МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ
“ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота № 6
з дисципліни
«Дискретна математика»
з теми :

“Генерація комбінаторних конфігурацій”

Виконав:
Студент групи КН-114
Сиротюк Владислав
Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2019р.

Лабораторна робота № 6.

Тема: Генерація комбінаторних конфігурацій

Мета роботи: набути практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Головна задача комбінаторики – підрахунок та перелік елементів у скінчених множинах.

Правило додавання: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, а y- іншими m способами, тоді вибір „ x або y" може бути здійснено (m+n) способами.

Правило добутку: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, після чого y - m способами, тоді вибір упорядкованої пари (x, y) може бути здійснено (m*n) способами.

Набір елементів $x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{im}$ з множини $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ називається вибіркою об'єму m з n елементів – *(n, m) – вибіркою.*

Упорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи не можуть повторюватися, називається *(n, m) – розміщеням*, кількість всіх можливих розміщень обчислюється за формулою:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

Упорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи можуть повторюватися, називається *(n, m) – розміщеням з повторюваннями*, кількість всіх можливих таких розміщень обчислюється за формулою:

$$\overline{A_n^m} = n^m.$$

Неупорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи не можуть повторюватися, називається *(n, m) – сполученням*, кількість всіх можливих сполучень обчислюється за формулою:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Неупорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи можуть повторюватися, називається *(n,m)-сполученням з повторюваннями*, кількість всіх можливих таких сполучень обчислюється за формулою:

$$\overline{C_n^m} = C_{n+m-1}^m.$$

A_n^n – називається *перестановкою*, а кількість різних перестановок позначається та обчислюється за формулою:

$$P_n = n!.$$

Якщо в перестановках є однакові елементи, а саме перший елемент присутній n_1 разів, другий елемент – n_2 разів, ... , k-ий елемент – n_k разів, причому $n_1+n_2+....+n_k=n$, то їх називають *перестановками з повторенням* та кількість їх можна знайти за формулою

$$P(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!...n_k!}.$$

Нехай $X = \{X_1, X_2,...,X_k\}$ - *розбиття множини* X ($X = n$) на k підмножин таких, що: $\bigcup_{i=1}^{k} X_i = X$, $X_i \cap X_j = 0$ при $i \neq j$,

$|X_i| = n_i$.

Варіант № 10

1. Скількома способами можна розставити а) 10 різних книжок на полиці; б) якщо серед них є 5 однакових?

а)
Виконаємо це завдання за формулою:

$$P_n = n!.$$

P[10] = 10! = 362800

Б)
Виконаємо це завдання за формулою:

$$P(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! ... n_k!}.$$

P(1;1;1;1;1;5) = 10! / 1! 1! 1! 1! 1! 5! = 6 * 7 * 8 * 9 * 10 = 30240

2. З команди у якої 10 плавців, вибирається четвірка, яка бере участь в естафеті з комплексного плавання (тобто кожен пливе своїм стилем). Скількома способами можна вибрати цю естафетну четвірку?

Виконаємо це завдання за формулою:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

A[10]^4 = 10!/(10-4)! = 10! / 6! = 7*8*9*10 = 5040

3. Скількома способами можна розташувати 12 різних ручок у чотири однакові пенала?

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

12:3 = 4 (ручки) – в один пенал.

C[12]^3 * C[9]^3 * C[6]^3 * C[3]^3 = 12! /3! 9! * 9! / 3! 6! * 6! / 3! 3! *1 = 12! / 3! 3! 3! 3! = 369 600

4. На футбольний турнір треба послати збірну команду в складі: тренер, його помічник, 2 асистенти, 20 футболістів, лікар і 2 масажисти. Тренерський склад може бути відібраний з 10 спеціалістів, футболісти - з 25 спортсменів, лікаря треба вибрати одного з трьох, а масажистів – двох з п'яти. Скількома способами може бути укомплектована така команда?

10*9* C[8]^2 * C[25]^20 * 3 * C[5]^2 = 10* 9 * 8!/2! 6! * 25! / 20! 5! * 3 * 5! / 2! 3! = 4016628000

5. З цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 утворюють різні шестицифрові числа, що не мають однакових цифр. Визначити кількість чисел, у яких зустрічаються цифри 7, 8 одночасно.

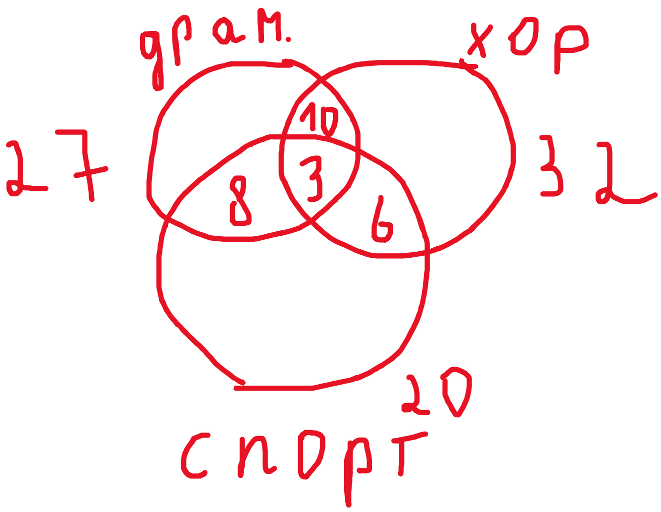
Чотири цифри з різні цифри з семи(1;2;3;4;5;6;9) можна вибрати A[7]^4 способами.
Цифру 7 або 8.
Цифру 7 або 8 можна в кожне з них поставити 5 способами і цифру 8 або 7 шістьома способами.
A[7]^4 = 7! / 3! = 4*5*6*7 = 840
840 * 5 *6 *2 = 50400

6. У групі 21 чоловік. Їх необхідно поділити на три коаліції по 7 чоловік. Скількома способами це можна зробити?

C[21]^7 * C[14]^7 * C[7]^7 = 21! / 7! 14! * 14! / 7! 7! * 1 = 399072960

7. На базі відпочинку знаходиться 70 чоловік. З них 27 займаються в драматичному гуртку, 32 співають у хорі, 20 захоплюються спортом. Драмгурток відвідують 10 чоловік з хору, а хор – 6 спортсменів, у драмгуртку 8 спортсменів; 3 спортсмени займаються і в драмгуртку, і в хорі. Скільки чоловік не співають у хорі, не захоплюються спортом та не займаються у драмгуртку? Скільки чоловік займається лише одним з цих гуртків?

27-(8+3+10) = 6(чол.) - тільки в драмгуртку
32 – (10+3+6) = 13(чол.) – тільки в хорі
20 – (8+3+6) = 3(чол.) – тільки спорт
70-(6+13+3+8+3+10+6) = 70-49 = 21(чол.) – не займаються у жодній секції



Варіант № 10

Використовуючи алгоритм побудови лексикографічно наступної сполуки по 4 елементи множини $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Побудувати розклад $(x + y)^9$.

Binom

```
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

long double factor(int temp)
{
  return temp > 0 ? temp * factor(temp - 1) : 1;
}

double rozklad(int x, int y, int n) {
  double rozklad = 0;
  for (int k = 0; k <= n; k++)
    rozklad += (factor(n) / (factor(k) * factor(n - k)))
    * pow(x, k) * pow(y, n - k);
  return rozklad;
}


int main()
{
  int a, b, n;
  cout << "X = ";
  cin >> a;
  cout << "Y = ";
  cin >> b;
  cout << "N = ";
  cin >> n;
  cout <<"(x+y)^n = "<< rozklad(a, b, n);


  return 0;
}
```

Combine

```
#include <iostream>
using namespace std;
bool create(int* a, int n, int m)
{
  int temp = m - 1;
  while (a[temp] == n && temp >= 0) temp--;
  if (temp < 0) return false;
  if (a[temp] >= n)
    temp--;
  a[temp]++;
```

```
  if (temp == m - 1) return true;
  for (int k = temp + 1; k < m; k++)
    a[k] = a[temp];
  return true;
}
void show(int* a, int n)
{
  static int num = 1;

  cout << num++ << ": ";
  for (int i = 0; i < n; i++)
    cout << a[i] << " ";
  cout << endl;
}
int main()
{
  int n, m, * a;
  cout << "n:";cin >> n;
  cout << "m:";cin >> m;
  a = new int[n];
  for (int i = 0; i < n; i++)
    a[i] = 1;
  show(a, m);
  while (create(a, n, m))
    show(a, m);
  return 0;
}
```

Висновок: на цій лабораторній роботі я набув практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.