#uni/semester3/SSS/fragenkatalog2

1. Wofür braucht man ein Dunkelbild?
   ➜ Nicht jeder Pixel einer Kamera liefert den Grauwert 0, wenn der Sensor abgedeckt ist. Das liegt z. B. am thermischen Rauschen der Ausleseelektronik oder Dunkelstrom. Durch Wärmezufuhr entstehenden Ladungsträgerpaaren zu einem leicht unterschiedlichen Nullpunkt jedes Pixels führt. Diesen pixelweisen Offset kann man durch Erstellung eines Dunkelbildes eliminieren, den man von jeder Aufnahme subtrahiert. Dadurch wird ein Großteil des Rauschens aus der Aufnahme entfernt.
   ➜ Jeder Pixel hat einen belichtungszeitabhängigen Minimalwert, der man durch Subtraktion deines Dunkelbildes entfernen kann
   ➜ Jeder Pixel einer Kamera hat produktionsbedingt einen unterschiedlichen Nullpunkt, was zu einem Rauschen des Bildes führt.
   Durch Aufnahme eines Dunkelbilds und der Substraktion dessen von jeder Aufnahme eliminiert man dieses Rauschen. Aus der Sicht der Kalibrierung wird mit dem Dunkelbild jeder Nullpunkt jedes einzelnen Pixels des gesamten Sensors bestimmt.

2. Was bedeutet Vignettierung?
   ➜ Zusätzlich kommt noch die sogenannte Vignettierung hinzu, d.h. die Optik der Kamera übeträgt die Helligkeit nicht gleichmäßig auf den Sensor. Typischerweise findet man eine Abdunkelung des Bildes zu den Rändern hin. Zur Kompensation dieser Effekte nimmt man ein sogenanntes Weißbild auf.
   ➜ Der durch die Optik der Kamera verursachte Helligkeitsabfall zu den Bildrändern hin.

3. Wie findet man die "dead pixels" einer Kamera?
   ➜ Dead Pixels findet man im Weißbild, wo sie als dunkle Punkte auffallen. Je nach Anwendung werden diese Pixelwerte im zu korrigierenden Bild durch Interpolation aus ihren Nachbarwerten ersetzt, so dass sie nicht mehr auffallen.
   ➜ In einem Weißbild zeigen sich "dead pixels" als schwarze Punkte, die man mit einem Schwellenwert finden kann.
   ➜ dead pixels sind durch die Fertigung entstandene, funktionsuntüchtige Pixel. Man erkennt sie im Weißbild als dunkle Punkte. Interpolation = je nach Anwendung werden diese Pixel mit dem Nachbarwert ersetzt bzw. korrigiert.

4. Wie sehen die Fourierkoeffizienten der zweiseitigen trigonometrischen Fourierreihe für x(t) \= a cos(2 omega t) aus?

Fourier-Reihen

➔ Wie unten im Bild links, da Cosinus

$$a_k = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot \cos k\omega_0 t \, dt, \quad b_k = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot \sin k\omega_0 t \, dt.$$

5. Wie viele Terme hat die zweiseitige trigonometrische Fourierreihe von 1 + sin t + 3 cos 2t?

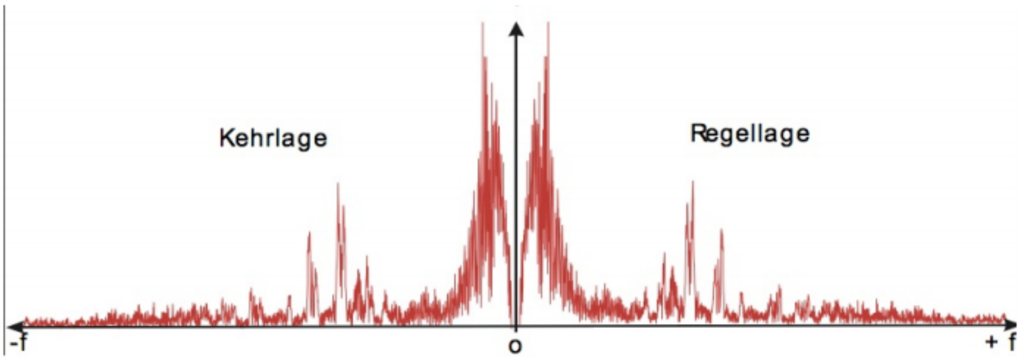
   ➔ 5

6. Welche Symmetrien hat die zweiseitige Fourierreihe?

   ➔ Achsensymmetrisch zu der y-Achse

Zweiseitiges Amplitudenspektrum

Aufgrund dieser Symmetrien ist das **zweiseitige Amplitudenspektrum** $r_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ für positive und negative Frequenzen immer spiegelsymmetrisch zur y-Achse. Die negative Seite des Spektrums heisst daher **Kehrlage**, die positive **Regellage**.



Quelle: Karrenberg, 2012

Achtung: Die Regellage ist nicht identisch zum einseitigen Amplitudenspektrum. Die zweiseitigen Koeffizienten für Frequenzen größer 0 müssen dafür verdoppelt werden.

10 / 29

7. Aus welchen Grundsignalen besteht die komplexe Fourierreihe?

   ➔ Sinus und Cosinus

   ➔ Realteilp bzw. Cos-Anteil der zweiseitigen Fourierreihe. Imaginärteil bzw. Sin-Anteil.

8. Aus welchen Summentermen besteht die harmonische Form der Fourierreihe?

r * cos(k * wt * phi)

Amplitude * cos(k * Kreisfrquenz * Phase)

k = ganzzahlige Vielfache

Periodische Signale mit der Grundfrequenz ω_0 enthalten nur (potentiell unendlich viele) Sinus-Schwingungen, deren Frequenzen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz sind, den **Harmonischen**. Dies führt auf die sog. **harmonische Form der Fourierreihe**:

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} r_k \cos(k \cdot \omega_0 t - \varphi_k).$$

9. Welchen Vorteil hat die trigonometrische Form der Fourierreihe gegenüber der harmonischen Form?
   ➜ Die unbekannten Fourierkoeffizienten können analytisch berechnet werden.
   ➜ Die Phase ist eliminiert. Die Phase wurde durch eine Kombination von Sinus- und Cosinus-Funktion gleicher Frequenz ersetzt
   ➜ Harmonische Form führt zu einer komplizierten nichtlinearen Gleichungssystem

10. Was ist der Unterschied zwischen der Menge der zweidimensionalen Vektoren und den komplexen Zahlen?
    ➜ Zusätzlich zu den Vektoreigenschaften können komplexe Zahlen auch noch miteinander multipliziert und dividiert werden, so dass wieder eine komplexe Zahl herauskommt.

Wiederholung: komplexe Zahlen

- Die komplexe Zahlen $\mathbb{C}$ sind *zweidimensionale Vektoren*. Wie bei jedem Vektor können sie addiert, subtrahiert und mit reellen Zahlen multipliziert werden. Zusätzlich zu den Vektoreigenschaften können sie auch noch miteinander multipliziert und dividiert werden, so dass wieder eine komplexe Zahl herauskommt.
- **Kartesische Form** einer komplexen Zahl: $z = a + bi \quad a, b \in \mathbb{R}$ mit $i = \sqrt{-1}$ und **Realteil** a, **Imaginärteil** b.
- Zwei Zahlen z und z^* sind **komplex konjugiert**, wenn gilt

$$z = a + bi \quad \text{und} \quad z^* = a - bi.$$

- Der **Betrag** einer komplexen Zahl ist definiert als

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{bzw.} \quad |z|^2 = a^2 + b^2 = (a+bi)(a-bi) = z \cdot z^*.$$

- Alle sonstigen Rechenregeln sind wie gewohnt.

14 / 29

11. Was ist der Unterschied zwischen dem Skalarprodukt in einem zweidimensionalen Vektorraum und der Multiplikation zweier komplexer Zahlen?
    ➜ Beim Vektorraum bekommt man als Skalarprodukt eine Zahl zurück. Bei Multiplikation von komplexen Zahlen bekommt man eine komplexe Zahl zurück. Wenn zwei komplexen Zahlen komplex konjugiert sind, dann ist die Multiplikation auch eine Zahl.
    ➜ Bei der komplexen Multiplikation ist das Ergebnis wieder ein zweidimensionale Größe, bei der Skalarmultiplikation ist das Ergebnis eine reelle Zahl.

12. Was ist die Phase einer Sinusschwingung?
    ➜ Die Verschiebung der Schwingung entlang der Zeitachse

13. Was haben komplexe Zahlen mit Sinusschwingungen zu tun?
    ➜ Werden als Schreibweise verwendet
    ➜ Für jede harmonische müssen 2 Koeffizienten berechnet und verwaltet werden, der Cosinus-Anteil ak und der Sinus-Anteil bk. Ziel ist es nun, beide Anteile in einem einheitlichen Term zusammenzufassen.
    ➜ Ermöglicht elegante Darstellung der Fourierreihe
    ➜ Jede komplexe Zahl kann über die Eulerformel als Cosinus und Sinusschwingung dargestellt werden

Komplexe Zahlen und Sinus-Schwingungen

In Vorlesung 4 haben wir gesehen, dass sich ein beliebiges Sinussignal, d.h. eine Linearkombination von Cosinus- und Sinussignalen gleicher Frequenz

$$r\cos(\omega t - \varphi) = A\cos\omega t + B\sin\omega t$$

wie ein zweidimensionaler Vektor verhält, mit dem Cosinusanteil als x-Wert und dem Sinusanteil als y-Wert.

Wie die geometrische Interpretation der komplexen Zahlen und die Eulersche Formel zeigt, kann man genauso gut sagen, dass sich das Sinussignal wie eine komplexe Zahl verhält:

$$r\cos(\omega t - \varphi) = A\,\mathrm{re}\,e^{i\omega t} + B\,\mathrm{im}\,e^{i\omega t}$$

Der Cosinusanteil entspricht hier dem Realteil, der Sinusanteil dem Imaginärteil von $e^{i\omega t}$.

17 / 29

14. Wie berechnet sich die Frequenz einer Sinusschwingung, das aus der Summe einer Sinus- und einer Cosinusfunktion gleicher Frequenz entsteht?
    ➜ Frequenz ändert sich nicht.

15. Was ist ein gerades Signal?
    ➜ Gerade Signale sind achsensymmetrisch zur y-Achse
    ➜ f (−t) = f (t)

16. Was ist eine δ-Impulsfolge? (Auch Dirac-Impuls genannt)
    ➜ Das ist ein Nadel-Impuls, bei der die Impulsbreite gegen 0 geht und die (erste) Nullstelle des Spektrums damit gegen unendlich. Damit besitzt der δ–Impuls ein „unendlich breites Frequenzspektrum“; alle Amplituden besitzen ferner die gleiche Größe!
    ➜ Buch Seite 52 warum Impulsfolge wichtig ist.
    ➜ Dirac-Impuls. Impuls der undendlich steil und hoch ist. Fläche ist konstant bei 1

17. Wie unterscheidet sich das Spektrum periodischer Rechteckimpulse von einer Gauß-Impulsfolge und warum?
    ➜ Eine Gauß-Impulsfolge ändert Sicht langsam
    ➜ Die periodische Rechteckimpulse hat eine wirderholende Nullstelle. Diese hängt vom Tastverhältnis ab. Also wenn t/T = 1/5, dann befindet sich im Spektrum bei allen 5.

Harmonischen, eine Nullstelle

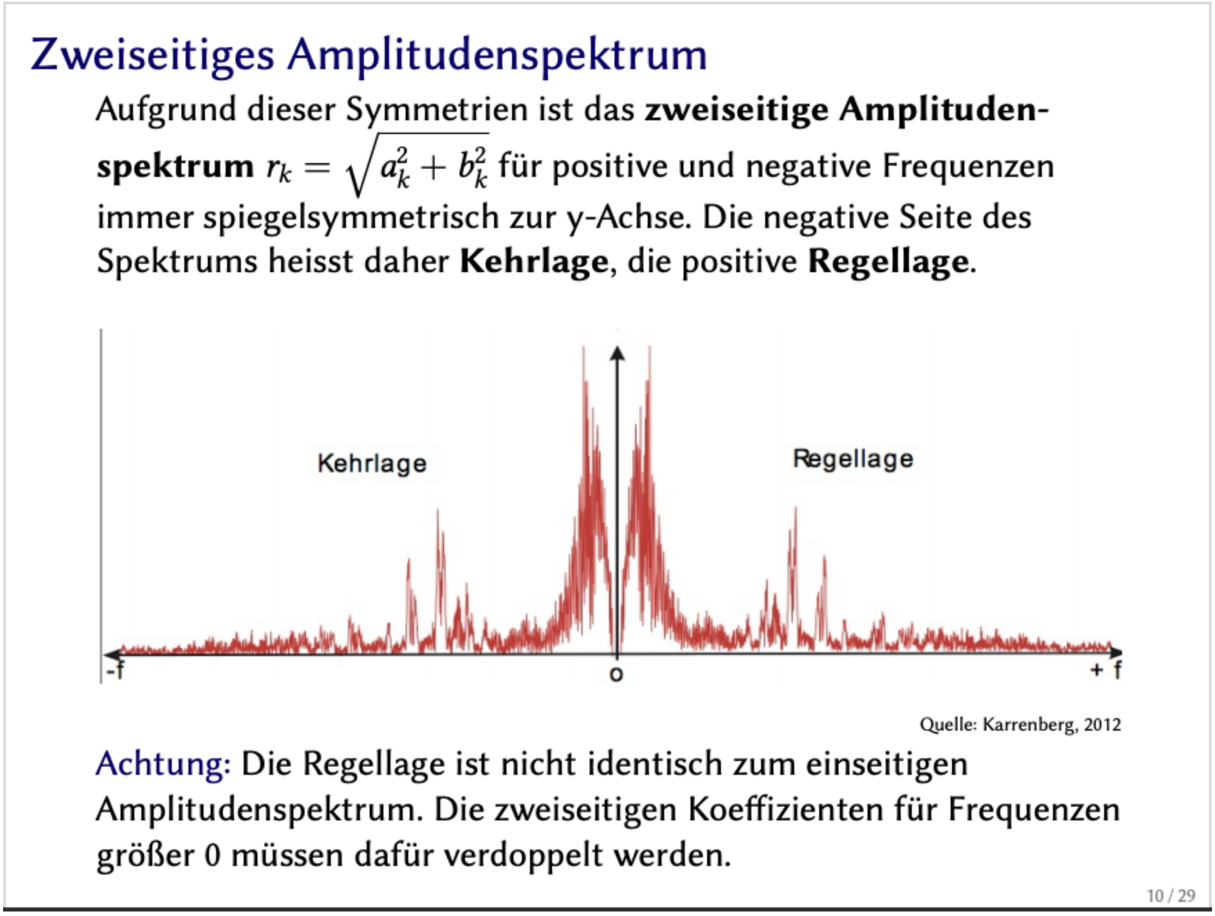
➡ Das Spektrum der periodischen Rechteckimpulse enthält höhere Frequenzen, da es Sprünge im Signal gibt

➡ Periodische Signale besitzen ein Linienspektrum

18. Was ist die Regellage?

➡ Die im positiven Bereich liegende Hälfte eines Tiefpasses wird Regellage genannt. Die im negativen Bereich liegende Hälfte wird als Kehrlage bezeichnet, weil eine Frequenzvertauschung vorliegt.

➡ Die positive Seite des zweiseitigen Amplitudenspektrums ist die Regellage.



19. Welches der unten aufgeführten Signale enthält keine unendlich hohen Frequenzen?

➡ Damit die Frequenz ja unendlich groß wird, muss dafür die Periode gegen null gehen.

➡ Schwingungen/Signale mit Sprüngen (Übergänge in „unendlich kurzer Zeit") enthalten (theoretisch) auch Sinus-Schwingungen unendlich hoher Frequenz.

➡ Die Sägezahn-Schwingungen oder auch die Rechteckschwingungen enthalten Sprünge in „unendlich kurzer Zeit"

➡ Buch Seite 47

➡ enthält ein Signal einen konstanten Bereich, so muss das Spektrum auch unendlich hohe Frequenzen enthalten. Vorlesung 5 Seite 26

20. Wie unterscheiden sich die Spektren von schnell und langsam veränderlichen Signalen?
➔ Langsam veränderlichen Impulse, wie die Gauss-Impulsfolge, können ihr Spektrum keine hohen Frequenzen enthalten.
➔ Die im Spektrum enthaltenen Sinus-Schwingungen hoher Frequenz dienen in der Regel dazu, schnelle Übergänge zu modellieren.

21. Was ist der Unterschied zwischen "hotpixels" und "stuckpixels"?
➔ "stuckpixels" haben immer den Maximalwert, während "hotpixels" erst mit einer längeren Belichtungszeit in die Sättigung gehen.

22. Was ist der Unterschied zwischen einer Frequenz und Kreisfrequenz?
➔ Die Frequenz misst die Anzahl der Schwingungen in einem Zeitraum, die Kreisfrequenz die Anzahl der Umdrehungen in einem Zeitraum

23. Was ist der Betrag von 2-2i?
➔ (2-2i) * (2+2i) = 4 - 4*-1 = 8 => Betrag = sqrt(8)

24. Warum sind komplexe Zahlen wichtig in der Signalverarbeitung?
➔ Weil sich damit über die Eulerformel kombinierte Sinus-und Cosinussignale besonders einfach beschreiben lassen.

25. Was bedeutet der k-te Fourierkoeffizient?
➔ Er gibt an, wie groß der Anteil der k-ten Harmonischen in einem periodischen Signal ist.

26. Was haben Cosinus und Sinus mit zweidimensionalen Vektoren gemeinsam?
➔ Die Addition: der Sinusteil verhält sich wie die y-Komponente, der Cosinusanteil wie die x-Komponente

27. Wo ist die Differenz zwischen einem Signal und seiner Fourierreihe am größten, wenn man nur die ersten Terme der Reihe beibehält und alle höheren Terme weg lässt? (Summenkurve)
➔ An den schnellsten Übergängen und an Sprüngen des Signals

28. Welche Kreisfrequenz hat die 3. Harmonische einer Fourierreihe mit der Grundperiode 4Pi?
➔ Meine Lösung: (1 / 4pi) * 2pi * 3 = 1.5

29. Welche Periode und Grundfrequenz hat das Signal f(t) = cos(5t + Pi) ?
➔ periode = 2pi / 5

➔ $(5/2\pi) * 2\pi = 5$