

Лабораторная работа № 3

«Итерационные методы решения СЛАУ»

Срок сдачи: 11.11.2021

Написать и отладить программу численного решения систем линейных алгебраических уравнений $Ax = f$ с квадратной матрицей порядка n

1) *методом градиентного спуска* (если порядковый номер в списке подгруппы четный), *методом минимальных невязок* (если порядковый номер в списке подгруппы нечетный);

2) *методом релаксации*.

Предусмотреть сообщение о выходе из итерационного процесса из-за превышения допустимого максимального количества итераций ($k > k_{\max}$). В качестве критерия остановки итерационного процесса использовать $\|Ax^{(k+1)} - f\| < \varepsilon$.

Выполнить следующие задания.

Задать $\varepsilon = 10^{-7}$, $k_{\max} = 5000$.

Для проведения вычислительного эксперимента сгенерировать симметрическую положительно определенную матрицу A с диагональным преобладанием (матрица генерируется один раз, для всех заданий она одна и та же). Для этого сначала заполняем нижнюю треугольную часть матрицы A (т.е. элементы a_{ij} , где $i > j$), используя случайные целые числа из диапазона от -100 до 100. Верхнюю треугольную часть, где $i < j$, заполнить симметрично нижней части. Затем заполнить диагональ. В качестве диагонального элемента a_{ii} , $i = \overline{1, n}$, выбрать случайное целое число из интервала $\left[\sum_{j \neq i} |a_{ij}| + v, \sum_{j \neq i} |a_{ij}| + 10v \right]$ (здесь v – порядковый номер в списке подгруппы), чтобы обеспечить выполнение условия $a_{ii} \geq \sum_{j \neq i} |a_{ij}| + v$, гарантирующего положительную определенность матрицы A .

Задать точное решение $x = (1, 2, \dots, n)^T$ и образовать правую часть f умножением матрицы A на вектор x : $f = Ax$.

Задать начальное приближение $x^{(0)}$. Оно должно быть одно и то же для всех заданий.

1) Решить СЛАУ с матрицей A порядка $n = 10$ и правой частью f *методом градиентного спуска* (если порядковый номер в списке подгруппы четный), *методом минимальных невязок* (если порядковый номер в списке подгруппы нечетный).

В результатах необходимо привести следующую информацию:

- матрица A (построчно);
- точное решение x ;
- правая часть f ;
- начальное приближение $x^{(0)}$;
- номер итерации q , при которой достигнута требуемая точность;
- полученное приближенное решение $\tilde{x} = x^{(q)}$;
- $\|A\tilde{x} - f\|$;
- абсолютная погрешность вида $\|x - \tilde{x}\|$.

2) Для СЛАУ с матрицей A порядка $n = 10$ и правой частью f исследовать сходимость метода релаксации в зависимости от параметра релаксации $\omega \in \{0.2, 0.5, 0.8, 1, 1.3, 1.5, 1.8\}$. Результаты вычислительного эксперимента оформить в виде таблицы 1 (см. ниже).

По результатам лабораторной работы **оформляется отчет**. Он должен содержать:

- титульный лист;
- постановку задачи;
- краткие теоретические сведения;
- листинг программы с комментариями;
- результаты вычислительного эксперимента;
- выводы.

Таблица 1 должна содержать сводные данные по результатам работы метода релаксации. Структура таблицы:

Параметр ω	Номер итерации q , при которой достигнута требуемая точность	$\ Ax^{(q)} - f\ $	$\ x - x^{(q)}\ $
0.2			
0.5			
0.8			
1			
1.3			
1.5			
1.8			

Отчет необходимо отправить на yvolutovskaya@gmail.com. **Тема письма:** «ЛР3 2к 9гр Фамилия».