

Аналитическая геометрия

Текущий контроль 2

Стоимость: 5 б.

Направление подготовки: Физика

ФИО студента: Иванов Иван Иванович

Преподаватель: В. Н. Кожухова

Простейшие задачи аналитической геометрии. Полярные координаты

Задача 1.

16.

Даны вершины треугольника ABC :

$$A(2, 3), B(1, -2), C(8, -4).$$

1. Вычислить площадь треугольника и найти длину высоты AH .
2. Определить аналитически:
 - а) центр масс треугольника ABC , считая, что в его вершинах находятся равные массы;
 - б) координаты векторов, приложенных к вершинам треугольника ABC и совпадающих с его медианами;
 - в) есть ли тупой угол среди внутренних углов треугольника ABC ;
 - г) является ли треугольник ABC равнобедренным, прямоугольным?

Задача 2.

16.

По данным задачи 1:

1. Вычислить длину биссектрисы AD треугольника ABC .

Примечание. Координаты точки D необходимо вычислить **точно**, даже при наличии сложных радикалов. При этом длину биссектрисы в таком случае нужно вычислить приближенно, не забыв записать точный ответ без преобразований.

Пример: если для треугольника с координатами вершин $A(3, 5), B(-4, 4), C(-7, -7)$ требуется вычислить длину биссектрисы, проведенной из вершины C , то ответ следует записать так:

$$CD = \sqrt{\left(\frac{4\sqrt{130}\sqrt{61} + 325}{\sqrt{130}\sqrt{61} + 65} + 7\right)^2 + \left(-\frac{4\sqrt{130}\sqrt{61} - 195}{\sqrt{130}\sqrt{61} + 65} + 7\right)^2} \approx 12.9$$

2. Найти координаты вершин треугольника ABC в новой системе координат, считая что начало координат перенесено в точку A , а оси повернуты на угол $\alpha = \frac{5}{6}\pi$.

Задача 3.

16.

Заданы координаты точек M_1, M_2, M_3 в ДПСК и M_4, M_5, M_6 в ПСК. Перевести точки M_1, M_2, M_3 в ПСК, M_4, M_5, M_6 в ДПСК и построить точки $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$, совместив эти системы координат.

$$M_1(1, -5), M_2(0, -2), M_3(-3, 10), \\ M_4\left(2, -\frac{3}{4}\pi\right), M_5\left(4, -\frac{7}{6}\pi\right), M_6\left(4, \frac{5}{3}\pi\right)$$

Задача 4.

16.

Даны уравнения кривых в ДПСК. Получить их уравнения в ПСК. Построить кривые в ПСК.

1. $49x^2 + 49y^2 - 16 = 0$
2. $36x^2 + 36y^2 + 60y = 0$
3. $(x^2 + y^2)^2 = 36xy$

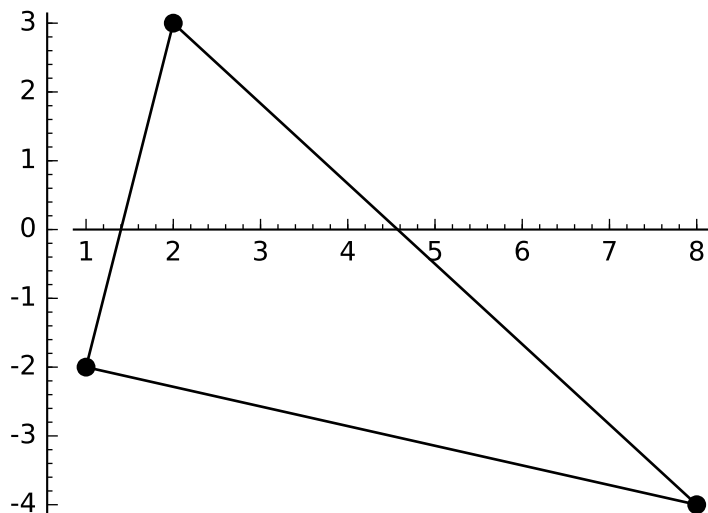
Задача 5.

16.

Даны уравнения кривых в ПСК. Построить эти кривые в ПСК. Получить их уравнения в ДПСК.

1. $\rho = -6\varphi$
2. $\rho = 2\sin(\varphi) + 2$
3. $\rho = \frac{2}{3}\cos(4\varphi)$

Ответ 1.



$$S_{ABC} = \frac{37}{2}, h = \frac{37}{53}\sqrt{53}$$

Центр масс $O\left(\frac{11}{3}, -1\right)$,

медианы $AM = \left(\frac{5}{2}, -6\right)$, $BM = \left(4, \frac{3}{2}\right)$, $CM = \left(-\frac{13}{2}, \frac{9}{2}\right)$

$$\angle A = \arccos\left(\frac{29}{2210} \sqrt{85} \sqrt{26}\right) \approx 52^\circ$$

$$\angle B = \arccos\left(-\frac{3}{1378} \sqrt{53} \sqrt{26}\right) \approx 95^\circ$$

$$\angle C = \arccos\left(\frac{56}{4505} \sqrt{85} \sqrt{53}\right) \approx 33^\circ$$

Треугольник не равнобедренный, не прямоугольный.

Ответ 2.

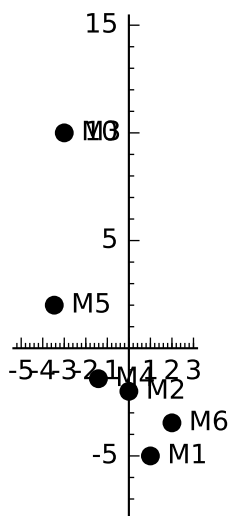
$$AD = \sqrt{\left(\frac{8\sqrt{85}\sqrt{26} + 85}{\sqrt{85}\sqrt{26} + 85} - 2\right)^2 + \left(\frac{2(2\sqrt{85}\sqrt{26} + 85)}{\sqrt{85}\sqrt{26} + 85} + 3\right)^2} \approx 5.904$$

$$A(0, 0), B\left(\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{5}{2}, \frac{5}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\right), C\left(-3\sqrt{3} - \frac{7}{2}, \frac{7}{2}\sqrt{3} - 3\right)$$

Ответ 3.

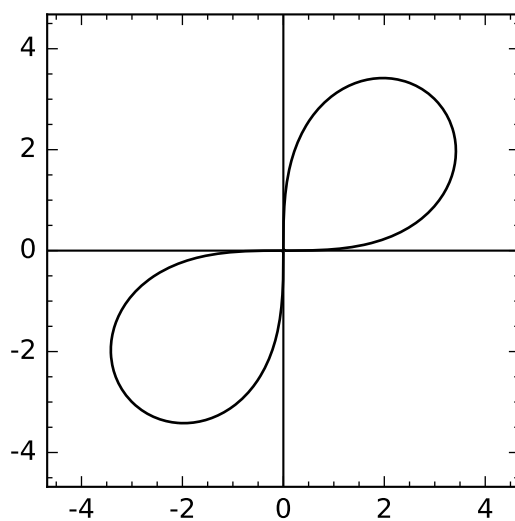
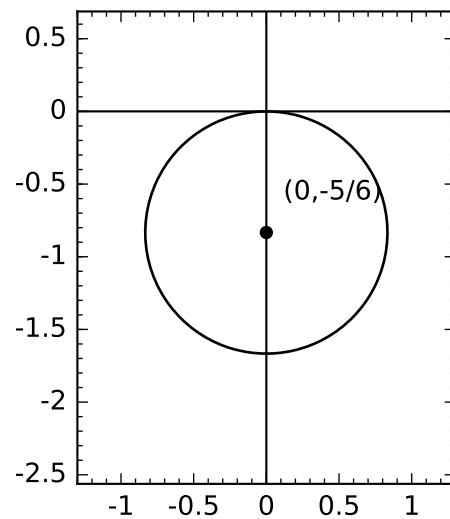
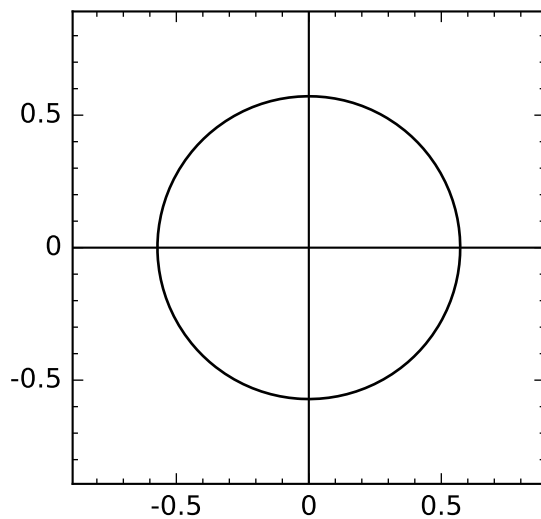
$$M_1\left(\sqrt{26}, -\arctan(5)\right), M_2\left(2, -\frac{1}{2}\pi\right), M_3\left(\sqrt{109}, \pi - \arctan\left(\frac{10}{3}\right)\right)$$

$$M_4(-\sqrt{2}, -\sqrt{2}), M_5(-2\sqrt{3}, 2), M_6(2, -2\sqrt{3})$$



Ответ 4.

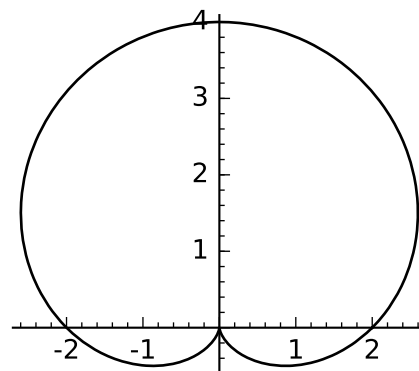
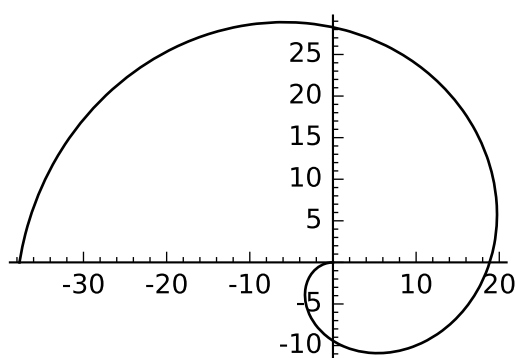
$$\rho = \left(\frac{4}{7}\right), \rho = -\frac{5}{3} \sin(\varphi), \rho^2 = 18 \sin(2\varphi)$$

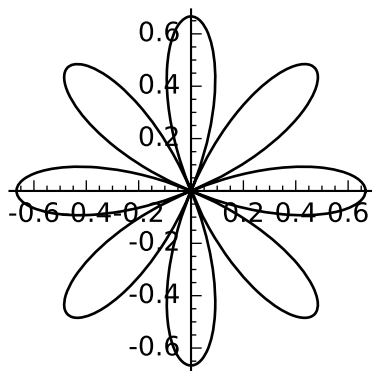


Ответ 5.

$$x^2 + y^2 = 36 \arctan\left(\frac{y}{x}\right)^2, (x^2 + y^2 - 2y)^2 = 4x^2 + 4y^2,$$

$$9(x^2 + y^2)^5 = 4(x^2 + 2xy - y^2)^2(x^2 - 2xy - y^2)^2$$





Вопрос	1.	2.	3.	4.	5.	Всего
Баллы	1	1	1	1	1	5
Набрано						