

$$V_1, V_2, V_3 \subseteq V$$

$$\dim V_1 + \dim V_2 + \dim V_3 > 2 \dim V$$

$$\frac{V_1 \cap V_2 \cap V_3 \neq \{0\}}{\quad \# \quad}$$

$$\text{Let } U, W \subseteq V : \dim(U+W) = \dim U + \dim W - \dim(U \cap W)$$

$$\dim(U+W) \leq \dim V$$

$$\Rightarrow \dim U + \dim W - \dim(U \cap W) \leq \dim V$$

$$\Leftrightarrow \dim(U \cap W) \geq \dim U + \dim W - \dim V$$

$$\text{Apply to } V_1, V_2 : \dim(V_1 \cap V_2) \geq \dim V_1 + \dim V_2 - \dim V$$

$$\text{Apply to } (V_1 \cap V_2), V_3 :$$

$$\dim((V_1 \cap V_2) \cap V_3) \geq \dim(V_1 \cap V_2) + \dim V_3 - \dim V$$

$$\Leftrightarrow \dim((V_1 \cap V_2) \cap V_3) \geq \dim V_1 + \dim V_2 + \dim V_3 - 2 \dim V$$

$$\dim V_1 + \dim V_2 + \dim V_3 > 2 \dim V$$

$$\Rightarrow \dim(V_1 \cap V_2 \cap V_3) > 0$$

$$\Rightarrow \dim(V_1 \cap V_2 \cap V_3) \geq 1 \Rightarrow V_1 \cap V_2 \cap V_3 \neq \{0\}$$