Аналитическая геометрия

Текущий контроль 3

Стоимость: 5 б.
Направление подготовки: Физика
ФИО студента: Иванов Иван Иванович
Преподаватель: *В. Н. Кожухова*

Прямая на плоскости

Задача 1. 1 б.

Две точки на плоскости заданы координатами: $M_1\,(0,\,-3)$ и $M_2\,(-3,\,-3)$, $\angle\alpha = 30^\circ$ – некоторый угол.

Составить:

1. Уравнение прямой, проходящей через точку M_1 и образующей с осью абсцисс $\angle\alpha$.
2. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через точки M_1 и M_2. Записать это уравнение в следующих видах:
   а) общем;
   б) каноническом;
   в) параметрическом;
   г) с угловым коэффициентом;
   д) в отрезках;
   е) нормальном.

   Указать направляющие косинусы данной прямой.

Задача 2. 1 б.

Даны вершины треугольника ABC и прямая L:

$$A\,(4,\,-6)\,,B\,(1,1)\,,C\,(9,0)\,,L:-4\,x+5\,y+2=0$$

1. Составить уравнения прямой L_1, проходящей через точку A параллельно прямой L и прямой L_2, проходящей через точку A перпендикулярно прямой L.
2. Определить точку пересечения высот треугольника.
3. Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины A на медиану, проведенную из вершины C.

Задача 3. 1 б.

По данным задачи 2:

1. Составить уравнения биссектрис внутреннего и внешнего углов треугольника ABC при вершине A.
2. Найти координаты точки Q, симметричной точке A относительно прямой CB.

Задача 4. 1 б.

Дана точка N и две прямые L_1 и L_2:

$$N\left(0,5\right), L_1 : 3\,x - y - 4 = 0, L_2 : 2\,x - 3\,y - 7 = 0$$

1. Пусть прямые L_1 и L_2 – стороны параллелограмма, а N – точка пересечения его диагоналей. Написать уравнения остальных сторон и диагоналей параллелограмма.
2. Составить уравнения сторон треугольника, если одна из его вершин – точка N, а прямые L_1 и L_2 – высоты этого треугольника.
3. Найти расстояние от точки N до прямой L_1.
4. Написать нормальное уравнение прямой L_1. Пересекает прямая L_2 отрезок ON или нет? (точка O – начало координат).

Задача 5. 1 б.

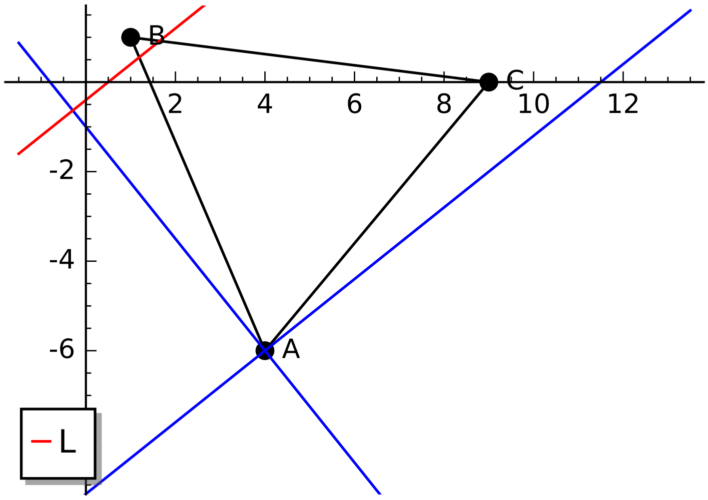
По данным задачи 4:

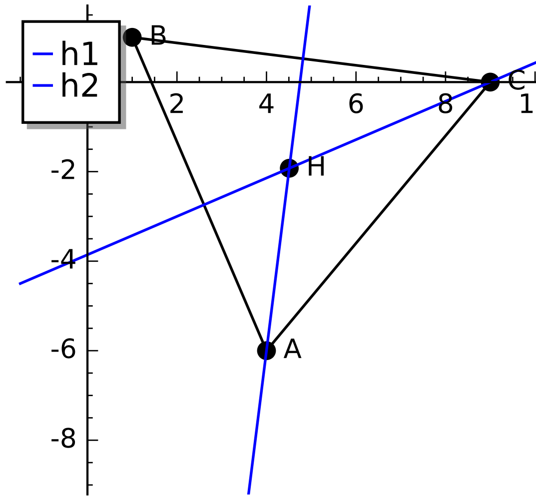
1. Написать уравнения прямых, параллельных L_1 и отстоящих от нее на расстоянии $d = 7$.
2. Пусть L_1 – одна из сторон квадрата, а точка N – его вершина. Написать уравнения остальных сторон квадрата.
3. Определить аналитически, какой из углов, тупой или острый, образованный прямыми L_1 и L_2, содержит точку N. Определить величину угла между прямыми L_1 и L_2.
4. Составить уравнение биссектрисы угла между прямыми L_1 и L_2, смежного с углом, содержащим точку N.

Ответ 1.

через точку под углом: $y = \frac{1}{3}\sqrt{3}\left(x - 3\sqrt{3}\right)$
общее уравнение: $y + 3 = 0$,
направляющий вектор: $M_1M_2 = \left(-3, 0\right)$,
каноническое: $\frac{x}{-3} = \frac{y+3}{0}$,
параметрическое: $y = t - 3$
с угловым коэффициентом: $y = \left(-3\right)$,
в отрезках: $-\frac{1}{3}\,y = 1$,
нормальное: $-y - 3 = 0$,
направляющие косинусы: $(0,\ -1)$

Ответ 2.

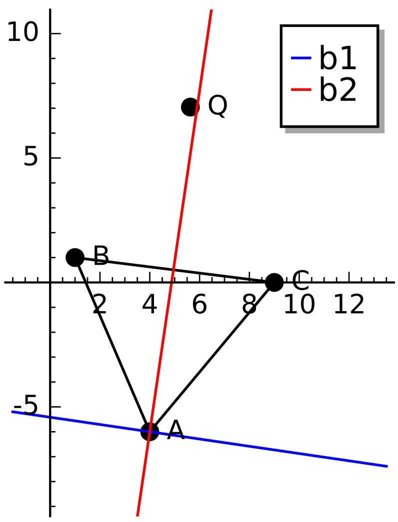




параллельно: $-4\,x + 5\,y + 46 = 0$
перпендикулярно: $-5\,x - 4\,y - 4 = 0$
точка пересечения высот: $-8\,x + y + 38 = 0, -3\,x + 7\,y + 27 = 0, \left[\left[x = \left(\frac{239}{53}\right), y = \left(-\frac{102}{53}\right)\right]\right]$
медиана: $-10\,x + 26\,y + 90 = 0$, перпендикуляр: $-13\,x - 5\,y + 22 = 0$,
длина перпендикуляра: $53\sqrt{\frac{1}{194}}$

Ответ 3.

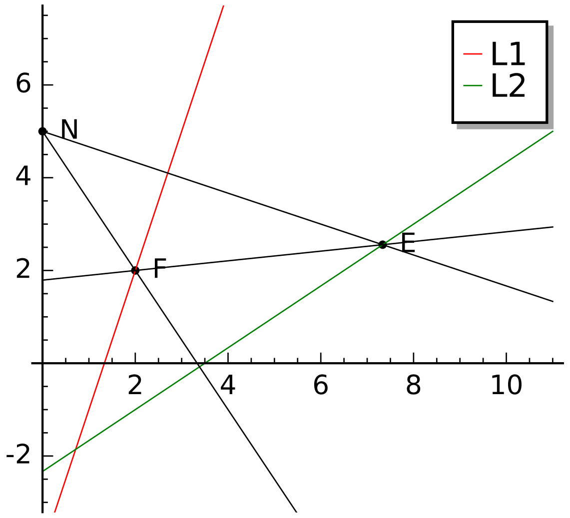
биссектрисы:
$-\left(427\sqrt{29}\sqrt{2} - 348\sqrt{61}\right)x - \left(183\sqrt{29}\sqrt{2} + 290\sqrt{61}\right)y + 610\sqrt{29}\sqrt{2} - 3132\sqrt{61} = 0$
– биссектриса внешнего угла
$\left(427\sqrt{29}\sqrt{2} + 348\sqrt{61}\right)x + \left(183\sqrt{29}\sqrt{2} - 290\sqrt{61}\right)y - 610\sqrt{29}\sqrt{2} - 3132\sqrt{61} = 0$
симметричная точка: $\left(\frac{366}{65}, \frac{458}{65}\right)$



Ответ 4.

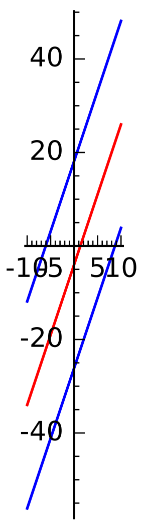
стороны параллелограмма: $3\,x - y + 14 = 0, 2\,x - 3\,y + 37 = 0$
диагонали параллелограмма: $48\,x + 5\,y - 25 = 0, 12\,x - 7\,y + 35 = 0$

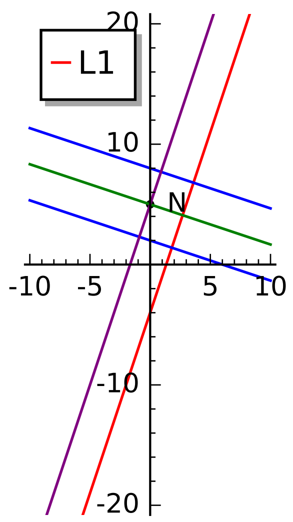
уравнения сторон треугольника:
$-x - 3\,y + 15 = 0, -3\,x - 2\,y + 10 = 0, -5\,x + 48\,y - 86 = 0$
расстояние от N до L_1: $\frac{9}{10}\sqrt{10} \approx 2.846$
нормальное уравнение L_1: $\frac{1}{10}\sqrt{10}(3\,x - y - 4) = 0$
L_2 не пересекает ON

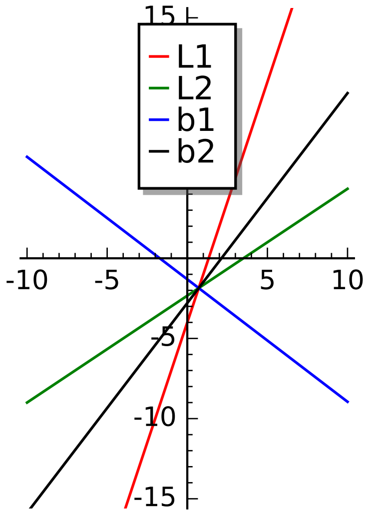


Ответ 5.

прямые, параллельные L_1 на расстоянии 7:
$3\,x - y + 7\sqrt{10} - 4 = 0, 3\,x - y - 7\sqrt{10} - 4 = 0$
стороны квадрата: $-x - 3\,y + 15 = 0, 3\,x - y + 5 = 0$
$-x - 3\,y + 24 = 0, -x - 3\,y + 6 = 0$
угол между L_1 и L_2: $\arccos\left(\frac{9}{130}\sqrt{13}\sqrt{10}\right) \approx 38°$
N расположена в тупом углу
O и N находятся в одном углу
биссектрисы углов между L_1 и L_2:
$\left(39\sqrt{5}\sqrt{2} - 20\sqrt{13}\right)x - \left(13\sqrt{5}\sqrt{2} - 30\sqrt{13}\right)y - 52\sqrt{5}\sqrt{2} + 70\sqrt{13} = 0$
$\left(39\sqrt{5}\sqrt{2} + 20\sqrt{13}\right)x - \left(13\sqrt{5}\sqrt{2} + 30\sqrt{13}\right)y - 52\sqrt{5}\sqrt{2} - 70\sqrt{13} = 0$







Вопрос	1.	2.	3.	4.	5.	Всего
Баллы	1	1	1	1	1	5
Набрано						