

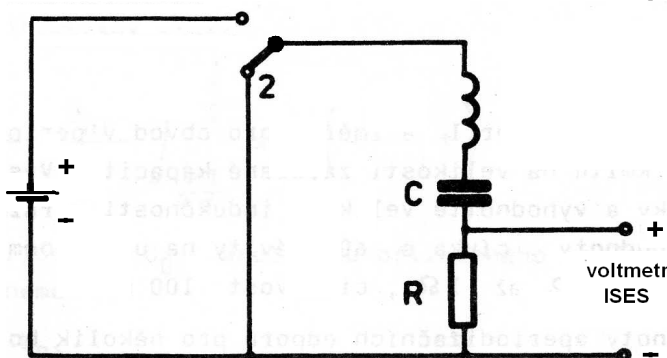
18. PŘECHODOVÉ JEVY V SÉRIOVÉM RLC OBVODU

Tlumené kmity

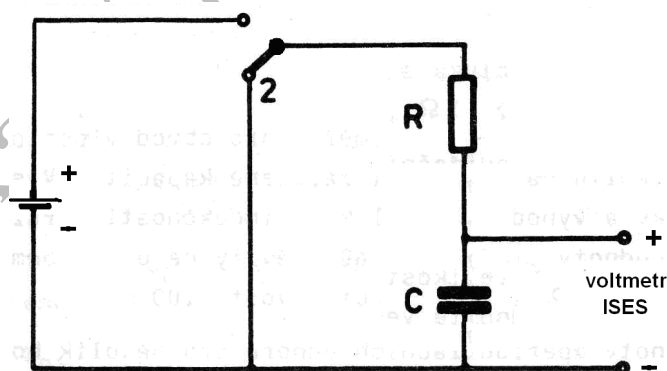
Diferenciální rovnice tvaru:

$$a \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + b \cdot \frac{dx}{dt} + c \cdot x = 0 \quad (1)$$

popisuje chování systému vykonávajícího tlumené kmity, pokud a , b , c jsou konstanty, t čas a x proměnná. S touto rovnicí jste se již seznámili v mechanice i v elektřině. Rovnice tohoto typu popisuje i pohyb většiny analogových měřicích přístrojů, jimiž měříme např. elektrické nebo magnetické veličiny. Jedná se o důležitou rovnici matematické fyziky, která je aplikovatelná na řadu fyzikálních problémů. Proto je zařazena do těchto praktik úloha, v níž se seznámíte s časovým průběhem proudu v sériovém RLC obvodu po zapnutí nebo vypnutí stejnosměrného zdroje. Obvod, s nímž měření provádíme, je zakreslen na obr. 1, resp. obr.2.



Obr. 1: Zapojení pro RLC obvod



Obr. 2.: Zapojení pro RC obvod

Podle II. Kirchhofova zákona je součet napětí na jednotlivých prvcích obvodu roven přivedenému napětí

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \int I dt + RI = \varepsilon \quad (2)$$

Derivujeme-li tuto rovnici podle času t , získáme rovnici

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{d\varepsilon}{dt} . \quad (3)$$

Pokud napětí přivedené k obvodu se změní v čase $t = 0$ z nulové hodnoty na napětí zdroje ε (nebo opačné), bude mít rovnice pro $t \neq 0$ formálně shodný tvar s rovnicí (1). Podle vztahu mezi R , L a C získáváme následující řešení:

- a) Je-li $1/LC > R^2/(2L)^2$, při němž průběh proudu $I(t)$ v obvodu popisuje vztah

$$I(t) = (\varepsilon/BL) \exp(-At) \sin Bt , \quad (4)$$

kde $A = R/2L$, $B^2 = 1/LC - A^2$. Při zapnutí nebo vypnutí se mění pouze polarita proudu, průběh zůstává stejný.

- b) Je-li $A^2 = (R/2L)^2 = 1/LC$, mluvíme o mezně aperiodickém vztahu. S časem se nemění směr proudu, pouze jeho velikost podle vztahu $I(t) = (\varepsilon/L)t \exp(-At)$

- c) Je-li $A^2 = (R/2L)^2 > 1/LC$, mluvíme o aperiodickém vztahu. Proud dosáhne rychleji svého maxima a naopak pomaleji klesá k nulové hodnotě. Popisuje jej vztah

$$I(t) = (\varepsilon/BL) \exp(-At) \sinh(Bt) . \quad (5)$$

Při periodickém řešení odpovídá veličina B kruhové frekvenci kmitů. Pro periodu T kmitů platí

$$T = 2\pi / \sqrt{1/LC - (R/2L)^2} . \quad (6)$$

Pokud je $(R/L)^2 \ll 1/LC$, je doba kmitu T prakticky konstantní a přibližně rovná periodě netlumených kmitů. Zvětšuje-li se tlumení, hodnota R se blíží hodnotě *aperiodizačního odporu* R_{ap} , perioda se prodlužuje a v mezně aperiodickém stavu by teoreticky vzrostla nade všechny meze. Hodnota aperiodizačního odporu je rovna

$$R_{ap} = 2\sqrt{L/C} . \quad (7)$$

V aperiodickém stavu proud dosáhne maxima a pak se monotónně zmenšuje a nepřekmitne přes nulovou hodnotu. Dobu, při níž proud dosáhne maxima, určíme jako dobu, při níž má funkce (5) extrém. Platí tedy, že

$$T_{\max} = \frac{\ln \frac{A+B}{A-B}}{2B} . \quad (8)$$

Při periodickém ději můžeme z hodnot dvou po sobě následujících amplitud určit *logaritmický dekrement* D , pro který platí

$$D = \ln \frac{I(t)}{I(t+T)} = \ln \frac{\exp(-A.t)}{\exp(-A(t+T))} = AT \quad (9)$$

Veličina $\lambda = \exp D$ se nazývá útlum.

Pokud by v obvodu nebyla zařazena buď indukčnost L nebo kapacita C , mění se proud v obvodu s časem úměrně funkci $\exp(-t/\tau)$. Veličina τ se nazývá *relaxační doba* a je rovna $\tau = RC$ pro obvod RC (obr. 2) a $\tau = L/R$ pro obvod s indukčností.

Literatura:

- [1] Sedlák B., Štoll I.: Elektřina a magnetismus, Academia, Praha 2002
- [2] Bakule R., Šternberk J.: Fyzikální praktikum II., SPN, Praha 1989

Pokyny pro měření

Měření v RLC obvodu provádíme na doporučeném zapojení. Dodržujeme polaritu zdroje, dodržujeme i polaritu na voltmetru měřící soupravy ISES.

Obvod zapojíme podle obr. 1. Napětí v sériovém RLC obvodu pro pracovní úkol 1 a 2 snímáme z odporu R (obr. 1), takže proud obvodem je $I = U/R$. Je nutno si uvědomit, že zmenšujeme-li odpor R (snižujeme tlumení v obvodu), bude se zmenšovat i napětí U a úměrně budeme muset zvětšovat citlivost „osciloskopu“. Při měření úkolu 3 použijeme obvod podle obr. 2.

1. Poznámky k synchronizaci pomocí triggeru

Synchronizace se děje prostřednictvím správně nastaveného „triggeru“ (tj. správného nastavení hladiny, resp. též času „pretrigg time“ a hrany (vzestupné, či sestupné) měřeného signálu. Pokud měřený signál (vzestupně resp. sestupně překročí nastavenou hladinu, vykreslí se měřený signál (od spouštěcího bodu dále, a zbytek signálu před spouštěcím bodem se dokreslí z paměti počítače). Spuštění měření nastane POUZE při splnění všech podmínek triggeru (to jest při správně zvolené hladině, pretrigg time a při správně zvolené hraně signálu).

Odkoušejte si, že nabíjení a vybíjení RLC obvodu se děje téměř stejným způsobem, což je pro mnohé překvapením! Pravděpodobně mnoho měření proběhlo při nabíjení obvodu RLC a nikoliv při vybíjení (výsledek pro měření periody se však liší jenom nepatrně, rozmysli proč, (pozn.: bude tam hrát roli vliv vnitřního odporu zdroje).

Při dané polaritě zdroje a voltmetru bude mít měřený signál při nabíjení první kmit do kladných hodnot, a měřený signál při vybíjení (a to chceme měřit), bude mít první kmit do záporných hodnot !). A proto se nám pravděpodobně nedaří signál zasynchronizovat, neboť všichni očekávají první kmit do kladných hodnot. (Toho by šlo dosáhnout při změně polarity zdroje a voltmetru).

Zajímavý způsob, jak tento děj prozkoumat:

Zkusme měřicím systémem nejprve naměřit tento děj **BEZ** startu měření přes trigger. Zkusme měřit se systémem ISES po dobu 1 sekundy, vzorkovací frekvence cca 50 000 Hz, start měření nechte start **AUTOMATICKY** (měření se spustí samo automaticky po stisku OK). Případně můžeme měření nechat dokola (zde po 1 sekundě) opakovat (zaškrtneme opakovat) a můžeme např. zjišťovat správnost zapojení, vadné kabely aj. Zkusme během této 1 sekundy přepnout vypínač do jedné a druhé polohy a sledujeme, jaký signál naměříme. Signál bude asi velice „úzký“ (rychlý) – děj proběhl za velmi krátkou dobu. Zkusme ho lupou roztáhnout. A studujeme, jak proběhlo nabití, resp. vybití tohoto RLC obvodu. A podle toho prosím nastavme správně podmínky spouštění přes trigger (hladinu, pretrigg time a hranu signálu).

2. Poznámky k měření relaxační doby na RC členu

Máme-li měřit přechodový děj na RC, tj. nabíjení a vybíjení kondenzátoru. Měříme raději přímo napětí na KONDENZÁTORU a nikoliv, jak se často měří v původním schematu na odporu R. Vzorec ze skript je pro napětí na kondenzátoru. Upravme proto zapojení dle obr. 2.

Zkusme opět proměřit nabíjení a vybíjení kondenzátoru v režimu „Start měření“ AUTOMATICKY, abychom opět viděli jak vypadá průběh napětí při nabíjení a vybíjení kondenzátoru.

Zkusme měřit se systémem ISES po dobu 1 sekundy, vzorkovací frekvence cca 50 000 Hz, start měření nechte AUTOMATICKY (měření se spustí samo automaticky za 1 sekundu po stisku OK). Zkusme během této 1 sekundy přepnout vypínač do jedné a druhé polohy a sledujme, jaký signál naměříme. Signál bude asi velice „úzký“ (rychlý) – děj proběhl za velmi krátkou dobu. Zkusme ho lupou roztáhnout. A studujme, jak proběhlo nabití, resp. vybití tohoto RC obvodu. A podle toho prosím nastavme správně podmínky startu spouštění přes trigger (hladinu, pretrig time a hranu signálu).