

Česká zemědělská univerzita v Praze
Provozně ekonomická fakulta
Katedra ekonomiky



Semestrální projekt z předmětu
Ekonometrie

Těžba modřínu v ČR mezi lety 2000-2024

Vojtěch Kratěna

Ing. Pavlína Hálová, Ph.D.

Cvičení: čtvrtok 17:30

Obsah

1.	Jednorovnicový model	3
1.1.	Ekonomický model a ekonometrický model.....	3
1.2.	Popis dat	4
1.3.	Odhad modelu BMNČ	6
1.4.	Ekonomická verifikace modelu.....	7
1.5.	Statistická verifikace modelu	7
1.6.	Ekonometrická verifikace.....	8
1.7.	Aplikace modelu	12
2.	Simultánní model	14
2.1.	Ekonomický model a ekonometrický model.....	14
2.2.	Popis dat	16
2.3.	Identifikace modelu.....	17
2.4.	Odhad modelu v SW Gretl	17
2.5.	Ekonomická verifikace modelu.....	18
2.6.	Statistická verifikace modelu	19
2.7.	Ekonometrická verifikace modelu.....	21
2.8.	Matice Beta, Gama a matice Multiplikátorů; Redukovaný tvar modelu a jeho interpretace	24
2.9.	Aplikace modelu	25
3.	Závěr.....	28
4.	Datová tabulka.....	29
5.	Seznam obrázků a tabulek.....	31
6.	Zdroje	32

1. Jednorovnicový model

Lesní hospodářství představuje významnou součást českého národního hospodářství. Kromě produkce dřeva plní lesy řadu společenských a environmentálních funkcí, jako je ochrana krajiny, rekreační využití nebo udržování ekologické stability. Pro účely ekonometrické analýzy byl vytvořen jednorovnicový model zaměřený na vysvětlení objemu těžby modřínu v České republice. Modřín je dlouhodobě ceněnou dřevinou díky své mechanické odolnosti, vysoké trvanlivosti a stabilní poptávce v oblasti stavebnictví i dřevozpracujícího průmyslu.

Model se snaží pomocí vybraných ekonomických a jiných faktorů identifikovat, které proměnné významně ovlivňují objem těžby modřínu a zda lze pomocí kvantitativního přístupu vysvětlit jeho meziroční změny. Vytvořený model je jednorovnicový, tedy s jednou endogenní proměnnou a několika exogenními vysvětlujícími proměnnými, které mohou působit na vývoj těžby modřínu.

1.1. Ekonomický model a ekonometrický model

Cílem modelování je kvantifikovat vztahy mezi objemem těžby modřínu a vybranými faktory, u nichž lze teoreticky očekávat ekonomicky zdůvodnitelný vliv. Teoretická východiska vycházejí z předpokladu, že vývoj těžby modřínu je ovlivňován především charakteristikou lesních porostů, objemem těžby dalších dřevin a dostupnou pracovní kapacitou. Do modelu byly zařazeny čtyři exogenní proměnné:

Označení	Název	Jednotky	Popis proměnné
y	Roční těžba modřínu	m^3 / rok	Endogenní
x_0	jednotkový vektor	-	Exogenní
x_1	Roční těžba buku	m^3 / rok	Exogenní
x_2	Plocha jehličnatého porostu	ha	Exogenní
x_3	Počet zaměstnaných osob v lesnictví	Tisíce osob	Exogenní
x_4	Roční zalesnění	ha / rok	Exogenní
u_t	náhodná složka	-	Stochastická

Tabulka 1- Deklarace proměnných - (vlastní zpracování)

- **Těžba buku (x_1)** – těžba buku v m^3/rok . U této proměnné existují dva možné přístupy: teoreticky lze předpokládat substituční vztah, kdy růst těžby buku snižuje potřebu těžby modřínu. Zároveň však v praxi bývají buk i modřín často pěstovány ve stejných porostech, takže v případě těžeb v bukových nebo modřínových lesích dochází k těžbě obou dřevin současně. Proto lze očekávat, že pokud roste těžba buku, může ve skutečnosti růst i těžba modřínu.

- **Celková plocha jehličnanů (x_2)** – plocha jehličnatých lesů v ha. Teoreticky platí, že čím větší je celková rozloha jehličnatých porostů, tím větší je potenciálně i dostupný objem dřevní hmoty k těžbě, a tedy i objem těžby modřínu.
- **Počet zaměstnanců v lesnictví a zemědělství (x_3)** – počet pracovníků v tisících osobách. Vyšší pracovní kapacita obvykle umožňuje vyšší rozsah těžeb, a proto se předpokládá pozitivní vztah mezi počtem zaměstnanců a objemem těžby modřínu.
- **Roční zalesněná plocha (x_4)** – plocha nově zalesněných lesních pozemků v ha/rok. Vysoké hodnoty zalesňování mohou indikovat, že v daném období také proběhly nadprůměrné těžby, protože zalesňování často přichází po těžbě v obnovných cyklech. Rovněž zde tedy lze očekávat pozitivní efekt na objem těžby.

Cílem modelu je zjistit, jak tyto proměnné společně působí na objem těžby modřínu a zda mezi nimi existují statisticky významné vztahy. Funkční zápis ekonomického modelu by vypadal takto:

$$y_1 = f(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4),$$

kde y_1 představuje endogenní proměnnou (těžba modřínu), která je vysvětlována exogenními proměnnými x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 . Proměnná x_0 představuje konstantu.

Ekonometrický model je rozšířen o stochastickou náhodnou složku u_t , zachycující vliv nepozorovaných faktorů, měřicích chyb a náhodných odchylek. Výsledný ekonometrický zápis má tvar:

$$y_{1t} = \gamma_0 + \gamma_1 x_{1t} + \gamma_2 x_{2t} + \gamma_3 x_{3t} + \gamma_4 x_{4t} + u_t$$

kde $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ jsou neznámé parametry odhadované statistickými metodami. Model byl následně odhadnut metodou běžných nejmenších čtverců (BMNČ) v softwaru Gretl.

1.2. Popis dat

1.2.1. Základní popisné statistiky

Pro odhad modelu byla použita časová řada ročních dat, která zachycuje vývoj těžby modřínu a vybraných vysvětlujících proměnných v českém lesním hospodářství. Data byla získána z veřejně přístupných statistických zdrojů a to z Českého statistického úřadu.

Před samotným odhadem byly pro každou proměnnou vypočteny základní deskriptivní statistiky, jako je aritmetický průměr, směrodatná odchylka, minimum, maximum a variační rozpětí.

	aritmetický průměr	směrodatná odchylka	min	max	variační rozpětí
y – těžba modřínu v m³ za rok	501 648	102176,81	271 290	789 715	518 425
x₁ – těžba buku v m³ za rok	746 001	122194,87	558 413	1 009 603	451 190
x₂ – celková plocha jehličnanů v ha	1 893 565	63215,85	1 747 462	1 975 065	227 603
x₃ – počet zaměstnanců v lesnictví a zemědělství v tisících osobách	162,048	28,38	130,9	230,9	100
x₄ – roční zalesněná plocha v ha	23 318	6838,11	17 164	40 679	23 515

Tabulka 2- Základní popisné statistiky (vlastní zpracování)

- **y – Těžba modřínu:**
 - Proměnná vykazuje značnou variabilitu, neboť variační rozpětí převyšuje průměrnou hodnotu, což značí silné meziroční výkyvy těžby.
- **x₁ – Těžba buku:**
 - I přes vyšší objemy těžby je relativní stabilita dat srovnatelná s modřinem, přičemž se variační koeficient rovná přibližně 16 %, tedy že směrodatná odchylka tvoří přibližně 16 % průměru.
- **x₂ – Celková plocha jehličnanů:**
 - Jde o nejstabilnější proměnnou modelu. Minimální směrodatná odchylka vzhledem k vysokému průměru potvrzuje jen velmi pozvolné změny výměry.
- **x₃ – Počet zaměstnanců:**
 - Vysoké variační rozpětí (přes 60 % průměru) značí výrazné strukturální změny a značnou fluktuaci pracovní síly v sektoru.
- **x₄ – Roční zalesněná plocha:**
 - Tato proměnná vykazuje nejvyšší volatilitu ze všech proměnných. Variační rozpětí převyšující průměr svědčí o extrémních výkyvech v obnově lesa, pravděpodobně v reakci na kalamity.

1.2.2. Korelační analýza

Korelační matice poskytuje přehled o vzájemných vztazích mezi proměnnými v modelu. Za vysokou mulikolinearitu považujeme hodnotu mezi exogenními proměnnými s absolutní hodnotou větší než 0,8.

Nejvýraznější vazba existuje mezi proměnnou x_4 (roční zalesnění) a proměnnou x_2 , (celková plocha jehličnanů). Hodnota korelace zde dosahuje -0,794. Tato hodnota se sice velmi těsně blíží kritické hranici 0,8, ale technicky ji nepřekračuje. Ostatní proměnné (zejména x_1) vykazují velmi nízkou míru korelace s ostatními regresory.

	y	x_1	x_2	x_3	x_4
y	1	0,37	-0,76	-0,45	0,69
x_1		1	-0,10	-0,15	-0,08
x_2			1	0,77	-0,79
x_3				1	-0,53
x_4					1

Tabulka 3- Korelační matic (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Faktory zvyšující rozptyl (VIF)
Minimální možná hodnota = 1,0
Hodnoty > 10,0 mohou indikovat problém kolinearity

X1buk	1,084
X2plochajehl	5,220
X3zamestn	2,605
X4zales	3,023

Obrázek 1- Výstup testu kolinearity (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Pro potvrzení závažnosti této vazby byl proveden doplňkový test (VIF). Výsledky testu ukázaly, že žádná z proměnných nepřesáhla kritickou hodnotu 10. Na základě toho nepovažujeme zjištěnou multikolinearitu za závažnou překážku. Není tedy nutné přistupovat k transformaci dat či vyřazení proměnných. Model ponecháváme v původním tvaru, přičemž bereme v úvahu existenci silnější statistické vazby mezi proměnnými x_2 a x_4 .

1.3. Odhad modelu BMNČ

K odhadu ekonometrického modelu byla použita metoda běžných nejmenších čtverců (BMNČ), realizovaná v softwaru Gretl. Tato metoda minimalizuje součet čtverců reziduí a poskytuje konzistentní a nestranné odhady parametrů. Na základě provedené regrese byl odhadnut následující model:

$$y_{1t} = 2240670 + 0,309 x_{1t} - 1,201 x_{2t} + 1221 x_{3t} + 4,61 x_{4t} + u_{1t}$$

Model 1: OLS, za použití pozorování 2000-2024 (T = 25)
 Závisle proměnná: Ymodrin

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota	
const	2,24067e+06	760537	2,946	0,0080	***
X1buk	0,309159	0,0941775	3,283	0,0037	***
X2plochajehl	-1,20150	0,399485	-3,008	0,0070	***
X3zamestn	1221,03	628,706	1,942	0,0663	*
X4zales	4,61427	2,81017	1,642	0,1162	
Střední hodnota závisle proměnné		501647,6			
Sm. odchylnka závisle proměnné		104283,8			
Součet čtverců reziduí		6,11e+10			
Sm. chyba regrese		55263,93			
Koeficient determinace		0,765971			
Adjustovaný koeficient determinace		0,719166			
F(4, 20)		16,36491			
P-hodnota(F)		4,27e-06			
Logaritmus věrohodnosti		-305,6811			
Akaikovo kritérium		621,3621			
Schwarzovo kritérium		627,4565			
Hannan-Quinnovo kritérium		623,0524			
rho (koeficient autokorelace)		-0,121045			
Durbin-Watsonova statistika		2,131320			
zde je poznámka o zkratkách statistik modelu					

Pomine-li se konstanta, p-hodnota byla nejvyšší pro proměnnou 5 (X4zales)

Obrázek 2- Odhad parametrů metodou BMNČ (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

1.4. Ekonomická verifikace modelu

Při růstu těžby buku o 1 m³/rok dojde ke zvýšení těžby modřínu o 0,309 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad odpovídá ekonomické verifikaci v případě komplementarity – substituční hypotéza se nepotvrdila.

Při růstu celkové plochy jehličnanů o 1 ha dojde ke snížení těžby modřínu o 1,202 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad neodpovídá ekonomické verifikaci.

Při růstu počtu zaměstnanců o 1 tisíc osob dojde ke zvýšení těžby modřínu o 1 221 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad odpovídá ekonomické verifikaci

Při růstu roční zalesněné plochy o 1 ha/rok dojde ke zvýšení těžby modřínu o 4,61 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad odpovídá ekonomické verifikaci

1.5. Statistická verifikace modelu

Statistická verifikace se zaměřuje na testování významnosti jednotlivých odhadnutých parametrů a na celkovou kvalitu modelu. Hodnocení probíhá na základě p-hodnot, které byly

získány při odhadu metodou nejmenších čtverců. Kritériem pro posouzení významnosti je zvolená hladina významnosti $\alpha = 0,05$.

	koefficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota	
const	2,24067e+06	760537	2,946	0,0080	***
X1buk	0,309159	0,0941775	3,283	0,0037	***
X2plochajehl	-1,20150	0,399485	-3,008	0,0070	***
X3zamestn	1221,03	628,706	1,942	0,0663	*
X4zales	4,61427	2,81017	1,642	0,1162	

Obrázek 3- Významnost odhadnutých parametrů (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Z tabulky lze shrnout, že na hladině významnosti 5 % jsou statisticky významné pouze parametry x_1 (těžba buku) a x_2 (plocha jehličnanů). Parametr x_3 (zaměstnanci) a parametr x_4 (zalesnění) jsou nevýznamné. To znamená, že hlavní vysvětlovací sílu modelu nesou proměnné x_1 a x_2 , které mají jasně prokázaný vliv na objem těžby modřínu.

Pomocí F-testu se můžeme podívat na statistickou významnost modelu jako celku. Zde nám vyšla hodnota testovací statistiky $F = 16,365$ s p-hodnotou $= 4,27e-06$. Jelikož se p-hodnota blíží nule, zamítáme nulovou hypotézu o nevýznamnosti modelu. Model jako celek je tedy statisticky významný.

Koeficient determinace R^2 vyjadřuje, kolik procent variability vysvětlované proměnné je vysvětleno pomocí zvolených exogenních proměnných. U našeho modelu vychází $R^2 = 76,6\%$.

Koeficient determinace	0,765971
Adjustovaný koeficient determinace	0,719166
F(4, 20)	16,36491
P-hodnota(F)	4,27e-06

Obrázek 4- Koeficient determinace (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

1.6. Ekonometrická verifikace

Ekonometrická verifikace slouží k posouzení platnosti předpokladů vytvořeného ekonometrického modelu. Tyto předpoklady o náhodné složce jsou klíčové pro ověření spolehlivosti a přesnosti modelu, tedy zda jsou jeho odhady nestranné, konzistentní a nejlepší.

1.6.1. Homoskedasticita reziduí:

Za pomoci softwaru Gretl byla testována přítomnost heteroskedasticity. Cílem bylo ověřit, zda je rozptyl reziduí konstantní (homoskedasticita), nebo zda se mění v závislosti na hodnotách vysvětlujících proměnných.

Whiteův test heteroskedasticity -
Nulová hypotéza: není zde heteroskedasticita
Testovací statistika: LM = 9,30843
s p-hodnotou = P(Chi-kvadrát(14) > 9,30843) = 0,8108

Obrázek 5- Whítův test heteroskedasticity (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Breusch-Paganův test heteroskedasticity -
Nulová hypotéza: není zde heteroskedasticita
Testovací statistika: LM = 1,04694
s p-hodnotou = P(Chi-kvadrát(4) > 1,04694) = 0,902596

Obrázek 6- Breusch-Paganův test heteroskedasticity (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Stanovené hypotézy:

- H0: Rezidua jsou homoskedastická (rozptyl je konstantní).
- H1: Rezidua jsou heteroskedastická (rozptyl není konstantní).

Výsledky testů:

- p-hodnota (Whiteův test) = 0,8108
- p-hodnota (Breusch-Paganův test) = 0,902596

Vzhledem k tomu, že p-hodnoty jsou vyšší než hladina významnosti 5%, nulovou hypotézu nezamítáme. Můžeme tedy konstatovat, že rozptyl reziduí je konstantní a podmínka homoskedasticity, jakožto jeden z předpokladů klasického lineárního regresního modelu, je splněna.

1.6.2. Normalita reziduí:

Dalším ověřovaným předpokladem lineárního regresního modelu bylo normální rozdělení reziduí. Tento předpoklad je klíčový pro validitu statistických testů (např. t-testů).

```
Test normality reziduí -  
Nulová hypotéza: chyby jsou normálně rozdělené  
Testovací statistika: Chí-kvadrát(2) = 0,699046  
s p-hodnotou = 0,705024
```

Obrázek 7 - Test normality reziduí (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

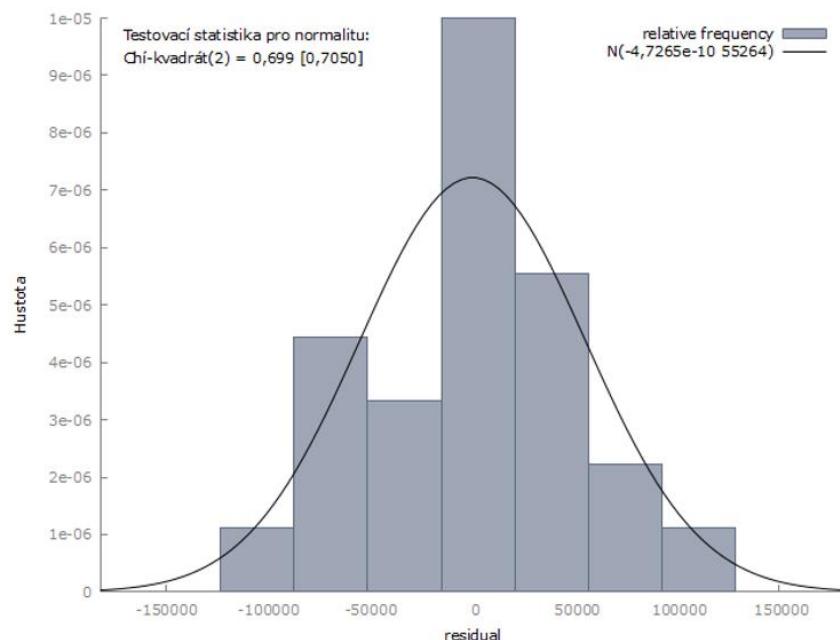
Stanovené hypotézy:

- H0: Rezidua mají normální rozdělení.
- H1: Rezidua nemají normální rozdělení.

Výsledek testu:

- p-hodnota = 0,699046

Protože je p-hodnota vyšší než hladina významnosti 5 %, nulovou hypotézu nezamítáme. Můžeme tedy konstatovat, že rezidua mají normální rozdělení. Tuto skutečnost vizuálně ilustruje i následující graf frekvenčního rozdělení reziduí.



Obrázek 8 - Graf normality reziduí (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

1.6.3. Autokorelace:

Pro ověření nezávislosti náhodných složek byla testována přítomnost autokorelace reziduí. Tento předpoklad byl nejprve posouzen pomocí Durbin-Watsonovy statistiky a následně ověřen Breusch-Godfreyho testem.

- Durbin-Watsonova statistika:

Hodnota Durbin-Watsonovy statistiky dosáhla úrovně 2,131. Vzhledem k tomu, že se tato hodnota blíží číslu 2, indikuje tento výsledek nepřítomnost autokorelace prvního rádu.

Durbin-Watsonova statistika **2,131320**

Obrázek 9- D-W statistika (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

- Breusch-Godfreyho test:

Pro potvrzení výsledku byl proveden Breusch-Godfreyho test (LM test), který dokáže odhalit i autokorelací vyšších řádů.

Stanovené hypotézy:

- H0: Rezidua nejsou autokorelovaná.
- H1: Rezidua jsou autokorelovaná.

Výsledek testu:

- Testovací statistika: p-hodnota = 0,545

Breusch-Godfreyův test pro autokorelací prvního řádu
OLS, za použití pozorování 2000-2024 (T = 25)
Závisle proměnná: uhat

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota
const	-284532	900239	-0,3161	0,7554
X1buk	0,0278744	0,105841	0,2634	0,7951
X2plochajehl	0,136836	0,462682	0,2957	0,7706
X3zamestn	-102,108	659,868	-0,1547	0,8787
X4zales	0,885690	3,19665	0,2771	0,7847
uhat_1	-0,177492	0,288224	-0,6158	0,5453

Neadjustovaný koeficient determinace = 0,019569

Testovací statistika: LMF = 0,379224,
s p-hodnotou = P(F(1,19) > 0,379224) = 0,545

Obrázek 10- Breusch-Godfreyův test pro autokorelací (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Vypočtená p-hodnota (0,545) je výrazně vyšší než hladina významnosti. Z tohoto důvodu nulovou hypotézu nezamítáme. Můžeme konstatovat, že v modelu se nevyskytuje statisticky významná autokorelace reziduí a tento specifikační předpoklad je splněn.

1.7. Aplikace modelu

Cílem aplikace modelu je předpovědět co nejpřesněji budoucí hodnoty sledovaných proměnných, kterých budou proměnné nabývat.

Pružnost vyjadřuje, jak příslušná exogenní proměnná působí na endogenní proměnnou relativně, tedy v procentech. Pomocí tohoto relativního vyjádření můžeme srovnávat, jak intenzivně působí jednotlivé exogenní proměnné na proměnnou endogenní, a to i při odlišných měrných jednotkách.

$$eij = \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \frac{x_j}{\hat{y}_t}$$

Následující hodnoty vyjadřují procentuální změnu těžby modřínu při změně dané vysvětlující proměnné o 1 %, za předpokladu ceteris paribus. Výpočet byl proveden s hodnotami z roku 2024.

- **Elasticita těžby buku (x_1): 0,36330 %**

Jde o neelastický vztah. Pokud vzroste těžba buku o 1 %, těžba modřínu vzroste o cca 0,36 %. Kladná hodnota elasticity potvrzuje závěr z ekonomické verifikace, že mezi dřevinami převažuje vztah komplementarity.

- **Elasticita plochy jehličnanů (x_2): -2,93177 %**

Jde o silně elastický vztah. Tato proměnná má na model největší vliv. Zvýšení celkové plochy jehličnanů o 1 % by vedlo k poklesu těžby modřínu o téměř 3 %.

- **Elasticita počtu zaměstnanců (x_3): 0,24937 %**

Vztah je málo elastický. Změna počtu pracovníků má na objem těžby jen malý vliv (nárůst zaměstnanosti o 1 % zvýší těžbu jen o 0,25 %). Výsledek je v souladu s ekonomickou verifikací tedy že vztah je kladný.

- **Elasticita zalesňování (x_4): 0,18994 %**

Velmi nízká elasticita. Aktuální roční zalesňování má na současnou těžbu modřínu minimální dopad (cca 0,19 %).

Simulace scénářů

Cílem simulace je modelovat efekty a výsledky různých ekonomických scénářů na objem těžby modřínu, a to na základě vypočtených pružností.

1. Jakým způsobem se vyvine těžba modřínu, když těžba buku x_1 klesne o 10 %?

K výsledku lze dojít vynásobením koeficientu pružnosti pro těžbu buku a počtu procent, o který se změní těžba buku.

$$0,36330 * (-10) = -3,6330$$

Při poklesu těžby buku o 10 % dojde k poklesu těžby modřínu o 3,63 %, za podmínek ceteris paribus.

2. Jakým způsobem se vyvine těžba modřínu, když se celková plocha jehličnanů x_2 zvýší o 2 %?

K výsledku lze dojít vynásobením koeficientu pružnosti pro plochu jehličnanů a počtu procent, o který se změní plocha.

$$-2,931769 * 2 = -5,863538$$

Při nárůstu celkové plochy jehličnanů o 2 % dojde k poklesu těžby modřínu o 5,86 %, za podmínek ceteris paribus.

3. O kolik procent se musí změnit počet zaměstnanců v lesnictví x_3 , aby těžba modřínu vzrostla o 5 %?

K výsledku lze dojít vydělením počtu procent, o který se má změnit těžba modřínu, koeficientem pružnosti pro zaměstnance.

$$5 \div 0,24937 = 20,05052$$

Aby vzrostla těžba modřínu o 5 %, musel by se počet zaměstnanců v lesnictví zvýšit o 20,05 %, za podmínek ceteris paribus.

2. Simultánní model

Simultánní model, na rozdíl od jednorovnicového přístupu, umožňuje zachytit vzájemné vazby mezi endogenními proměnnými. V lesním hospodářství se těžba jednotlivých dřevin často nevyvíjí izolovaně, ale podléhá společným tržním a technologickým trendům. Z tohoto důvodu byl model rozšířen o druhou endogenní proměnnou – těžbu borovice.

Cílem tohoto dvourovnicového modelu je analyzovat vzájemný vztah mezi objemem těžby modřínu a těžby borovice a kvantifikovat vliv vybraných exogenních faktorů na obě veličiny.

Označení	Název	Jednotky	Popis proměnné
y_1	Roční těžba modřínu	m3 / rok	Endogenní
y_2	Roční těžba borovice	m3 / rok	Endogenní
x_0	jednotkový vektor	-	Exogenní
x_1	Roční těžba buku	m3 / rok	Exogenní
x_2	Plocha jehličnatého porostu	ha	Exogenní
x_3	Počet zaměstnaných osob v lesnictví	Tisíce osob	Exogenní
x_4	Roční zalesnění	ha / rok	Exogenní
u_t	náhodná složka	-	Stochastická

Tabulka 4 - Deklarace proměnných simultánního modelu (vlastní zpracování)

2.1. Ekonomický model a ekonometrický model

2.1.1. Ekonomický model

Model vychází z předpokladu, že modřín a borovice, jakožto zástupci jehličnatých dřevin, jsou v těžbě vzájemně provázané. Vzhledem k technologickým postupům a logistice těžby lze očekávat, že se jedná o komplementy – zvýšená aktivita v těžbě jednoho druhu jehličnanu je často doprovázena zvýšenou těžbou druhého. Tento model lze zapsat do soustavy rovnic v podobě:

$$y_1 = f(x_0, x_1, x_2, x_3, y_2),$$

$$y_2 = f(x_0, x_1, x_2, x_4, y_1),$$

První rovnice (Těžba modřínu) je vysvětlována těžbou borovice, těžbou buku, celkovou plochou jehličnanů a počtem zaměstnanců. Proměnná zalesňování (x_4) byla z této rovnice vyloučena za účelem identifikace modelu.

Druhá rovnice (Těžba borovice) je vysvětlována těžbou modřínu, těžbou buku, celkovou plochou jehličnanů a ročním zalesňováním. Proměnná počet zaměstnanců (x_3) byla z této rovnice vyloučena za účelem identifikace modelu.

2.1.2. Ekonometrický model

Ekonometrický model je rozšířen o stochastické náhodné složku u_{1t} a u_{2t} zachycující vliv nepozorovaných faktorů, měřicích chyb a náhodných odchylek. Výsledný ekonometrický zápis má tvar:

$$y_{1t} = \gamma_{10} + \gamma_{11}x_{1t} + \gamma_{12}x_{2t} + \gamma_{13}x_{3t} + \beta_{12}y_{2t} + u_{1t}$$

$$y_{2t} = \gamma_{20} + \gamma_{21}x_{1t} + \gamma_{22}x_{2t} + \gamma_{24}x_{4t} + \beta_{21}y_{1t} + u_{2t}$$

Kde:

- y_{1t} a y_{2t} jsou endogenní proměnné.
- $x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, x_{4t}$ jsou exogenní proměnné.
- β a γ jsou strukturální parametry modelu.
- u_{1t} a u_{2t} jsou náhodné složky.

2.1.3. Předpokládané vztahy:

Vycházíme již ze stanovených předpokladů u jednorovnicového modelu.

- S růstem těžby borovice teoreticky očekáváme růst těžby modřínu.
- S růstem těžby buku teoreticky očekáváme růst těžby borovice a modřínu. Podobně jako u jednorovnicového modelu se u tohoto vztahu dá předpokládat jak vztah komplementární, tak ale i substituční.
- S růstem plochy jehličnanů teoreticky očekáváme růst těžby borovice a modřínu
- S růstem počtu zaměstnanců teoreticky očekáváme růst těžby borovice a modřínu
- S růstem zalesňování teoreticky očekáváme růst těžby borovice a modřínu.

2.2. Popis dat

2.2.1. Deskriptivní statistika

Stejně jako u modelu jednorovnicového byly k popisu chování jednotlivých proměnných vybrány statistické veličiny: aritmetický průměr, maximum, minimum, medián, směrodatná odchylka a variační rozpětí.

Oproti první části práce byla do analýzy přidána druhá endogenní proměnná – Těžba borovice, jejíž statistiky jsou uvedeny v posledním sloupci tabulky.

	Aritmetický průměr	Směrodatná odchylka	Maximum	Minimum	Variační rozpětí
y_1 – těžba modřínu v m ³ za rok	501 648,0	104 284,0	789 715,0	271 290,0	518 425,0
x_1 – těžba buku v m ³ za rok	746 001,0	122 195,0	1 009 603,0	558 413,0	451 190,0
x_2 – celková plocha jehličnanů v ha	1 893 565,0	63 216,0	1 975 065,0	1 747 462,0	227 603,0
x_3 – počet zaměstnanců v lesnictví a zemědělství v tisících osobách	162,1	28,4	230,9	130,9	100,0
x_4 – roční zalesněná plocha v ha	23 318,0	6 838,0	40 679,0	17 164,0	23 515,0
y_2 – těžba borovice v m ³ za rok	1 722 637,0	393 140,0	2 570 535,0	1 126 549,0	1 443 986,0

Tabulka 5 - základní popisné statistiky simultánního modelu (vlastní zpracování)

2.2.2. Korelační analýza

Korelační matice, založená na pozorováních v letech 2000 až 2024, poskytuje přehled o vzájemných vztazích mezi všemi proměnnými v simultánním modelu

	y_1	x_1	x_2	x_3	x_4	y_2
y_1	1	0,3703	-0,7639	-0,4508	0,6931	0,6362
x_1		1	-0,0995	-0,1476	-0,0754	0,4889
x_2			1	0,771	-0,7942	-0,304
x_3				1	-0,5253	-0,087
x_4					1	0,3791
y_2						1

Tabulka 6 - Korelační matice simultánního modelu (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Analýza korelační matic v simultánním modelu potvrdila zjištění z jednorovnicové části. Nejvyšší míra korelace mezi exogenními proměnnými byla odhalena mezi proměnnou x_2 a x_4 kde koeficient dosahuje hodnoty -0,7942

2.3. Identifikace modelu

Pro ověření řešitelnosti modelu byla provedena identifikace jednotlivých rovnic pomocí podmínky řádu. Rovnice je identifikovaná, pokud platí podmínka $K^{**} \geq G^* - 1$.

1. Identifikace první rovnice:

- V rovnici chybí proměnná x_4 , tedy $K^{**} = 1$.
- Podmínka $1 \geq 1$ je splněna, a tedy rovnice je přesně identifikovaná.

2. Identifikace druhé rovnice:

- V rovnici chybí proměnná x_3 , tedy $K^{**} = 1$.
- Podmínka $1 \geq 1$ je splněna, a tedy rovnice je přesně identifikovaná.

2.4. Odhad modelu v SW Gretl

Odhad parametrů modelu byl proveden v softwaru Gretl. Jelikož se jedná o simultánní model, bylo nutné využít dvoustupňovou metodu nejmenších čtverců. Níže jsou uvedeny vypočtené koeficienty jednotlivých proměnných v každé rovnici.

```
Model 3: TSLS, za použití pozorování 2000-2024 (T = 25)
Závisle proměnná: Ymodrin
Instrumentální proměnné: const X1buk X2plochajehl X3zamestn
X4zales Y2borovice
```

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota	
<hr/>					
const	2,69267e+06	476922	5,646	1,59e-05	***
Y2borovice	0,0846386	0,0341101	2,481	0,0221	**
X1buk	0,140199	0,100495	1,395	0,1783	
X2plochajehl	-1,36761	0,284728	-4,803	0,0001	***
X3zamestn	914,817	609,986	1,500	0,1493	

Obrázek 11- Odhad simultánního modelu - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Podoba ekonometrického modelu pro těžbu modřínu (y_1) po dosazení parametrů vypadá následovně:

$$y_{1t} = 2\,692\,670 + 0,0846y_{2t} + 0,1402x_{1t} - 1,3676x_{2t} + 914,82x_{3t} + u_{1t}$$

Model 4: TSLS, za použití pozorování 2000-2024 (T = 25)
Závisle proměnná: Y2borovice
Instrumentální proměnné: const Ymodrin X1buk X2plochajehl X3zamestn X4zales

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota	
const	-6,73434e+06	3,65383e+06	-1,843	0,0802	*
Ymodrin	2,53940	1,06274	2,389	0,0268	**
X1buk	1,00002	0,581391	1,720	0,1009	
X2plochajehl	3,15821	1,70818	1,849	0,0793	*
X4zales	19,5898	15,4999	1,264	0,2208	

Obrázek 12- Odhad simultánního modelu - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Ekonometrický model pro těžbu borovice má po dosazení parametrů tuto podobu:

$$y_{2t} = -6\,734\,340 + 2,5394y_{1t} + 1,00x_{1t} + 3,1582x_{2t} + 19,5898x_{4t} + u_{2t}$$

2.5. Ekonomická verifikace modelu

Tato kapitola porovnává znaménka odhadnutých parametrů ve strukturálním tvaru modelu s teoretickými předpoklady stanovenými v kapitole 2.1. Ověřujeme, zda jsou výsledky modelu v souladu s ekonomickou teorií a logikou lesního hospodářství.

2.5.1. Ekonomická verifikace první rovnice (Těžba modřínu)

Rovnice: $y_{1t} = 2\,692\,670 + 0,0846y_{2t} + 0,1402x_{1t} - 1,3676x_{2t} + 914,82x_{3t} + u_{1t}$

Při růstu těžby borovice o 1 m³/rok dojde ke zvýšení těžby modřínu o 0,085 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad pozitivního vztahu se potvrdil a odpovídá ekonomické verifikaci.

Při růstu těžby buku o 1 m³/rok dojde ke zvýšení těžby modřínu o 0,140 m³/rok za podmínek ceteris paribus. Předpoklad růstu těžby jehličnanů spolu s těžbou buku se potvrdil a odpovídá ekonomické verifikaci.

Při růstu plochy jehličnanů o 1 ha dojde ke snížení těžby modřínu o 1,368 m³/rok, za podmínek ceteris paribus. Tento výsledek je v rozporu s teoretickým předpokladem a

neodpovídá ekonomické verifikaci. Stejně jako v jednorovnicovém modelu to lze zdůvodnit věkovou strukturou nebo ochranou lesa.

Při růstu počtu zaměstnanců o 1 tisíc osob dojde ke zvýšení těžby modřínu o $914\,817\text{ m}^3/\text{rok}$ (resp. o $915\text{ m}^3/\text{rok}$ na 1 osobu), za podmínek ceteris paribus. Předpoklad, že vyšší počet pracovníků vede k vyšší produkci, se potvrdil a odpovídá ekonomické verifikaci.

2.5.2. Ekonomická verifikace druhé rovnice (Těžba borovice)

Rovnice: $y_{2t} = -6\,734\,340 + 2,5394y_{1t} + 1,00x_{1t} + 3,1582x_{2t} + 19,5898x_{4t} + u_{2t}$

Při růstu těžby modřínu o $1\text{ m}^3/\text{rok}$ dojde ke zvýšení těžby borovice o $2,54\text{ m}^3/\text{rok}$, za podmínek ceteris paribus. Silná pozitivní vazba potvrzuje, že těžba obou dřevin probíhá v souladu. Předpoklad odpovídá ekonomické verifikaci.

Při růstu těžby buku o $1\text{ m}^3/\text{rok}$ dojde ke zvýšení těžby borovice o $1,00\text{ m}^3/\text{rok}$, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad pozitivního vlivu se potvrdil a odpovídá ekonomické verifikaci.

Při růstu plochy jehličnanů o 1 ha dojde ke zvýšení těžby borovice o $3,16\text{ m}^3/\text{rok}$, za podmínek ceteris paribus. U borovice se teoretický předpoklad potvrdil a odpovídá ekonomické verifikaci.

Při růstu zalesňování plochy o 1 ha/rok dojde ke zvýšení těžby borovice o $19,59\text{ m}^3/\text{rok}$, za podmínek ceteris paribus. Předpoklad se potvrdil – vyšší těžba vyžaduje následnou vyšší obnovu lesa (zalesňování) a odpovídá ekonomické verifikaci.

2.6. Statistická verifikace modelu

Statistická významnost jednotlivých parametrů a celková kvalita modelu byly posouzeny na základě výstupů metody dvoustupňových nejmenších čtverců. Jako kritérium byla zvolena hladina významnosti.

2.6.1. První rovnice (Těžba modřínu)

Na základě p-hodnot jsou na hladině významnosti 5 % statisticky významné parametry y_2 (těžba borovice) s p-hodnotou = 0,0221 a x_2 (plocha jehličnanů) s p-hodnotou = 0,0001. Ostatní parametry (x_1 a x_3) se ukázaly jako statisticky nevýznamné s p-hodnotou vyšší než 0,05.

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota	
const	2,69267e+06	476922	5,646	1,59e-05	***
Y2borovice	0,0846386	0,0341101	2,481	0,0221	**
X1buk	0,140199	0,100495	1,395	0,1783	
X2plochajehl	-1,36761	0,284728	-4,803	0,0001	***
X3zamestn	914,817	609,986	1,500	0,1493	

Obrázek 13- Významnost odhadnutých parametrů první rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Koeficient determinace dosahuje hodnoty 0,7969. Z toho lze konstatovat, že změny vysvětlované proměnné (y_1) jsou z 79,7 % vysvětleny změnami zvolených vysvětlujících proměnných.

Koeficient determinace	0,796936
Adjustovaný koeficient determinace	0,756323

Obrázek 14- Koeficient determinace první rovnice modelu (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

2.6.2. Druhá rovnice (Těžba borovice)

V případě druhé rovnice je na hladině statisticky významná pouze endogenní proměnná y_1 (těžba modřínu) s p-hodnotou 0,0268. Proměnné x_1 , x_2 a x_3 jsou statisticky nevýznamné s p-hodnotou vyšší než hladina významnosti 0,05.

	koeficient	směr. chyba	t-podíl	p-hodnota	
const	-6,73434e+06	3,65383e+06	-1,843	0,0802	*
Ymodrin	2,53940	1,06274	2,389	0,0268	**
X1buk	1,00002	0,581391	1,720	0,1009	
X2plochajehl	3,15821	1,70818	1,849	0,0793	*
X4zales	19,5898	15,4999	1,264	0,2208	

Obrázek 15- Významnost odhadnutých parametrů druhé rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Koeficient determinace je roven 0,5579, což znamená, že model vysvětuje přibližně 55,8 % variability těžby borovice variabilitou vysvětlujících proměnných. Zbývající část rozptylu je způsobena náhodnými vlivy nebo faktory, které model nezahrnuje.

Koeficient determinace	0,557899
Adjustovaný koeficient determinace	0,469478

Obrázek 16- Koeficient determinace druhé rovnice modelu (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

2.7. Ekonometrická verifikace modelu

Ekonometrická verifikace slouží k posouzení platnosti předpokladů vytvořeného simultánního modelu. Tyto předpoklady o náhodné složce jsou klíčové pro ověření spolehlivosti a přesnosti modelu. U simultánních rovnic testujeme každou rovnici zvlášť.

2.7.1. Testování pro rovnici 1 (Těžba modřínu)

Autokorelace reziduí

Pro ověření nezávislosti náhodných složek byla testována přítomnost autokorelace reziduí. H0 testu tvrdí, že rezidua nejsou autokorelována. Tato hypotéza nebyla zamítnuta na základě výpočtu p-hodnoty = 0,269. Můžeme konstatovat, že v první rovnici modelu se nevyskytuje statisticky významná autokorelace reziduí.

Testovací statistika: Pseudo-LMF = 1,297971,
s p-hodnotou = P(F(1,20) > 1,29797) = 0,269

Obrázek 17- Autokorelace reziduí - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Normalita reziduí

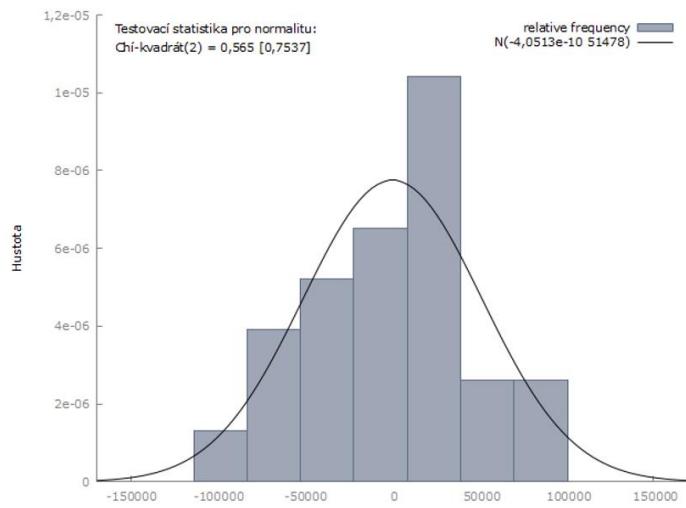
Dále byl testován předpoklad normálního rozdělení reziduí, který je důležitý pro validitu statistických testů.

- H0: Rezidua mají normální rozdělení.
- H1: Rezidua nemají normální rozdělení.

Protože je p-hodnota = 0,7537 je vyšší než hladina významnosti 0,05, nulovou hypotézu nezamítáme. Rezidua první rovnice mají normální rozdělení. To samé je patrné i z histogramu.

Test normality reziduí -
Nulová hypotéza: chyby jsou normálně rozdělené
Testovací statistika: Chi-kvadrát(2) = 0,565419
s p-hodnotou = 0,753739

Obrázek 18 - Test normality reziduí - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)



Obrázek 19- Graf normality reziduí - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Heteroskedasticita reziduí

Testovali jsme, zda je rozptyl reziduí konstantní, pomocí Pesaran-Taylorova testu.

- H0: Rezidua jsou homoskedastická.
- H1: Rezidua jsou heteroskedastická.

Vzhledem k vysoké p-hodnotě = 0,9516 nezamítáme nulovou hypotézu. Podmínka homoskedasticity je u první rovnice splněna.

Pesaran-Taylorův test heteroskedasticity -
Nulová hypotéza: není zde heteroskedasticita
Asymptotická testovací statistika: $z = 0,0606125$
s p-hodnotou = 0,951668

Obrázek 20 - Test heteroskedasticity reziduí - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

2.7.2. Testování pro rovnici 2 (Těžba borovice)

Autokorelace reziduí

Pro ověření nezávislosti náhodných složek byla testována přítomnost autokorelace reziduí. H0 testu tvrdí, že rezidua nejsou autokorelována. Tato hypotéza nebyla zamítnuta na základě výpočtu p-hodnoty = 0,2515. Můžeme konstatovat, že v první rovnici modelu se nevyskytuje statisticky významná autokorelace reziduí.

Testovací statistika: LMF = 1,39885
s p-hodnotou = P(F(1, 20) > 1,39885) = 0,251505

Obrázek 21- Autokorelace reziduí - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Normalita reziduí

- H0: Rezidua mají normální rozdělení.
- H1: Rezidua nemají normální rozdělení.

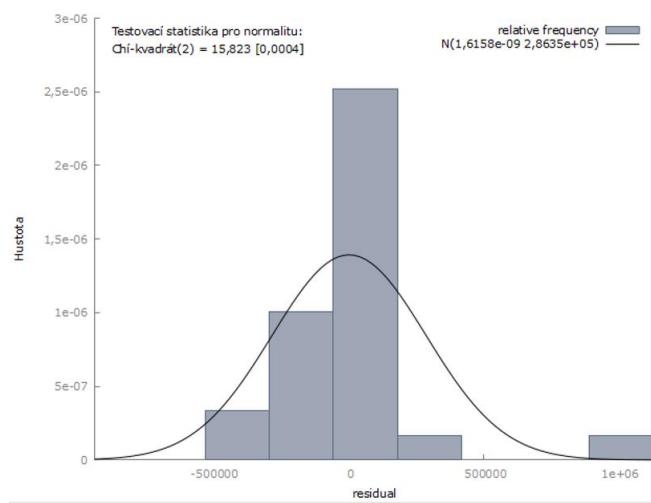
Výsledek testu normality je p-hodnota = 0,00037.

V tomto případě je p-hodnota výrazně nižší než 0,05 Nulovou hypotézu musíme zamítnout. Rezidua druhé rovnice nemají normální rozdělení. Tato skutečnost může být způsobena např. odlehlými hodnotami nebo specifickým chováním časové řady.

Test normality reziduí -
Nulová hypotéza: chyby jsou normálně rozdělené
Testovací statistika: Chí-kvadrát(2) = 15,8234
s p-hodnotou = 0,000366422

Obrázek 22 - Test normality reziduí - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Ne normalita reziduí je patrná i z grafu, kde rezidua jsou významně špičatější než normální rozdělení.



Obrázek 23- Graf normality reziduí - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

Heteroskedasticita reziduí

- H0: Rezidua jsou homoskedastická.
- H1: Rezidua jsou heteroskedastická.

Výsledek Pesaran-Taylorův testu je p-hodnota = 0,4888.

P-hodnota přesahuje hladinu významnosti, proto nulovou hypotézu nezamítáme. I ve druhé rovnici je splněn předpoklad homoskedasticity.

Pesaran-Taylorův test heteroskedasticity -
Nulová hypotéza: není zde heteroskedasticita
Asymptotická testovací statistika: $z = 0,692272$
s p-hodnotou = 0,488767

Obrázek 24 - Test heteroskedasticity reziduí - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)

2.8. Matice Beta, Gama a matice Multiplikátorů; Redukovaný tvar modelu a jeho interpretace

Pro převod modelu ze strukturálního tvaru (který ukazuje přímé vazby) do redukovaného tvaru (který ukazuje celkové dopady exogenních proměnných na endogenní) využíváme maticový zápis.

Matice β

Obsahuje koeficienty endogenních proměnných. Na hlavní diagonále jsou jedničky, mimo diagonálu jsou koeficienty vzájemného působení s opačným znaménkem.

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & -0,0846 \\ -2,5394 & 1 \end{pmatrix}$$

Matice γ

Obsahuje koeficienty exogenních proměnných převedené na levou stranu rovnice

(Pořadí sloupců: konstanta, x_1, x_2, x_3, x_4)

$$\Gamma = \begin{pmatrix} -2\,692\,670 & -0,1402 & 1,3676 & -914,82 & 0 \\ 6\,734\,340 & -1,0000 & -3,1582 & 0 & -19,5898 \end{pmatrix}$$

Matice M

Matice multiplikátorů představuje parametry redukovaného modelu. Získáme ji vynásobením inverzní matice β a γ . Prvky této matice vyjadřují celkovou změnu (přímou i nepřímou) endogenní proměnné při změně exogenní proměnné o jednotku.

$$M = \begin{pmatrix} 2\,703\,782 & 0,2863 & -1,4015 & 1\,165,11 & 2,1107 \\ 131\,778 & 1,7270 & -0,4008 & 2\,958,70 & 24,9500 \end{pmatrix}$$

Na základě vypočtené matice multiplikátorů můžeme zapsat rovnice redukovaného modelu. V tomto tvaru jsou endogenní proměnné vysvětlovány pouze exogenními proměnnými.

Rovnice v redukovaném tvaru pro těžbu modřínu (y_1):

$$y_{1t} = 2\ 703\ 782 + 0,2863 \cdot x_{1t} - 1,4015 \cdot x_{2t} + 1\ 165,11 \cdot x_{3t} + 2,11 \cdot x_{4t} + v_{1t}$$

Rovnice v redukovaném pro těžbu borovice (y_2):

$$y_{2t} = 131\ 778 + 1,7270 \cdot x_{1t} - 0,4008 \cdot x_{2t} + 2\ 958,70 \cdot x_{3t} + 24,95 \cdot x_{4t} + v_{2t}$$

Zatímco strukturální tvar modelu sloužil k ověření ekonomické teorie a přímých vztahů, redukovaný tvar je klíčový pro tvorbu prognóz. Pro předpověď budoucího vývoje totiž není podstatný jen izolovaný přímý vliv jedné proměnné, ale celkový dopad, který zahrnuje i zpětné vazby mezi oběma rovnicemi. Díky tomu redukovaný model odhaluje vlivy, které strukturální analýza nezachytila – například že zalesňování (x_4) má v konečném důsledku pozitivní vliv i na těžbu modřínu (+2,11), přestože v jeho přímé rovnici nefigurovalo.

Zásadní význam redukovaného tvaru pro přesnost prognóz dokládá proměnná plochy jehličnanů (x_2) u borovice. Strukturální model indikoval přímý pozitivní vztah (+3,16), což by svádělo k předpovědi růstu těžby. Redukovaný tvar však odhaluje, že celkový efekt je záporný (-0,40). Je to způsobeno tím, že nárůst plochy silně tlumí těžbu modřínu, a vzhledem k silné provázanosti obou dřevin tento propad „stáhne dolů“ i výslednou bilanci pro borovici. Pro reálnou predikci je tedy směrodatný tento záporný koeficient.

2.9. Aplikace modelu

V této kapitole aplikujeme odhadnutý model na reálná data z roku 2024. Cílem je zjistit citlivost těžby (elasticitu) na změny jednotlivých faktorů a provést simulaci ekonomických scénářů.

2.9.1. První rovnice (Těžba modřínu – y_1)

Nejprve byla vypočtena teoretická (vyrovnaná) hodnota těžby modřínu pro rok 2024 dosazením skutečných hodnot nezávislých proměnných do odhadnuté rovnice.

$$y_{1,2024} = 763\ 479\ m^3$$

Elasticita těžby borovice (y_2):

- **E = 0,2736**
- Když se zvýší těžba borovice o 1 %, tak se těžba modřínu zvýší o 0,27 %, za podmínek ceteris paribus. Jde o neelastický, ale pozitivní vztah (komplementarita).

Elasticita těžby buku (x_1):

- **E = 0,1546**
- Když se zvýší těžba buku o 1 %, tak se těžba modřínu zvýší o 0,15 %, za podmínek ceteris paribus.

Elasticita plochy jehličnanů (x_2):

- **E = -3,1302**
- Když se zvýší celková plocha jehličnanů o 1 %, tak těžba modřínu klesne o 3,13 %, za podmínek ceteris paribus. Jde o silně elastický vztah.

Elasticita počtu zaměstnanců (x_3):

- **E = 0,1752**
- Když se zvýší počet zaměstnanců o 1 %, tak těžba modřínu vzroste o 0,18 %, za podmínek ceteris paribus.

Simulace:

Jakým způsobem se vyvine těžba modřínu (y_1), když se plocha jehličnanů (x_2) zvýší o 2%?

- Výpočet: $2 * (-3,1302) = -6,2604 \%$
- Těžba modřínu se sníží o 6,26 %.
- Tento vývoj sice neodpovídá teoretickému předpokladu (očekáván růst), ale je konzistentní s výsledky našeho modelu.

O kolik procent se musí zvýšit počet zaměstnanců (x_3), aby těžba modřínu vzrostla o 5%?

- Výpočet: $5 \div 0,1752 = 28,54 \%$
- Počet zaměstnanců by se musel zvýšit o 28,54 %.

- Tento vývoj odpovídá našim ekonomickým předpokladům (kladný vztah), avšak ukazuje na nízkou citlivost těžby na pracovní sílu.

2.9.2. Druhá rovnice (Těžba borovice – y_2)

Teoretická hodnota těžby borovice pro rok 2024:

$$y_{2,2024} = 2\,209\,372 \text{ m}^3$$

Elasticita těžby modřínu (y_1):

- **E = 0,9077**
- Když se zvýší těžba modřínu o 1 %, tak se těžba borovice zvýší o 0,91 %, za podmínek ceteris paribus. Jde o velmi silnou vazbu blížící se jednotkové elasticitě.

Elasticita těžby buku (x_1):

- **E = 0,3810**
- Když se zvýší těžba buku o 1 %, tak se těžba borovice zvýší o 0,38 %, za podmínek ceteris paribus.

Elasticita plochy jehličnanů (x_2):

- **E = 2,4979**
- Když se zvýší celková plocha jehličnanů o 1 %, tak těžba borovice vzroste o 2,50 %, za podmínek ceteris paribus. Jde o elastický vztah.

Elasticita zalesňování (x_4):

- **E = 0,2615**
- Když se zvýší roční zalesněná plocha o 1 %, tak těžba borovice vzroste o **0,26 %**, za podmínek ceteris paribus.

Simulace:

Jakým způsobem se vyvine těžba borovice (y_2), když těžba modřínu (y_1) klesne o 10 %?

- Výpočet: $-10 \div 0,9077 = -9,077 \%$
- Těžba borovice se sníží o 9,08 %.

- Tento vývoj odpovídá našim ekonomickým předpokladům o komplementaritě těžby obou dřevin.

O kolik procent se musí zvýšit celková plocha jehličnanů (x_2), aby těžba borovice vzrostla o 5 %?

- Výpočet: $5 \div 2,4979 = 2,001\%$
- Celková plocha jehličnanů by se musela zvýšit o 2,00 %.
- Tento vývoj odpovídá našim ekonomickým předpokladům (více lesa = více těžby).

3. Závěr

Semestrální projekt se zabýval analýzou vývoje těžby modřínu v České republice v letech 2000–2024. Hlavním cílem bylo kvantifikovat vliv vybraných ekonomických a výrobních faktorů, konkrétně těžby buku, celkové plochy jehličnanů, počtu zaměstnanců v lesnictví a ročního zalesňování, na objem těžby. Celá analýza byla provedena ve dvou krocích s využitím softwaru Gretl a MS Excel, přičemž nejprve byl sestaven jednorovnicový model a následně komplexnější dvourovnicový simultánní model, který zohlednil i vzájemnou vazbu na těžbu borovice.

V první části práce byl pro odhad parametrů jednorovnicového modelu využit přístup běžných nejmenších čtverců (BMNČ), jelikož analýza dat neprokázala kritickou míru multikolinearity. Výsledný model dokázal vysvětlit 76,6 % variability těžby modřínu. V rámci ekonomické verifikace se potvrdil komplementární vztah s těžbou buku, avšak u plochy jehličnanů se projevil neočekávaný záporný vliv. Statisticky významnými proměnnými se ukázaly být právě těžba buku a plocha jehličnanů, přičemž následná ekonometrická verifikace potvrdila, že model splňuje všechny klíčové předpoklady, tedy normalitu reziduí, homoskedasticitu i absenci autokorelace.

Druhá část práce rozšířila analýzu o endogenní proměnnou těžby borovice, čímž vznikl simultánní systém rovnic odhadovaný metodou dvoustupňových nejmenších čtverců. Výsledky tohoto modelu prokázaly existenci silné oboustranné pozitivní vazby mezi těžbou modřínu a borovice. V rovnici pro modřín, která vysvětlila téměř 80 % variability, byl potvrzen statisticky významný vliv těžby borovice a plochy porostů, přičemž model vyhověl všem ekonometrickým testům. U rovnice pro borovici se jako klíčový faktor ukázala těžba modřínu. Ačkoliv byla v

tomto případě zamítnuta hypotéza o normalitě reziduí, ostatní statistické předpoklady včetně validity použitých instrumentů byly splněny, což potvrzuje robustnost odhadů.

4. Datová tabulka

Rok	Roční těžba modřínu	Roční těžba buku	Plocha jehličnatého porostu	Počet zaměstnaných osob v lesnictví	Roční zalesnění
	y1 - m3 / rok	x1 - m3 / rok	x2 - m3 / rok	x3 - tisíce osob	x4 - ha / rok
2000	454950	663411	1975065	230,9	21867
2001	465787	768131	1973099	216	19109
2002	477910	694210	1968588	218,4	18120
2003	446359	667376	1961958	204,2	17164
2004	411473	865733	1957278	193,9	19042
2005	430402	800638	1951036	181,7	18318
2006	422890	708690	1946831	174,2	18445
2007	271290	568282	1941582	169	18804
2008	422337	573979	1933341	158,8	19888
2009	407176	636752	1922625	153,8	20900
2010	585372	812475	1916529	151,2	21859
2011	539540	1009603	1909468	145,6	21755
2012	536732	887332	1902088	149,2	19903
2013	531568	949101	1894593	149,6	19920
2014	523278	896823	1886124	136,7	20203
2015	461622	763390	1880344	147,5	18797
2016	424038	746856	1874961	149,1	19929
2017	456929	720888	1870015	146,3	19973
2018	521756	653840	1862445	148,3	21245
2019	504704	567343	1852922	141,3	28670
2020	528738	558413	1836427	136,6	33671
2021	679288	669301	1817472	132,9	40679
2022	630625	871615	1788089	130,9	39970
2023	616710	754180	1768789	138,9	35222
2024	789715	841659	1747462	146,2	29494

Tabulka 7- Tabulka zdrojových dat k jednorovnicovému modelu (zdroj: ČSÚ – vlastní zpracování)

Rok	Roční těžba modřínu	Roční těžba borovice	Roční těžba buku	Plocha jehličnatého porostu	Počet zaměstnaných osob v lesnictví	Roční zalesnění
	y1 - m3 / rok	y2 - m3 / rok	x1 - m3 / rok	x2 - m3 / rok	x3 - tisíce osob	x4 - ha / rok
2000	454950	1870596	663411	1975065	230,9	21867
2001	465787	1769136	768131	1973099	216	19109
2002	477910	1815181	694210	1968588	218,4	18120
2003	446359	1269119	667376	1961958	204,2	17164
2004	411473	1506643	865733	1957278	193,9	19042
2005	430402	1658136	800638	1951036	181,7	18318
2006	422890	2570535	708690	1946831	174,2	18445
2007	271290	1165873	568282	1941582	169	18804
2008	422337	1411113	573979	1933341	158,8	19888
2009	407176	1383439	636752	1922625	153,8	20900
2010	585372	2082837	812475	1916529	151,2	21859
2011	539540	1900250	1009603	1909468	145,6	21755
2012	536732	1899022	887332	1902088	149,2	19903
2013	531568	1879446	949101	1894593	149,6	19920
2014	523278	1804859	896823	1886124	136,7	20203
2015	461622	1557566	763390	1880344	147,5	18797
2016	424038	1367811	746856	1874961	149,1	19929
2017	456929	1363378	720888	1870015	146,3	19973
2018	521756	1126548	653840	1862445	148,3	21245
2019	504704	1287868	567343	1852922	141,3	28670
2020	528738	1507728	558413	1836427	136,6	33671
2021	679288	2121005	669301	1817472	132,9	40679
2022	630625	2240063	871615	1788089	130,9	39970
2023	616710	2039511	754180	1768789	138,9	35222
2024	789715	2468255	841659	1747462	146,2	29494

Tabulka 8 - Tabulka zdrojových dat k simultánnímu modelu (zdroj: ČSÚ- vlastní zpracování)

5. Seznam obrázků a tabulek

Tabulka 1- Deklarace proměnných - (vlastní zpracování)	3
Tabulka 2- Základní popisné statistiky (vlastní zpracování).....	5
Tabulka 3- Korelační matice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování).....	6
Tabulka 4 - Deklarace proměnných simultánního modelu (vlastní zpracování).....	14
Tabulka 5 - základní popisné statistiky simultánního modelu (vlastní zpracování).....	16
Tabulka 6 - Korelační matice simultánního modelu (zdroj: Gretl – vlastní zpracování).....	16
Tabulka 7- Tabulka zdrojových dat k jednorovnicovému modelu (zdroj: ČSÚ – vlastní zpracování)	29
Tabulka 8 - Tabulka zdrojových dat k simultánnímu modelu (zdroj: ČSÚ- vlastní zpracování)	
.....	30
Obrázek 1- Výstup testu kolinearity (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	6
Obrázek 2- Odhad parametrů metodou BMNČ (zdroj: Gretl – vlastní zpracování).....	7
Obrázek 3- Významnost odhadnutých parametrů (zdroj: Gretl – vlastní zpracování).....	8
Obrázek 4- Koeficient determinace (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	8
Obrázek 5- Whitův test heteroskedasticity (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	9
Obrázek 6- Breusch-Paganův test heteroskedasticity (zdroj: Gretl – vlastní zpracování).....	9
Obrázek 7 - Test normality reziduí (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	10
Obrázek 8 - Graf normality reziduí (zdroj: Gretl – vlastní zpracování).....	10
Obrázek 9- D-W statistika (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	11
Obrázek 10- Breusch-Godfreyův test pro autokorelaci (zdroj: Gretl – vlastní zpracování) ...	11
Obrázek 11- Odhad simultánního modelu - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)....	17
Obrázek 12- Odhad simultánního modelu - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)....	18
Obrázek 13- Významnost odhadnutých parametrů první rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	20
Obrázek 14- Koeficient determinace první rovnice modelu (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	
.....	20
Obrázek 15- Významnost odhadnutých parametrů druhé rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	20
Obrázek 16- Koeficient determinace druhé rovnice modelu (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	
.....	20
Obrázek 17- Autokorelace reziduí - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování).....	21

Obrázek 18 - Test normality reziduí - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	21
Obrázek 19- Graf normality reziduí - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	22
Obrázek 20 - Test heteroskedasticity reziduí - 1. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	22
Obrázek 21- Autokorelace reziduí - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	22
Obrázek 22 - Test normality reziduí - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	23
Obrázek 23- Graf normality reziduí - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování)	23
Obrázek 24 - Test heteroskedasticity reziduí - 2. rovnice (zdroj: Gretl – vlastní zpracování).	24

6. Zdroje

ČECHURA, Lukáš, Pavlína HÁLOVÁ, Zdeňka KROUPOVÁ, Michal MALÝ, Jarmila PETERKOVÁ a Lenka RUMÁNKOVÁ. Cvičení z Ekonometrie. Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta. Praha, 2016. ISBN 978-80-213-2405-3

Český statistický úřad - 2025, Veřejná databáze Českého statistického úřadu – Lesnictví.
[Online] Available at:
<https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=statistiky#katalog=30841> [Přístup získán 30 10 2025].