

SITUATION

Un point  $A$  appartient à une droite  $D$  dont on connaît une représentation paramétrique si et seulement s'il existe un unique réel  $t$  tel que les coordonnées de  $A$  vérifient le système.

ÉNONCÉ

On considère la droite  $D$  dont on donne une représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Déterminer si le point  $A(4; 1; 7)$  appartient à la droite  $D$ .

Etape 1

Rappeler la représentation paramétrique de la droite

On rappelle la représentation paramétrique de la droite donnée dans l'énoncé.

APPLICATION

D'après l'énoncé, on a :

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Etape 2

Remplacer les coordonnées du point

On remplace les coordonnées du point  $A$  dans la représentation paramétrique.

APPLICATION

On a  $A(4; 1; 7)$ . On remplace ses coordonnées dans la représentation paramétrique de  $D$ .

$A$  appartient à la droite  $D$  si et seulement s'il existe un réel  $t$  tel que :

$$\begin{cases} 4 = 2 + t \\ 1 = -1 + t \\ 7 = 3 + 2t \end{cases}$$

Etape 3

Résoudre le système et conclure

On résout le système.

Deux cas se présentent alors :

- Le système est impossible (on obtient plusieurs valeurs différentes de  $t$ ). Dans ce cas, le point  $A$  n'appartient pas à la droite  $D$ .
- On obtient une solution  $t_0$  . Dans ce cas, le point  $A$  appartient à la droite  $D$ .

**APPLICATION**

On résout le système :

$$\begin{cases} 4 = 2 + t \\ 1 = -1 + t \\ 7 = 3 + 2t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 2 \\ 2t = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 2 \\ t = 2 \end{cases}$$

On en déduit que le point  $A$  appartient à la droite  $D$ .