Übungsblatt 3

Topologie

Viktor Kleen* Sabrina Pauli†

Aufgabe 3.1. Wir definieren auf der Menge $\operatorname{Spec}\mathbb{Z} := \{p \in \mathbb{Z} : p \text{ prim}\} \cup \{0\}$ eine Basis für eine Topologie: Für $0 \neq n \in \mathbb{Z}$ sei $D(n) = \{p \in \operatorname{Spec}\mathbb{Z} : p \nmid n\}$ und

$$\mathscr{B} = \{D(n) : n \in \mathbb{Z} \text{ und } n \neq 0\}.$$

Zeigen Sie, dass $\mathscr{B}$ tatsächlich eine Basis für eine Topologie auf $\operatorname{Spec}\mathbb{Z}$ ist. Die erzeugte Topologie heißt *Zariskitopologie* auf $\operatorname{Spec} Z$.

(i) Beschreiben Sie die abgeschlossenen Teilmengen von $\operatorname{Spec} Z$.
(ii) Zeigen Sie, dass $\{0\}$ dicht in $\operatorname{Spec} Z$ ist.

*viktor.kleen@uni-due.de
†sabrinp@math.uio.no