SITUATION

Il est possible de transformer une expression à l'aide des propriétés algébriques de la fonction logarithme.

ÉNONCÉ

Soit la fonction *f* définie pour tout *x* de $\left]2;+\infty\right[$ par :

$$f\left(x\right)=\ln\left(\left(x+2\right)^2\right)+2\ln\left(x-2\right)$$

Grâce aux propriétés algébriques de la fonction logarithme, simplifier l'expression de *f*.

Etape 1

Identifier les propriétés algébriques à utiliser

On identifie les propriétés algébriques du logarithme à utiliser.

APPLICATION

On remarque que l'expression de *f* comporte une puissance et une addition de deux logarithmes.

On en déduit que l'on utilise les propriétés algébriques suivantes :

- Pour tout réel $a>0$ et tout entier relatif *n*, $\ln\left(a^n\right)=n\ln\left(a\right)$
- Pour tous réels strictement positifs *a* et *b*, $\ln\left(a\right)+\ln\left(b\right)=\ln\left(a\times b\right)$

Etape 2

Simplifier l'expression

On utilise les propriétés algébriques identifiées afin de simplifier l'expression.

APPLICATION

Soit *x* un réel de $\left]2;+\infty\right[$:

$$f\left(x\right)=\ln\left(\left(x+2\right)^2\right)+2\ln\left(x-2\right)$$

$$f\left(x\right)=2\ln\left(x+2\right)+2\ln\left(x-2\right)$$

$$f\left(x\right)=2\left(\ln\left(x+2\right)+\ln\left(x-2\right)\right)$$

$$f\left(x\right)=2\ln\left(\left(x+2\right)\left(x-2\right)\right)$$

On peut donc conclure :

$$f\left(x\right)=2\ln\left(x^2-4\right)$$