

Farben verwenden!

Ich bin eine Tafel

Alphabete!

$$\Sigma = \{\alpha, 1, \epsilon, \cdot\}$$

$$\pi = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$$

$$\Gamma = \mathbb{N}$$

$$\Phi = \{\vdash, \perp\}$$

1 2 3 4 5

$$\pi^0 = \{\epsilon\}$$

$$\pi^1 =$$

$$\pi^2 = \{01, 02, \dots\}$$

$$\pi^* =$$

Worte aus

$$\Sigma^* \quad \alpha 1 \epsilon \cdot$$

$$\pi^* \quad 12 21$$

$$\Gamma^* \quad (44$$

$$\Phi^* \quad \vdash \vdash, \vdash$$

$$\alpha 1 \epsilon \cdot 1 \epsilon$$

$$56 94 101$$

$$879 107)$$

$$\wedge \wedge \wedge$$

Formale Sprachen?

$$L = \{\alpha 1, \alpha 0, \epsilon \cdot\} \subseteq \Sigma^*$$

$$M = \{1\epsilon, 1\alpha, \dots\} \subseteq \Sigma^*$$

$$N = \{\epsilon\} \subseteq \pi^*$$

$$O = \{\emptyset\} \subseteq \pi^*$$

$$P = \{\cdot\} \subseteq \Sigma^*$$

## Grammatik - Definition

### Definition

Eine **Grammatik**  $G$  ist ein Viertupel  $G = (N, \Sigma, P, S)$ . Sie besteht aus

- dem endlichen **Nonterminalalphabet** (auch Variablenmenge)  $N$ ,
- dem endlichen **Terminalalphabet**  $\Sigma$  mit  $\Sigma \cap N = \emptyset$ ,
- der endlichen **Regelmenge** (auch Produktionsmenge)  $P$  und
- der **Startvariablen**  $S$  mit  $S \in N$ .

Jede Regel hat die Form  $l \rightarrow r$  mit

- $l \in (N \cup \Sigma)^+ \setminus \Sigma^+ \rightarrow$  mindestens ein NT
- $r \in (N \cup \Sigma)^*$ .

### Ich bin eine Tafel

$$G = (N, \Sigma, P, S) \quad N = \{S, A\} \quad \Sigma = \{a\}$$

$P: 1) S \rightarrow aA$   
 $2) S \rightarrow a$   
 $3) A \rightarrow aA$   
 $4) A \rightarrow a$

Ableitung für "a"?

$$S \xRightarrow{2} a \quad \checkmark$$

"aaa"

$$S \xRightarrow{1} aA \xRightarrow{3} aaA \xRightarrow{4} aaa$$

## Ich bin eine Tafel

$$G = (N, \Sigma, P, S) \quad N = \{S, A\} \quad \Sigma = \{a\}$$

$$P: 1) S \rightarrow aA$$

$$2) S \rightarrow a$$

$$3) A \rightarrow aA$$

$$4) A \rightarrow a$$

Ableitung für "a"?

$$S \xRightarrow{2} a \quad \checkmark$$

"aaa"

$$\mathcal{L}(G) = \{a, aa, aaa, \dots\} \\ = \{a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$S \xRightarrow{1} aA \xRightarrow{3} aaA \xRightarrow{4} aaa$$

→ groß A ist nicht in der Sprache, weil es nicht terminal ist.

S. 23:

## Ableitung eines Wortes

Gegeben: Grammatik  $G = (N, \Sigma, P, S)$ , Worte  $x, y \in (N \cup \Sigma)^*$  der Form  $x = l \mathbf{u} r$  und  $y = l \mathbf{v} r$  mit  $l, r, v \in (N \cup \Sigma)^*$ ,  $u \in (N \cup \Sigma)^+$  ( $x$  und  $y$  sind bis auf die Teilworte  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{v}$  gleich).

### Ableitung durch Anwendung der Regeln

- $x \Rightarrow y$ , falls  $y$  in **einem** Schritt aus  $x$  abgeleitet werden kann, durch Anwendung der **einen** Regel  $u \rightarrow v \in P$
- $x \Rightarrow^* y$ , falls  $y$  in **null oder endlich vielen** Schritten aus  $x$  abgeleitet werden kann (durch Anwendung mehrerer Regeln hintereinander)

$$\begin{array}{c} aA \\ \underbrace{\quad} \quad \underbrace{\quad} \\ l \quad u \end{array} \xRightarrow{3: A \rightarrow aA} \begin{array}{c} aaA \\ \underbrace{\quad} \quad \underbrace{\quad} \\ l \quad v \end{array}$$

S. 24:

## Beispiele zum Mitdenken

Beispiel: Sei die Grammatik  $G_{xy}$  gegeben mit

- $G_{xy} = \{N, \Sigma, P, S\} = \{\{S, T, U\}, \{x, y\}, P, S\}$

- $S \rightarrow xT$
- $T \rightarrow yU$
- $U \rightarrow xT$
- $U \rightarrow \varepsilon$

$$\mathcal{L}(G_{xy}) = \{xy, xyxy, xyxyxy, \dots\} \\ = \{(xy)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

Fragen:

- Gilt  $xyU \Rightarrow xyxT$ ?  $\checkmark \checkmark \checkmark \checkmark \checkmark$
- Gilt  $xyU \Rightarrow xyyT$ ?  $\times \times \times \times$
- Gilt  $xyU \Rightarrow^* xyxy$ ?  $\checkmark \checkmark \checkmark \checkmark$
- Kann man das Wort  $xy$  aus dem Startsymbol ableiten?  $\checkmark \checkmark \checkmark \checkmark$
- Kann man das Wort  $xyx$  aus dem Startsymbol ableiten?  $\times \times \times \times$

→  $L(G_{xy})$  sind alle Worte die man durch die Sprache ableiten kann

Formale Sprachen Grammatiken Chomsky-Hierarchie		$N = \{S, T, U\}$ $\Sigma = \{0, 1\}$	
<p>Ich bin eine Tafel</p> <p><math>X_1 = (N, \Sigma, P_1, S)</math></p> <p><math>P_1: S \rightarrow 011T10U</math>  <math>T \rightarrow 1T10T11</math>  <math>U \rightarrow 0U11U10</math></p>		<p><math>X_2 = (N, \Sigma, P_2, S)</math></p> <p><math>P_2: S \rightarrow 011T10U</math>  <math>T \rightarrow 1U10T11</math>  <math>U \rightarrow 1T10U10</math></p>	
<p><math>\varepsilon \times</math> 00 <math>\checkmark</math> 010 <math>\checkmark</math></p> <p>1 <math>\times</math> 111 <math>\checkmark</math> 001 <math>\times \times</math></p> <p>0 <math>\checkmark</math> 110 <math>\times</math></p> <p>11 <math>\checkmark</math> 101 <math>\checkmark</math> 000 <math>\checkmark \checkmark</math></p> <p>10 <math>\times</math> 100 <math>\times</math> 0001 <math>\times \times</math></p> <p>01 <math>\times</math> 011 <math>\times \times</math> 0000 <math>\checkmark \checkmark</math></p>		<p><math>\varepsilon \times</math> 00 <math>\checkmark</math> 010 <math>\times</math></p> <p>1 <math>\times</math> 111 <math>\times</math> 001 <math>\times</math></p> <p>0 <math>\checkmark</math> 110 <math>\checkmark</math> 000 <math>\checkmark</math></p> <p>11 <math>\checkmark</math> 101 <math>\checkmark</math> 101000 <math>\checkmark</math></p> <p>10 <math>\times</math> 100 <math>\times</math> 00100 <math>\times \times</math></p> <p>01 <math>\times</math> 011 <math>\checkmark</math> 00000 <math>\checkmark</math></p>	
<p><math>\mathcal{L}(X_1) = \{0, 11, 00, 111, 101, 000, 010, 0000, 0010, \dots\}</math></p> <p><math>= \{0\} \cup \{0w01w \mid w \in \Sigma^*\} \cup \{1w11w \mid w \in \Sigma^*\}</math></p>		<p><math>\mathcal{L}(X_2) = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält eine gerade Anzahl von } 1\}</math></p>	

→ Beobachtung für  $L(X_1)$  ist dass wenn man mit 0 startet, dann kann man nur mit 0 enden. Und wenn man mit 1 startet kann man dann nur mit 1 enden.

→ Für  $L(x^2)$  kann nur Worte bilden, die eine gerade Anzahl an 1 hat.