

ГУАП

КАФЕДРА № 42

ОТЧЕТ  
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ \_\_\_\_\_

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Профессор				Татарникова Т. М.
должность, уч. степень, звание		подпись, дата		инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2

**МОДЕЛИРОВАНИЕ БАЗОВОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ**

Вариант 5

по курсу: Моделирование систем

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. №	4128			Воробьев В. А.
			подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2024

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>3</b>
1.1	Цель работы	3
1.2	Содержание отчета	3
1.3	Вариант	3
<b>2</b>	<b>Выполнение работы</b>	<b>4</b>
2.1	Математическая модель	4
2.2	Реализация модели	4
2.3	Анализ	7
<b>3</b>	<b>Вывод</b>	<b>9</b>

## 1 Постановка задачи

### 1.1 Цель работы

Построить датчик базовой случайной величины по заданному алгоритму и выполнить тестирование датчика на соответствие основным свойствам базовой случайной величины.

### 1.2 Содержание отчета

1. Цель, задание и последовательность выполнения работы.
2. Результаты сравнений математического ожидания и дисперсии псевдослучайных значений  $z_i$  с теоретическими значениями  $M$  и  $D$ .
3. Гистограмма распределения относительных частот попаданий псевдослучайных величин в отрезки интервала  $[0, 1]$ .
4. Графики зависимости коэффициента корреляции для  $s = 2, s = 5, s = 10$ .
5. Выводы о результатах моделирования БСВ.

### 1.3 Вариант

#### 5 Вариант, аддитивный генератор Fish:

$$\begin{aligned} A_i &= (A_{i-55} + A_{i-24}) \bmod (2^{32}) \\ B_i &= (B_{i-52} + B_{i-19}) \bmod (2^{32}) \\ z_i &= \frac{A_i}{2^{32}}, z_{i+1} = \frac{B_i}{2^{32}} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Состоит из двух аддитивных генераторов  $A_i$  и  $B_i$ , начальные состояния которых создаются Random. Эти последовательности прореживаются попарно в зависимости от случая: если значение младшего значащего бита  $B_i$  равно 1, то пара используется, если 0 - игнорируется.

## 2 Выполнение работы

### 2.1 Математическая модель

$$M(z) = 0.5, D(z) = 1/12, \quad (2.1)$$

где:

- $M(z)$  - математическое ожидание;
- $D(z)$  - дисперсия.

$$f(z) = 1, (0 \leq z \leq 1), \quad (2.2)$$

где:

- $f(z)$  - плотность распределения;
- $z$  - непрерывная случайная величина.

$$z_{i+1} = f(z_i), \quad (2.3)$$

где:

- $f(z_i)$  - функция программного датчика БСВ.

$$\hat{R} = 12 \frac{1}{T-s} \left( \sum_{i=1}^{T-s} z_i \cdot z_{i+s} \right) - 3, \quad (2.4)$$

где:

- $\hat{R}$  - коэффициент корреляции для значений БСВ.

### 2.2 Реализация модели

Для расчета характеристик был написан скрипт на Python, который изображен ниже. Выбор пал на Python ввиду его простоты, удобства и хорошей поддержке математических операций.

**Листинг lcg.py:**

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from fish_generator import FishGenerator
4
5
6 def plot_histogram(generated_values, K):
7     bins = [i/K for i in range(K+1)]
```

```

8     values_A = [value[0] for value in generated_values]
9
10    counts, _ = np.histogram(values_A, bins=bins)
11
12    frequencies = counts / len(values_A)
13    plt.bar(bins[:-1], frequencies, width=1/K, align='edge')
14    plt.xlabel('Значение')
15    plt.ylabel('Частота')
16    plt.show()
17
18
19 def calculate_correlation(generated_values, s, T):
20     values_A = [value[0] for value in generated_values[:T]]
21
22     values_A1 = values_A[:-s]
23     values_A2 = values_A[s:]
24
25     sum_product = sum(a*b for a, b in zip(values_A1,
26                                           values_A2))
27     if T - s != 0:
28         R_hat = 12 * sum_product / (T - s) - 3
29     else:
30         R_hat = None
31     return R_hat
32
33 length = 10000
34 fish_gen = FishGenerator().generate()
35 generated_values = [next(fish_gen) for _ in range(length)]
36
37 # 2 task
38 values_A, values_B = zip(*generated_values)
39 mean_A = np.mean(values_A)
40 variance_A = np.var(values_A)
41
42 mean_B = np.mean(values_B)
43 variance_B = np.var(values_B)
44
45 print(f"Ошибка МО A: {0.5 - mean_A}")
46 print(f"Ошибка МО B: {0.5 - mean_B}")
47 print(f"Ошибка дисперсии A: {1/12 - variance_A}")

```

```

48 print(f"Ошибка дисперсии B: {1/12 - variance_B}")
49
50 # 3 task
51 plot_histogram(generated_values , K=10)
52
53 # 4 task
54 s_values = [2, 5, 10]
55 T_values = range(10, len(generated_values), 10)
56
57 correlations = [
58     [calculate_correlation(generated_values , s, T) for T in
59      T_values]
60     for s in s_values
61 ]
62
63 for s, correlation in zip(s_values , correlations):
64     plt.plot(T_values , correlation , label=f's={s} ')
65
66 plt.xlabel('T')
67 plt.ylabel('R_hat ')
68 plt.legend()
69 plt.show()

```

### Листинг fish\_generator.py:

```

1 import random
2
3
4 class FishGenerator:
5     def __init__(self , seed=None):
6         self.A = [random.randint(0, 2**32 - 1) for _ in range
7                    (55)]
8         self.B = [random.randint(0, 2**32 - 1) for _ in range
9                    (52)]
10        self.index_A = 0
11        self.index_B = 0
12        random.seed(seed)
13
14    def generate(self):
15        while True:
16            self.A[self.index_A] = (
17                self.A[(self.index_A - 55) % 55] + self.A[(
18                    self.index_A - 24) % 55]) % (2**32)

```

```

16         self.B[self.index_B] = (
17             self.B[(self.index_B - 52) % 52] + self.B[(
18                 self.index_B - 19) % 52]) % (2**32)
19         if self.B[self.index_B] & 1:
20             yield self.A[self.index_A] / (2**32), self.B[
21                 self.index_B] / (2**32)
22         self.index_A = (self.index_A + 1) % 55
23         self.index_B = (self.index_B + 1) % 52

```

## 2.3 Анализ

В процессе выполнения данной работы был проведен анализ аддитивного генератора Fish и создание датчика базовой случайной величины (БСВ) на его основе. Оценка разработанного датчика включала в себя несколько важных аспектов, которые теперь следует проанализировать.

Важным шагом в анализе является проверка соответствия математического ожидания и дисперсии полученных псевдослучайных значений теоретическим значениям. Результаты показывают, что датчик демонстрирует согласованность с теоретическими характеристиками, что является положительным моментом. Это подтверждает его пригодность для генерации случайных последовательностей с желаемыми статистическими свойствами.

Гистограмма распределения относительных частот подтверждает равномерность распределения полученных значений в интервале  $[0, 1]$ . Равномерное распределение является важным качеством для многих приложений, таких как симуляции и статистические исследования.

Графики зависимости коэффициента корреляции для различных сдвигов  $s$  также предоставляют важную информацию о корреляционных свойствах последовательности псевдослучайных величин. Устойчивость к корреляции при различных значениях  $s$  свидетельствует о надежности датчика при моделировании случайных процессов.

В целом, полученные результаты и анализ указывают на успешную разработку и тестирование датчика базовой случайной величины на основе аддитивного генератора Fish. Этот датчик представляет собой эффективный инструмент для генерации псевдослучайных последовательностей с удовлетворительными статистическими характеристиками.

В результате проведенного анализа работы следует отметить, что разработанный датчик базовой случайной величины, основанный на аддитивном генераторе Fish, успешно соответствует теоретическим ожиданиям. Согласованность математического ожидания ( $M$ ) и дисперсии ( $D$ ) полученных псевдослучайных значений с соответствующими теоретическими значениями подтверждает высокую степень точности и эффективности данного датчика.

Значительное внимание уделено равномерности распределения, что является критическим аспектом для различных практических применений. Гистограмма распределения относительных частот попаданий в интервал  $[0, 1]$  демонстрирует, что значения псевдослучайных величин равномерно распределены в указанном интервале. Это имеет важное значение в симуляциях, моделировании случайных процессов и других областях, где необходимо обеспечить надежное и равномерное распределение случайных чисел.

Практическое применение разработанного датчика базовой случайной величины охватывает широкий спектр областей, включая численное моделирование, статистические исследования, криптографию и другие области, где требуется высокая степень случайности и статистической независимости. Надежность и качество полученных псевдослучайных последовательностей подтверждают применимость данного датчика в разнообразных практических сценариях.

Таким образом, разработанный датчик представляет собой эффективный инструмент, который может быть успешно применен в различных областях, где требуются высокие стандарты случайности и статистической независимости.



### 3 Вывод

В результате выполнения данной работы был разработан и исследован датчик базовой случайной величины (БСВ) на основе аддитивного генератора Fish. В ходе построения датчика был реализован алгоритм, объединяющий два аддитивных генератора  $A_i$  и  $B_i$ , их начальные состояния создаются с использованием функции Random. Последовательности затем прореживаются попарно в зависимости от значения младшего значащего бита  $B_i$ . Результаты тестирования данного датчика на соответствие основным свойствам БСВ позволяют сделать вывод о его эффективности в создании псевдослучайных последовательностей.

Для оценки качества полученных псевдослучайных значений проведено сравнение математического ожидания и дисперсии с соответствующими теоретическими значениями. Предложенный датчик демонстрирует согласованность с теоретическими характеристиками, что подтверждает его пригодность для моделирования случайных величин. Гистограмма распределения относительных частот попаданий в отрезки интервала  $[0, 1]$  дополнительно подтверждает равномерность распределения, что является важным свойством для многих приложений в области статистики и моделирования.

Графики зависимости коэффициента корреляции для различных сдвигов  $s$  позволяют оценить корреляционные свойства последовательности псевдослучайных величин. Обнаруживается устойчивость к корреляции при различных значениях  $s$ , что является положительным результатом. В целом, разработанный датчик базовой случайной величины на основе аддитивного генератора Fish успешно соответствует поставленной цели, предоставляя надежный инструмент для генерации случайных последовательностей в различных областях применения.