

SITUATION

On utilise la formule des probabilités totales pour calculer une probabilité $p(F)$ lorsque la réalisation de F dépend de la réalisation d'autres événements.

ÉNONCÉ

Une usine fabrique 80% de composés A et 20% de composés B . Un centième des composés A et 5% des composés B sont défectueux.

On note :

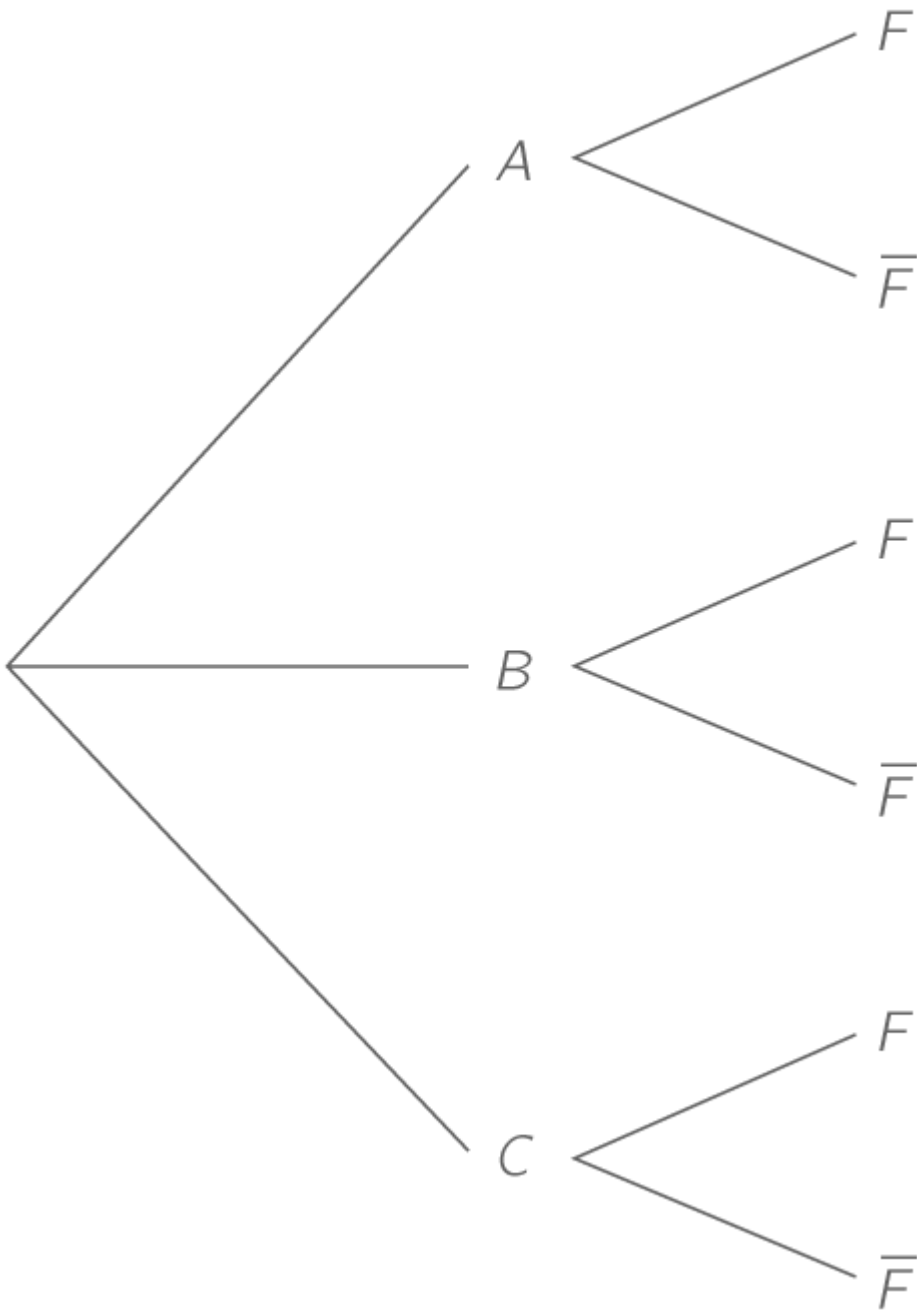
- A : "Le composé est de type A ."
- B : "Le composé est de type B ."
- D : "Le composé est défectueux."

Calculer $p(D)$.

Etape 1

Dresser un arbre de probabilités

On dresse un arbre de probabilités correspondant à la situation. Ici, pour déterminer $p(F)$ ou $p(\overline{F})$, il est nécessaire d'utiliser la formule des probabilités totales car la réalisation de F (ou de \overline{F}) dépend de la réalisation de A , B ou C .

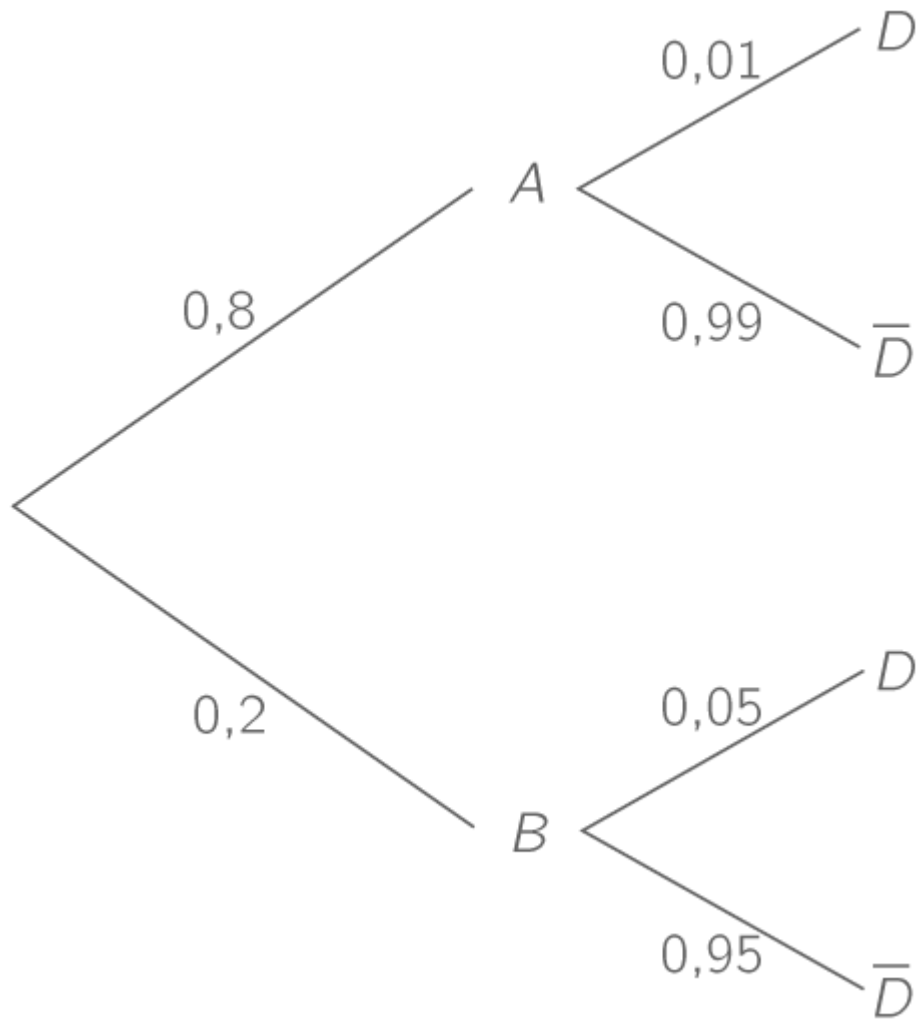


APPLICATION

L'énoncé donne les probabilités suivantes :

- $p(A) = 0,8$
- $p(B) = 0,2$
- $p_A(D) = 0,01$
- $p_B(D) = 0,05$

On obtient donc l'arbre de probabilités suivant :



Etape 2

Déterminer une partition de l'univers

Les événements des branches issues de l'origine de l'arbre forment une partition de l'univers.

APPLICATION

A et B forment ici une partition de l'univers.

Etape 3

Énoncer et développer la formule

On applique la formule des probabilités totales avec la partition de l'univers déterminée à l'étape précédente :

$$p(F) = p(F \cap A) + p(F \cap B) + p(F \cap C)$$

On applique ensuite la formule des probabilités conditionnelles :

$$p(F) = p_A(F) \times p(A) + p_B(F) \times p(B) + p_C(F) \times p(C)$$

APPLICATION

D'après la formule des probabilités totales, on a donc :

$$p(D) = p(D \cap A) + p(D \cap B)$$

Soit, d'après la formule des probabilités conditionnelles :

$$p(D) = p_A(D) \times p(A) + p_B(D) \times p(B)$$

Etape 4

Rappeler les probabilités connues

On rappelle la valeur des probabilités impliquées dans la formule déterminée à l'étape précédente. Ces probabilités sont données par l'énoncé ou lisibles sur l'arbre de probabilités.

APPLICATION

Or, on sait que :

- $p(A) = 0,8$
- $p(B) = 0,2$
- $p_A(D) = 0,01$
- $p_B(D) = 0,05$

Etape 5

Effectuer le calcul

On remplace les probabilités par leurs valeurs dans la formule et on effectue le calcul.

APPLICATION

Finalement :

$$p(D) = 0,01 \times 0,8 + 0,05 \times 0,2$$

$$p(D) = 0,008 + 0,01 = 0,018$$