

ПРОТОКОЛ IV

МЕХАНИКА - ПРАКТИКУМ

Закон на Стокс

Лабораторно упражнение №16

Виолета Кабаджова,
ККТФ, фак. номер: ЗРН0600026

Физически Факултет,
Софийски Университет "Св. Климент Охридски"
9 ноември 2022 г.

1 Теоритична част

1.1 Сила на вътрешно триене според Нютон

При реален флуид, движещ се ламинарно (без смесване на съседните му слоеве), между тези слоеве възниква сила на вътрешно триене, чиято големина се определя от закона на Нюнон:

$$F_{fr} = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| \Delta S, \quad (1)$$

където F_{fr} - сила на триене¹, η е коефициент на вътрешно триене, ΔS - площта триещите се повърхности в направление, перпендикулярно на движението на флуида. Важно е да се отбележи, че съпротивителната сила е резултат от триенето между слоевете на течността, а не бива подбудена като резултат от нейното триене с тялото. Най-близкият до тялото слой бива "прилепнал" към него (т.е. се движи със скоростта на тялото), а скоростта на всеки следващ слой намалява с отдалечаване от тялото.

1.2 Съпротивителна сила F_c

Законът на Стокс за съпротивителна сила F_c , действваща върху сфера, която извършва бавно и равномерно постъпателно движение в неограничена по обем течност, гласи:

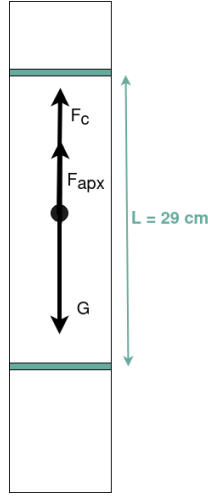
$$F_c = 6\pi r \eta v, \quad (2)$$

където η - коефициент на вътрешно триене на течността, v - скоростта на постъпателното движение, а r - радиусът на сферата.

1.3 Други сили, действащи на тялото

Освен съпротивителната сила, описана в 2, върху тялото действат още сила на тежестта $G = m_{сф}g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{сф}g$, както и архимедова сила $F_{арх} = m_{\tau}g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\tau}g$. Както се вижда от фиг. 1, силата на тежестта G е насочена надолу към центъра на Земята, докато съпротивителната и архимедовата сила са насочени противоположно.

¹friction от английски



Фигура 1: Илюстрация, показваща силите, действащи на тялото

В началото на движението големината на силата на съпротивление малка поради зависимостта ѝ от скоростта на топчето, която също е малка. Следователно $G > F_{apx} + F_c$ и тялото се движи равноускорително до момент, в който силите се изравняват и тялото започва да се движи равномерно, в който момент $F_c = G$:

$$6\pi r\eta v = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{c\phi} + \rho_{\tau})g,$$

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{\rho_{c\phi} + \rho_{\tau}}{v} g r^2 \quad (3)$$

2 Експериментална част

2.1 Експериментална установка

Експерименталната установка е показана на фиг. 1. Няколко топчета, масата и диаметърът на всяко от които биват измерени непосредствено преди експеримента, биват пуснати едно след друго в тръба с дължина $l = 29\text{cm} = 0.29\text{m}$ и с вътрешен радиус $R = 20.6\text{mm} = 20.6 \cdot 10^{-3}\text{m}$. Тъй като формулата на Стокс, описана в 1. е в сила за тяло пуснато в неограничен флуид, а експеримента бива проведен в епруветка със

стени и дъно, слагаме маркери в горната и долната част на епруветката, с които отбелязваме мястото, от което нататък считаме влиянието на ограничаването на флуида за пренебрежимо. Долният маркер служи за обозначаване на разстоянието от дъното на флуида, от което нататък влиянието на дъното би било твърде значимо. Горният маркер служи за обозначаване на мястото, от което насетне трите сили, описани в 1., се урівновесяват.

2.2 Задача: Определяне коефициента на вътрешно триене на глицерин

За целта следните подзадачи трябва да бъдат изпълнени за най-малко пет сфери:

1. Определяне плътността по формулата $\rho_{сф} = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3}$;
2. Определяне скоростта на сферата, когато тя започне да се движи равномерно (т.е. скоростта за времето, в което сферата се намира между двата маркера на фиг. 1);
3. Изчисляване на коефициента на вътрешно триене на течността по формула 3.

След провеждане на експеримента от горепосочените стъпки създаваме таблица 1 на база на различните видове топчета, които измерваме. Опит 1 е проведен с един вид топче, опити 2 до 4 са проведени с друг, а опит 5 с трети.

N	$m_i, [mg]$	$r_i, [mm]$	$t_i, [s]$	$\rho_i, [kg/m^3]$	$v_i, [m/s]$	$\eta_i, [Pa.s]$
1	64	1.198	16.03	8886	0.018	1.162
2	352	2.175	5.56	8167	0.052	1.092
3	349	2.173	5.58	8120	0.052	1.082
4	347	1.986	5.5	10576	0.053	1.226
5	359	2.200	4.79	8049	0.6	0.934

Таблица 1: Измервания от топчетата

Имайки в предвид, че $\rho_{glycerin} = 1260.4 kg/m^3$ при $20\text{ }^\circ C$, $R = 20.6 \cdot 10^{-3} m$ и $l = 29 cm$. За да компенсираме грешката, получаваща се от ограничаването на флуида в даден обем, коригираме формула 3 с множител $[1 + 2.4 \cdot \frac{r}{R}]$. Оттук се получава следната формула:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{\rho_{c\phi} + \rho_{\tau}}{v(1 + 2.4 \frac{r}{R})} g r^2 \quad (4)$$

Оттук получаваме

$$\bar{\eta} = 1.0992 Pa.s. \quad (5)$$

За да изчислим грешката, пресмятаме по формулата по-долу:

$$\Delta\eta = \eta \left[\frac{\Delta\rho_{c\phi} + \Delta\rho_{\tau}}{\rho_{c\phi} - \rho_{\tau}} + \frac{\Delta g}{g} + 2 \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta(1 + 2.4 \cdot \frac{r}{R})}{(1 + 2.4 \cdot \frac{r}{R})} \right];$$

$$\Delta\eta = \eta \left[\frac{\rho_{c\phi} [\frac{\Delta m_{c\phi}}{m_{c\phi}} + \frac{\Delta\pi}{\pi} + 3 \frac{\Delta r}{r}] + \Delta\rho_{\tau}}{\rho_{c\phi} - \rho_{\tau}} + \frac{\Delta g}{g} + 2 \frac{\Delta r}{r} + (\frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta s}{s}) \frac{2.4 (\frac{\Delta r R + r \Delta R}{R^2})}{1 + 2.4 \cdot \frac{r}{R}} \right],$$

където $\Delta r, \Delta R, \Delta l, \Delta m_{c\phi}, \Delta t$ са инструментални грешки, а $\Delta\pi, \Delta g, \Delta\rho_{\tau}$ - грешки от закръглянето. $\frac{\Delta\pi}{\pi}$ не го пресмятаме, тъй като използваме калкулатор с достатъчно висока точност. Пресмятаме $\Delta r = \sqrt{\sigma_r^2 + \Delta_{instr}^2}$, където $\sigma_r^2 = \frac{\sum_i^n (r_i - \bar{r})^2}{N-1}$ и Δ_{instr} е инструменталната грешка. Аналогично получаваме и стойностите за останалите делти. Получаваме следните стойности за делти:

променлива	стойност	мерна единица
Δr	$0.5 \cdot 10^{-6}$	[m]
ΔR	0.002	[m]
ΔL	0.05	[m]
$\Delta m_{c\phi}$	0.5	[kg]
Δt	0.2492	[s]
Δg	0.05	[m/s ²]
$\Delta\rho_{\tau}$	0.05	[kg/m ³]

След извършване на горните сметки получаваме $\bar{\eta} = (1.0992 \pm 0.1043) Pa.s.$