - 2h)}{2h} = const. \quad (7)$$

2 Експериментална част

2.1 Задача: Определяне на инерчния момент I на прибора на Обербек (без допълнителни тела) и проверка на основното уравнение на въртеливите движения

За целта поставяме различни тежести m_0 до m_4 от страната на уреда, на която има фотоклетки. Измерванията записваме в таблици 1 до 5. I пресмятаме по формула 7 и записваме в таблица 6. Грешката за I пресмятаме по формула 8 и виждаме, че в действителност $I = const.$ за отделните стойности в рамките на грешките им.

$$\Delta I = \pm I \left(\frac{\Delta m_i}{m_i} + 2 \frac{\Delta r}{r} + \frac{t_i^2 \Delta g + 2gt_i \Delta t_i + 2\Delta h}{gt_i^2 - 2h} + \frac{\Delta h}{h} \right) \quad (8)$$

| N | $t_i, [s]$ | $t_i - \bar{t}, [s]$ | $(t_i - \bar{t})^2 \cdot 10^{-4}, [s]$ |
|---|-------------------------------|----------------------|--|
| 1 | 1.509 | 0.002 | 0.04 |
| 2 | 1.437 | -0.067 | 49 |
| 3 | 1.433 | -0.074 | 54.76 |
| 4 | 1.533 | 0.026 | 6.76 |
| 5 | 1.623 | 0.116 | 134.56 |
| | $\bar{t}_0 = 1.507 \pm 0.078$ | | $(\sum_{i=1}^5 (t - \bar{t})^2) \cdot 10^{-4} = 61.28$ |

Таблица 1: Многократно измерване на времето за изминаване на разстоянието h от най-горно до най-долно положение за маса $m_0 = 53.8g$.

2.2 Задача: Определяне на инерчния момент на допълнителните тела в зависимост от разстоянието им R_i до оста на въртене

При фиксирано разстояние h и маса $m = 213.8g$ измерваме многократно времето на преминаване на тялото между двете фотоклетки при различни разстояния R_i от оста на въртене до центъра на масите на допълнителните тела. В таблица 7 записваме средните стойности на времето

| N | $t_i, [s]$ | $t_i - \bar{t}, [s]$ | $(t_i - \bar{t})^2 \cdot 10^{-4}, [s]$ |
|---|---------------------------------|----------------------|---|
| 1 | 1.15 | -0.0066 | 0.4356 |
| 2 | 1.16 | 0.0034 | 0.1156 |
| 3 | 1.145 | -0.0116 | 1.3456 |
| 4 | 1.161 | 0.0044 | 0.1936 |
| 5 | 1.167 | 0.0104 | 1.0816 |
| | $\bar{t}_1 = 1.1566 \pm 0.0089$ | | $(\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2) \cdot 10^{-4} = 0.7930$ |

Таблица 2: Многократно измерване на времето за изминаване на разстоянието h от най-горно до най-долно положение за маса $m_1 = 93.8g$.

| N | $t_i, [s]$ | $t_i - \bar{t}, [s]$ | $(t_i - \bar{t})^2 \cdot 10^{-4}, [s]$ |
|---|---------------------------------|----------------------|---|
| 1 | 1.025 | 0.0514 | 26.4196 |
| 2 | 0.961 | -0.0126 | 1.5876 |
| 3 | 0.999 | 0.0254 | 6.4516 |
| 4 | 0.938 | -0.0356 | 12.6736 |
| 5 | 0.945 | -0.0286 | 8.1796 |
| | $\bar{t}_2 = 0.9736 \pm 0.0372$ | | $(\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2) \cdot 10^{-4} = 13.828$ |

Таблица 3: Многократно измерване на времето за изминаване на разстоянието h от най-горно до най-долно положение за маса $m_2 = 133.8g$.

t_i , за което тялото преминава разстоянието h между фотоклетките при сложени допълнителни тежести върху уреда на Обербек на разстояние R_i . В таблицата записваме изчисления по формула 7 инерчен момент I_{ci} на съответната система, както и изчисления инерчен момент на всяко от допълнителните тела с маса m_T (виж фиг. 1) по формулата $I_c = I_o + 4I_{Ri}$, където I_o е средната стойност на получения в предишната задача инерчен момент на уреда на Обербек.

На фиг. 2 е представена зависимостта $I_R(R^2)$. Ако допълнителните тела могат да се разглеждат като материални точки ($I_R = m_T R^2$), графиката на тази зависимост би трябвало да бъде права линия, минаваща през началото на координатната система. При $R \rightarrow R_{min}$ размерите на телата вече не могат да се пренебрегват, поради което зависимостта няма да клони към нула при R , клонящо към 0. Отгук все пак можем да заключим, че съгласно графиката на фиг. 2 до съответния радиус, при

| N | $t_i, [s]$ | $t_i - \bar{t}, [s]$ | $(t_i - \bar{t})^2 \cdot 10^{-4}, [s]$ |
|---|---------------------------------|----------------------|--|
| 1 | 0.876 | 0.0218 | 4.7524 |
| 2 | 0.845 | -0.0092 | 0.8464 |
| 3 | 0.834 | -0.0202 | 4.0804 |
| 4 | 0.847 | -0.0072 | 0.5184 |
| 5 | 0.869 | 0.0148 | 2.1904 |
| | $\bar{t}_3 = 0.8542 \pm 0.0176$ | | $(\sum_{i=1}^5 (t - \bar{t})^2) \cdot 10^{-4} = 3.097$ |

Таблица 4: Многократно измерване на времето за изминаване на разстоянието h от най-горно до най-долно положение за маса $m_3 = 173.8g$.

| N | $t_i, [s]$ | $t_i - \bar{t}, [s]$ | $(t_i - \bar{t})^2 \cdot 10^{-4}, [s]$ |
|---|---------------------------------|----------------------|--|
| 1 | 0.757 | 0.0052 | 0.2704 |
| 2 | 0.741 | -0.0108 | 1.1664 |
| 3 | 0.772 | 0.0202 | 4.0804 |
| 4 | 0.756 | 0.0042 | 0.1764 |
| 5 | 0.733 | -0.0188 | 3.5344 |
| | $\bar{t}_4 = 0.7518 \pm 0.0152$ | | $(\sum_{i=1}^5 (t - \bar{t})^2) \cdot 10^{-4} = 2.307$ |

Таблица 5: Многократно измерване на времето за изминаване на разстоянието h от най-горно до най-долно положение за маса $m_4 = 213.8g$.

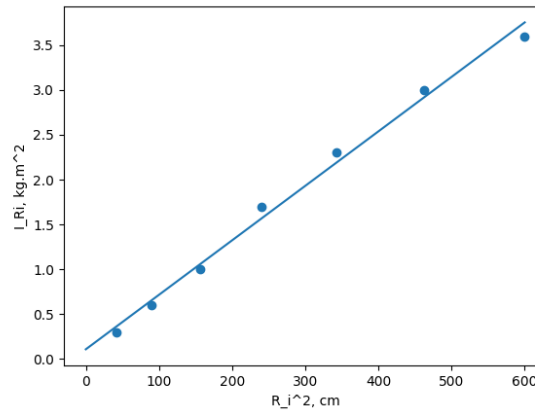
който са направени измерванията допълнителните тежести могат да се считат за материални точки.

| $m_i, [g]$ | $I_i, [kgm^2]$ |
|------------|---------------------|
| 53.8 | 1.6158 ± 0.1775 |
| 93.8 | 1.6296 ± 0.0048 |
| 133.8 | 1.6169 ± 0.0046 |
| 173.8 | 1.5858 ± 0.0044 |
| 213.8 | 1.4737 ± 0.0041 |

Таблица 6: Изчислените инерчни моменти I_i за всяка от масите с техните грешки.

| N | $R_i, [cm]$ | $t_i, [s]$ | $I_{ci}, [kgm^2]$ | $I_{Ri}, [kgm^2]$ |
|---|-------------|------------|-------------------|---------------------|
| 0 | 24.5 | 2.3668 | 16.0816 | 3.6243 ± 0.0055 |
| 1 | 21.5 | 2.1784 | 13.5979 | 3.0034 ± 0.0249 |
| 2 | 18.5 | 1.9256 | 10.5888 | 2.2511 ± 0.0436 |
| 3 | 15.5 | 1.7178 | 8.3930 | 1.7022 ± 0.0103 |
| 4 | 12.5 | 1.4008 | 5.5257 | 0.9853 ± 0.0086 |
| 5 | 9.5 | 1.20768 | 4.0646 | 0.6201 ± 0.0191 |
| 6 | 6.5 | 1.0132 | 2.8119 | 0.3069 ± 0.0340 |

Таблица 7: Изчислените инерчни моменти I_{Ri} за всеки от радиусите с техните грешки.



Фигура 2: Зависимостта $I_R(R^2)$