SITUATION

Une fonction *F* est une primitive d'une autre fonction *f* si et seulement si la dérivée *F'* de la fonction *F* est égale à *f*.

ÉNONCÉ

Montrer que la fonction *F* définie sur $\mathbb{R}$ par $F\left(x\right)=\left(2x+5\right)e^{2x+3}$ est une primitive de la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f\left(x\right)=\left(4x+12\right)e^{2x+3}$.

Etape 1

Réciter le cours

On rappelle que *F* est une primitive sur *I* si et seulement si :

$\forall x\in I\text{, }F'\left(x\right)=f\left(x\right)$

APPLICATION

F est une primitive de *f* sur $\mathbb{R}$ si et seulement si, $\forall x\in\mathbb{R}$, $F'\left(x\right)=f\left(x\right)$.

Etape 2

Dériver *F*

On justifie la dérivabilité de *F* sur l'intervalle *I* puis on dérive *F* sur ce même intervalle.

APPLICATION

F est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

On remarque que $F=uv$, avec, pour tout réel *x* :

- $u\left(x\right)=2x+5$
- $v\left(x\right)=e^{2x+3}$

Donc $F'=u'v+uv'$, avec, pour tout réel *x* :

- $u'\left(x\right)=2$
- $v'\left(x\right)=2e^{2x+3}$

On en déduit que :

$\forall x\in\mathbb{R}$, $F'\left(x\right)=2\times e^{2x+3}+\left(2x+5\right)\times2e^{2x+3}$

Finalement :

$\forall x\in\mathbb{R}$, $F'\left(x\right)=\left(4x+12\right)e^{2x+3}$

Etape 3

Conclure

On conclut que *F* est une primitive de *f* sur *I*.

APPLICATION

On a bien, $\forall x \in \mathbb{R}$, $F'\left(x\right) = f\left(x\right)$.

Donc la fonction F est bien une primitive de f sur $\mathbb{R}$.