

ПРОТОКОЛ VII

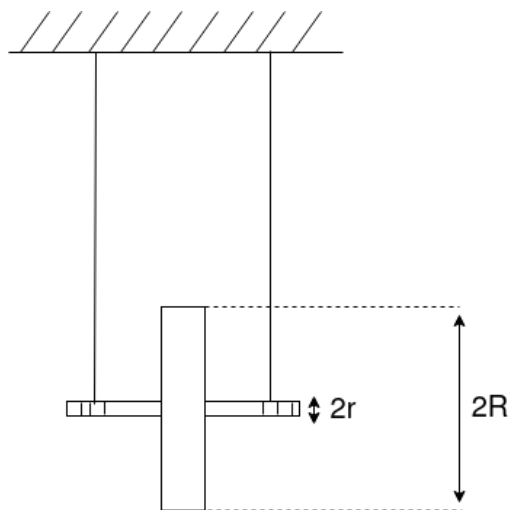
МЕХАНИКА - ПРАКТИКУМ

## Махало на Максвел

### Лабораторно упражнение №9

Виолета Кабаджова,  
ККТФ, фак. номер: ЗРН0600026

Физически Факултет,  
Софийски Университет "Св. Климент Охридски"  
15 ноември 2022 г.



Фигура 1: Схема на махало на Максвел

## 1 Теоритична част

На фиг. 1 е илюстрирано махало на Максвел. То се състои от диск, неподвижно закрепен към пръчка, която е увита от двете си страни с две успоредни неразтегливи нишки. Когато пръчката се навие около тези нишки до крайно горно положение, тя може да се фиксира посредством електромагнит. При изключване на електромагнита, тялото пада до своето крайно долно положение, извършвайки плоско движение, под действие на силите на опън на нишките и силата на тежестта си  $\vec{G} = m\vec{g}$ , където  $m = m_d + m_p$ , а  $m_d$  и  $m_p$  са съответно масата на диска и масата на пръчката. Това плоско движение е сума от постъпателното равноускорително движение на центъра на масите му и от въртеливото равноускорително движение около ос, минаваща през центъра на масите и съвпадаща с оста на пръчката.

В следствие на инерцията след достигане на крайно долно положение, диска продължава да се върти, в резултат на което системата диск-пръчка отново се намотава около нишките. Поради периодичността на това явление, системата се нарича махало.

За него могат да се изведат формулите 1 и 2 (от втория закон на Нютон  $G - 2f = ma$ , където  $f$  е силата на опън на всяка от нишките, уравнението на въртеливото движение на махалото  $2fr = I\beta$  като след-

ствие от симетричността спрямо оста на въртене и  $a = a_\tau = r\beta$  като резултат от праволинейното движение), както и формула 3 от закона за пътя при равноускорително движение без начална скорост, където  $h$  е разстоянието от крайно горно до крайно долно положение за изминато време  $t$ .

$$a = \frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}} = \frac{g}{1 + \frac{I}{mr^2}} \quad (1)$$

$$f = \frac{mgI}{2I + 2mr^2} = \frac{mg}{2(1 + \frac{mr^2}{I})} \quad (2)$$

$$I = mr^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (3)$$

## 2 Експериментална част

### 2.1 Задача: Изчисляване на инерчния момент $I$ на махалото на Максвел

Изчисляваме инерчния момент по формула 3. За целта измерваме еднократно сумарната маса на диска и пръчката  $m=159$  g, радиуса на пръчката  $r=5$  mm, разстоянието между най-долното и най-горното положение на системата  $h = 38.5$  cm.

Измерваме многократно времето за изминаване на разстоянието  $h$  на системата и резултатите записваме в таблица 1.

От резултатите пресмятаме средната стойност на изминатото време заедно с абсолютната му грешка и получаваме  $\bar{t} = 1.273 \pm 0.094$ . Съгласно формула 3 за намиране стойността на  $I$  и формула 4 за абсолютна грешка на  $I$ , получаваме, че  $I = (0.78 \pm 0.013) \cdot 10^{-3} kgm^2$ .

$$\Delta I = I \left( \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta gt^2 + 2gt\Delta t + 2\Delta h}{gt^2 - 2h} + \frac{\Delta h}{h} \right) \quad (4)$$

N	$t_i, [s]$	$(t - \bar{t}) \cdot 10^2, [s]$	$(t - \bar{t})^2 \cdot 10^4, [s]$
1	1.276	0.31	0.0961
2	1.273	0.01	0.0001
3	1.269	-0.39	0.1521
4	1.278	0.51	0.2601
5	1.275	0.21	0.0441
6	1.272	-0.01	0.0081
7	1.273	0.01	0.0001
8	1.268	-0.49	0.2401
9	1.271	-0.19	0.0361
10	1.274	0.11	0.0121
	$\bar{t} = 1.273 \pm 0.094$		$\Sigma(t - \bar{t})^2 = 0.8490$

Таблица 1: Многократно измерване на времето за изминаване на разстоянието  $h$  от най-горно до най-долно положение на системата.

## 2.2 Задача: Измерване на инерчните моменти $I_{\pi_i}$ на хомогенни пръстени с маси $m_i$ , закрепени върху диска на махалото на Максвел

Върху махалото на Максвел се поставят допълнителни пръстени с различни външни радиуси  $R_i$ . Именуваме всеки от пръстените по стандарта  $\Pi_i$  и записваме съответните пръстени в таблица 2 с техните външен радиус  $R$ , вътрешен радиус  $r$ , маса  $m_i$  и общата им маса заедно с диска  $m_o$ . След измерване установяваме, че разстоянието  $h$ , което се изминава и за от трите пръстена е  $h = 37cm$ .

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$
R (външен), [cm]	10.394	10.62	10.5
r (вътрешен), [cm]	8.411	8.4	8.6
$m_i, [kg]$	0.263	0.395	0.523
$m_o, [kg]$	0.422	0.554	0.682

Таблица 2: Пръстените, използвани за допълнителни тежести заедно с техни характеристики.

За всяка система махало-пръстен многократно се измерва времето  $t_i$ , за което тя изминава разстоянието  $h_i$ . Отново по формула 3 определяме инерчния момент на системата  $I_c$ . Изчисляваме и инерчните моменти на различните пръстени, като отчитаме адитивността на инерчния момент, т.е.  $I_c = I + I_{\Pi}$ , а  $I$  взимаме от предишната задача. Резултатите записваме в таблици 3, 4 и 5. Пресмятаме стойностите на инерчния момент и резултатите записваме в таблица 6.

N	$t_i, [s]$	$\Delta t = (t - \bar{t}), [s]$	$\Delta t = (t - \bar{t})^2, [s]$
1	1.904	1.904	3.6252
2	1.917	1.917	3.6749
3	1.908	1.908	3.6405
4	1.914	1.914	3.6634
5	1.926	1.926	3.7095
6	1.905	1.905	3.6290
7	1.911	1.911	3.6519
8	1.923	1.923	3.6979
9	1.915	1.915	3.6672
10	1.912	1.912	3.6557
	$\bar{t} = 1.9135 \pm 0.452$		$\Sigma(t - \bar{t})^2 = 4.0684$

Таблица 3: Измервания на времето, за което системата с допълнителен пръстен П1 изминава разстояние  $h$ .

От друга страна теоритичните стойности на инерчните моменти на пръстените могат да се сметнат и по формула 5, където  $R$  и  $r$  са съответно външният и вътрешният радиус на пръстена. Резултатите от теоритичните стойности, заедно с техните абсолютни грешки, които определяме по формула 6, записваме в таблица 7. Виждаме, че теоритичните стойности съвпадат с измерените в рамките на максималната абсолютна грешка.

$$I_{\Pi} = \frac{m}{2}(R^2 + r^2) \quad (5)$$

$$\Delta I_{\Pi} = I_{\Pi} \left( \frac{\Delta m}{m} + \frac{2R\Delta R + 2r\Delta r}{R^2 + r^2} \right) \quad (6)$$

N	$t_i, [s]$	$\Delta t = (t - \bar{t}), [s]$	$\Delta t = (t - \bar{t})^2, [s]$
1	1.975	1.975	3.9006
2	1.975	1.975	3.9006
3	1.987	1.987	3.9482
4	1.973	1.973	3.8927
5	1.972	1.972	3.8888
6	1.988	1.988	3.9521
7	1.986	1.986	3.9442
8	1.977	1.977	3.9085
9	1.974	1.974	3.8967
10	1.971	1.971	3.8848
	$\bar{t} = 1.9778 \pm 0.4829$		$\Sigma(t - \bar{t})^2 = 4.3464$

Таблица 4: Измервания на времето, за което системата с допълнителен пръстен П2 изминава разстояние h.

N	$t_i, [s]$	$\Delta t = (t - \bar{t}), [s]$	$\Delta t = (t - \bar{t})^2, [s]$
1	2.026	2.026	4.1047
2	2.021	2.021	4.0844
3	2.025	2.025	4.1006
4	2.024	2.024	4.0966
5	2.022	2.022	4.0885
6	2.028	2.028	4.1128
7	2.027	2.027	4.1087
8	2.034	2.034	4.1372
9	2.022	2.022	4.0885
10	2.027	2.027	4.1087
	$\bar{t} = 2.0256 \pm 0.5066$		$\Sigma(t - \bar{t})^2 = 4.5590$

Таблица 5: Измервания на времето, за което системата с допълнителен пръстен ПЗ изминава разстояние h.

	$I_c \cdot 10^{-3}, [kgm^2]$	$I_{\Pi} \cdot 10^{-3}, [kgm^2]$
$\Pi_1$	$5.0101 \pm 0.2070$	$4.23 \pm 0.21$
$\Pi_2$	$7.03 \pm 0.3157$	$6.25 \pm 0.31$
$\Pi_3$	$9.09 \pm 0.4290$	$8.31 \pm 0.43$

Таблица 6: Изчислените стойности на инерчния момент на цялата система с всеки пръстен, както и инерчния момент за всеки съответен пръстен.

	$I_{\Pi} \cdot 10^{-3}, [kgm^2]$
$\Pi_1$	$3.7723 \pm 0.8834$
$\Pi_2$	$5.0786 \pm 0.6523$
$\Pi_3$	$6.2816 \pm 0.8654$

Таблица 7: Изчислените теоритични стойности на инерчния момент на всеки от пръстените.