MÉTHODE 1

Si la fonction est de la forme $e^{u(x)}$

SITUATION

Si une fonction *u* est dérivable sur *I*, la fonction *f* définie par $f = e^u$ est dérivable sur *I* et a pour dérivée $f' = u'e^u$.

ÉNONCÉ

On considère la fonction *f* définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f\left(x\right) = e^{x^3-5x^2+7x}$$

Calculer *f'*, la fonction dérivée de *f*.

ETAPE 1

Justifier la dérivabilité

On justifie la dérivabilité de la fonction *f* sur son intervalle *I*.

APPLICATION

La fonction *f* est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

ETAPE 2

Poser $u\left(x\right)$ et calculer sa dérivée

On donne l'expression de la fonction *u* telle que $f = e^u$. Ensuite, on calcule sa dérivée.

APPLICATION

On pose :

$\forall x \in \mathbb{R}, u\left(x\right) = x^3 - 5x^2 + 7x$

On en déduit que :

$\forall x \in \mathbb{R}, u'\left(x\right) = 3x^2 - 10x + 7$

ETAPE 3

Enoncer la formule

On rappelle que, comme la fonction *f* est de la forme $f = e^u$, alors $f' = u'e^u$.

APPLICATION

$f = e^u$, donc $f' = u'e^u$.

ETAPE 4

Appliquer la formule

On applique la formule et on conclut en donnant *f'*.

APPLICATION

On en déduit que :

$\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \left(3x^2 - 10x + 7\right) e^{x^3 - 5x^2 + 7x}$

MÉTHODE 2

Si l'exponentielle apparaît au sein des formules usuelles

SITUATION

Afin de dériver une fonction dans laquelle apparaît une exponentielle, on utilise les formules de dérivation du cours.

ÉNONCÉ

On considère la fonction *f* définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\},\ f(x) = \frac{2e^x}{x+1}$$

Calculer *f'*, la fonction dérivée de *f*.

ETAPE 1

Justifier la dérivabilité

On justifie la dérivabilité de la fonction *f* sur son intervalle *I*.

APPLICATION

La fonction *f* est dérivable sur tout intervalle inclus dans $\mathbb{R} - \{-1\}$ en tant que quotient de fonctions dérivables sur tout intervalle inclus dans $\mathbb{R} - \{-1\}$ dont le dénominateur ne s'annule pas sur $\mathbb{R} - \{-1\}$.

ETAPE 2

Identifier la formule utilisée

Selon la forme de *f*, on détermine si l'on va utiliser la formule de dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient ou d'une composée de fonctions.

APPLICATION

On remarque que $f=\dfrac{u}{v}$.

ETAPE 3

Poser les fonctions intermédiaires et calculer leurs dérivées

On introduit les fonctions intermédiaires qui permettent d'exprimer *f*. On introduit autant de fonctions intermédiaires que nécessaire.

On dérive ensuite chacune des fonctions intermédiaires.

APPLICATION

On pose que, $\forall x\in\mathbb{R}$:

- $u\left(x\right)=2e^x$
- $v\left(x\right)=x+1$

On en déduit que, $\forall x\in\mathbb{R}$:

- $u'\left(x\right)=2e^x$
- $v'\left(x\right)=1$

ETAPE 4

Enoncer la formule

On énonce la formule de *f'* correspondant à la forme de *f*.

APPLICATION

On a :

$$f'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$$

ETAPE 5

Appliquer la formule

On applique la formule pour obtenir l'expression de *f'*. On simplifie le résultat de manière à aboutir à une forme dont on peut facilement déterminer le signe, puisqu'il s'agit généralement de la tâche à effectuer ensuite.

APPLICATION

En appliquant la formule, on obtient :

$$\forall x\in\mathbb{R}-\left\{-1\right\}, f'\left(x\right)=\dfrac{2e^x\left(x+1\right)-2e^x\times1}{\left(x+1\right)^2}$$

On simplifie :

$$\forall x\in\mathbb{R}-\left\{-1\right\}, f'\left(x\right)=\dfrac{2xe^x}{\left(x+1\right)^2}$$