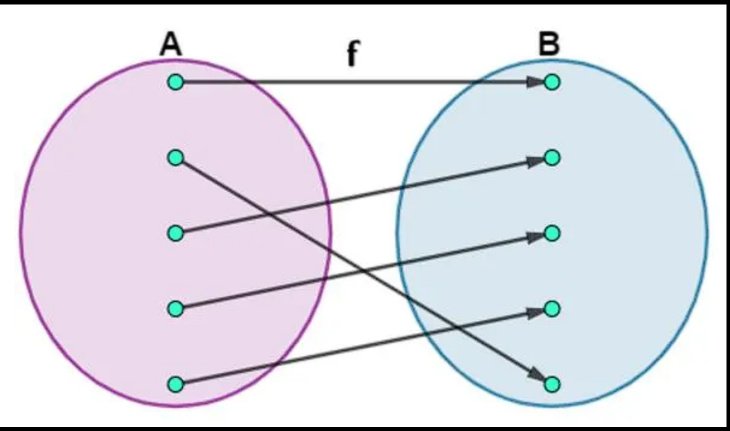
Resumo P2 - Matemática Discreta

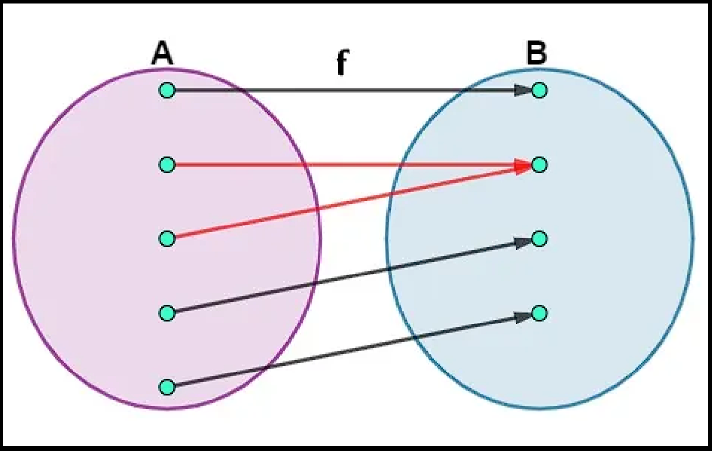
Funções, Sequências, Somatórios e Produtórios

Função Injetora: Uma função é injetiva quando cada elemento do domínio é mapeado por um elemento diferente do co-domínio.



Todos os elementos do domínio possuem individualmente um elemento em sua imagem.

EXEMPLO DE NÃO INJETORA:



Para esse exemplo temos 2 elementos do domínio resultando no mesmo elemento da imagem. Logo, não se aplica para função injetora.

Função Sobrejetora: Uma função é sobrejetora se cada elemento do co-domínio é a imagem de pelo menos um elemento do domínio.

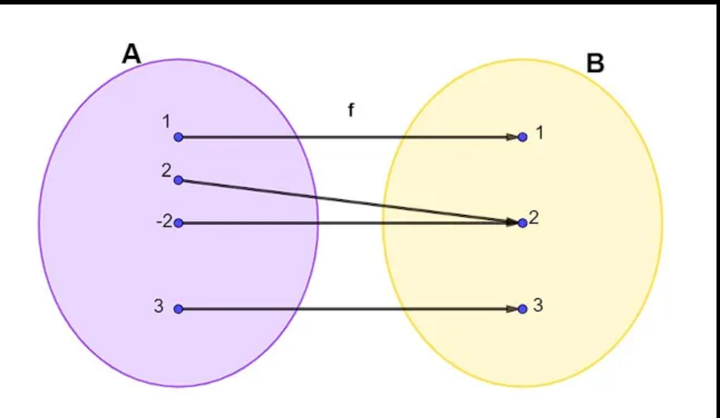
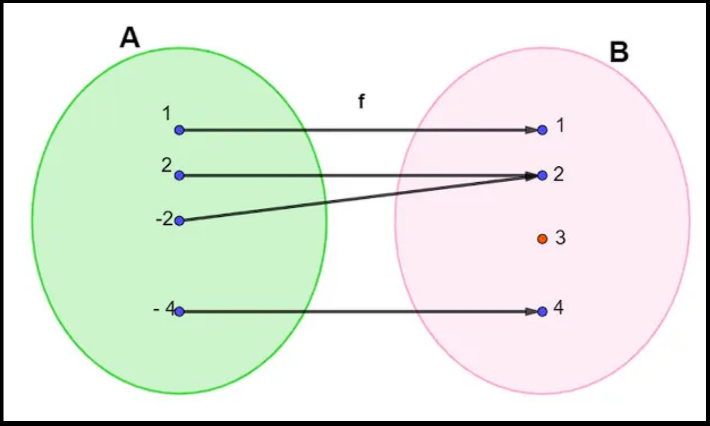


Diagrama de uma função sobrejetora.

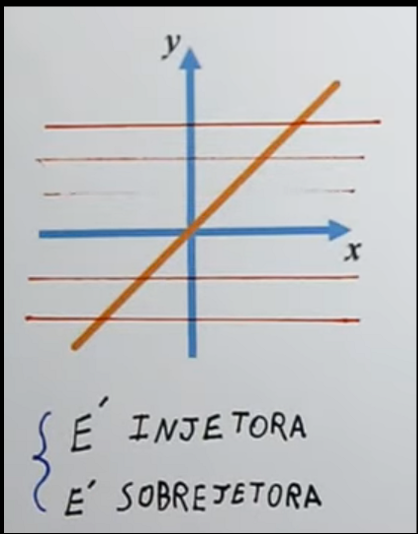
Esse diagrama corresponde a uma função sobrejetora pois o contradomínio B é ao mesmo tempo a imagem de A, ou seja, não possuem elementos que não estejam relacionados ao domínio.

EXEMPLO DE NÃO SOBREJETORA:

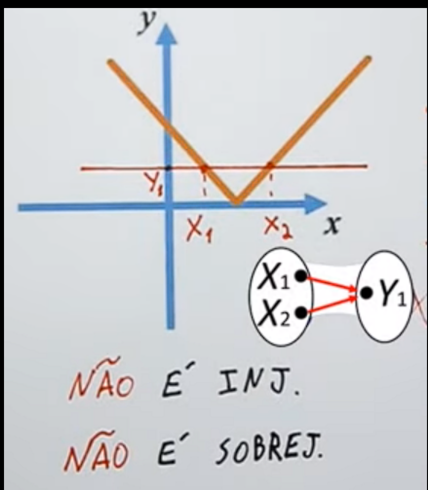


Esse exemplo ilustra o caso de um elemento em B (3), não se relacionar com o domínio. Ou seja, o contradomínio B(1,2,3,4) é diferente do conjunto imagem b (1,2,4).

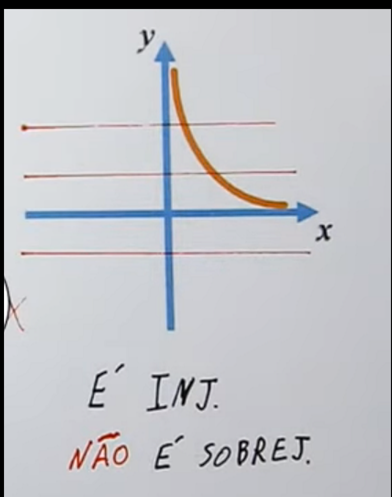
Mostrando os casos graficamente:



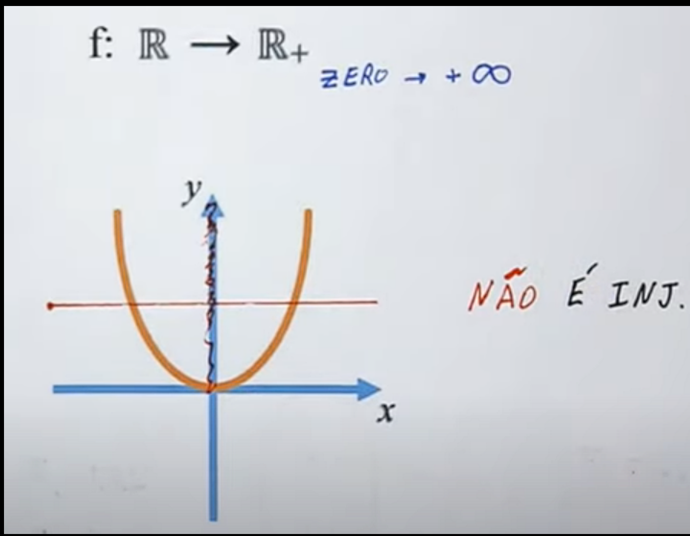
Cada elemento contido na reta laranja, terá um valor atribuído em Y. Logo é uma função injetora. O domínio é -inf a +inf.



Para essa curva, teremos que o contradomínio possui os reais positivos e podemos observar 2 resultados em Y para essa função.

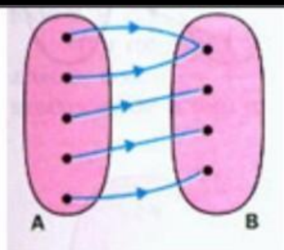
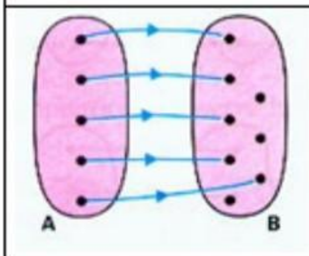
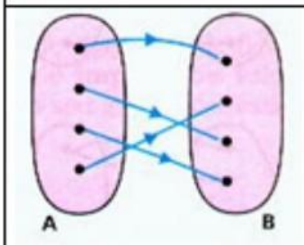


Nesse caso podemos ver uma curva que as retas vermelhas só tocam a curva laranja uma única vez. Portanto são injetoras, entretanto o contradomínio possui o conjunto dos reais positivos. Os números negativos ficam sem correspondência no conjunto imagem.



Nesse caso temos o contradomínio aos reais positivos. Portanto, como observamos que a reta vermelha corta duas vezes a reta laranja, não é injetora. Mas como o conjunto imagem é definido como zero até +inf, podemos dizer que imagem é igual ao contradomínio R +. É sobrejetora

Outros Exemplos:

	• Essa função é sobrejetora, pois não sobra elemento em **B** • Essa função não é injetora, pois existem dois elementos com mesma imagem • Essa função não é bijetora, pois não é injetora
	• Essa função é injetora, pois elementos de **B** são "flechados" só uma vez. • Essa função não é sobrejetora, pois existem elementos sobrando em **B** • Essa função não é bijetora, pois não é sobrejetora
	• Essa função é injetora, pois elementos de **B** são "flechados" só uma vez. • Essa função é sobrejetora, pois não existem elementos sobrando em **B** • A função é bijetora, pois é injetora e sobrejetora

Função inversa

O domínio da normal é a imagem da inversa.
Para descobrir sua função, precisamos:

Passo 1: Trocar o x por y e y por x.
Passo 2: Isolar o y

Exemplo: $f(x) = 3x + 4$ > $x = 3y + 4$ > $y = (x - 4) / 3$

Exemplo 2: $f(x) = (3x+2)/2x$ > $x = (3y+2)/2y$ > $2yx = (3y+2)$
> $y(2x-3) = 2$ > $y= 2/(2x-3)$

Exemplo 3: $f(x) = (x+1)/3$ > $x = (y+1)/3$ > $3x = y+1$ > $y = 3x - 1$

Função Composta

Exemplo:

$F(x) = x^2 - 1$ e $G(x) = 3x + 2$

Determine: $f(g(2))$:

Primeiramente resolvemos a função mais interna e substituímos na função mais externa:
Portanto para $g(2)$ teremos: $f(8)$. Substituindo teremos, $f(8) = x^2 -1 = 63$

Determine: $g(f(2))$:

$G(3) = 11$

Determine: $g(f(x))$:

$g(f(x))$: $3(f(x))+ 2$ > Substituindo $f(x)$, teremos: $= g(f(x))3(x^2-1) - 2$, Testando o 2 (usado anteriormente, comprovamos a verdade, igual a 11.

Outros Exemplos:

2. Sejam as funções reais $\underbrace{f(x) = 2x - 3}$ e $(f \circ g)(x) = x^2 - 1$. Determine $g(2)$

$g(x)$ $g(x)$

$f(g(x)) = x^2 - 1$

$$f(g(x)) = 2 \cdot g(x) - 3$$

$$x^2 - 1 = 2 \cdot g(x) - 3$$

$$x^2 + 2 = 2 \cdot g(x)$$

$$g(x) = \frac{x^2 + 2}{2}$$

$$g(2) = \frac{2^2 + 2}{2} = 3$$