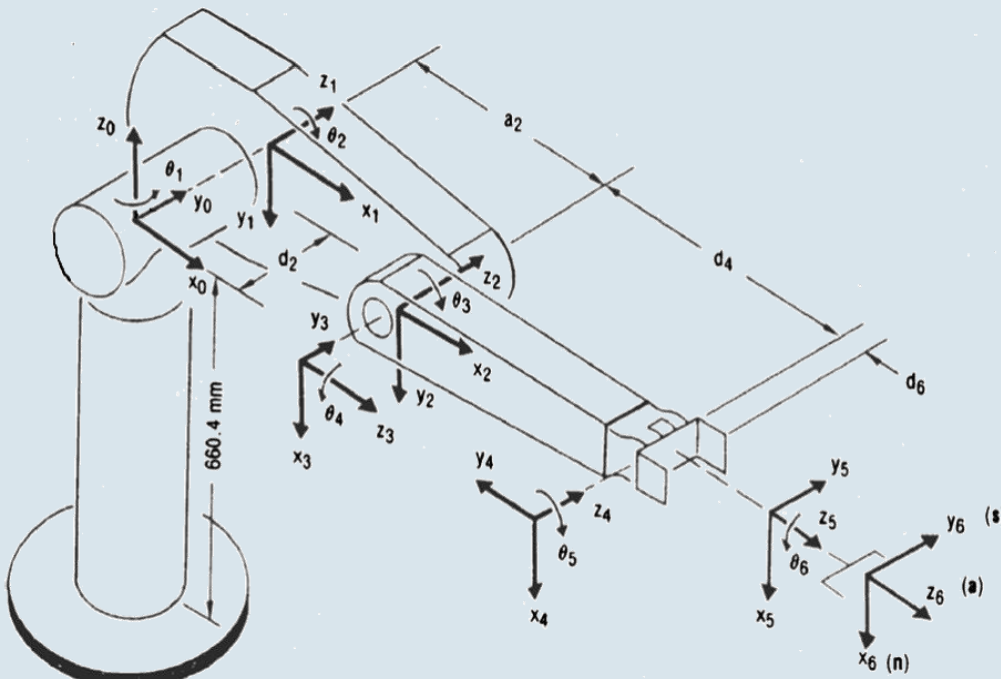


## Mobile Roboter WS 2022/23

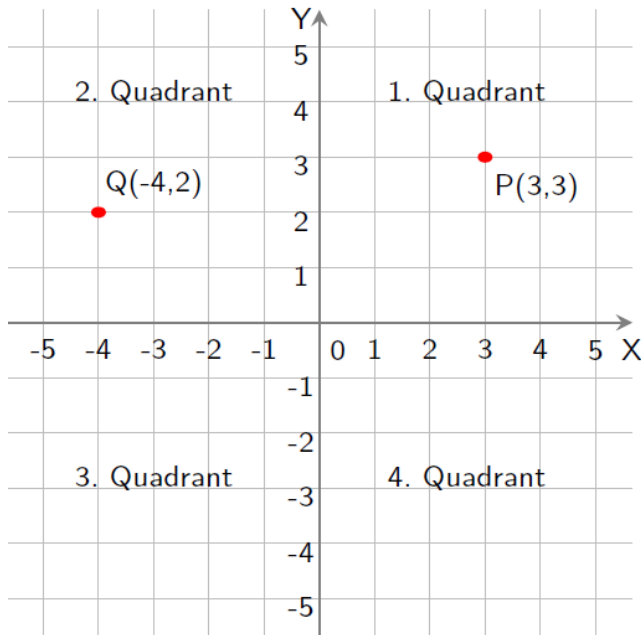
# 2. Position und Orientierung

## DH- Parameter Beispiel



# Einschub Polarkoordinaten

## Kartesische Koordinaten 2D

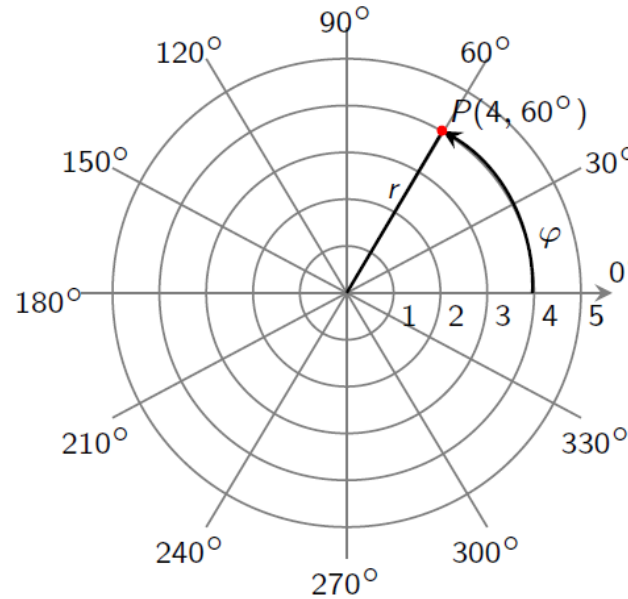


- Umrechnung in Polarkoordinaten

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \text{atan2}(y, x)$$

## Polarkoordinaten 2D



- Umrechnung in kartesische Koordinaten

$$x = r \cdot \cos \varphi$$

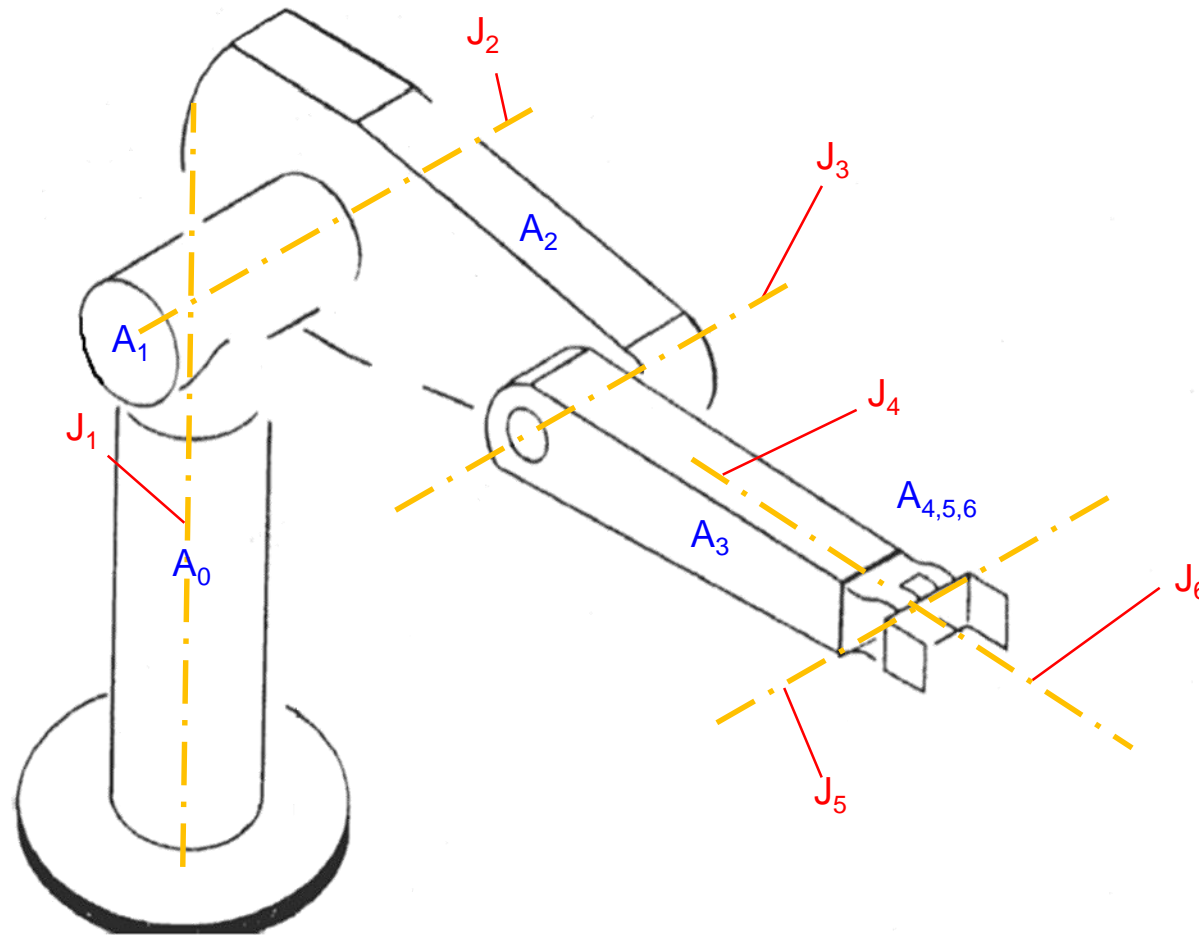
$$y = r \cdot \sin \varphi$$

## Bestimmung des Winkels $\varphi$

- Für  $r=0$  ist der Winkel  $\varphi$  nicht eindeutig bestimmt. Um dennoch mit  $r=0$  arbeiten zu können definieren wir für diesen Fall  $\varphi = 0$ .
- Der Winkel für  $\varphi$  muss für alle Anwendungen normiert werden. Wir wählen das Intervall  $[0, 2\pi)$ . Alternativ könnte auch ein Intervall von  $(-\pi, \pi]$  verwendet werden.
- Fallunterscheidung für  $\arctan$  ( $\text{atan2}$ )

$$\varphi = \begin{cases} \arctan \frac{y}{x} & \text{für } x > 0, y \geq 0 \\ \arctan \frac{y}{x} + 2\pi & \text{für } x > 0, y < 0 \\ \arctan \frac{y}{x} + \pi & \text{für } x < 0 \\ \pi/2 & \text{für } x = 0, y > 0 \\ 3\pi/2 & \text{für } x = 0, y < 0 \end{cases}$$

# Koordinatensysteme nach DH-Konvention für Puma 560

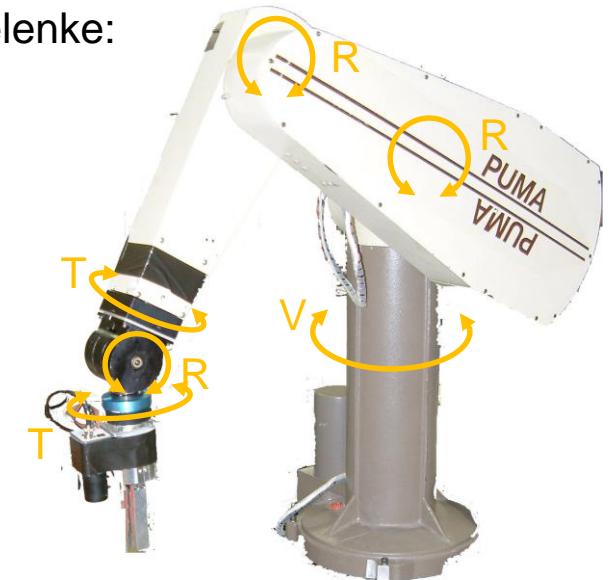


- Gelenke (joints) und Arme (links) sind nummeriert:  $J_1, J_2, \dots, J_n$  und  $A_0, A_1, \dots, A_n$ .
- Gelenk  $J_i$  verbindet Arm  $A_{i-1}$  und  $A_i$ .

Puma 560 hat 6 Drehgelenke:

VRR – TRT  
└─┘ └─┘  
Arm Handgelenk

V = Revolvergelenk  
R = Rotationsgelenk  
T = Torsionsgelenk



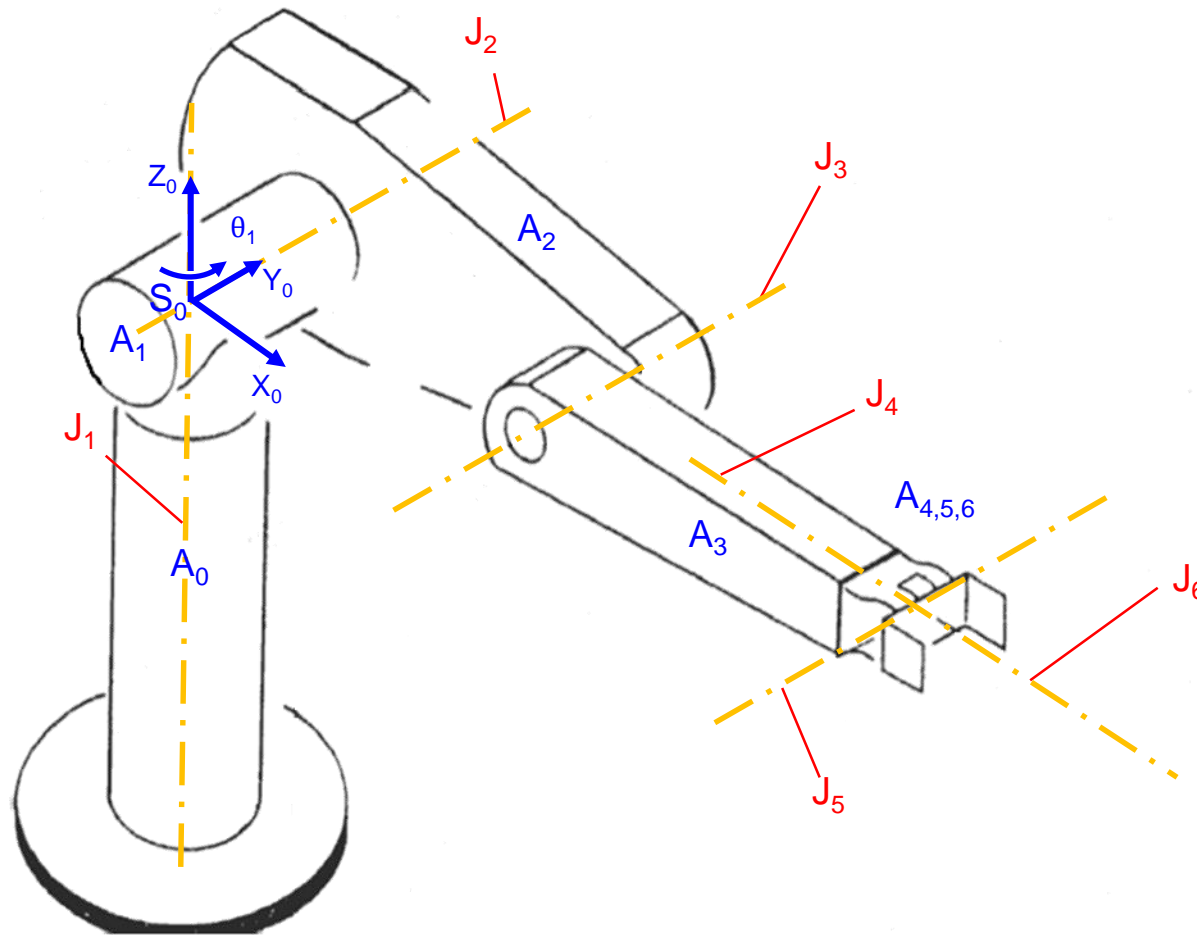
[leicht verändert aus Fahmy und Gahny, Neuro-fuzzy inverse model control structure of robotic manipulators utilized for physiotherapy applications, 2013.]

Animation des Puma 560

[https://www.youtube.com/watch?v=ArzP7rh4\\_9Q](https://www.youtube.com/watch?v=ArzP7rh4_9Q) <https://www.youtube.com/watch?v=tjOhGqOHfhg>

gruju.blogspot.com; 2016

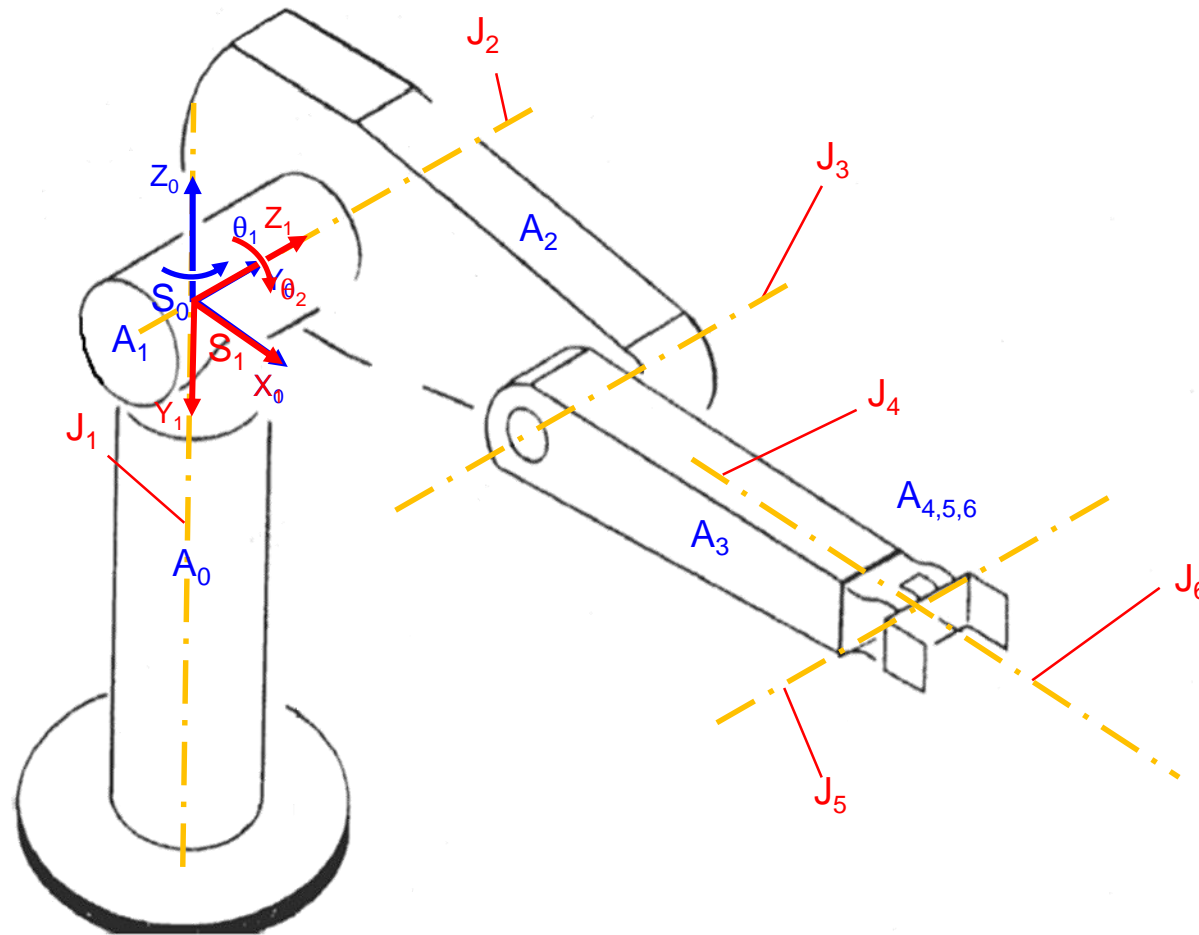
# Koordinatensysteme nach DH-Konvention für Puma 560



- Die Lage der x,y-Achsen von  $S_0$  können frei gewählt werden; beachte dass die  $Z_0$ -Achse entlang der Bewegungsachse des Gelenks  $J_1$  gelegt werden muss

[leicht verändert aus Fahmy und Gahny, Neuro-fuzzy inverse model control structure of robotic manipulators utilized for physiotherapy applications, 2013.]

# Koordinatensysteme nach DH-Konvention für Puma 560



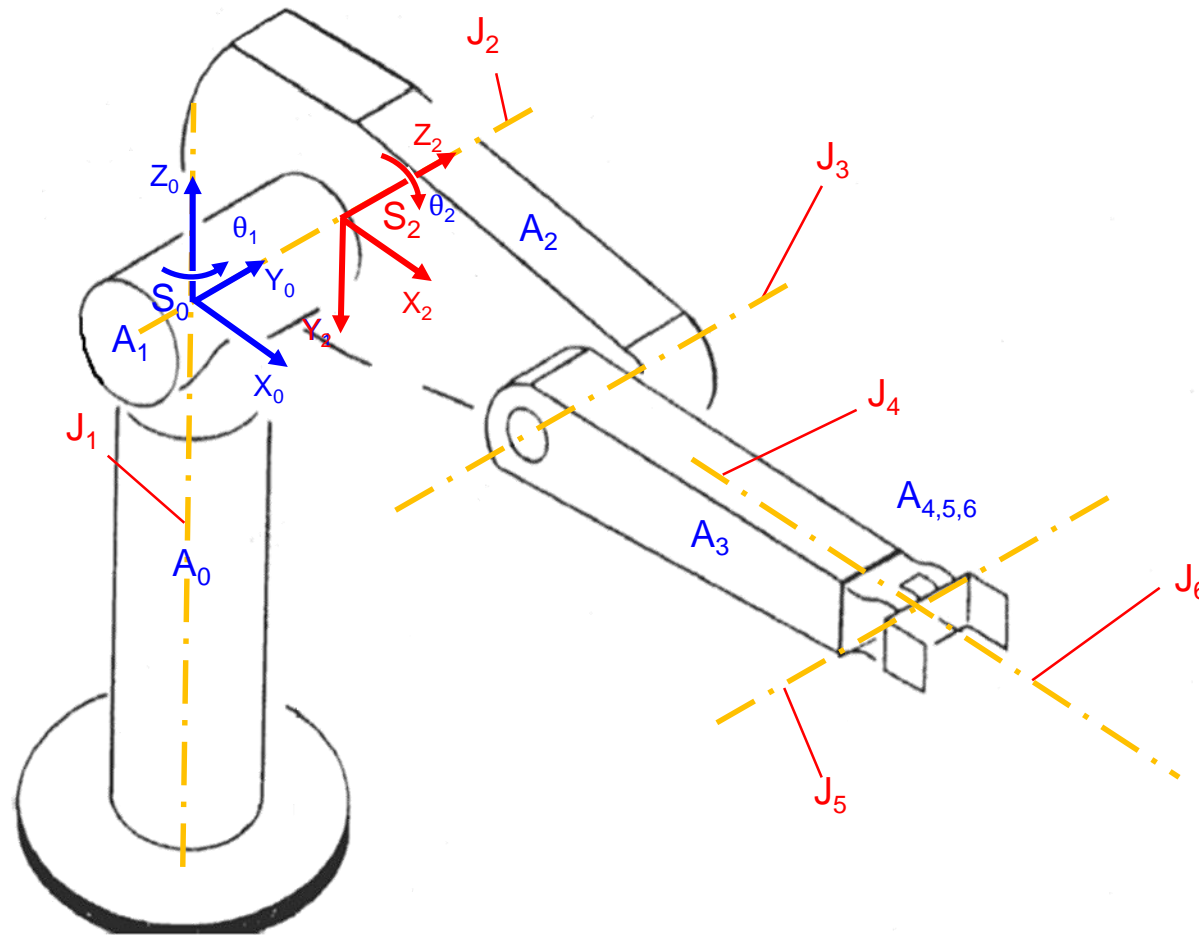
1. verschiebe entlang der  $Z_{i-1}$ -Achse um  $d_i$
2. drehe um  $Z_{i-1}$ -Achse um  $\theta_i$  drehe (um rechten Winkel zwischen  $x_i$  und Gelenkachse (Joint) herzustellen)
3. verschiebe entlang der neuen  $X_i$ -Achse um  $a_i$
4. Drehung um die neue  $X_i$ -Achse um  $\alpha_i$

i	$\alpha_i$	$a_i$ [m]	$d_i$ [m]	$\theta_i$	$\theta_i$ im Bild
1	-90°	0	0	-160°... +160°	0°

$$\mathbf{T}_i^{i-1} = \mathbf{Tl}(0,0,d_i) * \mathbf{R}(z, \theta_i) * \mathbf{Tl}(a_i,0,0) * \mathbf{R}(x, \alpha_i)$$

[leicht verändert aus Fahmy und Gahny, Neuro-fuzzy inverse model control structure of robotic manipulators utilized for physiotherapy applications, 2013.]

# Koordinatensysteme nach DH-Konvention für Puma 560



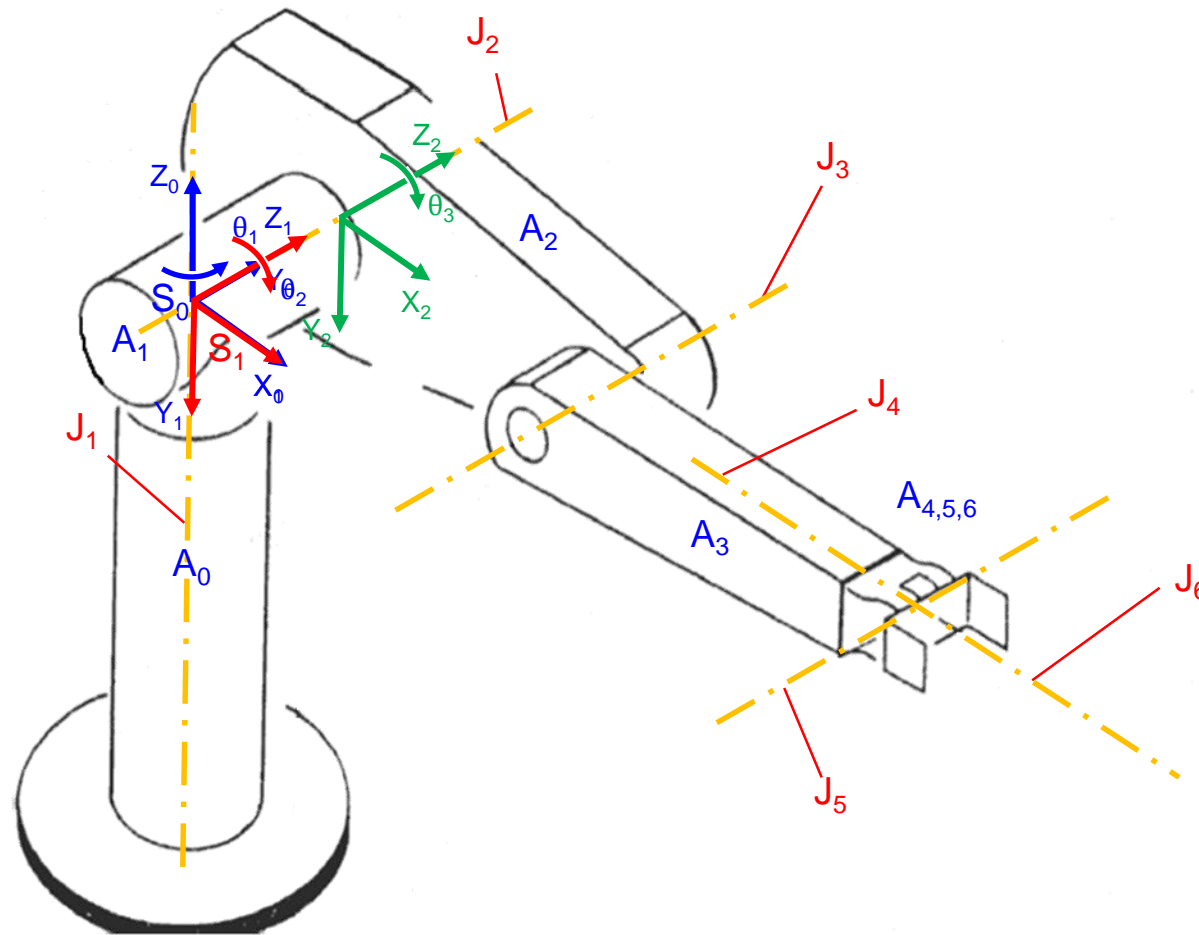
1. verschiebe entlang der  $Z_{i-1}$ -Achse um  $d_i$
2. drehe um  $Z_{i-1}$ -Achse um  $\theta_i$  drehe (um rechten Winkel zwischen  $x_i$  und Gelenkachse (Joint) herzustellen)
3. verschiebe entlang der neuen  $X_i$ -Achse um  $a_i$
4. Drehung um die neue  $X_i$ -Achse um  $\alpha_i$

i	$\alpha_i$	$a_i$ [m]	$d_i$ [m]	$\theta_i$	$\theta_i$ im Bild
1	-90°	0	0	-160°... +160°	0°
2	0°	0.43	0.15	-225°... +45°	0°

$$\mathbf{T}_i^{i-1} = \mathbf{Tl}(0,0,d_i) * \mathbf{R}(z, \theta_i) * \mathbf{Tl}(a_i,0,0) * \mathbf{R}(x, \alpha_i)$$

[leicht verändert aus Fahmy und Gahny, Neuro-fuzzy inverse model control structure of robotic manipulators utilized for physiotherapy applications, 2013.]

# Koordinatensysteme nach DH-Konvention für Puma 560



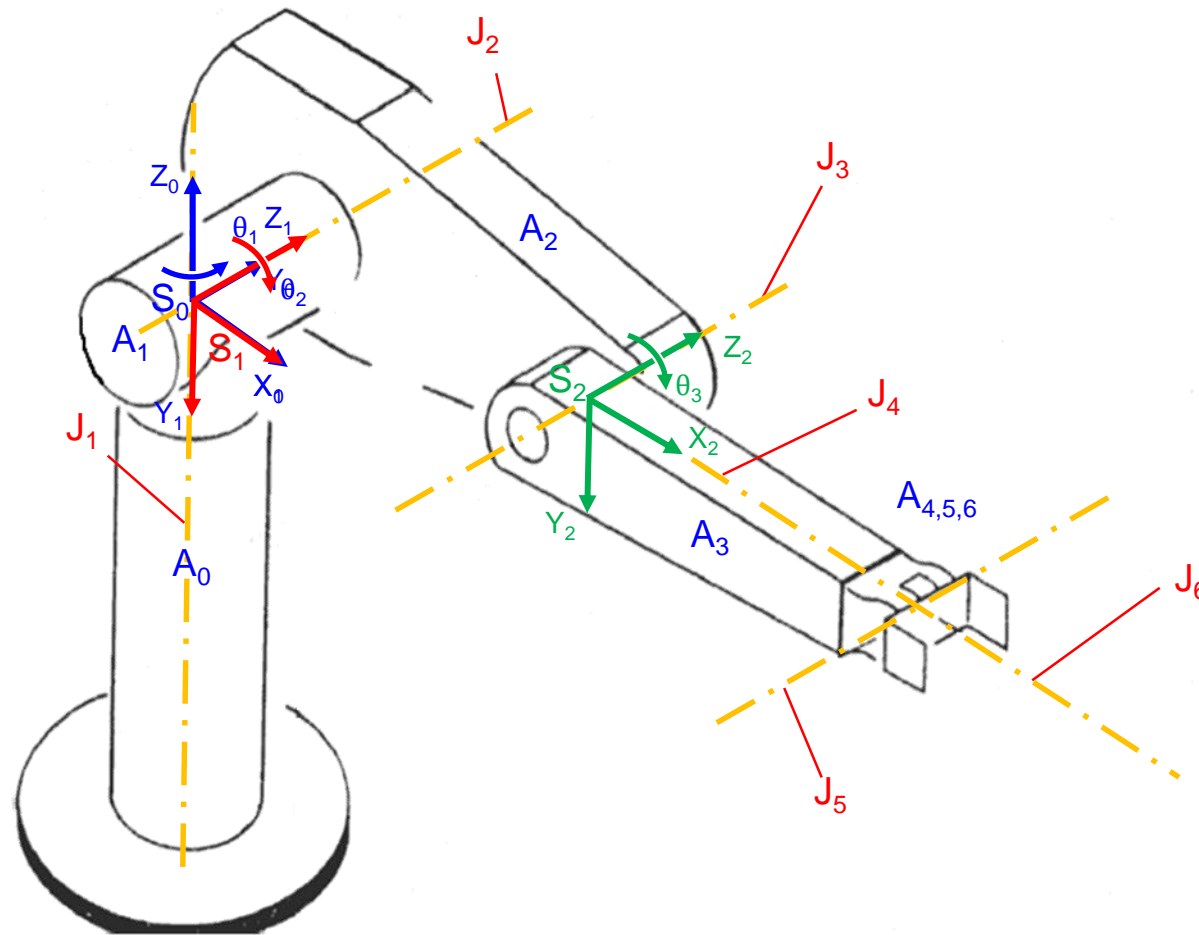
1. verschiebe entlang der  $Z_{i-1}$ -Achse um  $d_i$
2. drehe um  $Z_{i-1}$ -Achse um  $\theta_i$  drehe (um rechten Winkel zwischen  $x_i$  und Gelenkachse (Joint) herzustellen)
3. verschiebe entlang der neuen  $X_i$ -Achse um  $a_i$
4. Drehung um die neue  $X_i$ -Achse um  $\alpha_i$

i	$\alpha_i$	$a_i$ [m]	$d_i$ [m]	$\theta_i$	$\theta_i$ im Bild
1	-90°	0	0	-160°... +160°	0°
2	0°	0.43	0.15	-225°... +45°	0°

$$\mathbf{T}_i^{i-1} = \mathbf{Tl}(0,0,d_i) * \mathbf{R}(z, \theta_i) * \mathbf{Tl}(a_i,0,0) * \mathbf{R}(x, \alpha_i)$$

[leicht verändert aus Fahmy und Gahny, Neuro-fuzzy inverse model control structure of robotic manipulators utilized for physiotherapy applications, 2013.]

# Koordinatensysteme nach DH-Konvention für Puma 560



1. verschiebe entlang der  $Z_{i-1}$ -Achse um  $d_i$
2. drehe um  $Z_{i-1}$ -Achse um  $\theta_i$  drehe (um rechten Winkel zwischen  $x_i$  und Gelenkachse (Joint) herzustellen)
3. verschiebe entlang der neuen  $X_i$ -Achse um  $a_i$
4. Drehung um die neue  $X_i$ -Achse um  $\alpha_i$

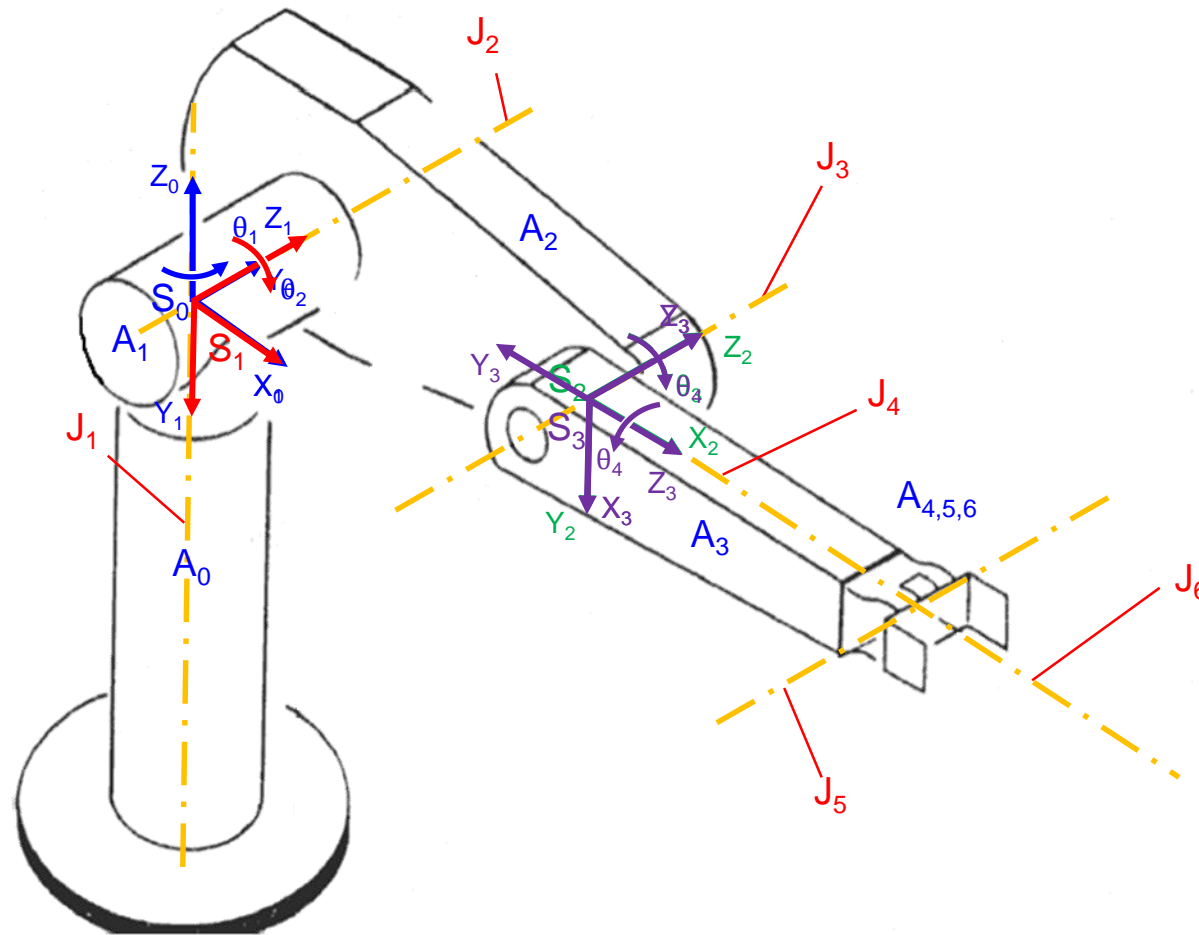
i	$\alpha_i$	$a_i$ [m]	$d_i$ [m]	$\theta_i$	$\theta_i$ im Bild
1	-90°	0	0	-160°... +160°	0°
2	0°	0.43	0.15	-225°... +45°	0°

$$\mathbf{T}_i^{i-1} = \mathbf{Tl}(0,0,d_i) * \mathbf{R}(z, \theta_i) * \mathbf{Tl}(a_i,0,0) * \mathbf{R}(x, \alpha_i)$$

[leicht verändert aus Fahmy und Gahny, Neuro-fuzzy inverse model control structure of robotic manipulators utilized for physiotherapy applications, 2013.]



# Koordinatensysteme nach DH-Konvention für Puma 560



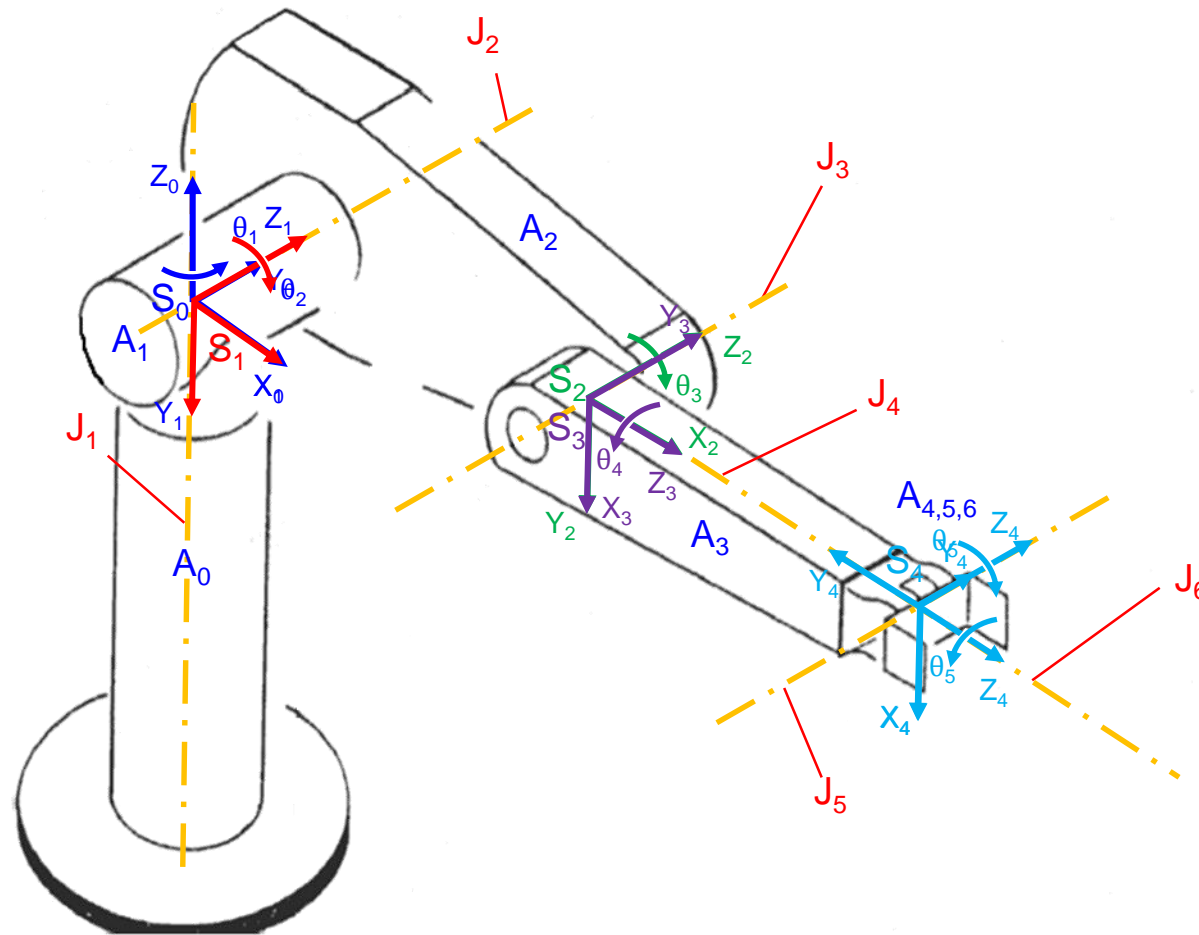
1. verschiebe entlang der  $Z_{i-1}$ -Achse um  $d_i$
2. drehe um  $Z_{i-1}$ -Achse um  $\theta_i$  drehe (um rechten Winkel zwischen  $x_i$  und Gelenkachse (Joint) herzustellen)
3. verschiebe entlang der neuen  $X_i$ -Achse um  $a_i$
4. Drehung um die neue  $X_i$ -Achse um  $\alpha_i$

i	$\alpha_i$	$a_i$ [m]	$d_i$ [m]	$\theta_i$	$\theta_i$ im Bild
1	-90°	0	0	-160°... +160°	0°
2	0°	0.43	0.15	-225°... +45°	0°
3	90°	0	0	-45°... +225°	90°

$$T_i^{i-1} = Tl(0,0,d_i) * R(z, \theta_i) * Tl(a_i,0,0) * R(x, \alpha_i)$$

[leicht verändert aus Fahmy und Gahny, Neuro-fuzzy inverse model control structure of robotic manipulators utilized for physiotherapy applications, 2013.]

# Koordinatensysteme nach DH-Konvention für Puma 560



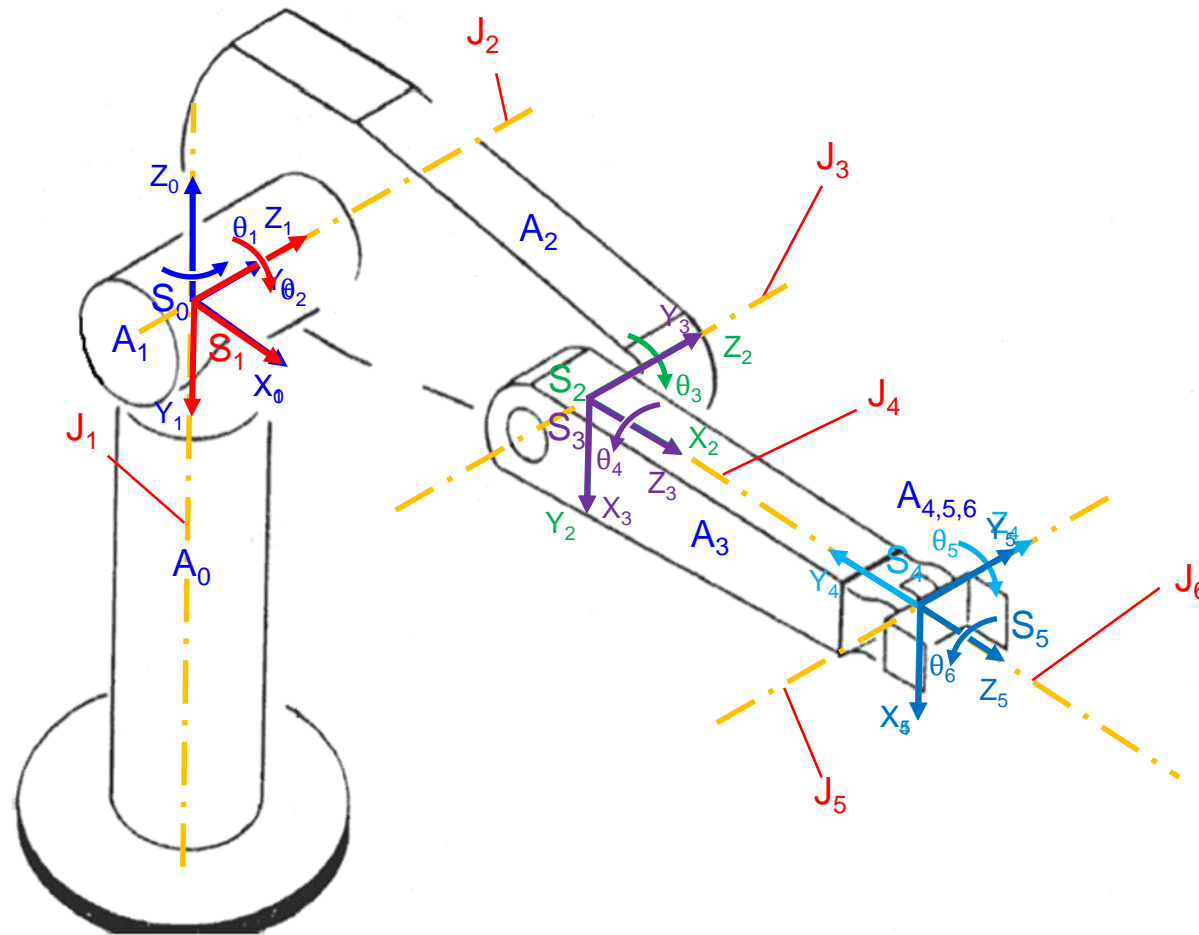
1. verschiebe entlang der  $Z_{i-1}$ -Achse um  $d_i$
2. drehe um  $Z_{i-1}$ -Achse um  $\theta_i$  drehe (um rechten Winkel zwischen  $x_i$  und Gelenkachse (Joint) herzustellen)
3. verschiebe entlang der neuen  $X_i$ -Achse um  $a_i$
4. Drehung um die neue  $X_i$ -Achse um  $\alpha_i$

i	$\alpha_i$	$a_i$ [m]	$d_i$ [m]	$\theta_i$	$\theta_i$ im Bild
1	-90°	0	0	-160°... +160°	0°
2	0°	0.43	0.15	-225°... +45°	0°
3	90°	0	0	-45°... +225°	90°
4	-90°	0	0.43	-110°... +170°	0°

$$\mathbf{T}_i^{i-1} = \mathbf{Tl}(0,0,d_i) * \mathbf{R}(z, \theta_i) * \mathbf{Tl}(a_i,0,0) * \mathbf{R}(x, \alpha_i)$$

[leicht verändert aus Fahmy und Gahny, Neuro-fuzzy inverse model control structure of robotic manipulators utilized for physiotherapy applications, 2013.]

# Koordinatensysteme nach DH-Konvention für Puma 560



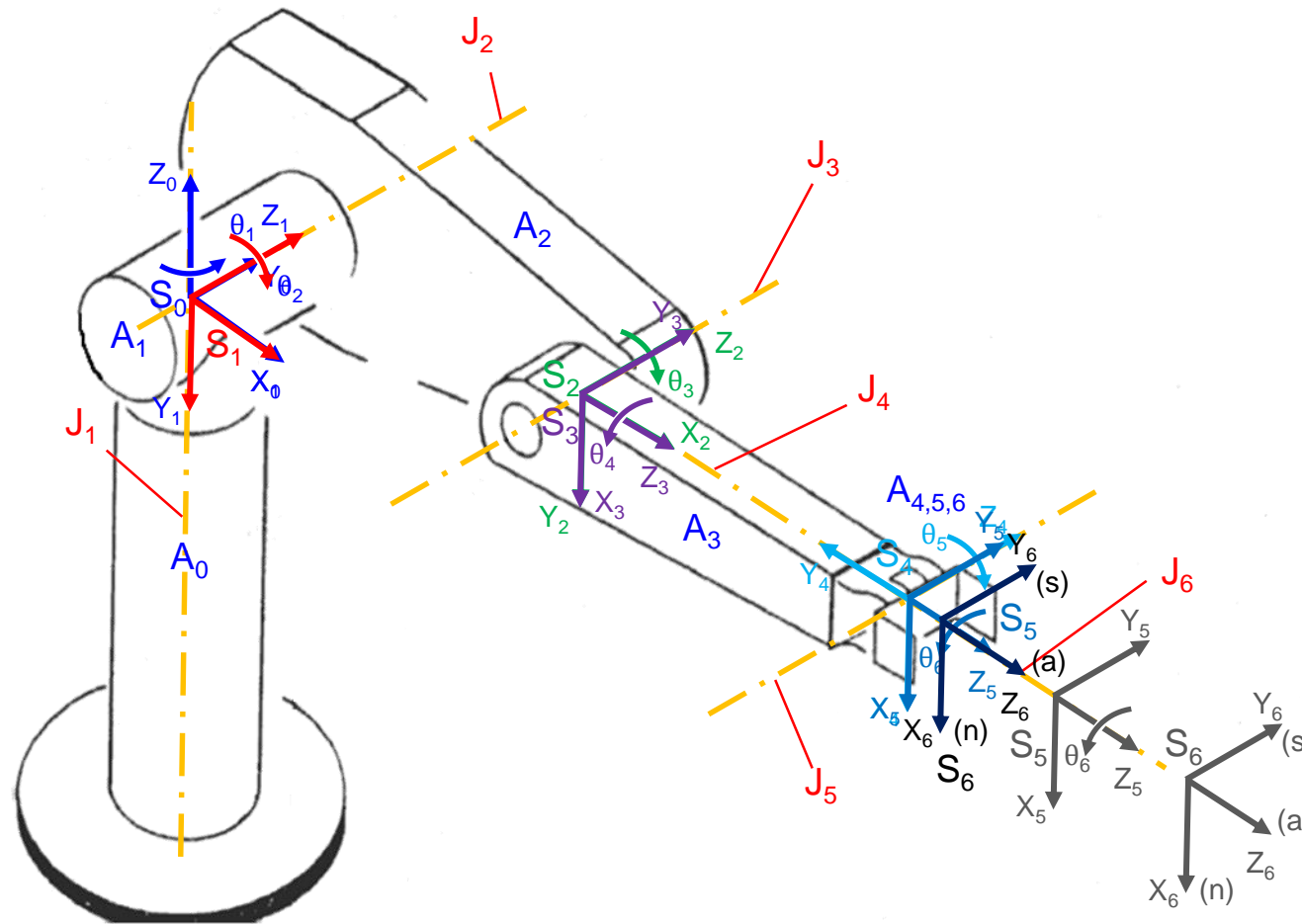
1. verschiebe entlang der  $Z_{i-1}$ -Achse um  $d_i$
2. drehe um  $Z_{i-1}$ -Achse um  $\theta_i$  drehe (um rechten Winkel zwischen  $x_i$  und Gelenkachse (Joint) herzustellen)
3. verschiebe entlang der neuen  $X_i$ -Achse um  $a_i$
4. Drehung um die neue  $X_i$ -Achse um  $\alpha_i$

i	$\alpha_i$	$a_i$ [m]	$d_i$ [m]	$\theta_i$	$\theta_i$ im Bild
1	-90°	0	0	-160°... +160°	0°
2	0°	0.43	0.15	-225°... +45°	0°
3	90°	0	0	-45°... +225°	90°
4	-90°	0	0.43	-110°... +170°	0°
5	90°	0	0	-100°... +100°	0°

$$T_i^{i-1} = Tl(0,0,d_i) * R(z, \theta_i) * Tl(a_i,0,0) * R(x, \alpha_i)$$

[leicht verändert aus Fahmy und Gahny, Neuro-fuzzy inverse model control structure of robotic manipulators utilized for physiotherapy applications, 2013.]

# Koordinatensysteme nach DH-Konvention für Puma 560



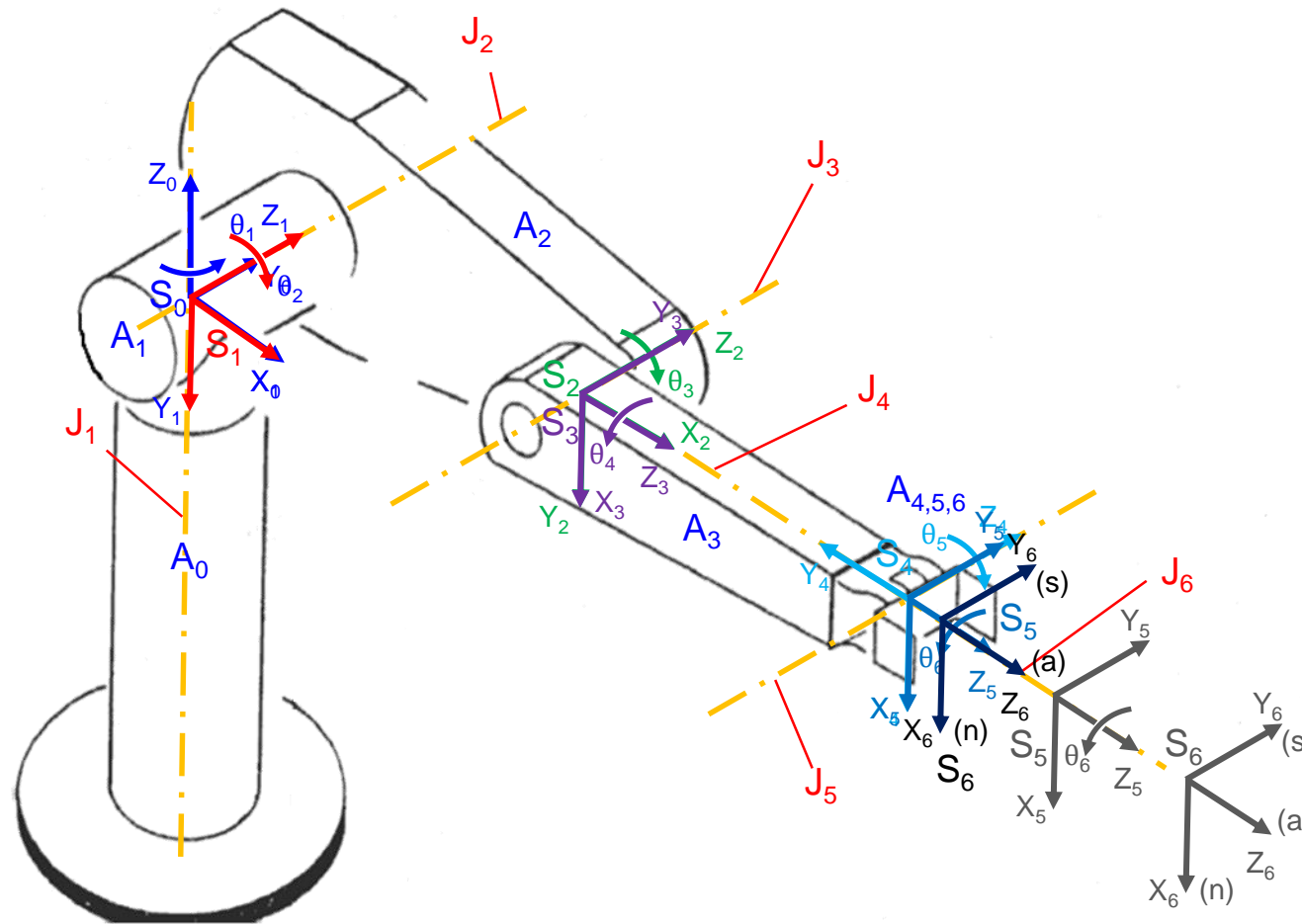
1. verschiebe entlang der  $Z_{i-1}$ -Achse um  $d_i$
2. drehe um  $Z_{i-1}$ -Achse um  $\theta_i$  drehe (um rechten Winkel zwischen  $x_i$  und Gelenkachse (Joint) herzustellen)
3. verschiebe entlang der neuen  $X_i$ -Achse um  $a_i$
4. Drehung um die neue  $X_i$ -Achse um  $\alpha_i$

i	$\alpha_i$	$a_i$ [m]	$d_i$ [m]	$\theta_i$	$\theta_i$ im Bild
1	-90°	0	0	-160°... +160°	0°
2	0°	0.43	0.15	-225°... +45°	0°
3	90°	0	0	-45°... +225°	90°
4	-90°	0	0.43	-110°... +170°	0°
5	90°	0	0	-100°... +100°	0°
6	0°	0	0.06	-266°... +266°	0°

$$T_i^{i-1} = Tl(0,0,d_i) * R(z, \theta_i) * Tl(a_i,0,0) * R(x, \alpha_i)$$

[leicht verändert aus Fahmy und Gahny, Neuro-fuzzy inverse model control structure of robotic manipulators utilized for physiotherapy applications, 2013.]

# Koordinatensysteme nach DH-Konvention für Puma 560



1. verschiebe entlang der  $Z_{i-1}$ -Achse um  $d_i$
  2. drehe um  $Z_{i-1}$ -Achse um  $\theta_i$  drehe (um rechten Winkel zwischen  $x_i$  und Gelenkachse (Joint) herzustellen)
  3. verschiebe entlang der neuen  $X_i$ -Achse um  $a_i$
  4. Drehung um die neue  $X_i$ -Achse um  $\alpha_i$
- Das KS  $S_6$  ist hier auch gleichzeitig das Endeffektor-KS mit den Achsen nsa:
    - $a$  = approach vector
    - $s$  = sliding vector
    - $n$  = normal vector

[leicht verändert aus Fahmy und Gahny, Neuro-fuzzy inverse model control structure of robotic manipulators utilized for physiotherapy applications, 2013.]