Протокол I Механика - практикум

Косвено измерване на обем на тяло

Лабораторно упражнение №1

Виолета Кабаджова,
ККТФ, фак. номер: 3PH0600026

Физически Факултет,
Софийски Университет "Св. Климент Охридски"
20 Октомври 2022 г.

1 Теоритична част

1.1 Нониус и микрометричен винт

Нониусът и микрометричният винт са скали, които ни позволяват да отчетем най-малкото дробно деление на основната скала. Докато нониусът се движи праволинейно по основната си скала, за която е прикрепен, то микрометричният винт превръща въртеливото движение на винта в праволинейно движение по оста на въртене. Точността и на двете се характеризира чрез т.нар. инструментална константа, определяща инструменталната грешка. При правия нониус ($a > b$) тя е равна на:

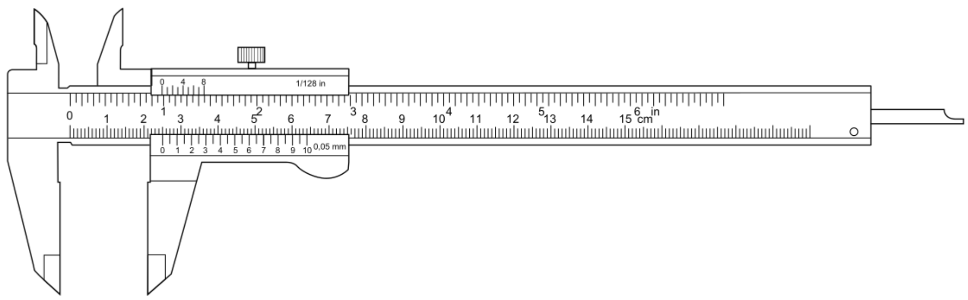
$$k = a - b = a - a\frac{n-1}{n} = \frac{a}{n},$$

където a - стойността на най-малкото скално деление, b - стойността на най-малкото деление на нониусовата скала, n - броя на деленията на нониуса. Горната формула следва от факта, че дължината на всички n деления на нониуса е равна на n - 1 деления на основната скала, откъдето следва, че $nb = (n-1)a$. Това е при положение, че нониусът е от вида на т.нар. прави нониуси, при които a $>$ b. Съществуват и т.нар. обратни нониуси, при които стойността на най-малкото скално деление на основната скала a е по-малко от стойността на най-малкото деление на нониусовата скала ($a < b$). Тогава константата $k < 0$ и $k = -\frac{a}{n}$. Нониусовата константа k е равна на инструменталната грешка.

Микрометричният винт от своя страна работи чрез въртеливо движение. При него:

$$k = \frac{h}{n},$$

където h - стъпка на винта (разстоянието, на което се премества винта по основната скала след завъртане на пълен оборот от 360°), n - броя на микрометричните деления. Стойността на най-малкото деление на микрометричната скала, въведено като b при нониуса, е избрана така, че $h = nb$. Полезно е да се отбележи, че при завъртане на винта на ъгъл α, преместването ще бъде $h_\alpha = \frac{360^\circ}{\alpha}$. Инструменталната грешка на микрометричния винт е равна на половината от микрометричната константа k.



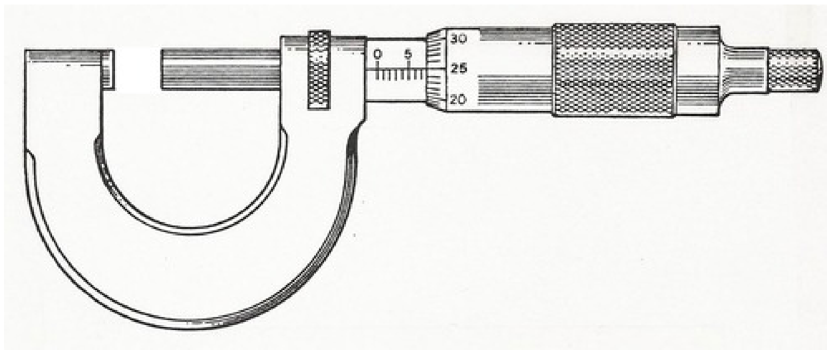
Фигура 1: Шублер

1.2 Шублер

Текущото упражнение ще се извърши с помощта на уреди, наречени шублер и микрометър. Принципът на работа и на двата уреда е посредством две скали, едната от които подвижна, а другата - неподвижна.

Илюстрация на шублер е показана на фиг. 1. Този уред може да се използва както за измерване на вътрешната страна на отвори посредством по-близко разположените челюсти, така и за тяхната външна страна посредством по-далечно разположените такива. Шублерът може да измерва и в дълбочина чрез накрайника, издаден вдясно на картината, който е подвижен спрямо основното тяло на инструмента.

Уредът се употребява по следния начин: на него има разположени две скали, едната от които наричаме подвижна, а другата неподвижна. Подвижната се използва за измерване с по-голяма точност след направено измерване от неподвижната скала. Определянето на по-точната мярка става чрез откриване момента на пресичане на подвижната с неподвижната скала (т.е. тази черта от подвижната скала, която съвпада с коя да е черта от неподвижната). Например, ако взетата мярка от неподвижната скала е 17 mm и се види, че черта от неподвижната скала съвпада с подвижната на четиридесет и третото деление при константа на инструмента 0.02, то измерената стойност се равнява на $17 + 43 \times 0.02 = 17.86$.



Фигура 2: Микрометър

1.3 Микрометър

Миркометърът, подобно на шублера, се използва при нужда от измерване на детайли с точността, описана в секция 2.1. Така както шублера, той също се състои от две скали, а именно подвижна и неподвижна, като този път подвижната изпълнява въртеливо движение.

Подобно на шублера измерването при микрометъра се случва чрез определяне на съвпадението на чертата от подвижната с неподвижната скала и прибавянето на по-малката стойност от подвижната скала към вече определената по-голяма стойност от неподвижната. Препоръчително е подвижната скала да се навива посредством неговата тресчотка ("дръжка"), която предпазва измервания детайл от счупване и/или нараняване в следствие на твърде голяма приложена сила от пренавиване, както и предпазване на самия уред.

1.4 Константа на инструмента

Както бе описано в теоритичната част, константата на инструмента, указваща инструменталната грешка при прав нониус, се определя по формулата:

$$k = \frac{a}{n}, \tag{1}$$

където k - константа на работния инструмент, a - големината на най-малкото скално деление, n - броя на тези най-малки деления. Определянето на констатните на работните шублер и микрометър ще направим по-нататък в есперименталнта част.

2 Експериментална част

Експерименталната част се състои от измерване на малък цилиндричен детайл, диаметърът на който ще бъде измерен чрез шублер (фиг. 1), а височината - чрез микрометър (фиг. 2).

2.1 Задача: Определяне на стойностите на константите на използваните в упражнението шублер и микрометър

Определянето на константите ще направим по формулата, посочена в 1.4. За шублера това е:

$$k = \frac{a}{n} = \frac{1mm}{50} = 0.02mm,$$

За микрометъра константата е:

$$k = \frac{a}{n} = \frac{0.5mm}{50} = 0.01mm,$$

2.2 Задача: Измерване на линейните размери на тялото

Измерването на линейните размери на тялото ще направим чрез няколкократни измервания на един и същи елемент от цилиндъра. Тоест неговите диаметър и височина ще измерим десет пъти. За тази цел създаваме таблица, съдържаща четири колони - номер на измерването; стойността на поредното измерване; отклонението на поредното измерване спрямо средната стойност на този елемент (височина или диаметър); отклонението от предната колона, повдигнато на квадрат и умножено по 10^{-2} с цел увеличаване на четимостта на стойностите, използвайки малко по големи стойности. В последния ред на тази таблица изчисляваме средната стойност на съответната величина (формулата е записана в първата колона, а стойността във втората) и сумата на повдигнатия квадрат на отклонението (формулата му е в трета колона, а стойността - в четвърта). Последната стойност, показваща отклонеието на стойността от средната такава на квадрат, също е записана в таблицата с два фактора на десет по-напред (т.е. е умножено по 10^{-2}. Стойностите са в милиметри (mm).

N	d_i, mm	$\mathrm{d}_i - \bar{d}, mm$	$(\mathrm{d}_i - \bar{d})^2.10^{-2}, mm^2$
1	17.86	0.01	0.01
2	17.82	-0.03	0.09
3	17.88	0.03	0.09
4	17.82	-0.03	0.09
5	17.84	-0.01	0.01
6	17.88	0.03	0.09
7	17.86	0.01	0.01
8	17.82	-0.03	0.09
9	17.9	0.05	0.25
10	17.86	0.01	0.01
$\bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^{N} h_i}{N}$	17.85	$\sum_{i=1}^{N} (h_i - \bar{h})^2$	0.74

2.3 Задача: Косвено измерване на обема на тялото

За да открием средната стойност на обема, следваме формулата за обем:

$$V = \pi \times h \times r^2 = \pi \times \frac{d^2}{4} \times h \tag{2}$$

Оттук формулата за средната стойност на обема е:

$$\bar{V} = \pi \times \frac{\bar{d}^2}{4} \times \bar{h} \tag{3}$$

Съгласно формулата по-горе и пресметнатите средни стойности, записани в таблиците на измерените стойности за височина и диаметър получаваме:

$$\bar{V} = \pi \times \frac{17.85^2}{4} \times 12.03 = 3012.05\,\mathrm{mm}^3 = 3012.05 \times 10^{-9} m^3 \tag{4}$$

За пресмятането на абсолютната грешка с цел записване на отговора във вида $V = (\bar{V} \pm \Delta V)$, използваме формуалта:

$$\frac{\Delta V}{\bar{V}} = \frac{\Delta \pi}{\pi} + 2\frac{\Delta d}{\bar{d}} + \frac{\Delta h}{\bar{h}} \tag{5}$$

Оттук горната формула и от това, че π е константа, определена с достатъчно голяма точност и нейната грешка не се смята, следва, че абсолютната грешка е $\Delta V = (2\frac{\Delta d}{\bar{d}} + \frac{\Delta h}{\bar{h}})\bar{V}$. За да открием съответните Δd

N	h_i, mm	$h_i - \bar{h}, mm$	$(h_i - \bar{h})^2.10^{-2}, mm^2$
1	12.04	0.01	0.01
2	12.03	0.00	0.00
3	12.04	0.01	0.01
4	12.01	-0.02	0.04
5	12.03	0.00	0.00
6	12.11	0.08	0.64
7	12.01	-0.02	0.04
8	12.04	0.01	0.01
9	12.00	-0.03	0.09
10	12.00	-0.03	0.09
$\bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^{N} h_i}{N}$	12.03	$\sum_{i=1}^{N} (h_i - \bar{h})^2$	0.93

и Δh, ни е нужно да открием средноквадратичните грешки на диаметъра и височината, тъй като $\Delta d = \sqrt{\sigma_d^2 + \Delta_{instr}^2}$, където σ_d е средноквадратичната грешка на диаметъра, а Δ_{instr}^2 - на инструмента. Аналогично се получава и средноквадратичната грешка на височината: $\Delta h = \sqrt{\sigma_h^2 + \Delta_{instr}^2}$. От стойностите, получени в таблиците в точка 2.2, пресмятаме стойностите на грешките по-долу. Няма да правим приближение на сметнат корен, а ще приложим директно подкоренните величина във формулите за абсолютна грешка Δd и Δh, тъй като там коренът е повдигнат на квадрат.

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum(d_i - \bar{d})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{0.74 \times 10^{-2}}{9}} \tag{6}$$

$$\sigma_h = \sqrt{\frac{\sum(h_i - \bar{d})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{0.93 \times 10^{-2}}{9}} = \sqrt{\frac{0.31 \times 10^{-2}}{3}} \tag{7}$$

Използвайки данните за ининструменталните грешки от 2.1 и прилагайки формулите, получаваме:

$$\Delta d = \sqrt{\sigma_d^2 + \Delta_{instr}^2} = \sqrt{\frac{0.74 \times 10^{-2}}{9} + 0.02^2} = \frac{\sqrt{110}}{300} \approx 0.0350 \tag{8}$$

$$\Delta h = \sqrt{\sigma_h^2 + \Delta_{instr}^2} = \sqrt{\frac{0.31 \times 10^{-2}}{3} + 0.01^2} = \frac{\sqrt{102}}{300} \approx 0.0337 \qquad (9)$$

Следователно за абсолютната грешка на обема на тялото получаваме:

$$\Delta V = (2\frac{\Delta d}{\bar{d}} + \frac{\Delta h}{\bar{h}})\bar{V} = (2 \times \frac{0.0350}{17.85} + \frac{0.0337}{12.03}) \times 3012.05 \approx 20.57 \qquad (10)$$

Оттук: $V = (3012 \pm 21) \times 10^{-9} m^3$