SITUATION
Une fonction est paire si et seulement si sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Une fonction est impaire si et seulement si sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère. On peut déterminer la parité d'une fonction par le calcul.

ÉNONCÉ
On considère la fonction *f* définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = \cos(2x)$$

Montrer que *f* est paire.

Etape 1
Énoncer le cours

On rappelle les conditions de parité selon le cas recherché.

f est paire si et seulement si :

- Son domaine de définition *I* est centré en 0
- $\forall x \in I, f(-x) = f(x)$

En revanche, *f* est impaire si et seulement si :

- Son domaine de définition *I* est centré en 0
- $\forall x \in I, f(-x) = -f(x)$

APPLICATION
On sait que *f* est paire si et seulement si :

- Son domaine de définition *I* est centré en 0
- $\forall x \in I, f(-x) = f(x)$

Etape 2
Vérifier que le domaine de définition est centré en 0

On détermine l'ensemble de définition *I* ou on le rappelle s'il est donné dans l'énoncé. On vérifie que *I* est centré en 0.

APPLICATION

Ici, la fonction *f* est définie sur $\mathbb{R}$, l'ensemble de définition est donc centré en 0.

Etape 3
Exprimer $f(-x)$ en fonction de $f(x)$

On calcule $f(-x)$. On simplifie le résultat dans le but de l'exprimer en fonction de $f(x)$.

APPLICATION
Pour tout réel *x*, on a :

$f(-x) = \cos(-2x)$

Or, on sait que pour tout réel X :

$$\cos\left(X\right) = \cos\left(-X\right)$$

D'où, pour tout réel x :

$$f\left(-x\right) = \cos\left(2x\right)$$

Par conséquent, pour tout réel x :

$$f\left(-x\right) = f\left(x\right)$$

Etape 4
Conclure

- Si, pour tout réel x du domaine de définition, $f\left(-x\right) = f\left(x\right)$ alors la fonction est paire.
- Si, pour tout réel x du domaine de définition, $f\left(-x\right) = -f\left(x\right)$ alors la fonction est impaire.
- Sinon la fonction n'est ni paire ni impaire.

APPLICATION

On en conclut que la fonction f est paire.