

ГУАП

КАФЕДРА № 42

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ _____

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Профессор				Татарникова Т. М.
должность, уч. степень, звание		подпись, дата		инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1

Система массового обслуживания (СМО)

Вариант 5

по курсу: Моделирование систем

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. №	4128			Воробьев В. А.
			подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1	Постановка задачи	3
1.1	Задание	3
1.2	Вариант задания	3
1.3	Требование к отчету	3
2	Выполнение работы	4
2.1	Интерпретация модели	4
2.2	Математическая модель	4
2.3	Расчет характеристик	5
3	Вывод	7

1 Постановка задачи

1.1 Задание

Интерпретировать задачу в терминах СМО и рассчитать требуемые характеристики.

1.2 Вариант задания

Вариант 5: СМО - билетная касса с одним окошком ($N = 1$) и неограниченной очередью. Касса продаёт билеты в пункты А и В. Пассажиры, желающих купить билет в пункт А, проходят в среднем трое за 20 мин, пункт В - двое за 20 мин. Поток пассажиров можно считать простейшим. Кассир в среднем обслуживает трёх пассажиров за 10 мин. Время обслуживания - показательное. Определить: среднее число пассажиров в кассе, среднее число пассажиров в очереди, среднее время, которое проводят пассажиры в кассе, среднее время простаивания пассажиров в очереди. Проверьте эффективность предложения о том, чтобы продавать билеты в разные пункты соответственно в разных окнах.

1.3 Требование к отчету

- Описание задачи и ее интерпретация в модели СМО.
- Математическая модель СМО.
- Расчет характеристик СМО.
- Анализ результатов расчета СМО (предложения).

2 Выполнение работы

2.1 Интерпретация модели

Данная задача может быть интерпретирована в рамках СМО (системы массового обслуживания), где касса представляет собой узел обслуживания, а поток пассажиров образует входящий поток в систему. Также можем утверждать, что СМО имеет неограниченную очередь.

В данной формулировке задачи можем выявить следующие значения:

$$\lambda_A = \frac{3}{20} \cdot 60 = 9 \text{ пассажиров в час}$$

$$\lambda_A = \frac{2}{20} \cdot 60 = 6 \text{ пассажиров в час}$$

$$\mu = \frac{3}{10} \cdot 60 = 18 \text{ пассажиров в час}$$

Определить:

1. среднее число пассажиров в кассе;
2. среднее число пассажиров в очереди;
3. среднее время, которое проводят пассажиры в кассе;
4. среднее время простаивания пассажиров в очереди.

Проверить:

- эффективность предложения о том, чтобы продавать билеты в разные пункты соответственно в разных окнах. Или иначе найти среднюю характеристику для двух отдельных СМО.

2.2 Математическая модель

Для составления математической модели на основе нашей интерпретации воспользуемся формулами 1 - 7.

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}, \quad (1)$$

где:

- ρ - интенсивность трафика, то есть среднее число заявок в системе;
- λ - интенсивность входного потока, то есть среднее число заявок, поступающих в систему за единицу времени;
- μ - интенсивность обслуживания, то есть среднее число заявок, обслуживаемых системой за единицу времени.

$$L_{оч} = \frac{\rho^2}{1 - \rho}, \quad (2)$$

где:

- $L_{оч}$ - среднее число заявок в очереди;

$$T_{оч} = \frac{L_{оч}}{\lambda}, \quad (3)$$

где:

- $T_{оч}$ - среднее время пребывания заявки в очереди;

$$L_{об} = \rho, \quad (4)$$

где:

- $L_{об}$ - среднее число заявок на обслуживании.

$$T_{об} = \frac{\rho}{\lambda}, \quad (5)$$

где:

- $T_{об}$ - среднее время обслуживания заявки.

$$L_{сист} = L_{об} + L_{оч}, \quad (6)$$

где:

- $L_{сист}$ - среднее число заявок в системе.

$$T_{сист} = T_{об} + T_{оч}, \quad (7)$$

где:

- $T_{сист}$ - среднее время пребывания заявки в системе.

2.3 Расчет характеристик

Для расчета характеристик был написан скрипт на Python, который изображен ниже. Выбор пал на Python ввиду его простоты, удобства и хорошей поддержке математических операций.

```
1 def print_map(map):
2     for key in sorted(map):
3         print(f"{key} = {round(map[key], 2)}")
4
5
6 def calculate_system_metrics(lmbda, mu):
```

```

7     rho = lmbda / mu
8     if(rho > 1):
9         print("Бесконечное число состояний")
10        return
11    L_queue = rho * rho / (1 - rho)
12    T_queue = L_queue / lmbda
13
14    L_service = rho
15    T_service = rho / lmbda
16
17    return {
18        'rho': rho,
19        'L_queue': L_queue,
20        'T_queue': T_queue,
21        'L_service': L_service,
22        'T_service': T_service,
23        'L_system': L_queue + L_service,
24        'T_system': T_queue + T_service,
25    }
26
27
28 ab = calculate_system_metrics(9+6, 18)
29 a = calculate_system_metrics(9, 18)
30 b = calculate_system_metrics(6, 18)
31
32 print_map(ab)
33 print()
34 sum_ab = {key: (a[key] + b[key])/2 for key in set(a) & set(b)}
35 print_map(sum_ab)

```

В скрипте выводятся характеристики для очереди с одним окном *ab* и с отдельными окнами *sum_ab*.

На основе вычислений была составлена таблица 1.

Таблица 1 - Значения СМО

	ρ	$L_{оч}$	$T_{оч}$	$L_{об}$	$T_{об}$	$L_{сист}$	$T_{сист}$
<i>AB</i>	0.82	4.17	0.28	0.83	0.06	5.0	0.33
<i>A + B</i>	0.42	0.33	0.04	0.42	0.06	0.75	0.1

3 Вывод

В результате выполнения работы мы провели анализ системы массового обслуживания (СМО), интерпретировав задачу в рамках данной модели. Мы использовали математические формулы для расчета основных характеристик СМО, таких как среднее число пассажиров в кассе, среднее число пассажиров в очереди, среднее время, которое проводят пассажиры в кассе, и среднее время простаивания пассажиров в очереди.

С помощью написанного нами скрипта на Python, мы провели расчеты и получили конкретные значения для каждой из характеристик. Эти данные позволили нам сделать вывод о том, что продажа билетов в разные пункты в разных окнах является **более эффективной** стратегией, поскольку среднее время пребывания пассажира в системе существенно сокращается.

Таким образом, на основе проведенного анализа и полученных результатов, мы можем рекомендовать внедрение предложенной стратегии для улучшения работы кассы и сокращения времени ожидания для пассажиров.