

ГУАП

КАФЕДРА № 42

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ _____

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Профессор				Татарникова Т. М.
должность, уч. степень, звание		подпись, дата		инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1

Система массового обслуживания (СМО)

Вариант 5

по курсу: Моделирование систем

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. №	4128			Воробьев В. А.
			подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1	Постановка задачи	3
1.1	Задание	3
1.2	Вариант задания	3
1.3	Требование к отчету	3
2	Выполнение работы	4
2.1	Интерпретация модели	4
2.2	Математическая модель	4
2.3	Расчет характеристик	5
2.4	Анализ	7
3	Вывод	8

1 Постановка задачи

1.1 Задание

Интерпретировать задачу в терминах СМО и рассчитать требуемые характеристики.

1.2 Вариант задания

Вариант 5: СМО - билетная касса с одним окошком ($N = 1$) и неограниченной очередью. Касса продаёт билеты в пункты А и В. Пассажиры, желающих купить билет в пункт А, проходит в среднем трое за 20 мин, пункт В - двое за 20 мин. Поток пассажиров можно считать простейшим. Кассир в среднем обслуживает трёх пассажиров за 10 мин. Время обслуживания - показательное. Определить: среднее число пассажиров в кассе, среднее число пассажиров в очереди, среднее время, которое проводят пассажиры в кассе, среднее время простаивания пассажиров в очереди. Проверьте эффективность предложения о том, чтобы продавать билеты в разные пункты соответственно в разных окнах.

1.3 Требование к отчету

- Описание задачи и ее интерпретация в модели СМО.
- Математическая модель СМО.
- Расчет характеристик СМО.
- Анализ результатов расчета СМО (предложения).

2 Выполнение работы

2.1 Интерпретация модели

Данная задача может быть интерпретирована в рамках СМО (системы массового обслуживания), где касса представляет собой узел обслуживания, а поток пассажиров образует входящий поток в систему. Также можем утверждать, что СМО имеет неограниченную очередь.

В данной формулировке задачи можем выявить следующие значения:

$$\lambda_A = \frac{3}{20} \cdot 60 = 9 \text{ пассажиров в час}$$

$$\lambda_A = \frac{2}{20} \cdot 60 = 6 \text{ пассажиров в час}$$

$$\mu = \frac{3}{10} \cdot 60 = 18 \text{ пассажиров в час}$$

Определить:

1. среднее число пассажиров в кассе;
2. среднее число пассажиров в очереди;
3. среднее время, которое проводят пассажиры в кассе;
4. среднее время простаивания пассажиров в очереди.

Проверить:

- эффективность предложения о том, чтобы продавать билеты в разные пункты соответственно в разных окнах. Или иначе найти среднюю характеристику для двух отдельных СМО.

2.2 Математическая модель

Для составления математической модели на основе нашей интерпретации воспользуемся формулами ниже.

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}, \quad (2.1)$$

где:

- ρ - интенсивность трафика, то есть среднее число заявок в системе;
- λ - интенсивность входного потока, то есть среднее число заявок, поступающих в систему за единицу времени;
- μ - интенсивность обслуживания, то есть среднее число заявок, обслуживаемых системой за единицу времени.

$$L_{оч} = \frac{\rho^2}{1 - \rho}, \quad (2.2)$$

где:

- $L_{оч}$ - среднее число заявок в очереди;

$$T_{оч} = \frac{L_{оч}}{\lambda}, \quad (2.3)$$

где:

- $T_{оч}$ - среднее время пребывания заявки в очереди;

$$L_{об} = \rho, \quad (2.4)$$

где:

- $L_{об}$ - среднее число заявок на обслуживании.

$$T_{об} = \frac{\rho}{\lambda}, \quad (2.5)$$

где:

- $T_{об}$ - среднее время обслуживания заявки.

$$L_{сист} = L_{об} + L_{оч}, \quad (2.6)$$

где:

- $L_{сист}$ - среднее число заявок в системе.

$$T_{сист} = T_{об} + T_{оч}, \quad (2.7)$$

где:

- $T_{сист}$ - среднее время пребывания заявки в системе.

2.3 Расчет характеристик

Для расчета характеристик был написан скрипт на Python, который изображен ниже. Выбор пал на Python ввиду его простоты, удобства и хорошей поддержке математических операций.

Листинг solve.py:

```
1 def print_map(map):
2     for key in sorted(map):
3         print(f"{key} = {round(map[key], 2)}")
4
5
```

```

6 def calculate_system_metrics(lmbda, mu):
7     rho = lmbda / mu
8     if(rho > 1):
9         print("Бесконечное число состояний")
10        return
11
12    L_queue = rho * rho / (1 - rho)
13    T_queue = L_queue / lmbda
14
15    L_service = rho
16    T_service = rho / lmbda
17
18    return {
19        'rho': rho,
20        'L_queue': L_queue,
21        'T_queue': T_queue,
22        'L_service': L_service,
23        'T_service': T_service,
24        'L_system': L_queue + L_service,
25        'T_system': T_queue + T_service,
26    }
27
28
29 ab = calculate_system_metrics(9+6, 18)
30 a = calculate_system_metrics(9, 18)
31 b = calculate_system_metrics(6, 18)
32
33 print_map(ab)
34 print()
35 sum_ab = {key: (a[key] + b[key])/2 for key in set(a) & set(b)}
36 print_map(sum_ab)

```

В скрипте выводятся характеристики для очереди с одним окном `ab` и с отдельными окнами `sum_ab`.

На основе вычислений была составлена таблица 2.1.

Таблица 2.1 - Значения СМО

	ρ	$L_{оч}$	$T_{оч}$	$L_{об}$	$T_{об}$	$L_{сист}$	$T_{сист}$
AB	0.82	4.17	0.28	0.83	0.06	5.0	0.33
$A + B$	0.42	0.33	0.04	0.42	0.06	0.75	0.1

2.4 Анализ

Рассмотрим результаты анализа представленной задачи по системе массового обслуживания с кассой, обслуживающей билеты в пункты А и В.

Интенсивность трафика ρ для общей очереди составляет 0.82, что меньше 1. Такая ситуация указывает на то, что текущая система может спокойно обрабатывать заявки. Тем не менее является ли это эффективным?

При условии разделения окон на продажу билетов в пункты А и В ($A + B$), интенсивность трафика снижается до 0.42. Это приводит к существенному улучшению среднего времени пребывания пассажиров в системе и в очереди. Такой подход к организации кассового обслуживания может быть более эффективным с практической точки зрения, обеспечивая более быстрое обслуживание и удовлетворение потребностей пассажиров.

Также, среднее время простаивания в очереди $T_{оч}$ в общем случае (AB) значительно выше, чем при разделении окон ($A + B$). Это свидетельствует о том, что разделение окон может значительно снизить время ожидания пассажиров и сделать процесс более эффективным.

Но нужно учитывать, что разделение окон может быть неэффективно с экономической точки зрения. На конечное решение о разделении окон влияет факт того, насколько важно снизить время ожидания в очереди.

3 Вывод

В результате выполнения работы мы провели анализ системы массового обслуживания (СМО), интерпретировав задачу в рамках данной модели. Мы использовали математические формулы для расчета основных характеристик СМО, таких как среднее число пассажиров в кассе, среднее число пассажиров в очереди, среднее время, которое проводят пассажиры в кассе, и среднее время простаивания пассажиров в очереди.

С помощью написанного нами скрипта на Python, мы провели расчеты и получили конкретные значения для каждой из характеристик. Эти данные позволили нам сделать вывод о том, что продажа билетов в разные пункты в разных окнах является **более эффективной** стратегией, поскольку среднее время пребывания пассажира в системе существенно сокращается.

Таким образом, на основе проведенного анализа и полученных результатов, мы можем рекомендовать внедрение предложенной стратегии для улучшения работы кассы и сокращения времени ожидания для пассажиров.