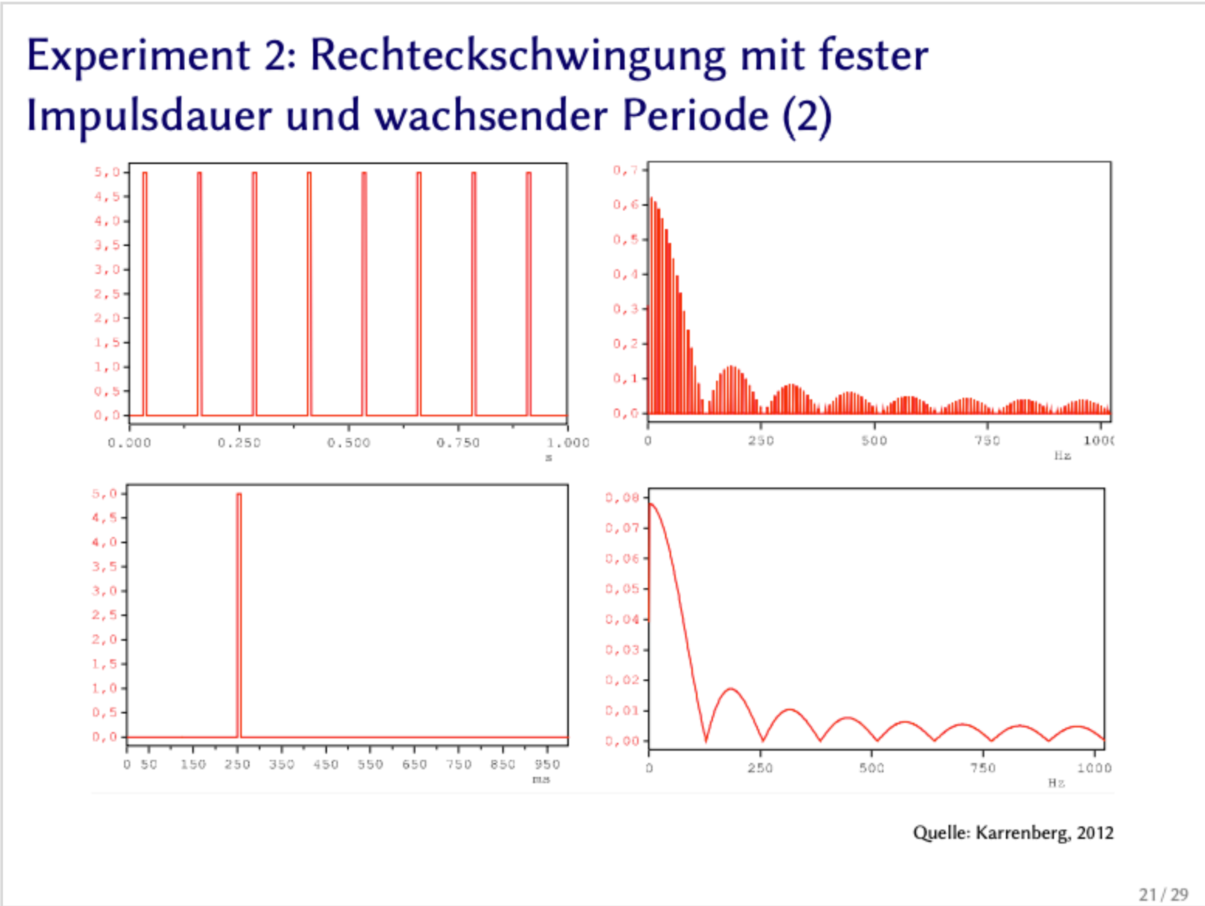
#uni/semester3/SSS/vorlesung8



→ Siehe Buch Seite 55

Näherung eines aperiodischen Signals durch ein periodisches Signal

Wie im vorigen Experiment gezeigt, können wir ein aperiodisches Signal $f(t)$ durch ein periodisches Signal $\tilde{f}(t)$ annähern, das über eine Periode mit dem aperiodischen Signal übereinstimmt, und dann die Periodendauer gegen unendlich laufen lassen:

Die Linien des Spektrums

$$c_k = c(k\omega_0) = \frac{1}{T}\int_T f(t)\cdot e^{-ik\omega_0 t}\,dt = \frac{1}{T}F(k\omega_0)$$

rücken dadurch immer näher zusammen und werden schließlich kontinuierlich, d.h.

$$k\omega_0 \to \omega \quad \text{und} \quad F(k\omega_0) \to F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cdot e^{-i\omega t}\,dt$$

➔ Im ersten Integral sollte f Schlange sein!

Zeitkontinuierliche Fouriertransformation

Einsetzen in die Fourierreihe mit $1/T = \omega_0/2\pi$

$$\tilde{f}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ik\omega_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T}F(k\omega_0)e^{ik\omega_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_0}{2\pi}F(k\omega_0)e^{ik\omega_0 t}$$

führt mit $k\omega_0 \to \omega$, $\tilde{f}(t) \to f(t)$, $\sum \to \int$ und $\omega_0 \to d\omega$ auf das **Fourierintegral**:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\cdot e^{i\omega t}\,d\omega,$$

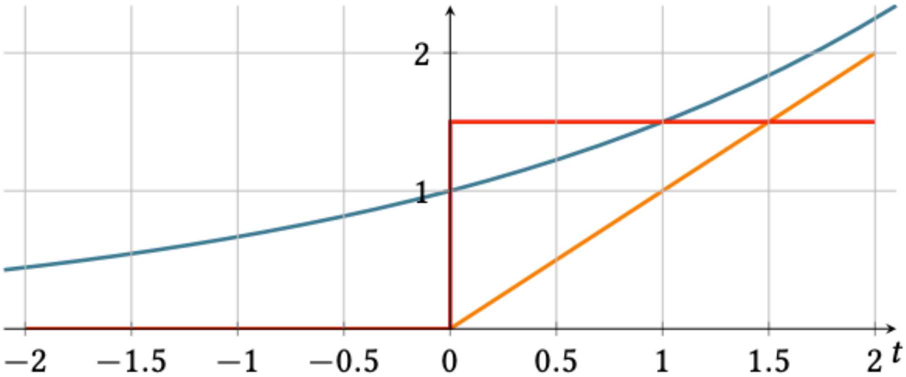
d.h. die **Synthesegleichung der kontinuierlichen Fouriertransformation**.

$F(\omega)$ ist das Spektrum des aperiodischen Signals und berechnet sich über die **Analysegleichung**:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cdot e^{-i\omega t}\,dt$$

➔ Fourierintegral verwendet man für ein aperiodisches Signal. Gibt an wie ich aus periodische annähern kann.

Beispiele für Signale, die nicht absolut integrierbar sind



Die Rampen- und die Sprungfunktion spielen eine wichtige Rolle in der Signalverarbeitung, die Exponentialfunktion beschreibt die Antwort instabiler Systeme. Zur Behandlung solcher Signale ist eine Erweiterung der Fouriertransformation notwendig, die **Laplacetransformation**.

➜ Rot (Sprungsignal) gilt nicht, weil Fläche unendlich ist. Das ist ein Sprungsignal, dass eingeschaltet wird und nicht wider ausgeschaltet, deshalb Fläche unendlich

➜ Orange (Rampenfunktion) gilt nicht, weil Fläche unendlich

➜ Blau (e-Funktion) gilt nicht, weil Fläche unendlich ist