Измерване на отношението C_P/C_V на газове по метода на Клемент и Дезорм

Лабораторно упражнение №3.4

Виолета Кабаджова, ККТФ, фак. номер: 3PH0600026

Физически Факултет, Софийски Университет "Св. Климент Охридски" 4 април 2023 г.

1 Теоритична част

Отношението на обмененото от една термодинамична система безкрайно количество топлина δQ към съответното изменение на dT на температурата ѝ дефинира физичната величина топлинен капацитет на системата $C^* = \frac{\delta Q}{dT}$. Стойностите ѝ варират между отделните термодинамични процеси, но за конкретен термодинамичен процес остават постоянни. Следователно дефинираме топлинен капацитет при постоянно налягане C_P^* и при постоянен обем C_V^* . От първи принцип на динамиката следва уравнение 1.

$$C^* = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{\delta A}{dT} \tag{1}$$

От тази връзка могат да се изразят моларните топлинни капацитети в зависимост от протичащите термодинамични изопроцеси. За изохорен процес, при който $V=const,\ dV=0,\ \delta A=pdV=0,\ c$ ледва уравнение 2 (т.е. цялото обменено от газа количество топлина отива за изменение на вътрешната му енергия). За изобарен процес, при който $p=const,\ dp=0,\$ взимайки в предвид уравнението за състоянието на един mol идеален газ (ур. 3), следва уравнение 4. За адиабатен процес, при който $\delta Q=0,\$ следва, че системата може да извършва работа само за сметка на вътрешната си енергия $\delta A=-dU$ и $C=0,\$ откъдето следва уравнението на Поасон (5), което в (p,T) равнината придобва вида $p^{1-\gamma}T^{\gamma}=const$ или още може да се запише под формата на ур. 6. Оттук т.нар. коефициент на Поасон (7), който ще изследваме в настоящата задача.

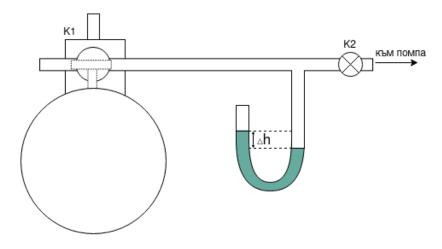
$$\left[\frac{\delta Q}{dT}\right]_{V} = C_{V} = \frac{dU}{dT} \tag{2}$$

$$pV = RT \tag{3}$$

$$\left[\frac{\delta Q}{dT}\right]_{P} = C_{P} = \frac{dU}{dT} + \frac{\delta A}{dT} = C_{V} + \frac{pdV}{dT}$$
(4)

$$pV^{\gamma} = const \tag{5}$$

$$\frac{T^{\gamma}}{p^{\gamma-1}} = const \tag{6}$$



Фигура 1: Експериментална установка

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \tag{7}$$

2 Експериментална част

2.1 Експериментална установка

На фиг. 1 е представена схема на опитната постановка, включваща стъклен балон, U-виден манометър и помпа, свързани чрез система от стъклени тръби. Термодинамичните състояния, през които преминава системата са следните:

- Започва се със затворени кранове К1 и К2 (поставен както на схемата). Газът в балона е с налягане и температура еднакви с тази на околната среда (p_0, T_0) . Обемът V_0 се определя от обема на системата от балон и тръбитчки до К2, както и от течността в манометъра.
- Адиабатно свиване. При отворен кран K2 и затворен кран K1 бързо се вкарва въздух чрез помпата и кран K1 се затваря. Това предизвиква адиабатен процес, тъй като системата няма време да осъществи ефективен топлообмен с околната среда. Налягането $p_1 = p_0 + \Delta p$ нараства, откъдето в следствие на ур. 3 нараства и температурата $T_1 > T_0$

- Измерване на Δh_1 при квазиизохорен процес. При затворени кранове К1 и К2, газта в стъклената система от тръбички и балон започва да обменя топлина с околната среда. В следствие на това температурата започва да спада до T_0 , откъдето и налягането в балона се понижава до $p_2 = p_0 + \Delta p_1$ ($p_0 < p_2 < p_1$). В този момент нивото на течността в манометъра се променя и отчитаме Δh_1 .
- Адиабатно разширяване. За кратко отваряме кран K1, с което свързваме балона с околната среда. По този начин осъществяваме адиабатно разширяване на газта, преминавайки от състояние (p_2, T_0) до (p_0, T_2) , където $T_2 < T_0$. От уравнение 5 следва уравнение 8.

$$\frac{T_0^{\gamma}}{p_1^{\gamma - 1}} = \frac{T_2^{\gamma}}{p_0^{\gamma - 1}} \tag{8}$$

• Измерване на Δh_2 при квазиизохорен процес. При затворени кранове К1 и К2 поради топлообмен с околната среда газът се загрява до температура T_0 и преминава от състояние (p_0, T_2) до (p_2, T_0) , където $p_2 = p_0 + \Delta p_2$. Оттук и от уравнение 8 следват уравнения 9 и 10.

$$\frac{p_0}{T_2} = \frac{p_2}{T_0} \tag{9}$$

$$p_1^{\gamma - 1} \cdot p_0^{\gamma} = p_2^{\gamma} \cdot p_0^{\gamma - 1} \tag{10}$$

От 10 и $p_1=p_0+\Delta p_1,\ p_2=p_0+\Delta p_2$ може да се изведе формула 11, откъдето посредством формулата за хидростатично налягане следват $\Delta p_1=\rho_T g \Delta h_1,\ \Delta p_2=\rho_T g \Delta h_2$ и работната ни формула 12.

$$\gamma = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2} \tag{11}$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2} \tag{12}$$

2.2 Задача: Определяне на съотношението $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

Възпроизвеждаме многократно последователността от процеси, описани в 2.1, като на записваме стойностите на Δh_1 и Δh_2 в таблица 1 и изчисляваме γ за всяка двойка стойности. Извеждаме формулата за абсолютна грешка по начинът, посочен по-долу, като отчитаме, че $\Delta \Delta h_1 = (\Delta_{ins})_{h1} = (\Delta_{ins})_{h2} = \Delta \Delta h_2 = \Delta h$:

$$\Delta \left[\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2 - \Delta h_1} \right] = \frac{\Delta h_1 \Delta [\Delta h_2 - \Delta h_1] + (\Delta h_2 - \Delta h_1) \Delta \Delta h_1}{(\Delta h_2 - \Delta h_1)^2} =$$

$$= \frac{\Delta h_1 (\Delta \Delta h_2 + \Delta \Delta h_1) + (\Delta h_2 - \Delta h_1) \Delta \Delta h_1}{(\Delta h_2 - \Delta h_1)^2} =$$

$$= \frac{\Delta h_1 (2\Delta h) + (\Delta h_2 - \Delta h_1) \Delta h}{(\Delta h_2 - \Delta h_1)^2} = \frac{\Delta h (2\Delta h_1 + \Delta h_2 - \Delta h_1)}{(\Delta h_2 - \Delta h_1)^2} =$$

$$= \frac{\Delta h (\Delta h_2 + \Delta h_1)}{(\Delta h_2 - \Delta h_1)^2}$$

N	$\Delta h_1, [cm]$	$\Delta h_2, [cm]$	γ_i
1	11.5	2.9	1.34 ± 0.02
2	9.2	2.4	1.35 ± 0.03
3	11.3	2.9	1.35 ± 0.02
4	10.2	2.5	1.33 ± 0.02
5	11.3	2.9	1.35 ± 0.02
6	10.3	2.5	1.32 ± 0.02
7	8.8	2.1	1.31 ± 0.2
8	9.1	2.3	1.34 ± 0.03
9	10.4	2.7	1.35 ± 0.02
10	11.6	2.9	1.33 ± 0.02

Таблица 1: Измервания

Получаваме, че $\bar{\gamma}=1.34\pm0.01$, като средна стойност на изчислените в таблицата, а грешката отчитаме като сумартната квадратична грешка

$$\Delta \gamma = \sqrt{\sigma^2 + \Delta_{ins}^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_i - \bar{\gamma})^2}{n-1} + \Delta_{ins}^2}$$