

ПРОТОКОЛ II

МЕХАНИКА - ПРАКТИКУМ

Стробоскопичен метод за измерване на механични движения

Лабораторно упражнение №2

Виолета Кабаджова,
ККТФ, факл. номер: ЗРН0600026

Физически Факлутет,
Софийски Университет "Св. Климент Охридски
03 ноември 2022 г.



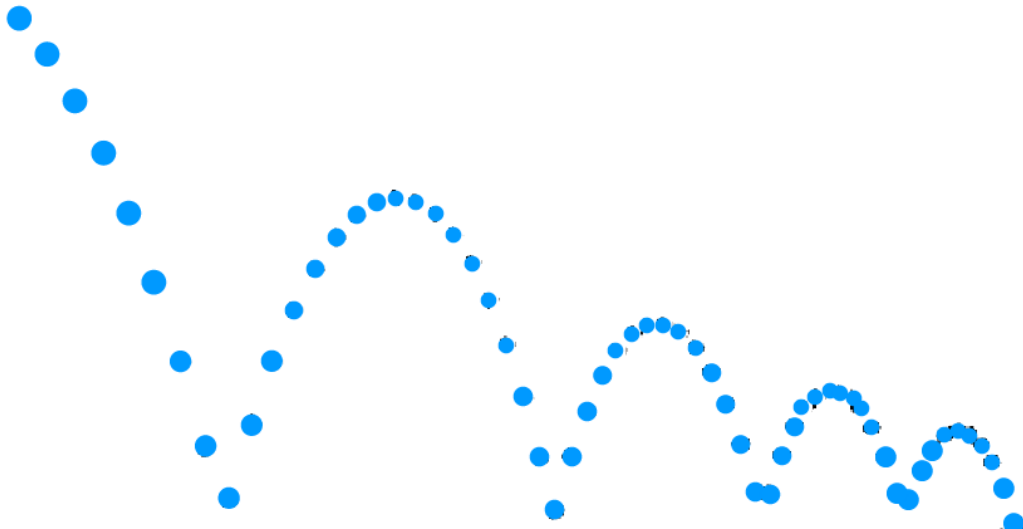
Фигура 1: Стробоскопична картина на отскачаща топка. Ресурс: ResearchGate [1].

1 Теоритична част

Стробоскопичният метод позволява определяне положението на движещо се тяло при равномерни и достатъчно малки интервали от време τ . При този метод движението на дадено тяло се регистрира върху хартия или на снимка, което позволява измерването кинематични величини, определянето на закона за движение, както и силите, които предизвикват това движение. За целта стробоскопичната снимка е необходимо да включва и подходящо разположени еталони за дължина, определящи нейния мащаб. На фиг. 1 е показана формата на една стробоскопична картина, макар и с липсващ мащаб на нея.

1.1 Ограничение големината на интервалите

Методът изисква ограничаване на големината на интервала от време τ , тъй като твърде голям интервал води до прекалено голяма грешка, и дори би могъл да пропусне крива от траекторията на тялото. Избирането на твърде малък интервал от своя страна би предизвикало резултатната снимка практически да наподобява непрекъснатата линия, която описва



Фигура 2: Стробоскопична картина на отскачаща топка от фиг. 1, но улеснена за анализ.

единствено траекторията, но анализ на кинематичните величини при нея не би бил възможен поради незабележимостта на разликите в разстоянията при участъците, през които тялото е преминало с по-голяма скорост, и тези, през които е преминало с по-малка.

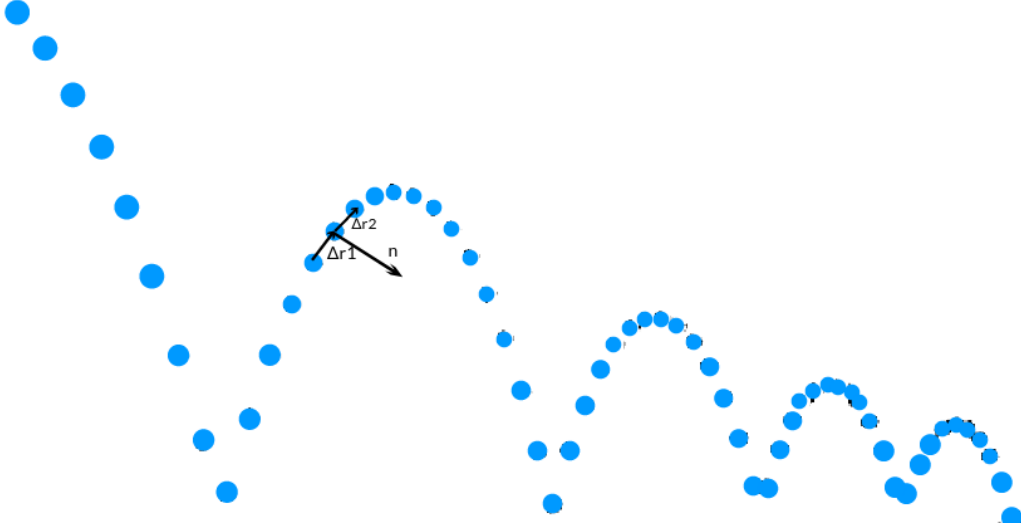
1.2 Методи за анализ на стробоскопична картина

Известни са два метода за анализ на стробоскопична картина - векторен и координатен.

1.2.1 Векторен метод

На фиг. 2, фиг. 1 е приведена във вид, по-удобен за работа. Нека \vec{r}_1 и \vec{r}_2 са радиус-векторите на две последователни премествания на материалната точка за два еднакви интервала от време τ . При позициониране на координатната си система така, че нейното начало да съвпада с началото на вектора \vec{r}_1 , тогава:

$$\Delta\vec{r}_1 = \vec{r}_1, \Delta\vec{r}_2 = \vec{r}_2 - \vec{r}_1, \quad (1)$$



Фигура 3: Разположение на вектори на преместване $\Delta\vec{r}_1, \Delta\vec{r}_2$ и нормалата \vec{n}

Средните скорости в тези интервали са:

$$\vec{v}_1 = \frac{\Delta\vec{r}_1}{t}, \vec{v}_2 = \frac{\Delta\vec{r}_2}{t}, \quad (2)$$

Векторът $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ е изменението на средната скорост за тялото между първия и втория интервал. Тогава от уравнение 2 за средното ускорение \vec{a} се следва:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t} = \frac{1}{t^2}(\Delta\vec{r}_2 - \Delta\vec{r}_1) \quad (3)$$

При τ , клонящо към 0 ($\tau > 0$), средните стойности на скоростта и ускорението ще клонят към съответните моментни скорости, но съгласно казаното в 1.1 това не би могло да се определи по стробоскопичния метод поради невъзможността от коректно определяне на разстоянията между съответните положения.

На фиг. 3 са показани вектори на преместване $\Delta\vec{r}_1, \Delta\vec{r}_2$ и нормалата \vec{n} . Големините на векторите на преместване $\Delta\vec{r}_i$ са пропорционални на големините на средните скорости на тялото за съответните интервали: $v_i = \frac{\Delta\vec{r}_i}{t}$, $[v_i] = m/s$.

Разликата на два последователни вектора $\Delta\vec{v} = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_i$ представлява изменението на средната скорост. Съгласно формула 3 $\Delta\vec{v}_i$ е пропорционална на вектора на средното ускорение \vec{a} , което е сума от тангенциално и нормално ускорение: $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$.

1.2.2 Координатен метод

Положението на материална точка спрямо отправна система може да се зададе и чрез нейните координати $(x(t), y(t), z(t))$. Тогава векторите \vec{r}_1, \vec{r}_2 са съответно с координати $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$. От начина на изменение на скоростта и ускорението, може да се определи вида на движението (дали е праволинейно или криволинейно).

$$v_{1x} = \frac{\Delta x_1}{t}, v_{1y} = \frac{\Delta y_1}{t}, v_{2x} = \frac{\Delta x_2}{t}, v_{2y} = \frac{\Delta y_2}{t} \quad (4)$$

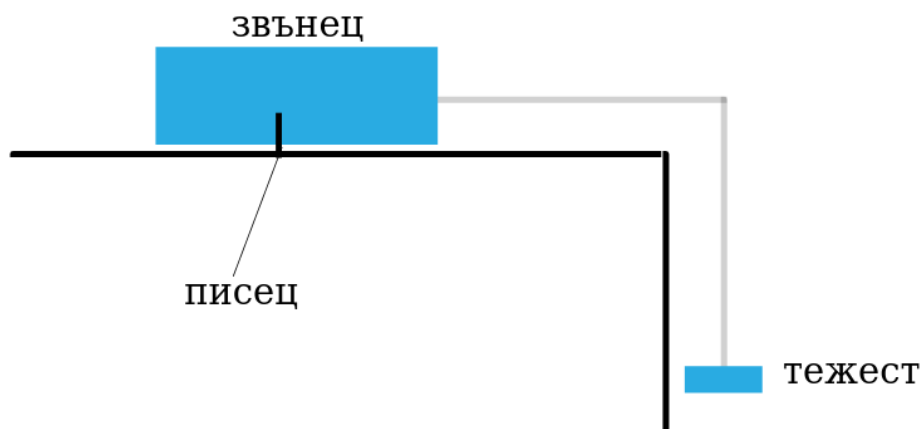
$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t}, a_y = \frac{v_{2y} - v_{1y}}{t} \quad (5)$$

Координатният метод е силно подходящ при изследване на праволинейни движения, но може да бъде използван и при криволинейни такива.

1.2.3 Сила на триене

Триенето бива три вида: сухо (между две твърди тела); вискозно (между течни или газообразни среди) и мокро (между твърдо тяло и течност или газ).

Съществуват три основни вида сухо триене: при покой, при хлъзгане и при търкаляне. Сухо триене при покой възниква, когато върху тялото се приложи външна сила. Тогава силата на триене е равна по големина и противоположна по посока на проекцията на приложената сила върху равнината, по която може да се хлъзга тялото. Поради това тялото остава в покой. В момента, в който големината на проекцията на приложената сила превиши определена критична стойност, тялото започва да се хлъзга, поради което силата на триене при хлъзгане бива приема на за максималната сила на триене при покой. Големината на силата на триене не зависи от площта на триещите се повърхности и от големината на скоростта на движение. Тя е пропорционална на нормалния натиск N , който тялото оказва върху равнината: $F_{=kN}$, където k е коефициентът



Фигура 4: Установка за съставяне на стробоскопична картина с праволинейна траектория.

на триене при хлъзгане. При движение на тяло върху равнина, съгласно втория принцип на динамиката:

$$F_x - F = ma \quad (6)$$

2 Експериментална част

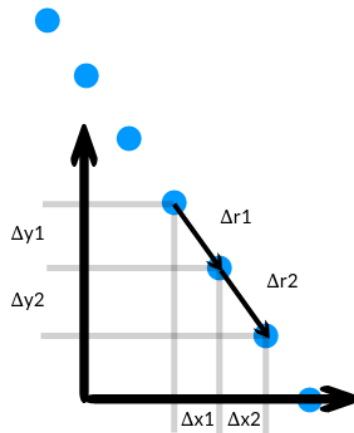
2.1 Експериментална установка

За експеримента се използва звънец с честота 100 Hz. Оттук следва, че:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{100} = 0,01s \quad (7)$$

2.1.1 Праволинейно движение

За да получим стробоскопична картина, използваме звънец, за който е закрепен писец по такъв начин, че ударът на звънеца предизвиква писеца



Фигура 5: Праволинейно движение с два наложени радиус-вектора $\Delta \vec{r}_1$ и $\Delta \vec{r}_2$.

да удари повърхността под себе си. Слагайки лист хартия на повърхността с лист индиго над нея и закрепяйки за звънеца тежест, която да го придърпва чрез въженце, тялото извършва праволинейно движение. По този начин можем да отбележим скоростта на тялото, имайки неговата честота на звънене. Виж фиг. 4.

2.1.2 Криволинейно движение

По подобен на начина, описан в 2.1.1, можем да съставим и стробоскопична на криволинейно движение. Това се случва чрез взимане на звънеца и ръчното му придържане по произволна крива вместо използване на тежестта.

2.2 Задачи

2.2.1 Задача 1: Определяне стойността на \vec{a} за два различни участъка от траекторията на праволинейно движение

Използвайки опитната установка, описана в 2.1.1, съставяме стробоскопична картина с праволинейна траектория. Тъй като движението е

именно праволинейно, е удобно да използваме координатния метод за откриване на стойността на вектора на ускорението \vec{a} . На фиг. 5 е показан модел, подобен на получения при провеждането на експеримента. Поради близостта на точките в реалната картина, взимаме точки, разположени през една с цел по-коректно измерване.

Измервайки разликите в две съседни положения в картината (две съседни положения наричаме положение през една точка), получаваме: $\Delta x_1 = 7 \text{ mm}$, $\Delta x_2 = 8 \text{ mm}$, $\Delta y_1 = 9 \text{ mm}$, $\Delta y_2 = 10 \text{ mm}$. Тогава от формули 4. следват следните стойности на скоростите по компоненти:

$$v_{1x} = \frac{\Delta x_1}{t} = \frac{7 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-2}} = 0,35 \text{ m/s},$$

$$v_{1y} = \frac{\Delta y_1}{t} = \frac{9 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-2}} = 0,45 \text{ m/s},$$

$$v_{2x} = \frac{\Delta x_2}{t} = \frac{8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-2}} = 0,40 \text{ m/s},$$

$$v_{2y} = \frac{\Delta y_2}{t} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-2}} = 0,50 \text{ m/s},$$

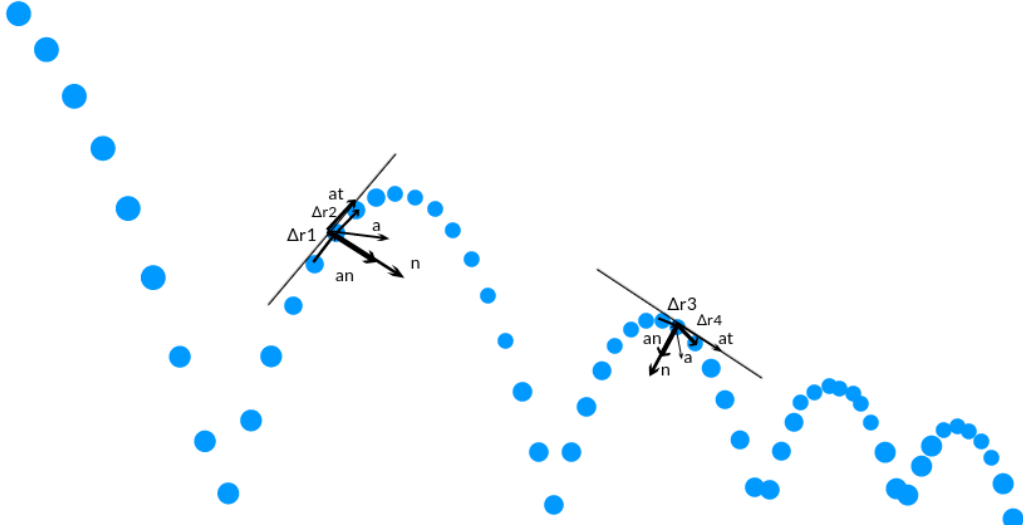
По формули 5 следват следните стойности за ускорението по компоненти:

$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t} = \frac{0,40 - 0,35}{0,02} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{v_{2y} - v_{1y}}{t} = \frac{0,50 - 0,45}{0,02} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

2.2.2 Задача 2: Определяне на \vec{a}_n и \vec{a}_τ при криволинейно движение за два участъка от траекторията с различен радиус на кривата

Задачата се изпълнява графично на фиг. 6. За целта взимаме две двойки вектори, всяка от които е в различна част от траекторията и във всяка двойка векторите са разположени между две съседни положения: $\Delta \vec{r}_1$ и



Фигура 6: Определяне на \vec{a}_n и \vec{a}_τ за два различни участъка от траекторията.

$\Delta\vec{r}_2$, $\Delta\vec{r}_3$ и $\Delta\vec{r}_4$. Начертаваме нормалата, сочеща към центъра на окръжността, сформирана по кривата в конкретния момент, и започваща от края на втория вектор във всяка двойка (т.е. от върха на вектори $\Delta\vec{r}_1$ и $\Delta\vec{r}_3$). По нея чертаем \vec{a}_n за всяка от двойките. \vec{a}_τ лежи на допирателната към тази окръжност и е по посока на движението по траекторията. Сумата от тези два вектора сформира вектора на ускорението \vec{a} .

От фигурата виждаме, че вектор $\Delta\vec{r}_1$ е с по-голяма дължина от вектор $\Delta\vec{r}_2$, откъдето заключаваме, че движението в нея част от траекторията е закъснително. Аналогично установяваме, че $\|\Delta\vec{r}_3\| < \|\Delta\vec{r}_4\|$, откъдето следва, че движението в частта от траекторията r_{34} е ускорително.

Литература

- [1] Heather Driscoll, John Hart и Tom Allen. “Use of Image Based Sports Case Studies for Teaching Mechanics”. В: *Procedia Engineering* 147 (дек. 2016). Достъпено на 3 окт 2022, с. 884—889. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.06.284. URL: https://www.researchgate.net/figure/Stroboscopic-image-of-a-ball-bounce-image-courtesy-of-Professor-Andrew-Davidhazy_fig1_305080708/download.