

SITUATION

Trois points A , B et C définissent un plan si et seulement s'ils ne sont pas alignés.

ÉNONCÉ

Soient les points $A(1; -2; 0)$, $B(3; 4; 0)$ et $C(3; 1; 5)$.

Déterminer si les points A , B et C définissent un plan.

Etape 1

Rappeler le cours

On rappelle que trois points A , B et C définissent un plan si et seulement s'ils ne sont pas alignés.

APPLICATION

Les trois points A , B et C définissent un plan si et seulement s'ils ne sont pas alignés.

Etape 2

En déduire une condition sur la colinéarité

On en déduit que les points A , B et C définissent un plan si et seulement si les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires.

APPLICATION

Ainsi, les points A , B et C définissent un plan si et seulement si les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires.

Etape 3

Donner les coordonnées des vecteurs

On calcule les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .

APPLICATION

On calcule les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} :

• $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 - 1 \\ 4 - (-2) \\ 0 - 0 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$

• $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \\ z_C - z_A \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 3 - 1 \\ 1 - (-2) \\ 5 - 0 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

Etape 4

Conclure

Si les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas proportionnelles, les points A, B et C définissent un plan.

APPLICATION

Les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas proportionnelles, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.

On conclut que les points A, B et C définissent un plan.