SITUATION

Afin d'étudier la continuité d'une fonction *f* en un réel *a*, il faut comparer $\lim\limits_{x \to a} f\left(x\right)$ et $f\left(a\right)$.

ÉNONCÉ

On considère la fonction *f* définie sur $\left[3;+\infty\right[$ par :

$$\begin{cases} f\left(3\right)=0 \\ \forall x>3,\ f\left(x\right)=\sqrt{x-3} \end{cases}$$

Etudier la continuité de la fonction *f* en 3.

Etape 1
Rappeler le cours

On rappelle qu'une fonction *f* est continue en $x=a$ si et seulement si $\lim\limits_{x \to a} f\left(x\right)=f\left(a\right)$.

APPLICATION

La fonction *f* est continue en $x=3$ si et seulement si $\lim\limits_{x \to 3} f\left(x\right)=f\left(3\right)$.

Etape 2
Calculer $\lim\limits_{x \to a} f\left(x\right)$

On calcule $\lim\limits_{x \to a} f\left(x\right)$.

APPLICATION

On a :

$$\forall x>3,\ f\left(x\right)=\sqrt{x-3}$$

Ainsi :

$$\lim\limits_{x \to 3} f\left(x\right)=0$$

Etape 3
Rappeler la valeur de $f\left(a\right)$

On rappelle la valeur de $f\left(a\right)$.

APPLICATION

D'après l'énoncé, $f\left(3\right)=0$.

Etape 4
Conclure

On conclut :

- Si $\lim\limits_{x \to a} f\left(x\right) = f\left(a\right)$ alors *f* est continue en *a*.
- Si $\lim\limits_{x \to a} f\left(x\right) \neq f\left(a\right)$ alors *f* n'est pas continue en *a*.

APPLICATION

Ainsi, on a :

$$\lim\limits_{x \to 3} f\left(x\right) = f\left(3\right)$$

La fonction *f* est donc continue en $x = 3$.