

Aufgabe 2.1

Die Abbildung zeigt drei 3D-KS'e A, B und C.

- a) Geben Sie die folgenden homogenen Transformationsmatrizen an:

$$\mathbf{T}_B^A, \mathbf{T}_C^B, \mathbf{T}_C^A$$

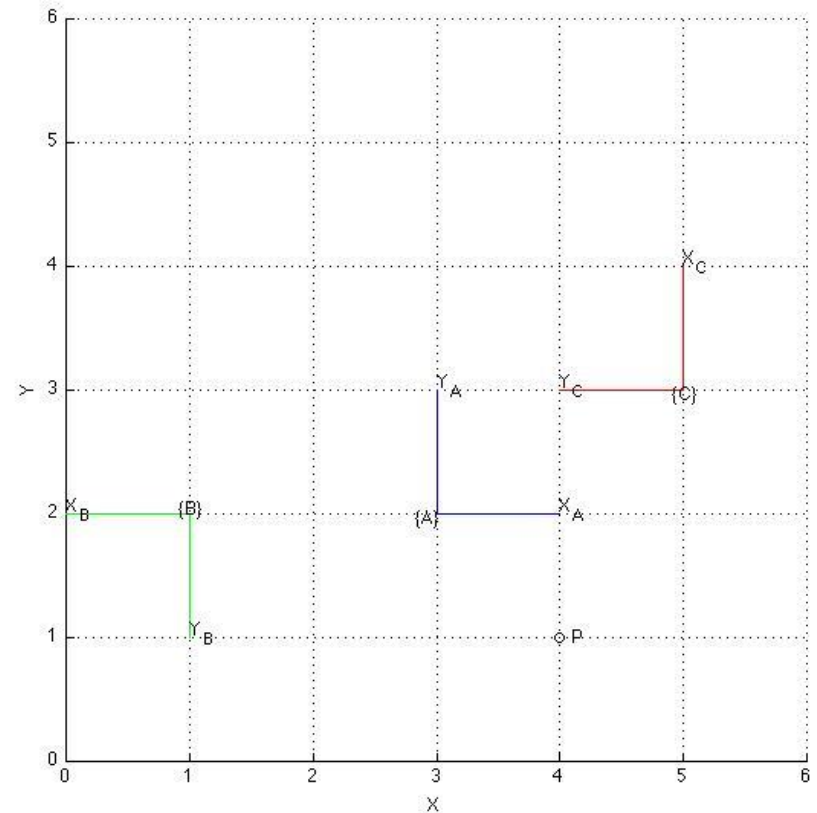
- b) Prüfen Sie durch Nachrechnen:

$$\mathbf{T}_C^A = \mathbf{T}_B^A \mathbf{T}_C^B$$

- c) Prüfen Sie durch Nachrechnen:

$$\mathbf{T}_A^C = (\mathbf{T}_C^A)^{-1}$$

- d) Führen Sie für den Punkt P einen Koordinatenwechsel von B nach A durch.

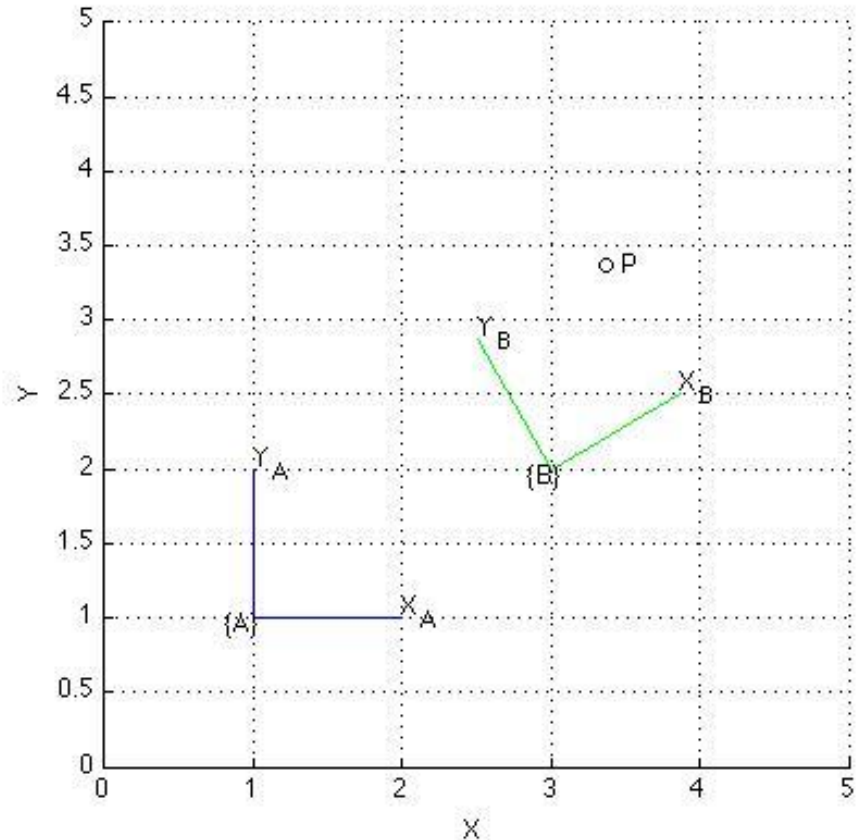


Die z-Achsen sind nicht eingezeichnet und ragen aus dem Bild heraus.

Aufgabe 2.2

Gegeben seien ein raumfestes, globales KS O und zwei transformierte KSe A und B, wobei B um $\theta = 30^\circ$ gedreht ist. Die KS'e seien 2-dimensional.

- a) Geben Sie die homogenen Transformationsmatrizen \mathbf{T}_A^O und \mathbf{T}_B^O an.
- b) Führen Sie für den Punkt P mit $\mathbf{p}^B = (1,1)$ einen Koordinatentransformation nach O durch.
- c) Wie lässt sich \mathbf{T}_B^A aus \mathbf{T}_A^O und \mathbf{T}_B^O bestimmen?
- d) Bestimmen Sie \mathbf{p}^A .
- e) Was ergibt sich durch $\mathbf{T}_B^A \mathbf{p}^A$?



Aufgabe 2.3

Gegeben sei eine 3D-Rotationsmatrix:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}$$

Rotationsmatrix, die sich im yaw-pitch-roll-Drehsystem ergibt (s. S. 2-21):

$$\mathbf{R}(zy'x'', \psi, \theta, \phi)$$

$$= \mathbf{R}(z, \psi) * \mathbf{R}(y, \theta) * \mathbf{R}(x, \phi)$$

$$= \begin{pmatrix} C\psi C\theta & C\psi S\theta S\phi - S\psi C\phi & C\psi S\theta C\phi + S\psi S\phi \\ S\psi C\theta & S\psi S\theta S\phi + C\psi C\phi & S\psi S\theta C\phi - C\psi S\phi \\ -S\theta & C\theta S\phi & C\theta C\phi \end{pmatrix}$$

mit $C = \cos$
und $S = \sin$

Geben Sie die drei Euler-Drehwinkel ψ, θ, ϕ an.

Aufgabe 2.4

Ein Roboter befindet sich im KS O an der Position (x_R, y_R) mit der Ausrichtung θ .

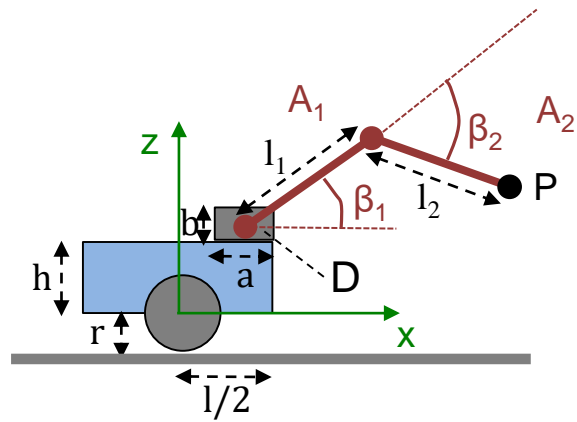
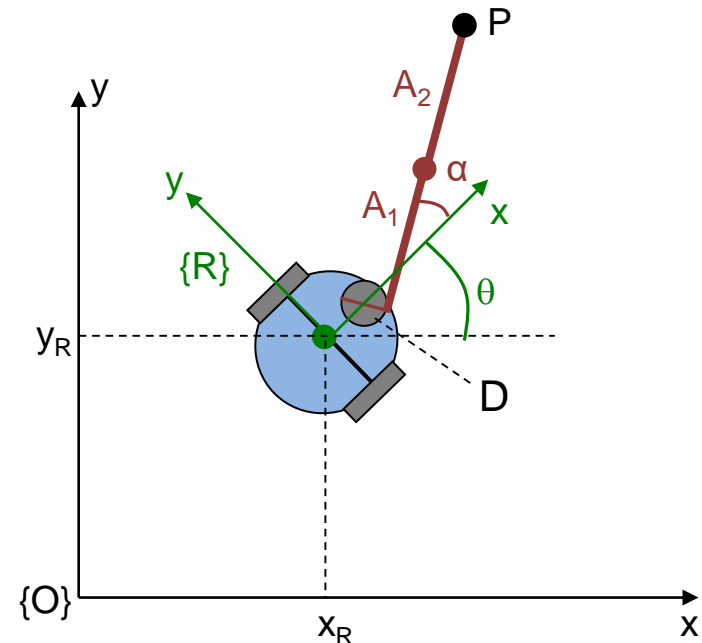
Der Roboter hat die Länge l und die Höhe h (ohne Räder). Der Radius der Räder ist r .

Ein Roboterarm ist über einen Drehteller D auf dem Roboter fixiert. Der Roboterarm ist in z-Richtung um α geschwenkt. D hat den Durchmesser a und die Höhe b .

Der Roboterarm besteht aus den Teilen A_1 und A_2 mit den Längen l_1 und l_2 . Die Arme sind jeweils um β_1 bzw. β_2 geneigt. A_1 ist auf dem Drehteller D seitlich drehbar gelagert.

Legen Sie KS'e für den Roboterarm nach der DH-Konvention fest.

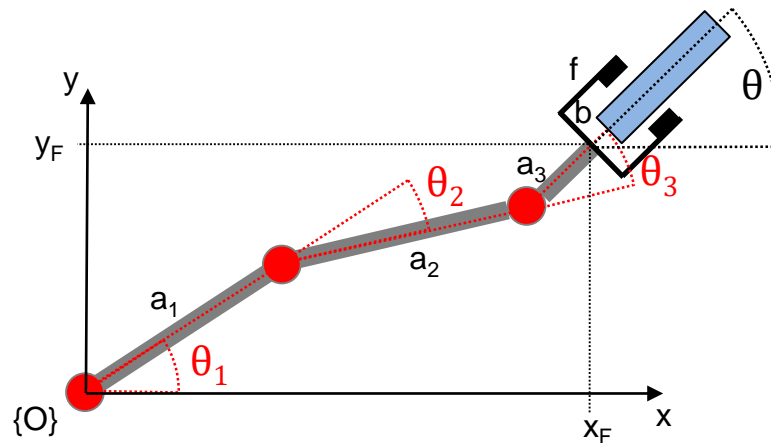
Geben Sie die Transformationsmatrix T an, mit der die Position $\mathbf{p}^0 = (x_p, y_p, z_p)$ der Armspitze P im globalen KS O berechnet werden kann.



Seitenansicht mit $\alpha = 0^\circ$

Aufgabe 2.5

- Die Abb. zeigt in der Draufsicht einen 3-DOF-Arm-Roboter mit einem Greifer und insgesamt 3 Drehgelenken (rot). Der erste Arm mit der Länge a_1 ist drehbar auf einem Tisch fixiert. Am zweiten Arm mit der Länge a_2 ist ein Greifer über ein Armstück der Länge a_3 montiert. Der Greifer besteht aus zwei Fingern der Länge f .



- Vorwärtskinematik:**
Führen Sie 2D-KS'e ein und schreiben Sie eine Funktion, die aus den Drehwinkeln der Gelenke θ_1 , θ_2 und θ_3 die Position (x_F, y_F) und Ausrichtung θ des Greifers berechnet.
- Inverse Kinematik:**
Schreiben Sie eine Funktion, die aus der Position (x_F, y_F) und der Ausrichtung θ des Greifers die drei Drehwinkel der Gelenke berechnet.