Аналитическая геометрия

Текущий контроль 4

Стоимость: 5 б.
Направление подготовки: Физика
ФИО студента: Иванов Иван Иванович
Преподаватель: *В. Н. Кожухова*

Плоскость и прямая в пространстве

Задача 1. 1 б.

Заданы координаты точек M_1, M_2, M_3 в пространстве, векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$, плоскость P и прямая L.

$$M_1\,(1,2,\,-2)\,, M_2\,(3,0,\,-3)\,, M_3\,(7,6,\,-1)\,, \boldsymbol{a}=(-2,1,\,-2)\,, \boldsymbol{b}=(3,4,3)\,,$$

$$P: -4\,x-2\,y+5\,z+12=0, L: \begin{cases} x+5\,y+5\,z+2=0 \\ -y-z=0 \end{cases}$$

1. Составить уравнение плоскости P_1, проходящей через точки M_1, M_2, M_3.
2. Составить уравнение плоскости P_2, проходящей через точку M_1, параллельно векторам $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$.
3. Составить уравнение плоскости P_3, проходящей через точки M_1, M_2, параллельно вектору $\boldsymbol{a}$.

Задача 2. 1 б.

По данным задачи 1:

1. Составить уравнение плоскости P_4, содержащей точку M_1 и перпендикулярной плоскостям P_2 и P.
2. Составить уравнение плоскости P_5, содержащей точку M_1 и параллельной плоскости P.
3. Определить, лежат ли точки M_2, M_3 на плоскостях P_4 и P. Если нет, то выяснить лежат ли они в одном, в смежных или в вертикальных двугранных углах, образованных при пересечении плоскостей P_4 и P.

Задача 3. 1 б.

По данным задачи 1:

1. Написать канонические и параметрические уравнения прямой L.
2. Найти точку пересечения прямой L и плоскости P_1.
3. Найти проекцию точки M_1 на прямую L.
4. Найти проекцию точки M_1 на плоскость P.

Задача 4. 1 б.

По данным задачи 1:

1. Написать уравнения прямой L_1, проходящей через точку M_2 параллельно вектору $\boldsymbol{a}$. Доказать, что прямая L_1 параллельна плоскости P_2 и найти расстояние между L_1 и P_2.

2. Написать уравнение плоскости P_6, проходящей через точку M_1 и прямую L.

3. Найти проекцию прямой L_1 на плоскость P. Ответ записать в каноническом виде.

Задача 5. 1 б.

По данным задач 1 и 2:

1. Выяснить взаимное расположение прямой L и прямой L_2, проходящей через точки M_2 и M_3. Найти расстояние между L и L_2.

2. Написать уравнение плоскости P_7, делящей пополам тот двугранный угол между плоскостями P и P_4, в котором расположена точка M_2.

Ответ 1.

$P_1 : x - 4\,y + 10\,z + 27 = 0$
$P_2 : x - z - 3 = 0$
$P_3 : 5\,x + 6\,y - 2\,z - 21 = 0$

Ответ 2.

$P_4 : -2\,x - y - 2\,z = 0$
$P_5 : -4\,x - 2\,y + 5\,z + 18 = 0$
M_3 не лежит в плоскости P
M_2 не лежит в плоскости P
M_3 не лежит в плоскости P_4
M_2 лежит в плоскости P_4
M_2 и M_3 находятся в $----$ углу

Ответ 3.

Канонические уравнения: $\dfrac{x+2}{0} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{-3}$
Параметрические уравнения: $[x = (-2)\,, y = 3\,t, z = -3\,t]$
Точка пересечения прямой и плоскости: $x = (-2)\,, y = \left(\dfrac{25}{14}\right), z = \left(-\dfrac{25}{14}\right)$
Проекция точки M_1 на плоскость P: $\left(\dfrac{7}{15}, \dfrac{26}{15}, -\dfrac{4}{3}\right)$
Проекция точки M_1 на прямую L: $(-2, 2, -2)$

Ответ 4.

Прямая L_1: $\dfrac{x-3}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+3}{-2}$
Расстояние между L_1 и P_2: $\dfrac{3}{2}\sqrt{2}$
Уравнение плоскости P_6: $-y - z = 0$
Проекция прямой L_1 на плоскость P: $\dfrac{x-\frac{5}{3}}{-\frac{106}{45}} = \dfrac{y+\frac{2}{3}}{\frac{37}{45}} = \dfrac{z+\frac{4}{3}}{-\frac{14}{9}}$
$\left[x = -\dfrac{106}{45}\,t + \dfrac{5}{3}, y = \dfrac{37}{45}\,t - \dfrac{2}{3}, z = -\dfrac{14}{9}\,t - \dfrac{4}{3}\right]$

Ответ 5.

Прямые L и L_2 скрещиваются.

Расстояние между L и L_2: $\dfrac{13}{6}\sqrt{6}$

Биссектрисы углов между P и P_4:

$$2\,x\left(2\sqrt{5}+5\right)+y\left(2\sqrt{5}+5\right)-5\,z\left(\sqrt{5}-2\right)-12\sqrt{5}=0$$

$$2\,x\left(2\sqrt{5}-5\right)+y\left(2\sqrt{5}-5\right)-5\,z\left(\sqrt{5}+2\right)-12\sqrt{5}=0$$

Вопрос	1.	2.	3.	4.	5.	Всего
Баллы	1	1	1	1	1	5
Набрано						