#uni/semester3/TI/vorlesung4

Wacom Intuos Pen Tablet Compatible with Windows and Mac: Amazon.de: Computers & Accessories

➡ Wie kann ich mit regulären Ausdrücken Bedingungen einbauen. D. h. wenn ich drei Stellen hab und ein Alphabet von drei Zeichen. Wie kann ich ausdrücken, dass ich mit dem gleichen Buchstaben starten und enden darf?

Frage 1
Richtig
Erreichte Punkte 1,00 von 1,00
Frage markieren

Seien die atomaren Aussagen x = 1, y = 0, z = 1 gegeben.

$A = \neg(x \Rightarrow z)$

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- [ ] a. A = 1
- [x] b. A = 0 ✓

Die Antwort ist richtig

Die richtige Antwort lautet: A = 0

Frage 2
Richtig
Erreichte Punkte 1,00 von 1,00
Frage markieren

Seien die atomaren Aussagen x = 1, y = 0, z = 1 gegeben.

$B = (z \wedge y)$

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- [ ] a. B = 1
- [x] b. B = 0 ✓

Die Antwort ist richtig

Die richtige Antwort lautet: B = 0

Frage 3
Richtig
Erreichte Punkte 1,00 von 1,00
Frage markieren

Seien die atomaren Aussagen x = 1, y = 0, z = 1 gegeben.

$C = A \oplus B \qquad (\oplus \text{ ist } XOR)$

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- [ ] a. C = 1
- [x] b. C = 0 ✓

Frage 4
Richtig
Erreichte Punkte 4,00 von 4,00
Frage markieren

Sei M(m1,m2) die Aussageform „m1 lernt mit m2 für Mathematik“ und T(m1,m2) die Aussageform „m1 spielt mit m2 Tischtennis“ für m1 und m2 jeweils beliebige Menschen aus der Menge aller AIN Studierenden A.

Übersetzen Sie die folgenden logischen Aussagen in deutsche Sätze, indem Sie jeder Aussage den korrekten Satz zuordnen.

$\neg M(Alice, Bob)$	Alice lernt mit Bob nicht für Mathematik. ✓
$\neg(M(Eve, Carol) \wedge T(Eve, Carol))$	Es ist falsch, dass Eve mit Carol für Mathematik lernt und mit ihr zusammen Tischtennis spielt. ✓
$\forall m \in A\ \neg M(m, Alice)$	Kein AIN Studierender lernt mit Alice für Mathematik. ✓
$\forall s \in A\ \exists t \in A\ ((s \neq t) \wedge (M(s,t))$	Für jeden AIN Studierenden gibt es mindestens einen anderen AIN Studierenden, der mit ihm Mathematik lernt. ✓

Die Antwort ist richtig

Die richtige Antwort ist: $\neg M(Alice, Bob)$ → Alice lernt mit Bob nicht für Mathematik., $\neg(M(Eve, Carol) \wedge T(Eve, Carol))$ → Es ist falsch, dass Eve mit Carol für Mathematik lernt und mit ihr zusammen Tischtennis spielt., $\forall m \in A\ \neg M(m, Alice)$ → Kein AIN Studierender lernt mit Alice für Mathematik., $\forall s \in A\ \exists t \in A\ ((s \neq t) \wedge (M(s,t))$ → Für jeden AIN Studierenden gibt es mindestens einen anderen AIN Studierenden, der mit ihm Mathematik lernt.

Frage 5
Richtig
Erreichte Punkte 4,00 von 4,00
Frage markieren

Wir bewegen uns im Kontext der von Gorillas nutzbaren Programmiersprache Ook! (siehe Kapitel 4 der Vorlesung), sowie https://de.wikipedia.org/wiki/Ook!.

Konkret betrachten wir die Alphabete

$S = \{Ook., Ook?, Ook!\}$

$T = \{O, o, k, ., ?, !\}$

Ordnen Sie folgenden Aussagen die richtigen Antworten zu:

Ook!Ook.Ook? ist ein Wort aus welcher Wortmenge?	Sowohl aus S* als auch aus T*. ✓
O!okOo.k?Ook ist ein Wort aus welcher Wortmenge?	aus T* ✓
$\|S^2\| =$	8 ✓
$\|T^2\| =$	36 ✓

→ Ook?Ook? darf nicht verwendet werden, deshalb 8. Siehe wiki

Frage 6
Richtig
Erreichte Punkte 7,00 von 7,00
Frage markieren

Wir betrachten das Alphabet $V = \{0,1\}$ und

- die Sprache aller 0/1-Strings, welche eine **gerade** Anzahl von 1en enthält,
  - **Lg** = {0, 00, 011, 1001101, 0101, ...}
- die Sprache aller 0/1-Strings, welche eine **ungerade** Anzahl von 1en enthält,
  - **Lu** = {1, 111, 01, 0100110, 10101, ...}

Weiterhin betrachten wir die Grammatiken X, Y, Z:

$X = (N, V, P, S) = (\{S, T, U\}, \{0,1\}, Px, S)$

$Y = (N, V, P, S) = (\{S, T\}, \{0,1\}, Py, S)$

$Z = (N, V, P, S) = (\{S, T\}, \{0,1\}, Pz, S)$

Px:	Py:	Pz:
$S \to 0 \mid 1T \mid 0U$	$S \to 0 \mid 1T \mid 0S$	$S \to 1 \mid 1T \mid 0S$
$T \to 1T \mid 0T \mid 1$	$T \to 1S \mid 0T \mid 1$	$T \to 1S \mid 0T \mid 0$
$U \to 0U \mid 1U \mid 0$		

Beantworten Sie hierzu folgende Fragen:

Die Sprache Lg wird von der Grammatik X erzeugt.	Nein ✓
Die Sprache Lg wird von der Grammatik Y erzeugt.	Ja ✓
Die Sprache Lg wird von der Grammatik Z erzeugt.	Nein ✓
Die Sprache Lu wird von der Grammatik X erzeugt.	Nein ✓
Die Sprache Lu wird von der Grammatik Y erzeugt.	Nein ✓
Die Sprache Lu wird von der Grammatik Z erzeugt.	Ja ✓
Die Sprache Lg wird vom regulären Ausdruck r1 = 0*(10*10*)*0* erzeugt.	Ja ✓
Die Sprache Lg wird vom regulären Ausdruck r2 = 0*1*(10*10*)*1*0* erzeugt.	Nein ✓
Die Sprache Lu wird vom regulären Ausdruck r3 = 0*1(10*10*)*0* erzeugt.	Ja ✓
Die Sprache Lu wird vom reguläre Ausdruck r4 = 0*(10*10*)*10* erzeugt.	Ja ✓

SS

SSS

()SS

(S)[S]S

(S)[(S)]S

(S)[(S)] (S)

() [()] ()

Beispiel:

ATB

aaTB

aaATBB

aaaaTBB

aaaaBB

aaaabB

aaaabb

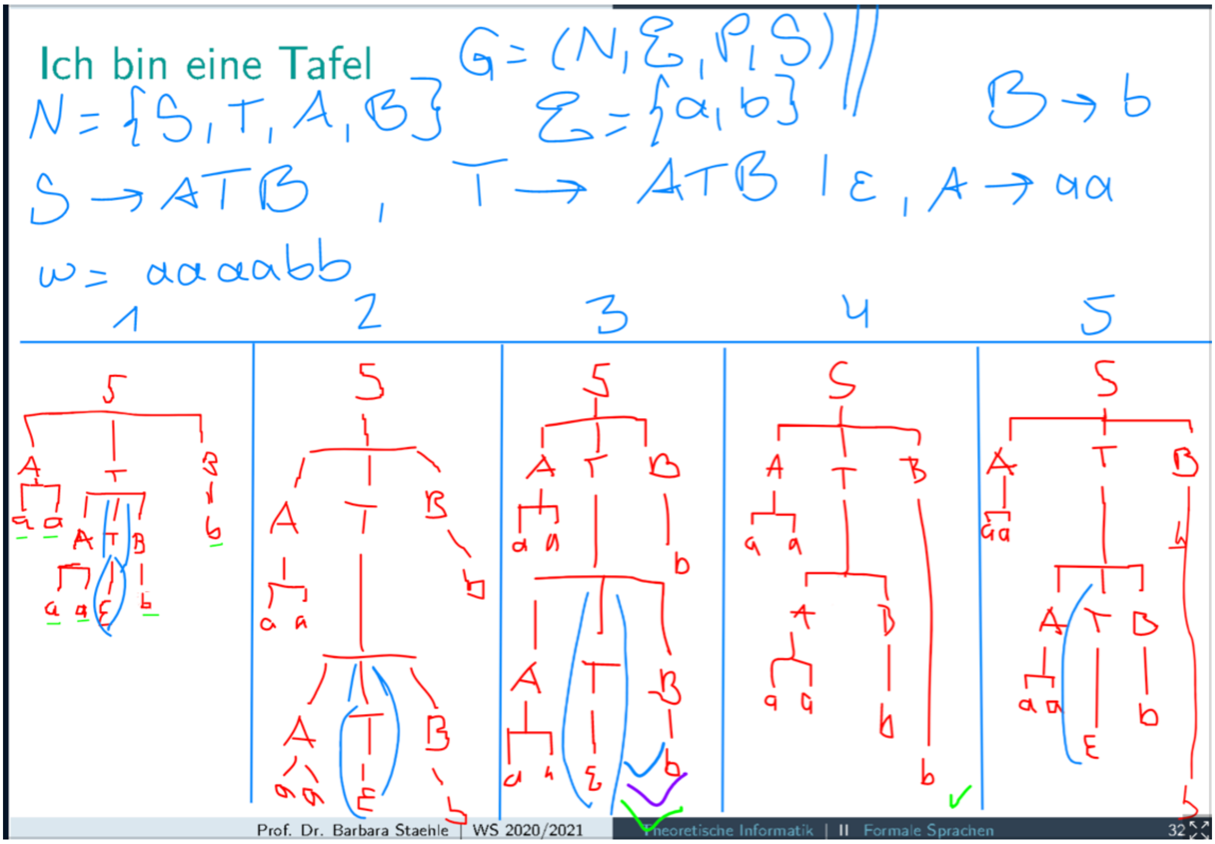
Eigenschaften von Grammatiken

Beobachtungen:

- Bei der Ableitung Nr. 1 wurde immer das linkeste Nichtterminal ersetzt. Daher nennt man solch eine Ableitung auch Linksableitung.
- Bei der Ableitung Nr. 2 wurde immer das rechteste Nichtterminal ersetzt. Daher nennt man solch eine Ableitung auch Rechtsableitung.
- Auch Ableitung Nr. 3 ist eine Linksableitung, hat jedoch einen anderen Syntaxbaum als Ableitung Nr. 1 . Dagegen führen die Links- bzw. Rechtsableitung Nr. 2 und 3 zum selben Baum.
- Eine Grammatik G heißt eindeutig, falls alle Ableitungen (links und rechts) eines Wortes immer zum selben Syntaxbaum führen.
- Andernfalls (wie in unserem Beispiel) heißt G mehrdeutig.
- Vorteil von eindeutigen Grammatiken: Hierfür können effiziente Parser geschrieben werden. Mehr Details siehe Vorlesung „Sprachkonzepte“ oder [Wagenknecht and Hielscher, 2014].

→ Nicht verwirren lassen mit Seite 30, wegen links und rechts. Es ist das gleiche, wenn du es näher anschaust! Schaue auch Ableitungen von Seite 29 an

BEISPIEL:



BEISPIEL:

S → aT → abS → abaT → abab

BEISPIEL:

S → aaQ | bbP

Q → aQ | e

P → bP | e

→ Ist vielleicht besser einen Baum zu finden, der einen gewichteten Baum ergibt?

→ Letzter Satz muss gelöscht werden!

Die Grammatiken der Chomsky-Hierarchie I

Sei für die folgenden Beispiele immer $N = \{S, T\}, \Sigma = \{a, b, c\}$.

Definition

Eine Grammatik heißt Phrasenstrukturgrammatik, rekursiv aufzählbar oder Typ 0 Grammatik, falls alle Regeln die Form $l \to r$ mit $l \in (N \cup \Sigma)^+ \setminus \Sigma^+$ und $r \in (N \cup \Sigma)^*$ haben.

Bemerkung: Jede Grammatik ist (auch) eine Typ 0 Grammatik.

Beispiel: $r_0 : aSb \;\to\; Ta$

Definition

Eine Grammatik heißt kontextsensitiv, oder Typ 1 Grammatik, falls für alle Regeln $l \to r$ gilt, dass sie **nicht-verkürzend** sind, dass also $|r| \geq |l|$.
Ausnahme: Für das Startsymbol S ist die Regel $S \to \varepsilon$ erlaubt, ~~falls S in keiner rechten Regelseite vorkommt~~.

Beispiel: $r_1 : aSb \;\to\; aTcb$

Die Grammatiken der Chomsky-Hierarchie II

Definition

Eine Grammatik heißt kontextfrei, oder Typ 2 Grammatik, falls sie kontextsensitiv ist und für alle Regeln $l \to r$ zusätzlich gilt, dass $l \in N$.
Ausnahme (von der Eigenschaft nicht-verkürzend): Für Nonterminale α sind Regeln vom Typ $\alpha \to \varepsilon$ erlaubt.

Beispiel: $r_2 : S \;\to\; aSb$ $\quad$ $Sa \to Sab$ Typ 1

Definition

Eine Grammatik heißt regulär, oder Typ 3 Grammatik, falls sie kontextfrei ist und für alle Regeln zusätzlich $r \in \{\varepsilon\} \cup \Sigma \cup \Sigma N$ gilt.

Bemerkung: Die rechte Seite jeder Regel einer regulären Grammatik besteht entweder aus dem leeren Wort, einem einzelnen Terminal, oder aus einem Terminal gefolgt von einem Nonterminal.

Beispiel: $r_3 : S \rightarrow aT$ $\quad T \rightarrow b \quad T \rightarrow \varepsilon$

Beispiel: Dyck-Sprache

Die Dyck-Sprache D_n ist als die Menge der korrekt geklammerten Ausdrücke für n verschiedene Klammerpaare definiert.

Verwendung: Wichtige für alle Programmier- und Markupsprachen!

Beispiel: D_2, Klammerpaare () und []

- $(), [], ([]) \in D_2$
- $(,], ([)] \notin D_2$
- D_2 wird von der Grammatik G_2 erzeugt: $\mathcal{L}(G_2) = D_2$
  - $G_2 = \{N, \Sigma, P, S\} = \{\{S\}, \{(,), [,]\}, P, S\}$
  - Die Produktionsmenge P besteht aus vier Regeln:

$$\begin{array}{lcll} S & \rightarrow & \varepsilon & 3 \\ S & \rightarrow & SS & 2 \\ S & \rightarrow & [S] & 2 \\ S & \rightarrow & (S) & 2 \end{array}$$

A 0

B 1

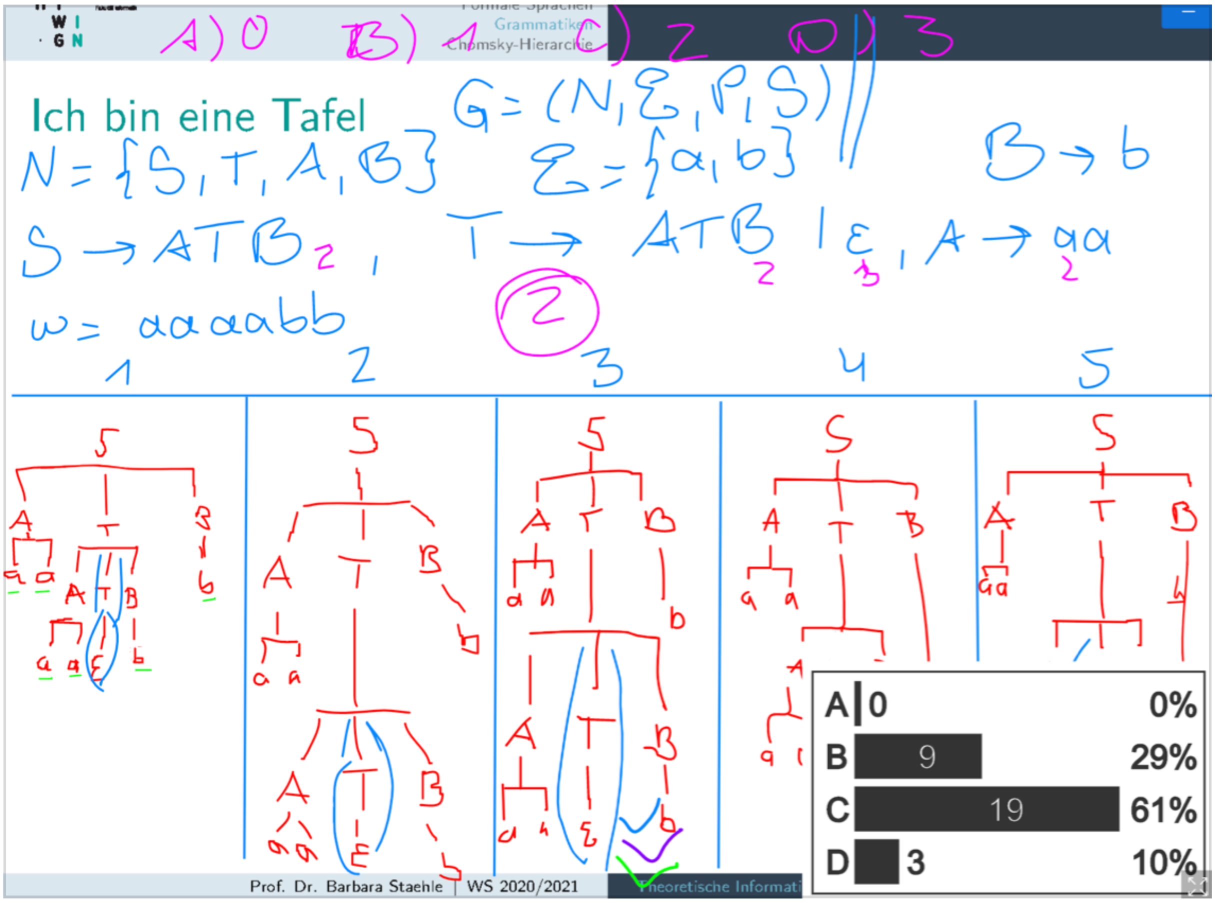
C

D

  - Kurzschreibweise:

$$S \rightarrow \varepsilon \mid SS \mid [S] \mid (S)$$

- $\mathcal{L}(D_2) = \{\varepsilon, (), [], (()), ([]), \ldots\}$



Entscheidungsbaum Chomsky-Typ Datei

➡ Hilft um zu entscheiden was für ein Typ ist!

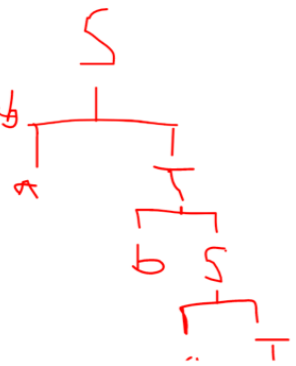
Ich bin eine Tafel

$G=(N,\Sigma,P,S)$ $N=\{S,T\}$, $\Sigma=\{a,b\}$

$\boxed{S \to aT^3 \mid a^3 \quad T \to bS^3 \mid b^3}$

$w = abab$

$S \to aT \to abS \to abaT \to abab$



A) 0
B) 1
C) 2
D) 3

A	2		7%
B		8	28%
C		7	24%
D		12	41%

Beispiel: Dyck-Sprache → Typ2

Die Dyck-Sprache D_n ist als die Menge der korrekt geklammerten Ausdrücke für n verschiedene Klammerpaare definiert.

Verwendung: Wichtige für alle Programmier- und Markupsprachen!

Beispiel: D_2, Klammerpaare () und []

- $(), [], ([]) \in D_2$
- $(,], ([)] \notin D_2$
- D_2 wird von der Grammatik G_2 erzeugt: $\mathcal{L}(G_2) = D_2$
  - $G_2 = \{N, \Sigma, P, S\} = \{\{S\}, \{(,), [,]\}, P, S\}$
  - Die Produktionsmenge P besteht aus vier Regeln:

$$\text{Typ0}\left\{\begin{array}{lcl} S & \to & \varepsilon \\ S & \to & SS \\ S & \to & [S] \\ S & \to & (S) \end{array}\right.$$

  - Kurzschreibweise:

$$S \to \varepsilon \mid SS \mid [S] \mid (S)$$

- $\mathcal{L}(D_2) = \{\varepsilon, (), [], (()), ([]), \ldots\}$

$S \to \varepsilon$
$S \to T$
$T \to TT$
$T \to [T]$
$T \to (T)$
$T \to []$
$T \to ()$

Typ2

Die Grammatiken der Chomsky-Hierarchie II

Definition

Eine Grammatik heißt kontextfrei, oder Typ 2 Grammatik, falls sie kontextsensitiv ist und für alle Regeln $l \to r$ zusätzlich gilt, dass $l \in N$.
Ausnahme (von der Eigenschaft nicht-verkürzend): Für Nonterminale α sind Regeln vom Typ $\alpha \to \varepsilon$ erlaubt.

$A \to \varepsilon$

Beispiel: $r_2 : S \;\to\; aSb$

Definition

Eine Grammatik heißt regulär, oder Typ 3 Grammatik, falls sie kontextfrei ist und für alle Regeln zusätzlich $r \in \{\varepsilon\} \cup \Sigma \cup \Sigma N$ gilt.

Bemerkung: Die rechte Seite jeder Regel einer regulären Grammatik besteht entweder aus dem leeren Wort, einem einzelnen Terminal, oder aus einem Terminal gefolgt von einem Nonterminal.

linkslinear

NT

rechtslineare $\quad S \to Aa$ T

→ man darf links und rechtslineare nicht mischen

Beispiele zum Mitdenken

r_0	$aSb \to Ta$
r_1	$aSb \to aTcb$
r_2	$S \to aSb$
r_3	$S \to aT$

Tabelle: Regeln aus den Beispielen

	r_0	r_1	r_2	r_3
Typ 0 Grammatik	j	j	j	j
Typ 1 Grammatik	n	j	j	j
Typ 2 Grammatik	n	n	j	j
Typ 3 Grammatik	n	n	n	j

Tabelle: Zugehörigkeit zu Grammatiken der verschiedenen Klassen

L_{C3}	$\{(ab)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
L_{C2}	$\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
L_{C1}	$\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
L_{C0}	$\{\omega \in \{0, 1, \ldots 9\}^* \mid \omega$ kommt in den Nachkommastellen von π vor$\}$

Tabelle: Beispiele von Sprachen

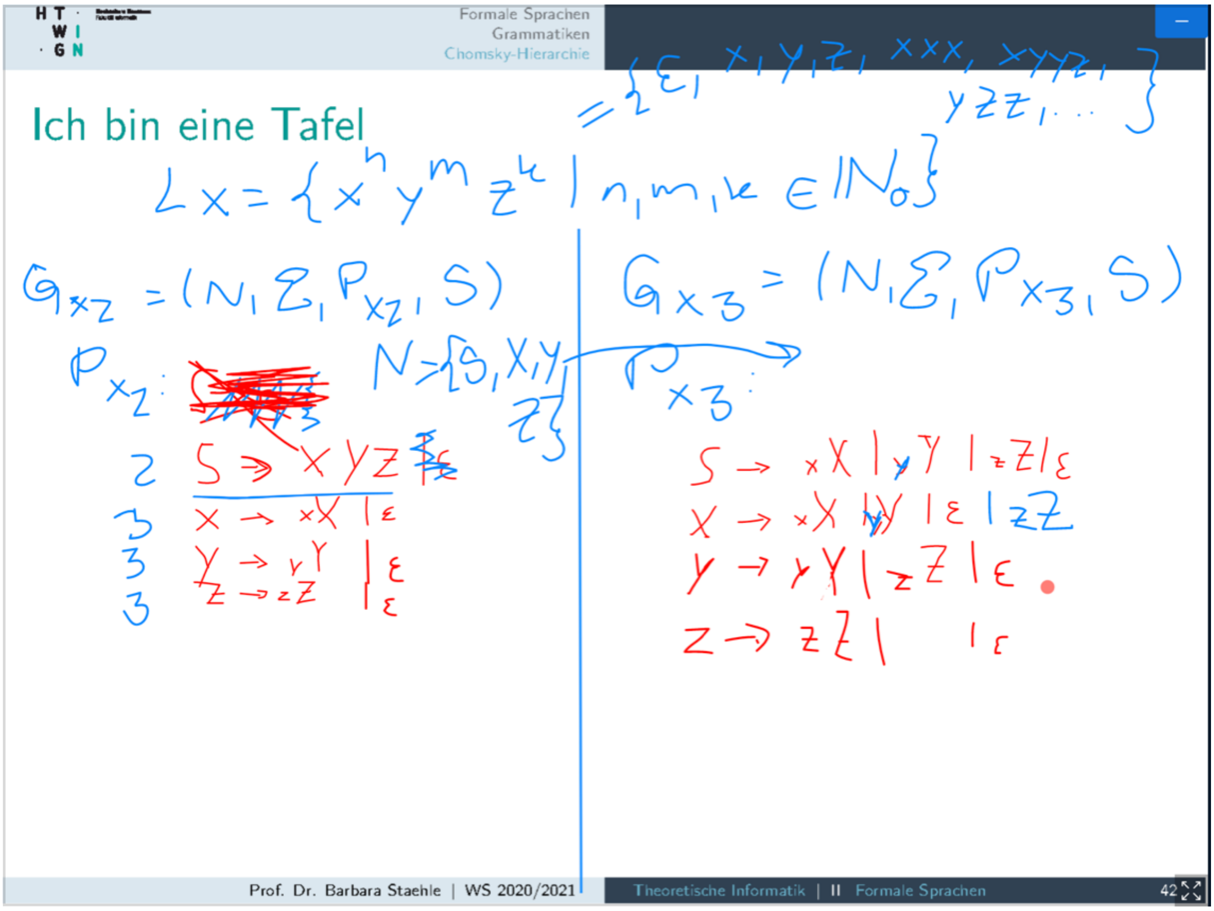
	L_{C3}	L_{C2}	L_{C1}	L_{C0}
Typ 0 Sprache	j	j	j	j
Typ 1 Sprache	j	j	j	n
Typ 2 Sprache	j	j	n	n
Typ 3 Sprache	j	n	n	n

Tabelle: Zugehörigkeit der Sprachen zu den Sprachklassen

1, 14, 141, 1415, . . .
2342

➡ Warum die Typen für die unteren, siehe Skript 3 Folie 13

➡ Da unten fehlt ein Stern



Beispiel zum Mitdenken

$\rightarrow$ ab, aabb, aaabbb

Behauptung: Die Sprache $L_{C2} = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ist nicht regulär.

Beweis (durch Widerspruch):

- **Nehmen wir an,** L_{C2} wäre regulär.

$S \rightarrow ASB$
$A \rightarrow \cancel{aA} \mid a$
$B \rightarrow \cancel{bB} \mid b$

$S \rightarrow ab \mid aSb$

$S \rightarrow ASB \mid AB$
$A \rightarrow a$
$B \rightarrow b$

$S \rightarrow AB$
$A \rightarrow \cancel{aA} \mid a$
$B \rightarrow \cancel{bB}$

$S \rightarrow AB$
$A \rightarrow a$
$B \rightarrow b$