SITUATION

Un point $M\left(x;y\right)$ appartient à C_f, la courbe représentative d'une fonction *f*, si et seulement si $x\in D_f$ et $f\left(x\right)=y$.

ÉNONCÉ

On considère une fonction *f*, définie par :

$$\forall x\in\mathbb{R},\ f\left(x\right)=\cos\left(x\right)\sin\left(x\right)$$

Démontrer que le point $A\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{1}{2}\right)$ appartient à C_f, la courbe représentative de *f*.

Etape 1

Réciter le cours

On rappelle qu'un point $M\left(x;y\right)$ appartient à C_f si et seulement si $x\in D_f$ et $f\left(x\right)=y$.

APPLICATION

Le point *A* appartient à C_f si et seulement si $\dfrac{\pi}{4}\in D_f$ et $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{2}$.

Etape 2

Vérifier que $x\in D_f$ et calculer $f\left(x\right)$

On vérifie que $x\in D_f$ et on calcule $f\left(x\right)$.

APPLICATION

$D_f=\mathbb{R}$, donc $\dfrac{\pi}{4}\in D_f$.

On calcule $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$:

$$f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$$

$$f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\left(\sqrt{2}\right)^2}{4}$$

$$f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{2}$$

Etape 3

Conclure

- Si $x \in D_f$ et $f(x) = y$, on en déduit que le point $M(x;y)$ appartient à C_f.
- Si $x \in D_f$ et $f(x) \neq y$, on en déduit que le point $M(x;y)$ n'appartient pas à C_f.
- Si $x \notin D_f$, on en déduit que le point $M(x;y)$ n'appartient pas à C_f.

APPLICATION

On a bien $\dfrac{\pi}{4} \in D_f$ et $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{2}$.

On en déduit que le point $A\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{1}{2}\right)$ appartient à C_f.