

Todo list

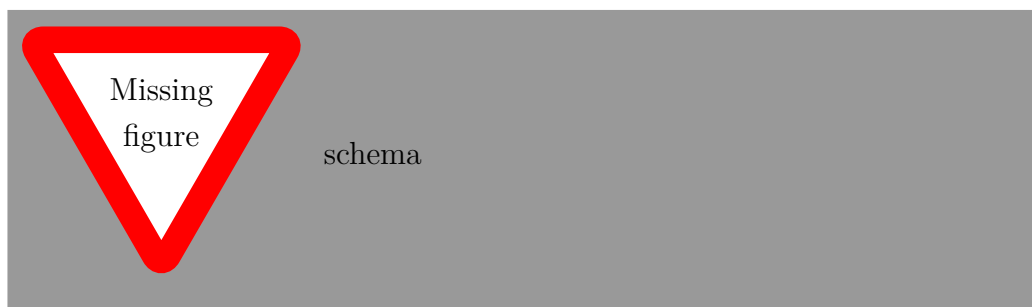
Figure: schema	3
 pravda?	4
 vložit citaci: Visvlakna	5
Figure: polarizacni elipsa	7
Figure: Poincareho sfera	9
 zkontrolovat znaminka toho uhlu	10
Figure: akce muelleru	11
Figure: vrstevnate prostredi	12
 overit vsechny rovnice odtud dolu a taky dopsat az k odstavci o odrazu	12
Figure: nakres	14
 upravit	15
 ověřit	15
 overit	17
 skutečne plus?	18
 zavadet ty kx?	20
 spravne?	20
 PN: Nechápu značení: (001) znamená [001] ve směru normály vrstvy. Je špatně, když v předchozích kapitolách píšou "[001] orientovaný vzorek"? Mám tam dát kulaté závorky?	22
 vložit citaci: ?	22
 zeptat se Evy, jestli tomu správně rozumím	22
Figure: Nákres MCB a MLD	23
 PN: je to tak??	25
 PN: nevíte o nějakém zdroji?	32
 dosadit	32
Figure: cofe supplemental	33
Figure: ze saidla ferh pamet	33
 PN: Zvětší nebo zmenší? U nás se zmenšuje, ale Brajer cituje nějaký obrazek kde se zvetsuje.	33
Figure: z kubascika struktura ferh	34
 PN: jak tlustou? Saidl ani Kubaščík to nepíšou, v Brajerovi jsou protiřečící si informace (v textu 1,5 nm, na obrázku 3 nm)	34
Figure: ferh foto	34
 PN: je to dobře napsané? měl bych zmínit FÚ?	35
Figure: schema	35

Obsah

1	Teoretický úvod	3
1.1	Maxwellovy rovnice	5
1.2	Polarizace	6
1.2.1	Jonesův počet	6
1.2.2	Stokesův-Muellerův počet	8
1.3	Optika v anizotropních multivrstvách	11
1.4	Magneto-optické tenzory	16
1.5	Magnetická anizotropie	18
2	Úvod do experimentální magneto-optiky	22
2.1	Osmisměrná metoda	28
2.2	Metoda rotujícího pole, ROTMOKE	29
3	Studované materiály	32
3.1	CoFe	32
3.2	FeRh — vzorek FR06	32
4	Spektroskopie anizotropního MLD — popis	35
4.1	Výchozí situace	36
4.2	Detekce — optický můstek	36
4.3	Anizotropní MLD	36
4.4	Artefaktní signály	36
4.5	Zpracování dat	36
5	Spektroskopie anizotropního MLD — výsledky	37
5.1	CoFe — transmise, pokojová teplota	37
5.2	CoFe — transmise, nízká teplota	37
5.3	FeRh — reflexe, FM fáze	37
5.4	FeRh — reflexe, field-cooling	37
	Závěr	38
	Seznam použité literatury	39
A	Přílohy	44
A.1	Průchod a odraz při poruchách permitivity	44
A.2	Dodatky k magnetické anizotropii	44
A.3	Detaily statistického zpracování	44

1. Teoretický úvod

Předkládaná práce se zabývá jedním typem základního magneto-optického experimentu, který je schematicky znázorněn na obr. 4.1.



Obrázek 1.1: Jednoduché schéma experimentu. Laserový svazek je vhodně upraven vstupní optikou, dále dopadá na vzorek, kterým je propuštěn/odražen, nakonec je upraven výstupní optikou (a případně rozdělen do více ramen) a je detekována jeho intenzita. Vzorek je umístěn v kryostatu a mezi rameny elektromagnetu, takže během experimentu mu vnucujeme libovolnou teplotu a magnetické pole.

Tato kapitola shrnuje relevantní fyzikální modely a jevy. Ve zkratce:

- Světlo je popsáno Maxwellovými rovnicemi.
 - Je monochromatické na kruhové frekvenci ω . K popisu polarizačního stavu používáme Jonesovy a Stokesovy vektory. Dráha svazku je rozdělena na posloupnost koherentních a nekoherentních bloků¹. Všechny optické prvky jsou lineární a nedepolarizační, takže každý koherentní blok (např. fázová destička, vzorek) je popsán Jonesovou a Muellerovou maticí[1]. Neúnavně využíváme grafické znázornění Muellerových matic metodou zobrazování Poincarého sféry² (tzv. *charakteristických elipsoidů*)[1, 2].
 - Interakce světla s látkou je pouze skrze vektory elektrické polarizace \mathbf{P} , magnetizace \mathbf{M} a proudové hustoty \mathbf{j} . Odezva materiálů je lineární a lokální, a je obecně anizotropní. Navíc magnetická odezva je na vysokých optických frekvencích nulová, takže

¹Podle toho, jestli jsou vícenásobné odrazy koherentní a interferují s dopadajícím světlem. Např. vícenásobné odrazy mezi různými optickými prvky jsou nekoherentní, protože jsou prostorově odděleny. Naopak uvnitř vzorku složeného z tenkých vrstev je nutné vícenásobné odrazy považovat za koherentní.

²angl. Poincaré sphere mapping

píšeme $\mathbf{M}(\mathbf{r}, \omega) = 0$, $\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{rel}}(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$, $\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = \sigma(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$, s komplexními tenzory permitivity ε_{rel} a vodivosti σ , které se v maxwellových rovnicích projeví souhrně jako tenzor efektivní permitivity ε .

- Uvnitř koherentního bloku (vzorek složený z planárních tenkých vrstev) je nutné řešit Maxwellovy rovnice, výstupem výpočtu je opět Jonesova a Muellerova matice. Výpočet je proveden v rámci Berremanova formalismu[3] 4×4 přenosových matic pro anizotropní vrstevnaté prostředí, který je ekvivalentní Yehově 4×4 maticové algebře[4], ale netrpí některými technickými nedostatky[5, 6, 7, 8].
- Magnetické látky mají dodatečný magnetický termodynamický stupeň volnosti (parametr uspořádání). Magneto-optická aktivita je modelována jako závislost efektivní permitivity ε na tomto magnetickém stupni volnosti.
 - U feromagnetů je to celková magnetizace \mathbf{M} . Feromagnety reagují na vnější magnetické pole změnou rovnovážné magnetizace, která je daná magnetickou volnou energií (magnetickou anizotropií). Pro relevantní případ tenkých vzorků používáme Stonerův-Wohlfarthův model[9] pro vzorek v jedno-doménovém stavu, předpokládáme konstantní velikost magnetizace a nulový průmět do osy vzorku (magnetizace je tzv. *in-plane*). Efektivní permitivita je funkcí \mathbf{M} a je aproximována prvními členy Taylorovy řady, koeficienty tvoří složky lineárního \mathbb{K} a kvadratického \mathbb{G} magneto-optického tenzoru[10].
 - U kolineárního anti-feromagnetu FeRh[11] (viz kap. 3.2) je to magnetizace podmřížky (Néelův vektor \mathbf{L}). Na vnější magnetické pole přímo nereaguje, ale polohu Néelova vektoru lze ovlivnit pomocí efektu známého jako *field cooling*, tedy chlazení při vnějším poli. I anti-feromagnet může být magneticky anizotropní, opět předpokládáme *in-plane* \mathbf{L} o konstantní velikosti. Podobně jako u feromagnetů je ε funkcí \mathbf{L} , až na to, že lineární člen je zakázán symetrií³.

pravda?

³Podmřížky s opačnou magnetizací jsou ekvivalentní, což obecně neplatí u všech anti-feromagnetů.

1.1 Maxwellovy rovnice

Pracujeme ve frekvenčním obraze, uvažujeme elektrické pole harmonické v čase s konvencí $\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \Re \{ \mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}) e^{-i\omega t} \}$ a stejně pro ostatní časově závislé veličiny.

Látky popisujeme fenomenologicky lokální⁴ lineární odezvou. Navíc pokládáme nulovou magnetickou susceptibilitu na optických frekvencích: $\mathbf{M}(\omega) = 0$, což kromě speciálních metamateriálů platí bez výjimky[12]. Materiály jsou za těchto podmínek plně popsány komplexními frekvenčně závislými tenzory (3×3 matice) relativní permitivity ε_{el} a vodivosti σ

$$\mathbf{D}(\omega, \mathbf{r}) = \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{el}}(\omega, \mathbf{r}) \mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}), \quad (1.1)$$

$$\mathbf{j}(\omega, \mathbf{r}) = \sigma(\omega, \mathbf{r}) \mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}), \quad (1.2)$$

$$\mathbf{B}(\omega, \mathbf{r}) = \mu_0 \mathbf{H}(\omega, \mathbf{r}). \quad (1.3)$$

Pro přehlednost budeme dále vynechávat argumenty s vyrozuměním, že vztahy platí lokálně pro všechna ω a \mathbf{r} . Jedinou výjimkou, kdy vynechání argumentu nebude znamenat složku na frekvenci ω (jako např. $\mathbf{E} \equiv \mathbf{E}(\omega)$), bude statická magnetizace $\mathbf{M} \equiv \mathbf{M}(\omega = 0)$ a statické externí pole, které značíme $\mathbf{H}_{\text{ext}} \equiv \mathbf{H}(\omega = 0)$.

Maxwellovy rovnice v uvedené situaci mají v SI tvar

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B}, \quad (1.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\sigma - i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{el}}) \mathbf{E} \equiv -i\omega \frac{\varepsilon}{c^2} \mathbf{E}. \quad (1.5)$$

Zbylé dvě divergenční Maxwellovy rovnice neuvádíme, protože pro $\omega \neq 0$ nejsou nezávislé od uvedených dvou rotačních. V rovnicích nevystupují ε_{el} a σ nezávisle, ale pouze v kombinaci patrné z první rovnosti (1.5), což souvisí s tím, že rozdělení proudů na volné a vázané je pro $\omega \neq 0$ do jisté míry arbitrární. Zavádí se proto efektivní relativní permitivita ε vztahem

$$\varepsilon_0 \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{el}} + i\sigma/\omega, \quad (1.6)$$

která v sobě zahrnuje vliv všech uvažovaných proudů. Komplexní 3×3 matici ε dále nazýváme zkrátka permitivitou a jedná se o jediný materiálový parametr charakterizující optické vlastnosti na dané frekvenci. V rovnici (1.5) jsme také užili rychlost světla ve vakuu $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$.

Výhodné volby rozměru rovnic dosáhneme, pokud využijeme *impedanci volného prostoru* $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ a vyjádříme Maxwellovy rovnice v poli $Z_0 \mathbf{H} =$

⁴Tzv. dipólová aproximace.

vložit citaci:
Visvlakna

$c\mathbf{B}$

$$\frac{1}{k_0} (-i\nabla \times) \mathbf{E} = Z_0 \mathbf{H}, \quad (1.7)$$

$$\frac{1}{k_0} (-i\nabla \times) Z_0 \mathbf{H} = -\varepsilon \mathbf{E}, \quad (1.8)$$

kde jsme označili $k_0 = c/\omega = 2\pi/\lambda_0$ vlnový vektor ve vakuu. V případě rovinné vlny s prostorovou závislostí $\propto e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ platí $-i\nabla \times = \mathbf{k}$, a zavádíme normovaný vlnový vektor $\mathbf{N} = \mathbf{k}/k_0$.

“Okrajové podmínky” na rozhraní dvou materiálů, kde dochází ke skokové změně permitivity, říkají, že tečné složky \mathbf{E} a \mathbf{H} jsou při přechodu přes rozhraní spojité[13].

1.2 Polarizace

Pro popis světla ve volném prostoru ($\varepsilon = 1$) se dále omezíme na reálné \mathbf{N} . Zvolíme osu z proti směru šíření, tedy $\mathbf{N} = (0, 0, -1)^T$. Řešením jsou pole charakterizovaná libovolnými komplexními amplitudami E_x a E_y , které udávají polarizaci vlny. \mathbf{H} je pak dáno rovnicí (1.7).

Výkon přenášený rovinou vlnou je dán časově středovaným Poyntingovým vektorem \mathbf{S} , pro vakuum[13]

$$\langle \mathbf{S}(t) \rangle_t = \langle \mathbf{E}(t) \times \mathbf{H}(t) \rangle_t = \frac{1}{2Z_0} \mathbf{N} (E_x^* E_x + E_y^* E_y) \equiv \frac{1}{2Z_0} \mathbf{N} I, \quad (1.9)$$

kde definujeme normovanou intenzitu $I = E_{0x}^* E_{0x} + E_{0y}^* E_{0y}$.

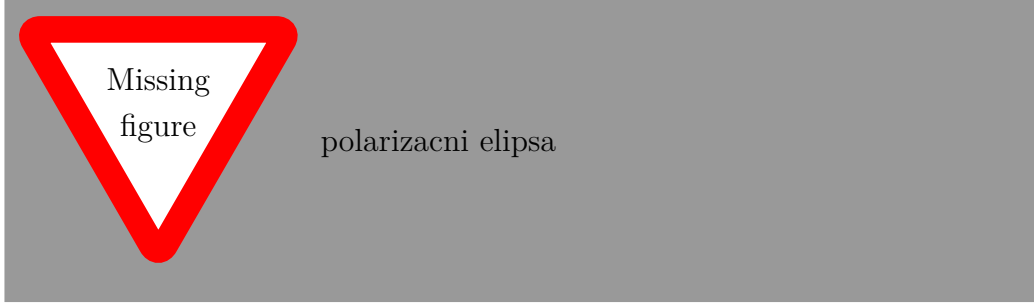
Vektor \mathbf{E} opisuje v čase obecně elipsu v rovině kolmé na směr šíření, popisné parametry definujeme podle obr. 1.2. Jedná se o β – úhel natočení hlavní poloosy polarizace, a χ – úhel elipticity, zde dále nazývaný zkráceně elipticita. Pro popis ekvivalentní E_x a E_y je třeba přidat intenzitu I a časový posun δ , který má význam času, ve kterém $\mathbf{E}(t)$ protíná hlavní poloosu s .

Konvenci točivosti světla používáme následující: při pohledu *od zdroje* obíhá pravotočivé světlo v dané rovině po směru hodinových ručiček. Točivost se v parametrech projevuje vzájemným znaménkem χ a točivosti systému, ve kterém je χ definováno (viz další oddíl). Viz obr. 1.2.

1.2.1 Jonesův počet

Jonesovy vektory[14] jsou tvořeny přímo komplexními amplitudami polí v rovině kolmé na vektor šíření

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$



Obrázek 1.2: Polarizacni elipsa

Prostor Jonesových vektorů je přirozeně normovaný intenzitou (1.9), která je dána skalárním součinem

$$\mathcal{J}_1^\dagger \mathcal{J}_2 = \begin{pmatrix} J_{1x}^* & J_{1y}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{2x} \\ J_{2y} \end{pmatrix}, \quad I(\mathcal{J}) = \mathcal{J}^\dagger \mathcal{J} \quad (1.11)$$

Dvě polarizace/Jonesovy vektory jsou “ortogonální” ($\mathcal{J}_1^\dagger \mathcal{J}_2 = 0$), pokud je celková intenzita prostý součet intenzit v obou polarizacích.

Akci každého lineární polarizačního prvku, lze popsat jako lineární transformaci Jonesova vektoru – transformaci Jonesovou 2×2 komplexní maticí \mathcal{T} . Jonesovy matice lze použít pro popis polarizačního děliče: každé rameno pak má vlastní matici.

Sadě elipsometrických parametrů β , χ , I , δ odpovídá Jonesův vektor

$$\mathcal{J} = \sqrt{I} e^{i\delta} \begin{pmatrix} \cos \chi \cos \beta + i \sin \chi \sin \beta \\ \cos \chi \sin \beta - i \sin \chi \cos \beta \end{pmatrix}. \quad (1.12)$$

Zde je na místě poznámka o točivosti. Později budeme pro usnadnění práce s téměř kolmým odrazem používat stejné souřadnice x, y i pro světlo v opačném směru; vztažná soustava pak ale bude mít opačnou točivost. V této věci se nevyhneme nějakému kompromisu, a proto přestože točivost světla je definovaná vždy vzhledem ke směru šíření, elipsometrické parametry definujeme vždy vzhledem k dané soustavě Jonesových vektorů, která může spolu se směrem šíření tvořit jak levotočivý, tak pravotočivý systém. β definujeme vzhledem k J_x , s rostoucím úhlem ve směru $+J_y$. δ je dáno počátkem času $t = 0$ a vztah mezi znaménkem χ a točivostí je dán následující poučkou: pokud $J_x J_y \mathbf{k}$ tvoří levotočivý systém jako na obr. 1.2, pak $\chi > 0$ odpovídá pravotočivé polarizaci.

Při této konvenci se kruhově polarizované světlo $\mathcal{J}_i = (1, i)^T$ při kolmém dopadu odrazí se stejným Jonesovým vektorem $\mathcal{J}_r = (1, i)^T$ (a tedy stejným znaménkem χ), avšak jde o opačnou točivost.

1.2.2 Stokesův-Muellerův počet

Úplnější přehled, ze kterého vychází tento oddíl, lze nalézt v [1, 2]. Stokesovy parametry obecně mohou narozdíl od Jonesových vektorů popsat i nepolarizované světlo, v této práci si však vystačíme s plně polarizovaným světlem a proto je nebudeme definovat obecně, ale pomocí Jonesových vektorů

$$s_0 \equiv J_x^* J_x + J_y^* J_y \equiv \mathcal{J}^\dagger \sigma_0 \mathcal{J} = I, \quad (1.13)$$

$$s_1 \equiv J_x^* J_x - J_y^* J_y \equiv \mathcal{J}^\dagger \sigma_1 \mathcal{J} = I \cos 2\chi \cos 2\beta, \quad (1.14)$$

$$s_2 \equiv J_x^* J_y + J_y^* J_x \equiv \mathcal{J}^\dagger \sigma_2 \mathcal{J} = I \cos 2\chi \sin 2\beta, \quad (1.15)$$

$$s_3 \equiv iJ_x^* J_y - iJ_y^* J_x \equiv \mathcal{J}^\dagger \sigma_3 \mathcal{J} = I \sin 2\chi. \quad (1.16)$$

kde jsme je druhými rovnostmi vyjádřili jako střední hodnoty vhodných 2×2 hermitovských matic σ_i . Ty jsou

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

a můžeme je rozeznat jako jednotkovou matici a přerovnané Pauliho matice. Tvoří komplexní bázi obecných komplexních 2×2 matic, s omezením na reálné koeficienty pak bázi hermitovských matic.

Každý optický prvek lineární v Jonesových vektorech je zároveň lineární ve Stokesových parametrech

$$s_i^{\text{out}} = \mathcal{J}^\dagger \mathcal{T}^\dagger \sigma_i \mathcal{T} \mathcal{J} \equiv \mathcal{J}^\dagger \left(\sum_{j=0}^3 M_{ij} \sigma_j \right) \mathcal{J} = \sum_{j=0}^3 M_{ij} s_j^{\text{in}}, \quad (1.18)$$

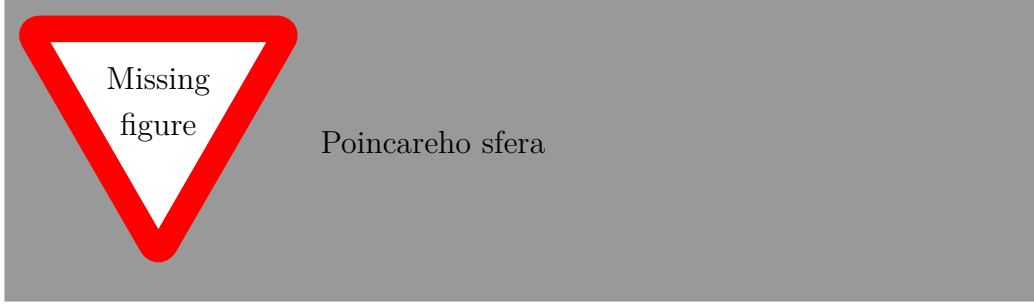
kde reálná 4×4 matice \mathbb{M} je dána právě rozkladem hermitovských matic $\mathcal{T}^\dagger \sigma_i \mathcal{T}$ do báze σ_j . Matice \mathbb{M} charakterizující optický prvek se nazývá Muellerova matice, a sloupcový vektor \mathcal{S} složený ze Stokesových parametrů se nazývá Stokesův vektor. Složky Muellerovy matice příslušející Jonesově matici \mathcal{T} je možné počítat přímo z rozkladu (1.18) díky tzv. trace-ortogonalitě σ_j matic: $\text{Tr}\{\sigma_j \sigma_i\} = 2\delta_{ji}$

$$M_{ij} = \frac{1}{2} \text{Tr}\{\sigma_j \mathcal{T}^\dagger \sigma_i \mathcal{T}\}. \quad (1.19)$$

Pro plně polarizované světlo nejsou Stokesovy parametry nezávislé, platí totiž

$$s_0 = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} \quad (1.20)$$

a tedy nám k vyjádření polarizačního stavu stačí *redukovaný* Stokesův vektor $(s_1, s_2, s_3)^T$, který lze graficky zanést do třírozměrného prostoru. Polarizace s jednotkovou intenzitou se zobrazují na tzv. Poincarého sféře jako na obr. 1.3. Ortogonální polarizace jsou zobrazeny na body středově souměrné podle počátku.



Obrázek 1.3: Poincareho sfera

I Muellerovy matice musí splňovat určité podmínky. Přestože libovolná myslitelná 4×4 reálná matice je dána 16 reálnými parametry, nedepolarizační (také nazývaná čistá⁵) Muellerova matice je dána pouze 7 reálnými čísly⁶. [15]

Dále se zaměříme na to, jakým způsobem působí čisté Muellerovy matice, a jak jejich akci znázornit pomocí tzv. charakteristických elipsoidů. Charakteristický elipsoid Muellerovy matice \mathbb{M} je množina redukovaných Stokesových vektorů $(s_1, s_2, s_3)^T$, které vzniknou akcí \mathbb{M} na body ležící na Poincarého sféře. Jinými slovy, každá Muellerova matice způsobí deformaci Poincarého sféry, výsledkem je vždy elipsoid. V charakteristickém elipsoidu držíme i informaci o tom, které body se transformují kam – např. fázové destičky mají za následek pouze rotaci Poincarého sféry.

Nejdříve spomeneme větu z lineární algebry o polárním rozkladu matice [16]: Každou komplexní matici \mathcal{T} lze jednoznačně rozložit na součin unitární \mathcal{U} a pozitivně semidefinitní hermitovské $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2$ matice v libovolném pořadí, $\mathcal{T} = \mathcal{U}\mathcal{H}_1 = \mathcal{H}_2\mathcal{U}$.

Čistý retardér Prvek reprezentovaný unitární Jonesovou maticí \mathcal{U} zachovává intenzitu a projevuje se pouze fázovým zpožděním mezi dvěma ortogonálními polarizacemi. Vzhledem k tomu, že zachovávají intenzitu, musí charakteristický elipsoid být shodný s Poincarého sférou, jedinečně otočený či

⁵Ve smyslu čistého (nesmíšeného, angl. pure) stavu v kvantové mechanice.

⁶Jonesova matice je dána 4 komplexními čísly — 8 reálných parametrů, ale při přechodu k Muellerově matici ztratíme informaci o celkové fázi.

převrácený. \mathcal{U} lze diagonalizovat, a vlastní čísla jsou komplexní fázové faktory, píšeme tedy⁷

$$\mathcal{U} = e^{i\Delta_1} \mathcal{J}_1 \mathcal{J}_1^\dagger + e^{i\Delta_2} \mathcal{J}_2 \mathcal{J}_2^\dagger. \quad (1.21)$$

Tyto dva vlastní módy mají po průchodu prvkem stejný polarizační stav, akce Muellerovy matice na Poincarého sféru má tedy za následek rotaci sféry kolem osy procházející těmito vlastními módy. Úhel rotace je dán fázovým zpožděním $\Delta = \Delta_1 - \Delta_2$. Ve speciálním případě $\mathcal{J}_1 = (1,0)^T$ a $\mathcal{J}_2 = (0,1)^T$ je Jonesova a Muellerova matice

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} e^{i\Delta_1} & 0 \\ 0 & e^{i\Delta_2} \end{pmatrix}, \quad \mathbb{U} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta & \sin \Delta & 0 \\ 0 & -\sin \Delta & \cos \Delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.22)$$

zkontrolovat
znamínka toho
uhlu

Čistý diatenuátor Pro prvek reprezentovaný pozitivně semidefinitní hermitovskou Jonesovou maticí \mathcal{H} existují dva ortogonální vlastní módy s reálnými nezápornými vlastními čísly – různými koeficienty útlumu. Normalizací matice tak, že větší z vlastních čísel se rovná 1, lze psát s reálným nezáporným η

$$\mathcal{H} = \mathcal{J}_1 \mathcal{J}_1^\dagger + \eta \mathcal{J}_2 \mathcal{J}_2^\dagger. \quad (1.23)$$

Jedná se o obecný polarizátor, který \mathcal{J}_1 propustí zcela a \mathcal{J}_2 propustí s amplitudovou propustností η . Ve speciálním případě $\mathcal{J}_1 = (1,0)^T$ a $\mathcal{J}_2 = (0,1)^T$ je Jonesova a Muellerova matice

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \eta \end{pmatrix}, \quad \mathbb{H} = \begin{pmatrix} \frac{1+\eta^2}{2} & \frac{1-\eta^2}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1-\eta^2}{2} & \frac{1+\eta^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}. \quad (1.24)$$

Pro body na Poincarého sféře dosadíme $s_0^{\text{in}} = 1$ a dostaneme

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}_{\text{out}} = \begin{pmatrix} \frac{1+\eta^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \eta & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}_{\text{in}} + \begin{pmatrix} \frac{1-\eta^2}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

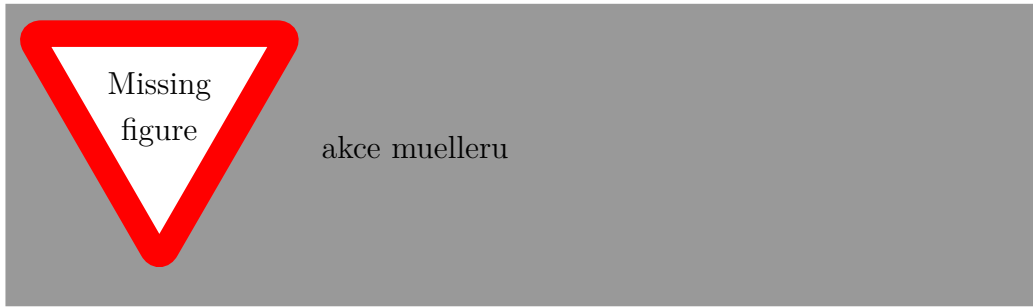
Jedná se tedy o kontrakci v rovině $s_2 s_3$ faktorem η , ve směru s_1 faktorem $(1+\eta^2)/2$ a zároveň posunutím o $(1-\eta^2)/2$. Ekvivalentně lze mluvit o kontrakci stejným faktorem se středem⁸ v $s_3 = 1$. Se zmenšujícím η (vyšší kvalitou

⁷Ve vzorci vystupuje dyadický součin Jonesových vektorů $\mathcal{J} \mathcal{J}^\dagger$, což je ortogonální projektor na \mathcal{J} , ne skalární součin, který by byl psaný $\mathcal{J}^\dagger \mathcal{J}$.

⁸ $(s_1^{\text{out}} - 1) = (s_1^{\text{in}} - 1)(1 - \eta^2)/2$.

polarizátoru) výsledný elipsoid svým tvarem nabývá podobnosti doutníku, proto v této práci budeme akci \mathbb{H} označovat jako *doutníkovatění*⁹ Poincarého sféry.

Shrňme-li uvedené poznatky, akce libovolného nedepolarizačního optického prvku je ekvivalentní postupnému působení obecného diatenuátoru (protáhnutí a posunutí ve směru vlastního vektoru \mathcal{H} jako na obr. 1.4 (b)) a obecného retardéru (rotace podle směru vlastního vektoru \mathcal{U} jako na obr. 1.4 (a)), případně v opačném pořadí. Znázornění zobrazení Poincarého sféry nachází využití především pro depolarizační Muellerovy matice, ale i v našem případě nabízí jednoduchý intuitivní způsob přemýšlení o polarizaci, který je důležitý např. při rychlých rozhodnutích v laboratoři, kdy není čas násobit komplexní matice.



Obrázek 1.4: Charakteristické elipsoidy (a) obecné retardační destičky a (b) obecného polarizátoru.

1.3 Optika v anizotropních multivrstvách

Cílem tohoto oddílu je představit teorii výpočtu transmisních a reflexních koeficientů (Jonesových matic průchodu a odrazu) obecných vrstevnatých struktur popsaných stupňovitým profilem tenzoru ε . Vrstevnatou strukturou rozumíme takovou, která je homogenní v rovině kolmé na jednu osu – tu zvolíme jako z – a rovina homogenity a všech rozhraní bude xy , viz obr. 1.5. Stupňovitým profilem zase rozumíme, že struktura je složená z konečného počtu vrstev, ve kterých je ε konstantní.

Budeme řešit Maxwellovy rovnice (1.7), (1.8). Vzhledem k homogenitě v

⁹To si možná zaslouží komentář a obhajobu. Konkurentní termíny “zploštění” a “protáhnutí” nejsou podle autorova názoru dostatečně výstižné: elipsoid není ani plochý, ani se neprotahuje. Navíc podobenství doutníků je ve fyzice poměrně běžné[17, 18].



Obrázek 1.5: vrstevnate prostredi

rovině xy lze psát

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(z)e^{i(k_x x + k_y y)}, \quad \mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{H}(z)e^{i(k_x x + k_y y)}, \quad (1.26)$$

kde příčné složky vlnového vektoru k_x a k_y jsou konstantní podél celé struktury i mimo ní. Uvnitř každé vrstvy bude existovat i třetí složka k_z , bude se ale lišit v různých vrstvách. Obecný postup je tedy řešit Maxwellovy rovnice zvlášť v každém prostředí, a řešení následně svázat pomocí okrajových podmínek.

Budeme následovat řešení Berremanovou metodou přenosových matic[3]. S uvažáním (1.26) mají Maxwellovy rovnice maticový tvar

$$\begin{pmatrix} 0 & +i\partial_z/k_0 & N_y & -1 & 0 & 0 \\ -i\partial_z/k_0 & 0 & -N_x & 0 & -1 & 0 \\ -N_y & N_x & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} & 0 & +i\partial_z/k_0 & N_y \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} & -i\partial_z/k_0 & 0 & -N_x \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} & -N_y & N_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ Z_0 H_x \\ Z_0 H_y \\ Z_0 H_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

Člen prvního řádu¹⁰ nemá plnou hodnotu; třetí a šestou rovnici lze přímo vyřešit a dosadit do ostatních. Nejdříve ale zavedeme úsporný blokově maticový zápis

$$\rho = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad E^\perp = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}, \quad H^\perp = \rho \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -H_y \\ H_x \end{pmatrix}, \quad (1.28)$$

$$\varepsilon^\perp = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} \end{pmatrix}, \quad \varepsilon^| = \begin{pmatrix} \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{pmatrix}, \quad \varepsilon^- = (\varepsilon_{31} \quad \varepsilon_{32}), \quad N = \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \end{pmatrix}. \quad (1.29)$$

overit vsechny rovnice odtud dolu a taky dopsat az k odstavci o odrazu

Třetí a šestá rovnice mají tvar

$$N^- E^\perp - cB_z = 0, \quad \varepsilon^- E^\perp + \varepsilon_{33} E_z + N^- cB^\perp = 0, \quad (1.30)$$

¹⁰Prvního řádu ∂_z .

vyřešením a dosazením do (1.27) dostáváme

$$\begin{pmatrix} N_z \rho - \frac{N^\dagger \varepsilon^-}{\varepsilon_{33}} & -1 - \frac{N^\dagger N^-}{\varepsilon_{33}} \\ \varepsilon^\perp - \frac{\varepsilon^\dagger \varepsilon^-}{\varepsilon_{33}} + N^\dagger N^- & N_z \rho - \frac{\varepsilon^\dagger N^-}{\varepsilon_{33}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^\perp \\ cB^\perp \end{pmatrix} = 0, \quad (1.31)$$

což lze upravit do normálního tvaru

$$\partial_z \begin{pmatrix} E^\perp \\ Z_0 H^\perp \end{pmatrix} = ik_0 \Delta \begin{pmatrix} E^\perp \\ Z_0 H^\perp \end{pmatrix} \equiv ik_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^\perp \\ Z_0 H^\perp \end{pmatrix}. \quad (1.32)$$

Čtyři složky polí E^\perp a H^\perp jsou právě ty, jejichž spojitost na rozhraní diktují okrajové podmínky, takže není třeba se jimi zabývat zvlášť; stačí řešit rovnici (1.32). Uvnitř každé vrstvy (v oblasti s konstantním ε a tedy maticí Δ) je řešením maticová exponenciála

$$\begin{pmatrix} E^\perp(z_2) \\ Z_0 H^\perp(z_2) \end{pmatrix} = e^{ik_0 \Delta(z_2 - z_1)} \begin{pmatrix} E^\perp(z_1) \\ Z_0 H^\perp(z_1) \end{pmatrix} \quad (1.33)$$

která lze spočíst diagonalizací¹¹ obecně nehermitovské 4×4 matice Δ . Matice má 4 komplexní vlastní čísla odpovídající vlnovým vektorům příslušných vlastních módů, které lze rozdělit do dvou skupin: dva módy šířící se ve směru $+z$ mají¹² $\Re\{N_z\} \geq 0$, $\Im\{N_z\} \geq 0$, $S_z \geq 0$; zbylé dva se šíří ve směru $-z$ a platí pro ně opačné nerovnice.

Velmi důležitým rozdílem Berremanova přístupu oproti Yehově maticové algebře je, že zatímco v Yehově metodě je diagonalizace a hledání vlastních módů nedílnou součástí již definice základních pojmů formalismu (tzv. dynamické a propagační matice), v Berremanově metodě se uplatňuje pouze jako pomocný výpočet jinak již dobře definované maticové exponenciály (1.33). Diagonalizace a hledání vlastních módů jsou vysoce nelineární operace, jsou singulární v okolí degenerací (limita izotropního ε , či směr paprsku shodný s optickou osou) a někdy v nich dokonce selhávají[5, 6, 7, 8].

Tento rozdíl je zásadní v magneto-optice, kde nás často zajímají právě drobné odchylky od izotropní ε , a výsledky jsou vyjádřeny do prvního řádu v těchto odchylkách. V Yehově formalismu obtížné počítat derivace podle složek ε ; v (1.33) je to však jednoduché[8]. Z uvedených důvodů v této práci používáme Berremanův formalismus, přestože magneto-optice z velké části dominuje Yehův.

Poruchová teorie v Berremanově formalismu je rozvedena v dodatku A.1.

¹¹Obecně vzato nemusí být diagonalizovatelná, dovoluje však maximálně dvounásobnou degeneraci (dva módy postupně $+z$ a dva $-z$), takže v nejpatologičtějším případě má Jordanův tvar dvou 2×2 bloků.

¹²Podle (1.9) $S_z \propto E_x H_y - E_y H_x$.



Obrázek 1.6: Odraz a průchod

Odraz a průchod

Předpokládejme, že se nám podařilo vyřešit (1.32) a tedy najít matici \mathfrak{M} , která svazuje příčná pole na začátku (L) a na konci (R) multivrstvy, viz obr. 1.6

$$\begin{pmatrix} E_l^\perp \\ Z_0 H_l^\perp \end{pmatrix} = \mathfrak{M} \begin{pmatrix} E_r^\perp \\ Z_0 H_r^\perp \end{pmatrix} \quad (1.34)$$

Úloha průchodu a odrazu je typicky zadána tak, že na strukturu posvítíme svazkem s definovaným vlnovým vektorem a polarizací, takže jsou zadány amplitudy dvou módů na levé straně s $k_z < 0$ (svítíme zleva). Druhou podmínku volíme, že nikdo jiný na strukturu nesvítí, takže amplitudy všech zbylých módů, které přinášejí energii směrem ke struktuře, jsou nulové; to jsou dva módy na pravé straně s $k_z > 0$. Na každé straně nám tedy zbývají dva módy, jejichž amplitudy zvýbá určit. Vstupní a výstupní prostředí je nutné v tomto kontextu definovat jako to první, u kterého již nelze zpětné odrazy považovat za koherentní s dopadajícím svazkem (např. kvůli prostorovému oddělení). Např. pro odraz od vzorku na tlustém substrátu je nutné uvažovat jako výstupní prostředí substrát.

Na obou stranách si zvolíme pro $-z$ i $+z$ šířící se módy bázi lineárních polarizací, kterými definujeme Jonesovi vektory pro příslušné svazky

$$\begin{pmatrix} E^\perp \\ Z_0 H^\perp \end{pmatrix}_{(L)} = \mathfrak{D}_{(L)} \begin{pmatrix} \mathcal{J}_{(L)}^- \\ \mathcal{J}_{(L)}^+ \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} E^\perp \\ Z_0 H^\perp \end{pmatrix}_{(R)} = \mathfrak{D}_{(R)} \begin{pmatrix} \mathcal{J}_{(R)}^- \\ \mathcal{J}_{(R)}^+ \end{pmatrix}, \quad (1.35)$$

kde \mathfrak{D} diagonalizuje Δ ve smyslu, že $\mathfrak{D}\Delta\mathfrak{D}^{-1}$ je diagonální. V Yehově formalismu se nazývají dynamické matice a obsahují ve sloupcích příčná pole jednotlivých módů. V případě degenerace není \mathfrak{D} jednoznačné – volbou \mathfrak{D} volíme bázi Jonesových vektorů.

Častá volba \mathfrak{D} v izotropním prostředí je báze lineárního příčného (TE, s-polarizace) a podélného (TM, p-polarizace) módu. Zde ji uvedeme tak,

abychom si usnadnili práci s téměř kolmým dopadem, nese to však s sebou přechod do báze odraženého světla s opačnou točivostí. Opačný přístup volí opačné znaménko odražené p-polarizace, čímž se zachová točivost (viz např. [19]). Souřadnou soustavu volíme tak, aby rovina dopadu byla rovnoběžná s jednou ze souřadných os, zde zvolíme yz , takže $N_x = 0$, $N_y = \sin \alpha$, kde α je úhel dopadu. Jako bázi módů volíme lineární polarizace příčné J_s a podélné J_p k rovině dopadu, viz. obr. 1.6. Pro prostředí s indexem lomu n má dynamická matice v této situaci explicitně tvar

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ Z_0 H_x \\ Z_0 H_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_t & 0 & \cos \alpha_t \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\cos \alpha_t & 0 & \cos \alpha_t & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_s^- \\ J_p^- \\ J_s^+ \\ J_p^+ \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

kde jsme označili $\cos \alpha_t = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha / n^2}$ úhel lomu.

[upravit](#)

Při řešení průchodu a odrazu tedy pokládáme $\mathcal{J}_{(R)}^+ = 0$ a snažíme se vyjádřit zbylé prošlé $\mathcal{J}_{(R)}^- \equiv \mathcal{J}_t$ a odražené $\mathcal{J}_{(L)}^+ \equiv \mathcal{J}_r$ pomocí známého dopadajícího $\mathcal{J}_{(L)}^- \equiv \mathcal{J}_i$, což lze pomocí matic \mathfrak{M} a \mathfrak{D} jednoduše z

$$\begin{pmatrix} \mathcal{J}_i \\ \mathcal{J}_r \end{pmatrix} = \mathfrak{D}_{(L)}^{-1} \mathfrak{M} \mathfrak{D}_{(R)} \begin{pmatrix} \mathcal{J}_t \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.37)$$

což vede na Jonesovy transmisní a reflexní matice Fresnelových koeficientů v bázi s- a p-polarizací

$$\begin{pmatrix} J_s^{\text{refl}} \\ J_p^{\text{refl}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{ss} & r_{sr} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_s^{\text{inc}} \\ J_p^{\text{inc}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} J_s^{\text{trans}} \\ J_p^{\text{trans}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{ss} & t_{sp} \\ t_{ps} & t_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_s^{\text{inc}} \\ J_p^{\text{inc}} \end{pmatrix}. \quad (1.38)$$

Multivrstva složená pouze z izotropních vrstev nemíchá s- a p-polarizaci, mimodiagonální členy jsou nulové. Pokud je jedna nebo více vrstev pouze slabě anizotropní, projeví se to malými nenulovými mimodiagonálními členy. Při dopadu např. s-polarizace pak prošlé a odražené světlo nabyde malé amplitudy p-polarizace, v elipsometrických parametrech se to projeví stočením hlavní roviny polarizace $\Delta\beta$ a elipticitou χ ; podobně pro dopadající p-polarizaci. Oba jevy souhrnně popisuje tzv. komplexní parametr stočení[19], v reflexi

[ověřit](#)

$$\Psi_s \equiv \Delta\beta_s - i\chi_s \approx \frac{r_{ps}}{r_{ss}}, \quad \Psi_p \equiv \Delta\beta_p - i\chi_p \approx -\frac{r_{sp}}{r_{pp}}, \quad (1.39)$$

kde jsme kvůli přechodu k opačné točivosti soustavy použili $-i\chi$, abychom se vyhnuli komplexnímu sdružení reflexních koeficientů. V průchodu komplexním stočením jsou reflexní koeficienty nahrazeny transmisními a druhý člen je $+i\chi$, protože nedochází k přechodu k bázi s opačnou točivostí. Komplexní parametr stočení se používá při popisu magneto-optických Kerrových jevů.

1.4 Magneto-optické tenzory

Všechny magneto-optické (MO) jevy lze v principu vysvětlit závislostí optických parametrů na magnetickém stavu [19]. V našem modelu je jediným materiálovým parametrem tenzor relativní permitivity ε . Nejprve se zaměříme na feromagnety, závislost na magnetickém stavu značíme $\varepsilon(\mathbf{M})$. Obecně je možné rozdělit závislost do tří příspěvků

$$\varepsilon(\mathbf{M}) = \varepsilon^{(0)} + \varepsilon^{(-)}(\mathbf{M}) + \varepsilon^{(+)}(\mathbf{M}), \quad (1.40)$$

kde $\varepsilon^{(0)}$ je nemagnetická/strukturální permitivita¹³, $\varepsilon^{(-)}(\mathbf{M}) = -\varepsilon^{(-)}(-\mathbf{M})$ je permitivita lichá v magnetizaci a $\varepsilon^{(+)}(\mathbf{M}) = \varepsilon^{(+)}(-\mathbf{M})$ je permitivita sudá v magnetizaci.

Z termodynamických úvah plynou Onsagerovy relace reciprocity [20, 21] pro $\varepsilon(\mathbf{M})$

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{M}) = \varepsilon_{ji}(-\mathbf{M}), \quad (1.41)$$

takže $\varepsilon^{(0)}$ a $\varepsilon^{(+)}$ jsou symetrické, zatímco $\varepsilon^{(-)}$ je antisymetrický.

Magnetická závislost permitivity se obvykle rozvíjí do mocninné řady v \mathbf{M} [10]

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{M}) = \varepsilon_{ij}^{(0)} + \sum_{k=1}^3 \left[\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial M_k} \right]_{\mathbf{M}=0} M_k + \sum_{k,l=1}^3 \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 \varepsilon_{ij}}{\partial M_k \partial M_l} \right]_{\mathbf{M}=0} M_k M_l + \dots \quad (1.42)$$

$$= \varepsilon_{ij}^{(0)} + \sum_{k=1}^3 K_{ijk} M_k + \sum_{k,l=1}^3 G_{ijkl} M_k M_l + \dots = \varepsilon_{ij}^{(0)} + \varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)} + \dots \quad (1.43)$$

kde jsme explicitně uvedli první dva řády, které definují *lineární MO tenzor* \mathbb{K} a *kvadratický MO tenzor* \mathbb{G} . Vyšší řády se většinou zanedbávají. Je dobré ale mít na paměti, že zakončením rozvoje na určitém řádu nejen snižujeme přesnost, ale také uměle zvyšujeme symetrii $\varepsilon(\mathbb{M})$ [19]. To je nejlépe nahlédnout např. u materiálu se šesterečnou symetrií v rovině xy : \mathbb{G} tenzor je v rovině xy isotropní, ale permitivita 6. řádu už má “správnou” šesterečnou symetrii. MO tenzory \mathbb{K} a \mathbb{G} nedokáží popsat Voigtův jev (viz kap. 2) se šesterečnou symetrií, proto je třeba mít se na pozoru a v případě takového kvalitativního důkazu do rozvoje přidat další členy.

MO tenzory se musí podřizovat stejným symetriím jako materiál, který popisují, což je spolu s Onsagerovými relacemi poměrně silně omezuje. Tvar

¹³“Jako kdyby $\mathbf{M} = 0$.”

\mathbb{K} a \mathbb{G} pro všechny krystalografické třídy je uveden v [10]. Dále uvedeme MO tenzory pro izotropní a kubický (krystalové třídy $\bar{4}3m, 432, m3m$) materiál s krystalografickými osami ve směrech souřadných os [22, 10]. Izotropní i kubický materiál mají izotropní nemagnetickou permitivitu (index lomu n)

$$\varepsilon^{(0)} = \begin{pmatrix} n^2 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{pmatrix}, \quad (1.44)$$

oba také mají izotropní \mathbb{K}

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{yz}^{(1)} = -\varepsilon_{zy}^{(1)} \\ \varepsilon_{zx}^{(1)} = -\varepsilon_{xz}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} = -\varepsilon_{yx}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}, \quad \varepsilon^{(1)} = K \begin{pmatrix} 0 & M_z & -M_y \\ -M_z & 0 & M_x \\ M_y & -M_x & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.45)$$

ale v druhém řádu už se liší. Pro kubický materiál platí (používáme 2-indexovou notaci jako [22])

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^{(2)} \\ \varepsilon_{yy}^{(2)} \\ \varepsilon_{zz}^{(2)} \\ \varepsilon_{yz}^{(2)} = \varepsilon_{zy}^{(2)} \\ \varepsilon_{zx}^{(2)} = \varepsilon_{xz}^{(2)} \\ \varepsilon_{xy}^{(2)} = \varepsilon_{yx}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{12} & 0 & 0 & 0 \\ G_{12} & G_{11} & G_{12} & 0 & 0 & 0 \\ G_{12} & G_{12} & G_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x^2 \\ M_y^2 \\ M_z^2 \\ M_y M_z \\ M_z M_x \\ M_x M_y \end{pmatrix}, \quad (1.46)$$

pro isotropní navíc $\Delta G \equiv G_{11} - G_{12} - 2G_{44} = 0$. Pro pozdější použití uvedeme pro speciální případ $M_z = 0$

$$\varepsilon^{(2)} = G_{12} |\mathbf{M}|^2 \quad (1.47)$$

$$+ \frac{G_s}{2} \begin{pmatrix} M_x^2 & M_x M_y & 0 \\ M_x M_y & M_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{\Delta G}{2} \begin{pmatrix} M_x^2 & -M_x M_y & 0 \\ -M_x M_y & M_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.48)$$

kde $G_s = G_{11} - G_{12} + 2G_{44}$. Pro úplnost připomeneme, že složky MO tenzorů jsou stejně jako relativní permitivita ε komplexní, bezrozměrné a frekvenčně závislé. Pokud je materiál dobře popsán MO tenzory, lze pro libovolné \mathbf{M} dosazením do (1.42) získat ε , aplikovat metodu z oddílu 1.3 a tak spočítat všechny myslitelné transmisní a reflexní koeficienty.

Uvedený přístup není možné použít v případě, že osvětlované místo vzorku není tvořené homogenním \mathbf{M} , ale je tvořené více doménami, ve kterých se liší. \mathbf{M} je ve více-doménovém stavu dané průměrem přes domény. Pro \mathbb{K} to

overit

nečiní problém, protože pro průměrné \mathbf{M} dostaneme průměrné ε , ale pro \mathbb{G} to již neplatí.

Antiferomagnety se popisují analogicky, jen místo magnetizace závisí ε na jiném parametru uspořádání. V případě kolineárního antiferomagnetu FeRh (viz kap. 3.2) je to Néelův vektor \mathbf{L} , a protože fyzikální situace s opačnou orientací ($+\mathbf{L}$ a $-\mathbf{L}$) jsou symetrické, lineární MO tenzor je v něm nulový.

1.5 Magnetická anizotropie

Magnetizace \mathbf{M} materiálu není veličina, která by se dala v experimentu přímo ovládat. V experimentu můžeme aplikovat vnější pole \mathbf{H}_{ext} a materiál si sám najde rovnovážnou polohu \mathbf{M} . Na druhou stranu magnetooptické vlastnosti, jak je patrné z předchozího oddílu, závisí od \mathbf{M} . Tento oddíl se věnuje vztahu mezi \mathbf{M} a \mathbf{H}_{ext} .

Zanedbáme problémy spojené s demagnetizačními poli a budeme pro ilustraci uvažovat systém s homogenní magnetizací. Pokud je udržovaný na teplotě T , udává jeho termodynamické vlastnosti hustota volné energie $F(T, \mathbf{M})$ [23]. Aby mohl být systém v rovnováze při konkrétním \mathbf{M} , musí externí pole jakožto přidružený intenzivní parametr splňovat

$$\mu_0 \mathbf{H}_{\text{ext}}(\mathbf{M}) = \nabla_{\mathbf{M}} F(\mathbf{M}). \quad (1.49)$$

Radši bychom ale znali rovnovážné \mathbf{M} v situaci, kdy je systém obklopen magnetickým polem \mathbf{H}_{ext} tvořeným např. cívkami elektromagnetu. Mezi magnetem a studovaným systémem dochází k výměně energie prostřednictvím magnetického pole, systém je v kontaktu s "magnetickým rezervoárem" a v rovnováze proto dochází k minimalizaci celkové volné energie. V souladu s teorií termodynamických potenciálů tedy přejdeme k Legendrově transformaci v \mathbf{H}_{ext} – hustotě "magnetické entalpie"¹⁴ systému [24]

skutecne plus?

$$\Omega(T, \mathbf{H}_{\text{ext}}) = -\mu_0 \mathbf{H}_{\text{ext}} \cdot \mathbf{M}(\mathbf{H}_{\text{ext}}) + F(\mathbf{M}(\mathbf{H}_{\text{ext}})). \quad (1.50)$$

Princip minima termodynamických potenciálů nám říká, že pro libovolné pevné \mathbf{H}_{ext} bude \mathbf{M} nabývat takové hodnoty, která minimalizuje Ω . V obecné situaci, kdy magnetizace není homogenní a jednotlivá místa systému spolu interagují, může volná energie být obecným nelokálním funkcionálem prostorového rozložení magnetizace. Hustota $F(\mathbf{M})$ se proto nazývá *funkcionál volné energie*.

Široce používaný model feromagnetů v jedno-doménovém stavu je tzv. Stonerův-Wohlfarthův model [9]. Předpokládá, že funkcionál $F(\mathbf{M})$ má význam pouze lokální hustoty a \mathbf{M} je tedy dána minimalizací (1.50). Ve formě,

¹⁴Někdy označované jako magnetický Gibbsův potenciál.

v jaké SW model budeme používat, zahrnujeme do volné energie 4 příspěvky[25, 26, 27]

$$F = F^{\text{exchange}} + F^{\text{magnetocrystalline}} + F^{\text{shape}} + F^{\text{strain}} \quad (1.51)$$

První člen, způsobený výměnnou interakcí, má na svědomí feromagnetismus; závisí na celkové velikosti magnetizace $|\mathbf{M}|$ a má ostré minimum pro saturovanou magnetizaci $|\mathbf{M}| = M_S$ – všechny mikroskopické magnetické momenty jsou orientované stejným směrem. Magnetokrystalická anizotropie $F^{\text{magnetocrystalline}}$ popisuje interakci s krystalickou mřížkou, tvarová anizotropie F^{shape} popisuje vliv tvaru vzorku a strainová anizotropie F^{strain} popisuje anizotropie způsobené mechanickým napětím (např. když je vzorek nanesen na substrátu s odlišnou mřížkovou konstantou).

Dále se omezíme na situaci relevantní pro tuto práci. Vzorek je feromagnetický a vlivem výměnné interakce je magnetizace vždy saturovaná. Vzorek je kubický tenký film s krystalografickými směry [100], [010] a [001] shodnými s kladnými poloosami x , y , z . Tvarová anizotropie způsobí vymizení out-of-plane magnetizace $M_z = 0$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = M_S \begin{pmatrix} \cos \varphi_M \\ \sin \varphi_M \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.52)$$

Magnetokrystalická anizotropie se rozvine do mocninné řady v \mathbf{M} a ponechá se pouze nejnižší člen respektující kubickou symetrii, s uvážením (1.52)

$$\frac{F^{\text{magnetocrystalline}}}{M_S} = k_4 \sin^2 \varphi_M \cos^2 \varphi_M, \quad (1.53)$$

čímž jsme definovali kubickou anizotropní konstantu k_4 . Pro $k_4 > 0$ má minima – snadné osy – ve směrech [100] a [010] (tj. $\varphi_M = 0^\circ, 90^\circ$), pro $k_4 < 0$ jsou to [110] a [1-10] (tj. $\varphi_M = 45^\circ, 135^\circ$).

Navíc povolíme uniaxiální strainovou anizotropii. Také jí rozvineme do řady a podpoření tím, že mechanické napětí v rovině má principiálně uniaxiální charakter, ponecháme pouze první člen a opět vydělíme M_S pro definici uniaxiální anizotropní konstanty k_u a směru φ_u .

$$\frac{F^{\text{strain}}}{M_S} = k_u \sin^2 (\varphi_M - \varphi_u). \quad (1.54)$$

φ_u je takto definováno vzhledem ke krystalografickému směru [100]. Je dostačující omezit se na $k_u \geq 0$, snadné směry jsou pak ve $\varphi_M = \varphi_u, \varphi_u + 180^\circ$. Obě hodnoty φ_u a $\varphi_u + 180^\circ$ popisují stejné F^{strain} , takže pokud v konkrétním

případě nemáme důvod konat jinak (např. z důvodu spojitosti), omezuje se na $\varphi_u \in [0^\circ, 180^\circ]$.

Kanonický tvar funkcionálu volné energie tenkého kubického filmu v rovině xy orientovaného $[100] = x$ tedy píšeme

$$\frac{F(\varphi_M)}{M_S} = k_4 \sin^2 \varphi_M \cos^2 \varphi_M + k_u \sin^2 (\varphi_M - \varphi_u) . \quad (1.55)$$

Pro \mathbf{H}_{ext} v rovině xy

$$\mathbf{H}_{\text{ext}} = H_{\text{ext}} \begin{pmatrix} \cos \varphi_H \\ \sin \varphi_H \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.56)$$

je $\varphi_M(\varphi_H)$ dáno minimalizací hustoty magnetické entalpie (vydělené konstantním M_S)

$$\frac{\Omega}{M_S} = -\mu_0 H_{\text{ext}} \cos (\varphi_M - \varphi_H) + k_4 \sin^2 \varphi_M \cos^2 \varphi_M + k_u \sin^2 (\varphi_M - \varphi_u) \quad (1.57)$$

Dělení M_S zavádíme, aby anizotropní konstanty k_4 a k_u měly dimenzi magnetického pole a byly přímo porovnatelné s experimentálně ovladatelným $\mu_0 H_{\text{ext}}$, bez nutnosti znalosti M_S .

Pro praktické účely je výhodné vyjádřit (1.55) ekvivalentním způsobem pro vzorek obecně natočený v rovině xy o úhel γ , tzn. $[100]$ je ve směru vektoru $(\cos \gamma, \sin \gamma, 0)$. Pak až na bezvýznamnou aditivní konstantu

zavadeť ty kx?

$$\frac{F(\varphi_M)}{M_S} = -\frac{k_4}{8} \cos 4(\varphi_M - \gamma) - \frac{k_u}{2} \cos 2(\varphi_M - \varphi_u - \gamma) \quad (1.58)$$

$$= -\frac{k_{4x}}{8} \cos 4\varphi_M - \frac{k_{4y}}{8} \sin 4\varphi_M - \frac{k_{ux}}{2} \cos 2\varphi_M - \frac{k_{uy}}{2} \sin 2\varphi_M , \quad (1.59)$$

kde

$$k_{4x} = k_4 \cos 4\gamma , \quad k_{ux} = k_u \cos 2(\varphi_u + \gamma) , \quad (1.60)$$

$$k_{4y} = k_4 \sin 4\gamma , \quad k_{uy} = k_u \sin 2(\varphi_u + \gamma) . \quad (1.61)$$

Pro in-plane magnetickou anizotropii se zavádí tzv. *torque*¹⁵ $L = dF/d\varphi_M$. Podmínka minima Ω má pak tvar

spravne?

$$\frac{L(\varphi_M)}{M_S} = \mu_0 H_{\text{ext}} \sin(\varphi_M - \varphi_H) . \quad (1.62)$$

¹⁵Česky točivý moment.

Existence volné energie má netriviální důsledek na tvar závislosti $\mathbf{M}(\mathbf{H}_{\text{ext}})$ – podmínku integrability. Pro relevantní situaci saturované in-plane magnetizace a rotujícího vnějšího pole konstantní velikosti má tvar

$$\mu_0 H_{\text{ext}} M_S \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_M}{d\varphi_H} \sin(\varphi_M - \varphi_H) d\varphi_H = 0, \quad (1.63)$$

za podmínky, že φ_M je spojitou funkcí φ_H - nedochází k přeskokům magnetizace.

Důsledkem je např. intuitivní fakt, že z myslitelných průběhů $\varphi_M(\varphi_H) = \varphi_H + c$ je jediný možný ten, pro který $c = 0$; není možné, aby magnetizace konzistentně “předbíhala” nebo se “opožďovala” za přiloženým polem. Pokud z experimentu dokážeme určit pouze $d\varphi_M/d\varphi_H$, podmínka (1.63) nám dovoluje určit integrační konstantu. Obecný tvar a podrobnosti jsou uvedeny v dodatku A.2.

2. Úvod do experimentální magneto-optiky

V této kapitole se zaměříme na magnetooptické (MO) *jevy* – jakým způsobem se tenzor permitivity závislý na magnetickém stavu projevuje v experimentu. Změna permitivity se přirozeně projeví změnou transmisních a reflexních koeficientů, a tím pádem i v polarizačním stavu prošlého a odraženého světla. Typický magnetooptický experiment tedy zkoumá polarizační stav světla po průchodu či odrazu od magnetooptického materiálu, měřenou veličinou je obvykle buď úhel natočení hlavní roviny polarizace β , elipticita χ nebo méně často intenzita I , v závislosti na magnetickém stavu. Magnetooptické experimenty mají společné to, že u měřené veličiny většinou nelze prakticky určit absolutní hodnotu a je nutné měřit pouze rozdíly[19]. Navíc se tato absolutní hodnota mění při změně většiny parametrů experimentu (např. posunutí/otočení čehokoliv), a jako nejčastější z mála možností je měřit rozdíl signálu při různých magnetických stavech. To se realizuje např. změnou přiloženého vnějšího pole, současným pozorováním regionů v různých magnetických stavech (MO mikroskopie), nebo časově rozlišeným pozorováním po aplikaci silného krátkého laserového pulzu (pump-probe metody).

Jediná podmínka na zkoumaný materiál je, aby existoval v různých magnetických stavech. Ty jsou nejčastěji charakterizované magnetizací \mathbf{M} – MO jevy byly pozorovány v diamagnetikách, paramagnetikách, feromagnetikách – není to ale podmínkou, existují i v kompenzovaných antiiferomagnetech (AFM)[28], ve kterých celková magnetizace vymizí.

MO jevy lze pozorovat v transmisí i v reflexi. Reflexní jevy se souhrně nazývají MO Kerrovy jevy (MOKE) a většinou jsou slabší než transmisní. Pro Kerrovy jevy existuje ustálená notace výsledků měření[19]. Kvůli praktickým účelům bývá nenulový úhel dopadu a jako vstupní polarizace se zpravidla volí buď s- nebo p-polarizace. Změna polarizačního stavu po odrazu je popsána tzv. Kerrovou rotací a Kerrovou elipticitou vyjádřených společně komplexní Kerrovou rotací $\Psi_{s/p}$ jako v (1.39).

Dalším přirozeným dělením MO jevů je na liché a sudé v magnetizaci, což vzhledem k běžnému zanedbání jevů třetího a vyššího řádu splývá s dělením na lineární a kvadratické. Tradičně však toto dělení nerozlišuje magnetickou závislost permitivity (vyjádřenou MO tenzory \mathbb{K} a \mathbb{G}), ale pozorovaných veličin (např. β , χ , příp. transmisní/reflexní koeficienty). Závislost měřitelných na ε je nelineární, a proto mohou být kvadratické jevy způsobeny i lineárním \mathcal{K} : např. v kvadratickém Voigtově jevu (viz níže) vystupuje i člen

PN: Nechápu značení: (001) znamená [001] ve směru normály vrstvy. Je špatně, když v předchozích kapitolách píšou "[001] orientovaný vektor"? Mám tam dát kulaté závorky?

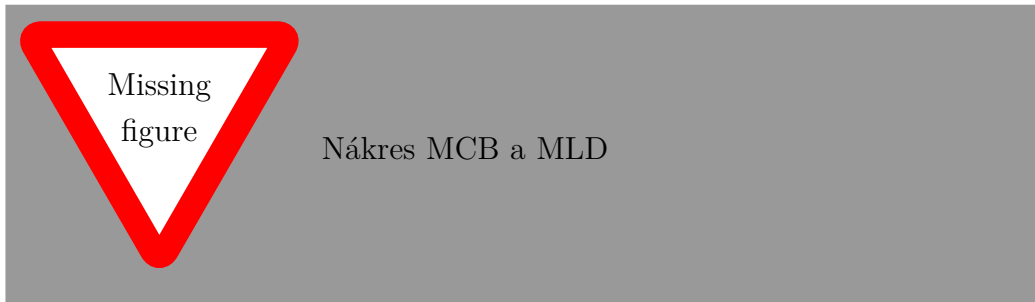
vložit citaci: ?

zeptat se Evy, jestli tomu správně rozumím

$(\varepsilon^{(1)})^2 \propto \mathbb{K}^2 \mathbf{M}^2$, který je někdy označován jako *beam walk-off*[29]. Lineární jevy mohou naopak být způsobeny jedinečně lineárním \mathbb{K} .

Zmíníme ještě jedno dělení MO jevů: na základě toho, jaký druh optické anizotropie do vzorku zavádí magnetická permitivita[30]. Anizotropie může mít charakter dvojlomu (anizotropie $\Re\{n\}$ – rozdílná fázová rychlost) nebo dichroismu (anizotropie $\Im\{n\}$ – rozdílný absorpční koeficient). Druhou charakteristikou optické anizotropie jsou vlastní módy, pro které se daná vlastnost liší – v nejjednodušším případě jsou to lineární¹ nebo kruhové polarizace. Kombinací těchto charakteristik dělíme jevy na magnetický lineární/kruhový dvojlom/dichroismus: MLB, MLD, MCB, MCD². Toto dělení se v reflexi používá z pedantského pohledu chybným způsobem: jako MLD se označuje anizotropie reálné části *reflexního koeficientu*, která je však spjatá s anizotropií reálné i imaginární části indexu lomu – MLB i MLD[31].

Poznamenáme, že pro intuitivní a dokonce i kvantitativní pochopení vlivu průchodu světla vzorkem vykazujícím jednu z uvedených anizotropií je dostačující grafické znázornění Muellerových matic zavedené v oddílu 1.2.2. Dvojlom je otáčení a dichroismus doutníkovatění ve směru osy procházející příslušnými lineárními/kruhovými módy, viz obr. 2.1.



Obrázek 2.1: Znázornění magnetooptických jevů v průchodu pomocí Stokesových vektorů. (a) MCB – rotace (B) Poincarého sféry podél osy procházející kruhovými (C) polarizacemi, což má za následek stočení lineární polarizace nezávislé na jejím směru. (b) MLD – protáhnutí (D) Poincarého sféry v ose procházející lineárními (L) vlastními módy, což má za následek stočení polarizace uměrné $\sin(2\beta)$, s β počítaném od lineárního módu s nižším koeficientem útlumu.

¹Slovo lineární má zde význam lineární polarizace; nesouvisí s dělením na lineární a kvadratické jevy výše. MLD je kvadratický jev.

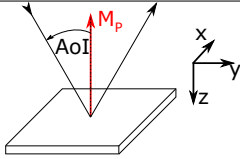
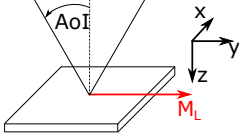
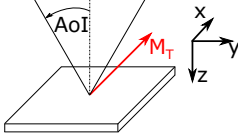
²angl. Magnetic Linear/Circular Birefringence/Dichroism.

Lineární jevy Jsou obecně silnější a navíc mají tu výhodu, že díky opačným znaménkám signálu pro opačné směry magnetizace lze často jednoduše oddělit signál od nemagneto-optického pozadí. V reflexi se lineární Kerrovy jevy rozlišují podle toho, na jaké složky magnetizace jsou citlivé, viz obr. 2.2[19].

- Polární (PMOKE) - \mathbf{M} kolmé na rozhraní.
- Longitudinální (LMOKE) - \mathbf{M} v rovině rozhraní a rovině dopadu.
- Transverzální (TMOKE) - \mathbf{M} v rovině rozhraní a kolmo na rovinu dopadu.

LMOKE a TMOKE jsou nulové při kolmém dopadu, a při téměř kolmém dopadu jejich amplituda roste lineárně s úhlem dopadu. PMOKE je nenulový i při kolmém dopadu.

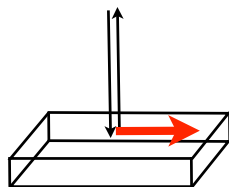
V transmisi se vyskytují podobné jevy, z nichž samostatný název má jako jediný polární - Faradayův jev (MCB) objevený jako první už v roce 1845, ještě před formulací Maxwellových rovnic[30].

PMOKE	LMOKE	TMOKE
		
$\begin{bmatrix} \varepsilon_d & -\varepsilon_1(M_z) & 0 \\ \varepsilon_1(M_z) & \varepsilon_d & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_d \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \varepsilon_d & 0 & \varepsilon_1(M_y) \\ 0 & \varepsilon_d & 0 \\ -\varepsilon_1(M_y) & 0 & \varepsilon_d \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \varepsilon_d & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_d & -\varepsilon_1(M_x) \\ 0 & \varepsilon_1(M_x) & \varepsilon_d \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp}(M_z) \\ r_{ps}(M_z) & r_{pp} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp}(M_y) \\ r_{ps}(M_y) & r_{pp} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} r_{ss} & 0 \\ 0 & r_{pp} + \Delta r_{pp}(M_x) \end{bmatrix}$

Obrázek 2.2: Lineární Kerrovy jevy. Zatímco polární a longitudinální MOKE se projeví v mimodiagonálních složkách reflexní Jonesovy matice, a tedy stočením s- a p- polarizace, transverzální ponechává mimodiagonální složky nulové a projeví se pouze změnou intenzitní reflektivity. Při dopadu šikmé polarizace, která není ani s- ani p- se však už i TMOKE projeví stočením. [19]

Kvadratické jevy Zatímco lineární magnetooptika se stala užitečným nástrojem v mnoha oborech, kvadratická dlouho unikala pozornosti. Prakticky jediná situace, ve které je díky vymizení lineárních jevů možné pozorovat čistě kvadratické jevy, je kolmý dopad s transverzální magnetizací³, jak znázorňuje obr. 2.3. Poprvé byl kvadratický jev pozorován v transmisi – Voigt v roce 1902 pozoroval v plynech stočení kvadraticky závislé na transverzálním magnetickém poli a v roce 1907 to samé v kapalinách nezávisle pozorovali Cotton a Mouton[30]. Z pohledu třídění magneto-optických anizotropií se jedná o MLD, jev se často nazývá Voigtův či Cottonův-Moutonův. V reflexi se kvadratické jevy nazývají souhrnně jako kvadratické MOKE (QMOKE), případně reflexní Voigtův, Cotton-Moutonův jev nebo reflexní analogie MLD.

Transmisní i reflexní verze tohoto jevu jsou ústředním tématem této práce a nazývat je budeme souhrnně MLD.



Obrázek 2.3: Voigtova geometrie. Kolmý dopad a magnetizace je transverzální - kolmo na směr šíření světla., [31]

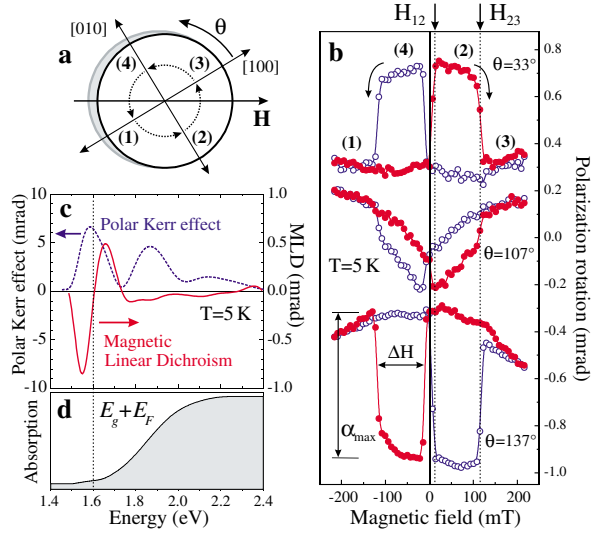
Kvadratické jevy se postupem času ukázaly jako obecně téměř všudypřítomné a nezanedbatelné. V roce 2005 byl v magnetickém polovodiči GaMnAs pozorován v reflexi při téměř kolmém dopadu *obří* MLD - kvadratické stočení polarizace, které bylo svou velikostí srovnatelné s lineárními jevy[32]. K pozorování bylo využito chování hysterezních smyček v materiálech se čtyřmi snadnými osami, viz. obr. 2.4.

Silné MLB a MLD bylo také pozorováno při nízkých teplotách v paramagnetickém terbium-galiovém granátu (TGG)[29] a obecně jsou často silné v Heuslerových sloučeninách[33]. V roce 2020 byl pozorován obří QMOKE v tenkém filmu (Eu,Gd)O dosahující stočení až 1°.

Jedním z důvodů, proč se v současné době kvadratické jevy těší vysoké popularitě, je, že kvadratický tenzor \mathbb{G} dovoluje výrazně širší třídu symetrií materiálů než lineární \mathbb{K} ; mezi ně se řadí např. zmíněné kolineární AFM. AFM byly již dříve předmětem intenzivního spintronického výzkumu [34, 35], s objevem nové třídy magnetických materiálů – tzv. altermagnetů[36] – se opět dostávají na výsluní.

³Nebo nulový \mathbb{K} tenzor jako v případě kolineárních AFM.

PN: je to tak??



Obrázek 2.4: Obří MLD v GaMnAs. (a) Snadné osy magnetizace. (b) Stočení polarizace v při aplikaci vnějšího pole ve směru θ . Spektrum MO jevů (c) a absorpce (d)., [32]

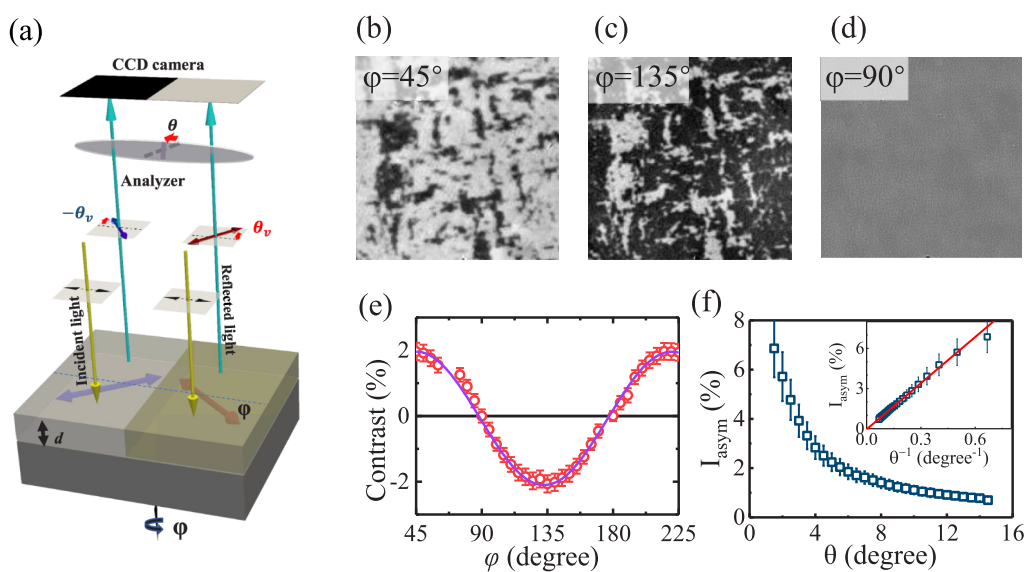
Co se týče dosažených výsledků kvadratických jevů v AFM, byly využity např. pro určení Néelova vektoru v CuMnAs[28], pro mikroskopii AFM domén[37] tenkých filmů NiO (viz obr. 2.5) a pro pozorování reakcí Fe₂As na ultrarychlé změny teploty[38].

V nejjednodušším případě Voigtovy geometrie, kdy má navíc magnetická závislost permitivity plnou symetrii prázdného prostoru (\mathbb{K} , \mathbb{G} i všechny vyšší řády jsou izotropní), má stočení polarizace vlivem Voigtova jevu jednoduchý tvar s fenomenologickým parametrem P popisujícím amplitudu jevu

$$\Delta\beta = P \sin(2(\varphi_M - \beta)) . \quad (2.1)$$

Ani kubické krystaly však obecně nemají izotropní \mathbb{G} , a navíc pro měření odrazu se často používá malý, ale nenulový úhel dopadu, který vnese do signálu i lineární MOKE, takže je třeba využít plného formalismu představeného v kap. 1. To je sice v principu možné pro každou konkrétní situaci, ale pro interpretaci experimentu je nutné mít nějaký fenomenologický vzorec typu (2.1), který je platný pro širší třídu situací.

Šikmý odraz přímo na polonekonečném (bulku) [001] orientovaném kubickém vzorku s omezením na in-plane magnetizaci byl spočítán pomocí Yehovy metody v [39]. Jiná situace byla spočítána Berremanovou metodou v [40]: odraz na struktuře tvořené izotropním polonekonečným substrátem, *ultra-*



Obrázek 2.5: Pozorování antiferomagnetických domén v tenkém filmu NiO. Je zkoumán rozdíl stočení polarizace při odrazu od domén s vzájemně kolmou orientací Néelova vektoru (a). Podle vzorce (??) dochází k největšímu kontrastu pokud vstupní polarizace svírá s Néelovým vektorem 45° , protože pak mají obě domény efekt stočení s opačným znaménkem (b-e)., [37]

tenkým⁴ filmem se zcela obecně anizotropním tenzorem permitivity, a izotropní nadvrstvou. Dosazením magnetické permitivity pro [001] orientovaný kubický vzorek in-plane otočený o úhel γ , jako v (1.58), je pak reprodukován stejný tvar vzorce jako pro polonekonečný vzorek

$$\Psi_{s/p} = A_{s/p} \left[2G_{44} - \frac{K^2}{\varepsilon^0} + \frac{\Delta G}{2}(1 - \cos 4\gamma) \right] M_x M_y \quad (2.2)$$

$$A_{s/p} \left[\frac{\Delta G}{4} \sin 4\gamma \right] (M_x^2 - M_y^2) \pm B_{s/p} K M_y, \quad (2.3)$$

kde $A_{s/p}$ a $B_{s/p}$ jsou vážící konstanty závislé na úhlu dopadu a na parametrech substrátu a nadvrstvy. $A_{s/p}$ je sudou a $B_{s/p}$ lichou funkcí úhlu dopadu, jejich konkrétní tvar je uveden v příslušných původních člancích. Detaily ohledně konvencí lze také nalézt v [19]. Vliv izotropního substrátu a nadvrstvy diskutuje metodou *efektivních rozhraní* [41].

V uvedeném vzorci jsou patrné dva druhy příspěvků: lineární v \mathbf{M} , který vymizí při kolmém dopadu a kvadratický v \mathbf{M} , který je nenulový i při kolmém dopadu. Jak bylo avizováno, kvadratický člen v sobě zahrnuje i lineární permitivitu K^2 . Lze také vidět, že při kolmém dopadu $B_{s/p} = 0$ a izotropním \mathbb{G} ($\Delta G = 0$) nezáleží signál na natočení vzorku a dostaneme

$$\Psi_{s/p} = A_{s/p} \left[2G_{44} - \frac{K^2}{\varepsilon^0} \right] M_x M_y, \quad (2.4)$$

což je ekvivalentní (2.1).

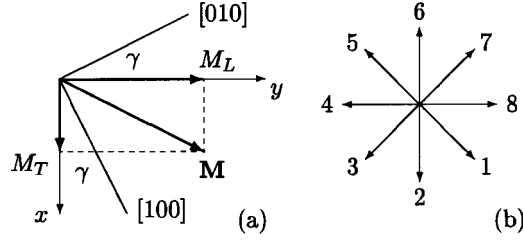
Při nekolmém dopadu se lineární i kvadratický člen sčítají a pro kvantitativní analýzu je třeba je nějakým způsobem oddělit. Metodám, které se tím zabývají, věnujeme zbytek této kapitoly.

2.1 Osmisměrná metoda

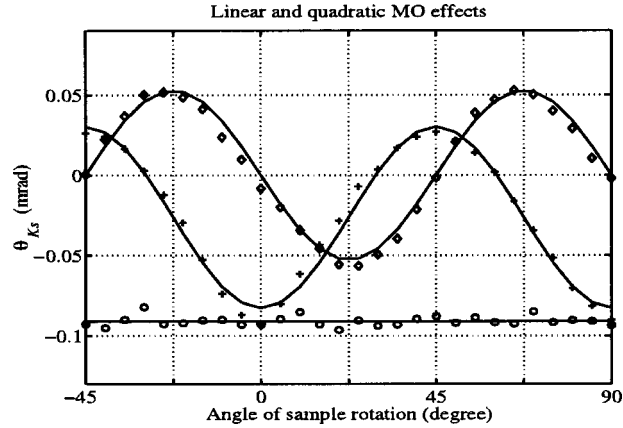
Základem osmisměrné metody [39] je vzorec (2.2). Všechny tři členy mají různou závislost na směru magnetizace, takže měřením signálu pro různé směry in-plane magnetizace je možné je od sebe oddělit. V praxi se měří stočení polarizace, případně elipticita pro 8 směrů vnějšího pole \mathbf{H}_{ext} jako na obr. 2.6 (b). Koeficienty jednotlivých členů (2.2) se pak získají vhodnými součty a odečty signálu v různých směrech. Podmínkou je však striktní magnetická saturace, tj. pole musí být dostatečně silné, aby magnetizace byla pro všechny směry saturovaná ve směru pole (aby vždy platilo $\varphi_M = \varphi_H$ a $|\mathbf{M}| = M_S$).

⁴ $nd/k_0 \ll 1$, kde n je index lomu a d tloušťka vrstvy.

Měření je opakováno pro různé natočení vzorku γ , změřené koeficienty pak sledují závislost podle vzorce (2.2), viz obr. 2.7. Vzorec (2.2) v tomto tvaru platí pouze pro [001] orientované vzorky, nicméně metoda byla rozšířena pro [011] a [111] orientované kubické vzorky, ve kterých má podobný tvar [19, 22].



Obrázek 2.6: Osmisměrná metoda. (a) Vzorek je otáčen v rovině xy o úhel γ . (b) Osm pevných směrů, ve kterých je přikládáno magnetické pole. [39]



Obrázek 2.7: Naměřená závislost koeficientů MO jevů na natočení vzorku (epitaxní vrstva Fe na MgO). (○) koeficient lineárního jevu, (+) koeficient $M_x M_y$, (◇) koeficient $M_x^2 - M_y^2$. Harmonická závislost potvrzuje platnost vzorce (2.2) a striktní magnetickou saturaci v daném případě. [39]

2.2 Metoda rotujícího pole, ROTMOKE

Metoda rotujícího pole [42, 43] rozšiřuje osmisměrnou metodu na Stoner-Wohlfarthův model: \mathbf{H}_{ext} je dostatečně silné na to, aby vzorek byl v jednodomém stavu a magnetizace byla saturovaná $|\mathbf{M}| = M_S$, ale nedostatečně na to, aby se neprojevila magnetická anizotropie $\varphi_M \neq \varphi_H$.

Přiložené pole se při konstantí velikosti otáčí v rovině vzorku a je měřeno stočení polarizace (příp. elipticita), viz obr. 2.8. Předpokladem pro oddělení lineárního a kvadratického příspěvku, který supluje striktní magnetickou saturaci osmisměrné metody, je zde symetrie in-plane inverze magnetické anizotropie, tj. $\mathbf{M}(-\mathbf{H}_{\text{ext}}) = -\mathbf{M}(\mathbf{H}_{\text{ext}}) \Leftrightarrow \varphi_M(\varphi_H + 180^\circ) = \varphi_M(\varphi_H) + 180^\circ$. Pokud není narušená, lineární Ψ^L , resp. kvadratický Ψ^Q příspěvek signálu je lichý, resp. sudý nejen v \mathbf{M} , ale i v \mathbf{H}_{ext} ; proto je možné je jednoduše oddělit⁵

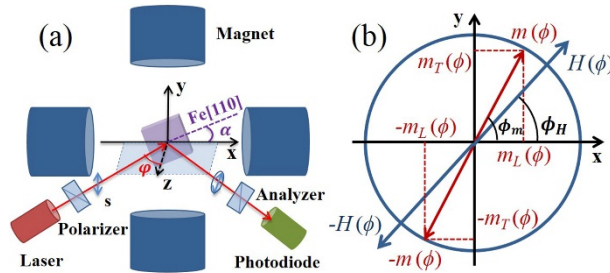
$$\Psi^L(\varphi_H) = \frac{1}{2} [\Psi(\varphi_H + 180^\circ) - \Psi(\varphi_H)] , \quad (2.5)$$

$$\Psi^Q(\varphi_H) = \frac{1}{2} [\Psi(\varphi_H + 180^\circ) + \Psi(\varphi_H)] . \quad (2.6)$$

Lineární signál má podle (2.2) jednoduchou závislost na směru magnetizace, takže z něj lze odečíst magnetickou anizotropii, tj. $\varphi_M(\varphi_H)$

$$\Psi^L(\varphi_H) \propto \cos(\varphi_M(\varphi_H)) , \quad \cos \varphi_M = \Psi^L(\varphi_H) / \Psi_{\text{max}}^L , \quad (2.7)$$

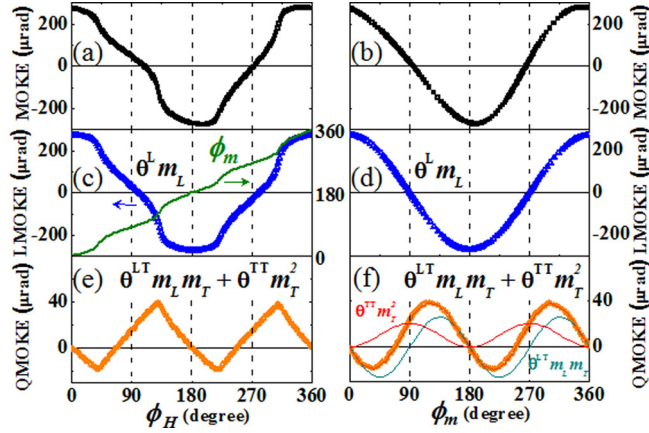
kde Ψ_{max}^L je maximální naměřený lineární signál pro $\varphi_M = 0^\circ$.



Obrázek 2.8: Schématické znázornění metody rotujícího pole [citerotpole2]. Při šikmém dopadu je měřeno stočení polarizace během otáčení magnetického pole v rovině vzorku xy . [43]

Celá metoda tedy spočívá ve třech krocích, pro ilustraci výsledků viz obr. 2.9

1. Změřený signál je rozdělen na Ψ^L a Ψ^Q .
2. Z Ψ^L je určena magnetická anizotropie: φ_M pro každé φ_H .
3. Stejný jako u osmisměrné metody: opakování pro každé natočení vzorku γ a určení koeficientů jednotlivých členů v (2.2), tentokrát však už podle známého φ_M .



Obrázek 2.9: Ilustrace metody rotujícího pole (Fe(12nm)/GaAs(001)). Měřené (a) stočení polarizace v závislosti na experimentálně ovladatelném φ_H , rozdělené na lineární (c) a kvadratický (e) příspěvek. V (b),(d),(f) jsou signály vyjádřené v závislosti na φ_M určeném z (c). To, že se (a,c,e) a (b,d,f) navzájem liší dokazuje, že magnetická anizotropie není zanedbatelná, a materiál nebylo možné měřit osmisměrnou metodou. [42]

Metoda rotujícího pole je velmi podobná metodě ROTMOKE[44] z roku 1999, která také v rotujícím in-plane vnějším poli separuje lineární a kvadratické jevy stejným způsobem. Narozdíl od metody rotujícího pole je však cílem pouze magnetometrie pomocí lineárního jevu (je vynechán krok č. 3), kvadratické jevy jsou považovány za artefakty a odstraněny ze zpracování.

⁵V původních člancích je Ψ značeno Φ .

3. Studované materiály

3.1 CoFe

Vzorek byl poskytnut prof. Y. Z. Wu z *Department of Physics, State Key Laboratory of Surface Physics, Fudan University, Shanghai* v Číně, jedná se o jeden ze skupiny vzorků studovaných v [45]. Tento oddíl je souhrnem relevantních informací z původního článku, poskytnutých doprovodných dokumentů a korespondence.

Ve slitině $\text{Co}_x\text{Fe}_{1-x}$ byl z prvních principů předpovědězen intrinsický mechanismus anizotropní magnetoresistence (AMR): dochází ke křížení energetických pásů, které je závislé na orientaci magnetizace. Změnou poměru Co a Fe je navíc možné posouvat tyto body křížení vzhledem k Fermiho hladině a tak ladit velikost AMR. Po vypěstování monokrystalu metodou MBE bylo provedeno magneto-transportní měření a předpověď silného AMR byla potvrzena. AMR je projevem magnetické závislosti tenzoru vodivosti, a do jisté míry je možné ho považovat za $\omega \rightarrow 0$ limitu Voigtova jevu.

CoFe je z hlediska spintronických aplikací ve skutečném světě perspektivní zejména z toho důvodu, že Co i Fe jsou velice snadno dostupné materiály a samotné CoFe je již jinými způsoby široce používané v současných technologiích.

Vzorek studovaný v této práci je v původním článku označen $x = 0.5$, je to 10 nm vrstva monokrystalu $\text{Co}_{0.5}\text{Fe}_{0.5}$ na substrátu $\text{MgO}(001)$, s 3 nm nadvrstvou $\text{MgO}(001)$. Vzorek má kubickou mřížku. Fotografie vzorku s vyznačenými krystalografickými osami a definicí úhlů je na obr. 3.1 (a).

Metodou *torque-metry* byla změřena in-plane magnetická anizotropie vzorku, změřený torque je na obr. 3.1 (b). Torque byl fitovaný SW modelem (1.55) s výsledkem $H_4 = 605 \text{ Oe}$ a $H_u = 126 \text{ Oe}$. V našem značení (1.55) a jednotkách SI to odpovídá

$$k_4 = 0 \text{ mT}, \quad k_u = 0 \text{ mT}, \quad \varphi_u = 0^\circ. \quad (3.1)$$

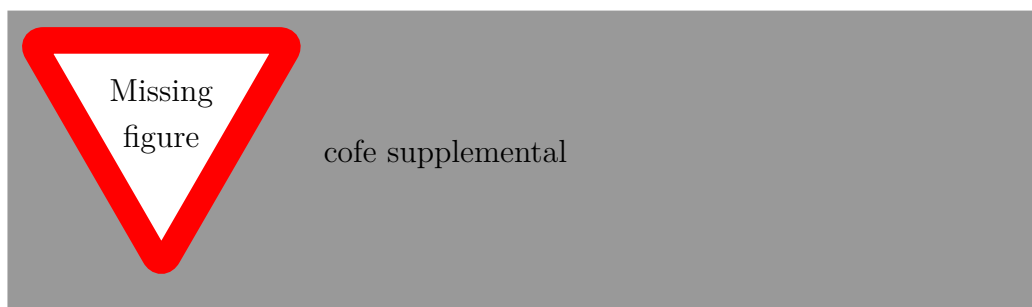
PN: nevíte o nějakém zdroji?

dosadit

3.2 FeRh — vzorek FR06

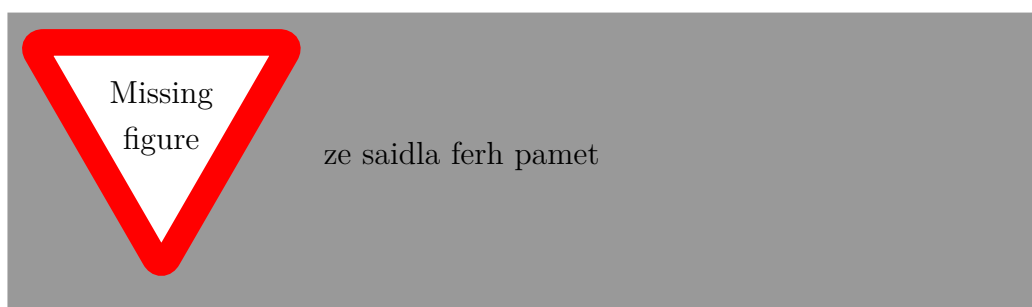
Vzorek FR06 patří do sady vzorků slitiny FeRh připravených naprašováním na *University of California, Berkley* v USA, jejichž studiu se na KChFO MFF UK již věnovali práce [46, 11, 47]. Konkrétně vzorek FR06 byl podrobně studován v [11, 47]. Tento oddíl je čistou kompilací uvedených referencí.

FeRh se vyznačuje magnetickým fázovým přechodem AFM–FM (nižší–vyšší teplota). Takový fázový přechod sám o sobě není jedinečný, u FeRh k



Obrázek 3.1: (a) vzorek cofe a (b) torque

němu však dochází přibližně při 370 K, takže při pokojové teplotě je v AFM fázi, a pro přechod do FM stačí mírný ohřev. To je velice žádanou vlastností pro spintronicke aplikace: v navrhovaných AFM pamětech by informace byla uchovávána při pokojové teplotě v AFM stavu robustním vůči vnějším magnetickým polím, což by mimojiné umožnilo rozsáhlejší miniaturizaci. Teplotní “blízkost” FM fáze pak dovoluje tzv. *heat-assisted magneto-recording* (HAMR): materiál je ohřát, je přiloženo zapisovací magnetické pole, a následně je materiál opět zchlazen. Tímto způsobem je možné ovlivnit magnetický stav v AFM fázi, a tím do něj zapsat informaci. Tento jev se označuje jako *field cooling*. Princip FeRh AFM paměti a field cooling ilustruje obr. 3.2. Z ekonomických důvodů však FeRh není perspektivní, protože Rh je příliš málo dostupné.

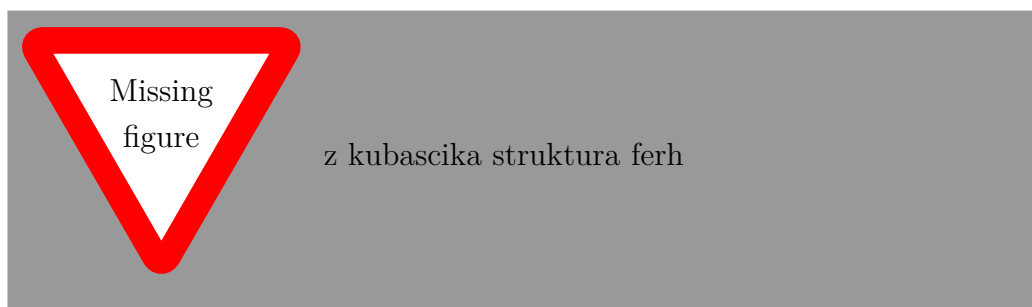


Obrázek 3.2: pamet ferh, field cooling

FeRh má kubickou prostorově centrovanou mřížku. Struktura a uspořádání mikroskopických momentů je znázorněno na obr. 3.3. Fázový přechod do FM je doprovázen několika projevy: izotropně se zvýší objem krystalu o cca 1 % a změní se reflektivita. Při přechodu dochází také ke skokové změně entropie, což vede k teplotní hysterezi, viz obr. 3.4 (b).

Vzorek FR06 je tvořen 18 nm vrstvou $\text{Fe}_{0,5}\text{Rh}_{0,5}$ na substrátu $\text{MgO}(001)$

PN: Zvětší
nebo zmenší?
U nás se
zmenšuje, ale
Brajer cituje
nejaky obrazek
kde se zvet-
suje.



Obrázek 3.3: struktura ferh

a s krycí vrstvou tantalu. Hrana vzorku je shodná s MgO [100], FeRh [100] je oproti hraně pootočen o 45° , viz obr. 3.4 (a).

V [46] byla (pro jiný vzorek ze sady – 36 nm tlustý FR04) údajně měřením MLD v hysterezních smyčkách určena poloha snadných os: 45° a 135° pootočené od FeRh [100] (, které v daném vzorku narozdíl od FR06 údajně splývá s MgO [100]).

V [47] bylo ve vzorku FR06 měřeno spektrum MLD v rotujícím poli. Neuspokojivé výsledky zavedly vzniku této práce (viz kap. 4).

PN: jak tlustou? Saidl ani Kubaščík to nepíší, v Brajerovi jsou protirečící si informace (v textu 1,5 nm, na obrázku 3 nm)



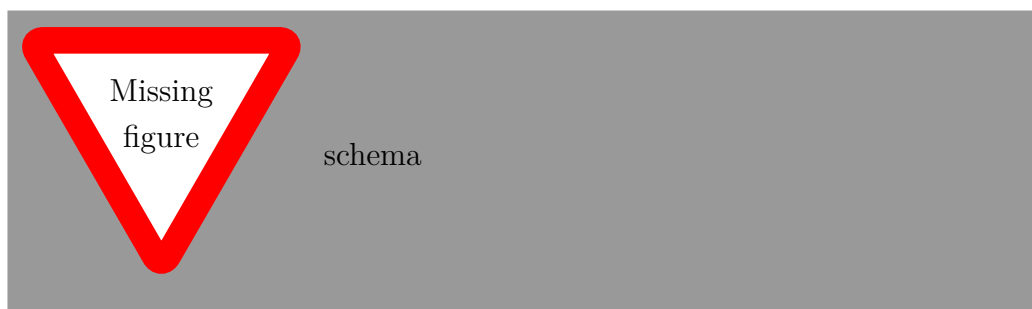
Obrázek 3.4: a) vzorek definice uhlu a tak b) R hystereze kubas

4. Spektroskopie anizotropního MLD — popis

Jediným cílem této práce je zprovoznění a zdokonalení jednoho druhu magneto-optického experimentu na pracovišti Laboratoři OptoSpintroniky (LOS) KChFO MFF UK na adrese Ke Karlovu 3, Praha 2.

Experiment lze nejlépe popsat jako *spektroskopii anizotropního MLD* (/Voigtova/Cotton-Moutonova jevu) a přidruženou *in-plane magneto-metrii* v tenkých filmech, kolmém dopadu a rotujícím poli. Základní schéma aparatury je na obr. 4.1. Následuje popis jednotlivých elementů

PN: je to dobře napsané? měl bych zmínit FÚ?



Obrázek 4.1: schema

2-D Magnet Elektro-magnet tvořený dvěma páry nezávislých cívek dokáže vytvořit libovolné vnější magnetické pole \mathbf{H}_{ext} v rovině xy o maximální velikosti 210 mT. V praxi jsou kvůli hysterezi magnetu použity pouze definované charakterizované procedury (posloupnosti proudů). Vývojem proudových tabulek se zabývá [48, 49]. V této práci používáme pouze dvě: rotaci pole o velikosti $H_{\text{ext}} = 207 \text{ mT}, 50 \text{ mT}$ s krokem v úhlu pole φ_H minimálně 1° .

Kryostat Kryostat s topením dovoluje udržovat vzorek v rozmezí teplot cca 15–800 K. Vzorek je lepen na *cold-finger* a v kryogenické komoře umístěn mezi ramena magnetu. Komora je opatřena zepředu a ze stran skleněnými okénky. Magneto-optickou aktivitu okének (Faradayův jev) zkoumá [50].

Super-kontinuální laser *SuperK EXTREME* generuje široko-spektrální pulzy, které jsou dále filtrovány pro získání pulzů s šířkou pásma 10 nm. V

rozmezí 460–845 nm k filtraci používáme laditelný filtr *SuperK VARIA*, v rozmezí 845–1600 nm pak sadu pásmových interferenčních filtrů.

Polarizační optika Polarizátory P1 a P2 jsou širokospektrální typu Glan Laser.

PEM [51]

Berekův kompenzátor [52]

Detektory [53]

4.1 Výchozí situace

Aparaturou se již zabývali dřívější práce vzniklé na pracovišti. [48, 49] se věnují charakterizaci magnetu a implementaci měřících procedur. [54] uvádí do provozu první verzi optické aparatury a provádí zkušební experimenty, [47, 49] aparaturu vylepšují a využívají k magneto-optickým měřením AFM materiálů.

Žádné z výsledků předchozích prací však nebyly uspokojující. Úvodním krokem této práce bylo zopakovat a rozšířit spektroskopická měření MLD ve vzorku FR06 ve FM fázi, provedená v [47]. Měření byla úspěšně replikovaná, ale problémy přetrvaly.

4.2 Detekce — optický můstek

4.3 Anizotropní MLD

4.4 Artefaktní signály

4.5 Zpracování dat

5. Spektroskopie anizotropního MLD — výsledky

5.1 CoFe — transmise, pokojová teplota

5.2 CoFe — transmise, nízká teplota

5.3 FeRh — reflexe, FM fáze

5.4 FeRh — reflexe, field-cooling

Závěr

Seznam použité literatury

- [1] José J. Gil. „Review on Mueller Matrix Algebra for the Analysis of Polarimetric Measurements“. In: *Journal of Applied Remote Sensing* 8.1 (břez. 2014), s. 081599. ISSN: 1931-3195. DOI: 10.1117/1.JRS.8.081599.
- [2] Razvigor Ossikovski, José J. Gil a Ignacio San José. „Poincaré Sphere Mapping by Mueller Matrices“. In: *Journal of the Optical Society of America A* 30.11 (lis. 2013), s. 2291. ISSN: 1084-7529, 1520-8532. DOI: 10.1364/JOSAA.30.002291.
- [3] Dwight W. Berreman. „Optics in Stratified and Anisotropic Media: 4×4-Matrix Formulation“. In: *JOSA* 62.4 (dub. 1972), s. 502–510. DOI: 10.1364/JOSA.62.000502.
- [4] Pochi Yeh. „Electromagnetic Propagation in Birefringent Layered Media“. In: *Journal of the Optical Society of America* 69.5 (květ. 1979), s. 742. ISSN: 0030-3941. DOI: 10.1364/JOSA.69.000742.
- [5] W. Xu, L. T. Wood a T. D. Golding. „Optical Degeneracies in Anisotropic Layered Media: Treatment of Singularities in a 4×4 Matrix Formalism“. In: *Physical Review B* 61.3 (led. 2000), s. 1740–1743. ISSN: 0163-1829, 1095-3795. DOI: 10.1103/PhysRevB.61.1740.
- [6] Xiaohu Wu. „The Singularities in the 4×4 Matrix Formalisms“. In: *Optik* 168 (zář. 2018), s. 10–12. ISSN: 00304026. DOI: 10.1016/j.ijleo.2018.04.081.
- [7] B. Garibello et al. „On the Singularity of the Yeh 4×4 Transfer Matrix Formalism“. In: *Journal of Modern Optics* 67.9 (květ. 2020), s. 832–836. ISSN: 0950-0340, 1362-3044. DOI: 10.1080/09500340.2020.1775905.
- [8] P. Bertrand et al. „General Analytical Treatment of Optics in Layered Structures: Application to Magneto-Optics“. In: *Physical Review B* 64.23 (lis. 2001), s. 235421. ISSN: 0163-1829, 1095-3795. DOI: 10.1103/PhysRevB.64.235421.
- [9] E.C. Stoner a E.P. Wohlfarth. „A Mechanism of Magnetic Hysteresis in Heterogeneous Alloys“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 27.4 (čvc. 1991), s. 3475–3518. ISSN: 1941-0069. DOI: 10.1109/TMAG.1991.1183750.
- [10] Štefan Višňovský. *Optics in Magnetic Multilayers and Nanostructures*. Boca Raton: CRC Press, říj. 2018. ISBN: 978-1-315-22124-3. DOI: 10.1201/9781420019193.

- [11] Vít Saidl. „Ultrarychlá laserová spektroskopie antiferomagnetů“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, čvn. 2018.
- [12] Stefan Linden et al. „Photonic Metamaterials: Magnetism at Optical Frequencies“. In: *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 12.6 (lis. 2006), s. 1097–1105. ISSN: 1077-260X. DOI: 10.1109/JSTQE.2006.880600.
- [13] Max Born a Emil Wolf. *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. 7th expanded ed. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 1999. ISBN: 978-0-521-64222-4 978-0-521-63921-7.
- [14] R. M. A. Azzam a N. M. Bashara. *Ellipsometry and Polarized Light*. 1977. ISBN: 978-0-7204-0694-8.
- [15] Razvigor Ossikovski. „Differential Matrix Formalism for Depolarizing Anisotropic Media“. In: *Optics Letters* 36.12 (čvn. 2011), s. 2330. ISSN: 0146-9592, 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.36.002330.
- [16] Luboš Motl a Miloš Zahradník. *Pěstujeme lineární algebru*. Praha: Karolinum, 2002. ISBN: 978-80-246-0421-3.
- [17] Xinyang Li, Xin Xiong a Lingzhong Zeng. „Estimates for the Eigenvalues of the Bi-Drifting Laplacian on Cigar Soliton“. In: *Journal of Geometry and Physics* 145 (lis. 2019), s. 103472. ISSN: 0393-0440. DOI: 10.1016/j.geomphys.2019.07.003.
- [18] S. Middelkamp et al. „Dynamics of Dark–Bright Solitons in Cigar-Shaped Bose–Einstein Condensates“. In: *Physics Letters A* 375.3 (led. 2011), s. 642–646. ISSN: 0375-9601. DOI: 10.1016/j.physleta.2010.11.025.
- [19] Robin Silber. „Quadratic Magneto-optic Kerr Effect Spectroscopy of Magnetic Thin Films with Cubic Crystal Structure“. Dis. pr. Universität Bielefeld, 2019.
- [20] Lars Onsager. „Reciprocal Relations in Irreversible Processes. I.“ In: *Physical Review* 37.4 (ún. 1931), s. 405–426. ISSN: 0031-899X. DOI: 10.1103/PhysRev.37.405.
- [21] Lars Onsager. „Reciprocal Relations in Irreversible Processes. II.“ In: *Physical Review* 38.12 (pros. 1931), s. 2265–2279. ISSN: 0031-899X. DOI: 10.1103/PhysRev.38.2265.

- [22] Jana Hamrlová et al. „Quadratic-in-Magnetization Permittivity and Conductivity Tensor in Cubic Crystals: Quadratic-in-magnetization Permittivity and Conductivity Tensor“. In: *physica status solidi (b)* 250.10 (říj. 2013), s. 2194–2205. ISSN: 03701972. DOI: 10.1002/pssb.201349031.
- [23] Herbert B. Callen. *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*. 2nd ed. New York: Wiley, 1985. ISBN: 978-0-471-86256-7.
- [24] Gustavo Castellano. „Thermodynamic Potentials for Simple Magnetic Systems“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 260.1-2 (břez. 2003), s. 146–150. ISSN: 03048853. DOI: 10.1016/S0304-8853(02)01286-6.
- [25] Helena Reichlová. „Ultrarychlá laserová spektroskopie polovodičů“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, zář. 2010.
- [26] Tomáš Janda. „Dynamika spinové polarizace v polovodičích“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, zář. 2012.
- [27] Jiří Kuchařík. „Studium spinové polarizace pomocí laserové spektroskopie“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, čvn. 2015.
- [28] V. Saidl et al. „Optical Determination of the Néel Vector in a CuMnAs Thin-Film Antiferromagnet“. In: *Nature Photonics* 11.2 (ún. 2017), s. 91–96. ISSN: 1749-4885, 1749-4893. DOI: 10.1038/nphoton.2016.255.
- [29] Ali Akbar, Muhammad Waleed Khalid a Muhammad Sabieh Anwar. „Low Temperature Voigt Effect in the Terbium Gallium Garnet Crystal“. In: *Optics Express* 25.24 (lis. 2017), s. 30550. ISSN: 1094-4087. DOI: 10.1364/OE.25.030550.
- [30] A. K. Zvezdin a V. A. Kotov. *Modern Magnetooptics and Magneto-optical Materials*. 1st edition. Bristol : Philadelphia, Pa: CRC Press, led. 1997. ISBN: 978-0-7503-0362-0.
- [31] N. Tesařová et al. „Systematic Study of Magnetic Linear Dichroism and Birefringence in (Ga,Mn)As“. In: *Physical Review B* 89.8 (ún. 2014), s. 085203. ISSN: 1098-0121, 1550-235X. DOI: 10.1103/PhysRevB.89.085203.
- [32] A. V. Kimel et al. „Observation of Giant Magnetic Linear Dichroism in (Ga, Mn)As“. In: *Physical Review Letters* 94.22 (čvn. 2005), s. 227203. ISSN: 0031-9007, 1079-7114. DOI: 10.1103/PhysRevLett.94.227203.

- [33] J Hamrle et al. „Huge Quadratic Magneto-Optical Kerr Effect and Magnetization Reversal in the Co₂FeSi Heusler Compound“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 40.6 (břez. 2007), s. 1563–1569. ISSN: 0022-3727, 1361-6463. DOI: 10.1088/0022-3727/40/6/S09.
- [34] P. Němec et al. „Antiferromagnetic Opto-Spintronics“. In: *Nature Physics* 14.3 (břez. 2018), s. 229–241. ISSN: 1745-2473, 1745-2481. DOI: 10.1038/s41567-018-0051-x.
- [35] T. Jungwirth et al. „Antiferromagnetic Spintronics“. In: *Nature Nanotechnology* 11.3 (břez. 2016), s. 231–241. ISSN: 1748-3387, 1748-3395. DOI: 10.1038/nnano.2016.18.
- [36] Libor Šmejkal, Jairo Sinova a Tomas Jungwirth. *Altermagnetism: Spin-Momentum Locked Phase Protected by Non-Relativistic Symmetries*. Květ. 2021.
- [37] Jia Xu et al. „Imaging Antiferromagnetic Domains in Nickel Oxide Thin Films by Optical Birefringence Effect“. In: *Physical Review B* 100.13 (říj. 2019), s. 134413. ISSN: 2469-9950, 2469-9969. DOI: 10.1103/PhysRevB.100.134413.
- [38] Kexin Yang et al. „Magneto-Optic Response of the Metallic Antiferromagnet Fe₂As to Ultrafast Temperature Excursions“. In: *Physical Review Materials* 3.12 (pros. 2019), s. 124408. ISSN: 2475-9953. DOI: 10.1103/PhysRevMaterials.3.124408.
- [39] K. Postava et al. „Anisotropy of Quadratic Magneto-Optic Effects in Reflection“. In: *Journal of Applied Physics* 91.10 (2002), s. 7293. ISSN: 00218979. DOI: 10.1063/1.1449436.
- [40] J. Hamrle et al. „Vicinal Interface Sensitive Magneto-Optical Kerr Effect: Application to Co/Au(322)“. In: *Physical Review B* 67.15 (dub. 2003), s. 155411. ISSN: 0163-1829, 1095-3795. DOI: 10.1103/PhysRevB.67.155411.
- [41] Š. Višňovský et al. „Polar Magneto-Optics in Simple Ultrathin-Magnetic-Film Structures“. In: *Physical Review B* 52.2 (čvc. 1995), s. 1090–1106. ISSN: 0163-1829, 1095-3795. DOI: 10.1103/PhysRevB.52.1090.
- [42] J. H. Liang et al. „Separation of Linear and Quadratic Magneto-Optic Kerr Effects in Ultra-Thin Fe Films Using a Rotating Field Method“. In: *Journal of Applied Physics* 117.17 (květ. 2015), 17E129. ISSN: 0021-8979, 1089-7550. DOI: 10.1063/1.4918776.
- [43] J. H. Liang et al. „Quantitative Study of the Quadratic Magneto-Optical Kerr Effects in Fe Films“. In: *Optics Express* 23.9 (květ. 2015), s. 11357. ISSN: 1094-4087. DOI: 10.1364/OE.23.011357.

- [44] R. Mattheis a G. Quednau. „Determination of the Anisotropy Field Strength in Ultra-Thin Magnetic Films Using Longitudinal MOKE and a Rotating Field: The ROTMOKE Method“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 205.2 (lis. 1999), s. 143–150. ISSN: 0304-8853. DOI: 10.1016/S0304-8853(99)00526-0.
- [45] F. L. Zeng et al. „Intrinsic Mechanism for Anisotropic Magnetoresistance and Experimental Confirmation in $\text{Co x Fe } 1 - x$ Single-Crystal Films“. In: *Physical Review Letters* 125.9 (srp. 2020), s. 097201. ISSN: 0031-9007, 1079-7114. DOI: 10.1103/PhysRevLett.125.097201.
- [46] Martin Brajer. „Laserová spektroskopie materiálů pro spintroniku“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, čvn. 2015.
- [47] Peter Kubaščík. „Magneto-optické štúdium antiiferomagnetických materiálů pre spintroniku“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, zář. 2019.
- [48] Jozef Kimák. „Charakterizácia dvojdimenzionálneho elektromagnetu“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, čvn. 2017.
- [49] Jozef Kimák. „Optická spektroskopie antiiferomagnetů“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, čvn. 2019.
- [50] Antonín Baďura. *Magneto-Optická Měření pro Spintronicke Aplikace*. Tech. zpr. Praha: Univerzita Karlova, 2019.
- [51] Jiří Minář. *Modulace Polarizace Světelné Vlny Pomocí Fotoelastického Modulátoru*. Tech. zpr. Praha: Univerzita Karlova, 2004.
- [52] Jakub Schusser. *Skryté kouzlo polarizace*. Tech. zpr. Praha: Univerzita Karlova, 2014, s. 28.
- [53] Kristýna Hovořáková. *Charakterizace infračerveného detektoru pro magneto-optická měření*. Tech. zpr. Praha: Univerzita Karlova, s. 17.
- [54] Vladislav Wohlrath. „Magneto-optická charakterizace spintronicke materiálů“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, čvn. 2018.

A. Přílohy

A.1 Průchod a odraz při poruchách permittivity

A.2 Dodatky k magnetické anizotropii

A.3 Detaily statistického zpracování