



**FACULTY
OF MATHEMATICS
AND PHYSICS**
Charles University

MASTER THESIS

Vladislav Wohlrath

**Laser spectroscopy of spintronics
materials**

Department of Chemical Physics and Optics

Supervisor of the master thesis: prof. RNDr. Petr Němec, Ph.D.

Study programme: Optics and Optoelectronics

Study branch: study branch

Prague 2022

This is not a part of the electronic version of the thesis, do not scan!

I declare that I carried out this master thesis independently, and only with the cited sources, literature and other professional sources. It has not been used to obtain another or the same degree.

I understand that my work relates to the rights and obligations under the Act No. 121/2000 Sb., the Copyright Act, as amended, in particular the fact that the Charles University has the right to conclude a license agreement on the use of this work as a school work pursuant to Section 60 subsection 1 of the Copyright Act.

In date
Author's signature

Dedication.

Title: Laser spectroscopy of spintronics materials

Author: Vladislav Wohlrath

Department: Department of Chemical Physics and Optics

Supervisor: prof. RNDr. Petr Němec, Ph.D., Department of Chemical Physics and Optics

Abstract:

Keywords: key words

Předmluva

Výhoda automatizovaných výpočtů je lidstvu zřejmá již po staletí. První výpočetní stroje byly založené na všemožných konstrukcích; nejdříve byly realizované člověkem s tužkou a papírem, od 19. století to byly ručně nebo parně poháněné stroje plné ozubených koleček zpracovávajících děrné štítky, a později s vývojem vakuových elektronek už šlo o počítače podobné těm dnešním, pouze mnohonásobně větší a poruchovější. Obzvláště během druhé světové války potřeba počítačů extrémně vynikla, protože se náhle staly nezbytnými výpočetně náročné činnosti jako luštění šifer a modelování atomových bomb. Mnoho bylo v sázce a všechny tři zmíněné přístupy byly využity naplno.

Jejich společná nevýhoda byla škálovatelnost, nebylo dost dobře možné počítače založené na těchto principech zmenšovat a zrychlovat. Když v roce 1947 William Shockley, John Bardeen a Walter Brattain vynalezli pevnolátkový elektrický spínač bez potřeby vakua - transistor, rychle bylo rozpoznáno, že to je právě ta součástka, na kterou všichni čekali. Transistory byly oproti elektronkám mnohem účinnější a bylo je možné miniaturizovat, a tak začal trend rapidního zrychlování a zmenšování počítačů, který trvá až dodnes. Teoretické limity na minimální velikost transistoru byly v nedohlednu a rychlost vývoje byla dobře vystižena tzv. Moorovým zákonem - maximální technicky realizovatelný počet transistorů v integrovaném obvodu se zdvojnásobuje každé dva roky.

Dnes se píše rok 2022, Moorův zákon začíná pozbývat platnosti, technika transistorových počítačů se dotýká teoretických limitů a lidstvo se ocitá v podobné situaci jako před rokem 1947 - stávající počítače jsou na konci své vývojové linie.

Jedním z možných směrů, kudy se vydat dále, je *spintronika*. Běžná elektronika využívá pouze jednu vlastnost elektronů - jsou to elektrické monopóly, a zcela ignoruje jinou - mají spin a jsou to magnetické dipóly. Spintronika je vědní obor, který se zabývá vlivem spinu na transportní vlastnosti elektronů, s vysněným cílem obejít některé technologické potíže týkající se elektroniky. Jako velký úspěch spintroniky se považuje objevení *obří magnetorezistence* (GMR) v roce 1988; magnetorezistence obecně znamená změnu odporu při aplikaci magnetického pole, přívlastek obří značí jeho sílu (80 % oproti malým jednotkám procent pozorovaných před rokem 1988). Mikroskopický základ GMR je právě interakce spinu elektronu s magnetickým polem, jedná se proto o spintronický jev. Objev GMR umožnil výrobu dnešních hard-disků s nevídanou kapacitou a vývoj magnetoresistivních RAM (MRAM), které sice dosud nebyly komerčně využity, ale oproti ostatním pamětím některé významné výhody.

Hlavní způsoby, jakými se v pevných látkách projevuje spin elektronu, jsou interakce magnetického momentu s mikroskopickým magnetickým polem uvnitř materiálu a spin-orbitální interakce[?]. První z nich se projevuje především v materiálech s magnetickým uspořádáním — např. feromagnetech, antiiferomagnetech — spintronika proto přirozeně zahrnuje vývoj a studium těchto materiálů. Takový vývoj ovšem vyžaduje zároveň diagnostické metody, kterými se mohou nové materiály zkoumat, vybírat z nich ty nejslibnější a optimalizovat jejich parametry.

Jedné z takových diagnostických metod – magnetooptické spektroskopii – se věnuje tato práce. Magnetooptika (MO) zkoumá magnetismus skrze jeho projevy v optických vlastnostech. MO jevy lze obecně rozdělit na liché a sudé. Zatímco

liche jevy jsou široce používané už desítky let, ty sudé nabývají na popularitě až v současné době. Jedním z důvodů, proč jsou sudé jevy důležité pro spintroniku, je, že narozdíl od lichých existují i v kompenzovaných antiferomagnetech, které jsou slibné pro spintronické využití.

V roce 2017 byl v Laboratoři OptoSpintroniky (LOS) na Katedře Chemické Fyziky a Optiky (KCHFO) na Univerzitě Karlově (UK) uveden do provozu vektorový magnet s názvem *Molzilla*, jehož účelem bylo získání metody pro magnetooptickou charakterizaci vzorků v širokém rozsahu teplot a vlnových délek, včetně měření sudých MO jevů. Sudé MO jevy zatím nebyly kvantitativně studovány při jiných než pokojových teplotách. Metoda využívá rotující pole a je proto koncepčně příbuzná tzv. 8-směrné metodě, metodě rotujícího pole a ROTMOKE.

V lednu 2021 na začátku tvorby této práce již bylo metodou studováno mnoho vzorků rozličných materiálů, avšak jakékoliv pokusy o kvantitativní interpretaci sudých jevů buď úplně selhávaly, nebo dávaly odporující si výsledky. Nejrozumnějším řešením se v té době jevilo projekt opustit a minimalizovat tím budoucí ztráty. Hlavním a jediným cílem této práce bylo metodu vyšetřit, pokusit se odhalit příčiny problémů a v ideálním případě ji opravit a uvést do provozu.

To vše se nakonec více než povedlo, výsledkem je funkční metoda, která rozšiřuje možnosti uvedených příbuzných metod, a její funkčnost byla demonstrována na dvou materiálech.

Contents

Předmluva	1
1 Teoretický úvod	5
1.1 Maxwellovy rovnice [29]	5
1.2 Popis polarizace	7
1.2.1 Jonesovy vektory a matice [2]	7
1.2.2 Stokesovy parametry a Muellerovy matice [18]	9
1.2.3 Charakteristické elipsoidy [28]	10
1.3 Optika v anizotropních multivrstvách [3]	13
1.4 Magnetooptické tenzory [21]	16
1.5 Magnetická anizotropie	18
2 Přehled experimentální magnetooptiky	22
2.1 Osmisměrná metoda	27
2.2 Metoda rotujícího pole/ROTKOKE	27
3 Studované materiály	31
3.1 CoFe [17]	31
3.2 FeRh — FR06	31
4 Spektroskopie anizotropního Voigtova jevu a kvadratická MO magnetometrie	32
4.1 Experimentální uspořádání	32
4.2 Výchozí situace	32
4.3 Detekce - optický můstek	32
4.3.1 Zrcadla mezi vzorkem a detekcí	32
4.3.2 Kompenzace Berekovým kompenzátozem	32
4.3.3 Charakterizace citlivosti můstku - současné měření elipticity	32
4.4 Interpretace signálu při anizotropním MLD	32
4.5 Artefaktní signály	32
4.6 Zpracování dat - shrnutí	32
5 Výsledky	33
5.1 CoFe v transmisi	33
5.2 FeRh v reflexi	33
5.3 Korekce kalibrace magnetu	33
5.4 Diskuze	33
Závěr	34
A Attachments	37
A.1 Přehled použitých konvencí	37
A.2 Poruchová teorie reflexních a transmisních koeficientů	37
A.3 Vztah mezi P^{Voigt} a materiálovými parametry	37
A.4 Teorém o nutné podmínce magnetické anizotropie pro existenci volné energie	37

A.5	Detaily statistického zpracování	38
-----	--	----

1. Teoretický úvod

Cílem této kapitoly je podat čtenáři ucelený přehled relevantní fyziky, abychom mohli v pozdějších kapitolách odvodit a obhájit matematický popis experimentu — k čemu *přesně* se vztahují čísla na displejích lockinů? I v tomto ohledu již vzdělaný čtenář si možná přijde na své, protože v některých směrech volíme mírně nestandardní přístup:

- Stokesovy parametry a Muellerovy matice — elegantní a názorný popis polarizace a jejich změn po působení polarizačních prvků. Oproti standardně používanému formalismu Jonesových vektorů a matic mají kromě názornosti ještě jednu velkou výhodu: Stokesovy parametry jsou zobecněné intenzity. V experimentu¹ reálně vždy měříme pouze intenzitu, takže měřený signál je lineární v Stokesových parametrech (oproti kvadratickým formám v Jonesových vektorech). S Muellerovými maticemi je popis měřící aparatury velice přirozený a názorný, a práce v laboratoři snadnější a příjemnější.
- K výpočtu transmisních a reflexních matic anizotropních planárních struktur se v magnetooptice tradičně[13] využívá Yehův formalismus[43], který vychází z vlnové rovnice pro \vec{E} – vektorové diferenciální rovnice *druhého* řádu. Magnetooptika se často zajímá o materiály, které jsou téměř izotropní, a předmětem zájmu jsou malé odchylky od izotropie. Yehova metoda v sobě jako klíčový krok zahrnuje řešení kvartických rovnic a výpočet vlastních vektorů, tyto dvě operace se však nejhůře chovají právě v takových situacích, v okolí degenerací jsou dokonce singulární[42]. Do problému jsou zavedené uměle, měřitelné transmisní a reflexní matice žádnými takovými problémy netrpí. Pro počítačové výpočty konkrétních situací význam nemá, ale výpočet analytických vzorců nutných pro pochopení a interpretaci experimentu je tím výrazně ztížen[41]. Berremanův formalismus založený přímo na Maxwellových rovnicích *prvního* řádu se obloukem vyhýbá všem problémům spojených s Yehovým formalismem.

V rovnicích velice často využíváme úspornosti zápisu pomocí implicitního maticového násobení. Sloupcové vektory značíme tlustým písmem a řádkové vektory pomocí transpozice (či hermitovského sdružení) sloupcového vektoru. Maticovou povahu každého objektu vždy definujeme v textu, ale dále explicitně nezdůrazňujeme speciální notací. Užitečnou zásadou při čtení této práce je o každém objektu (i o číslech) předpokládat, že se jedná o matici (násobek jednotkové matice). Většina čísel jsou navíc komplexní, což také nezdůrazňujeme notací. Při pochybách odkazyujeme na dodatek A.1

Pokud v názvu oddílu uvádíme odkaz na literaturu, vycházíme v něm z uvedeného zdroje, avšak notaci a konvence přizpůsobujeme konvencím této práce.

1.1 Maxwellovy rovnice [29]

Práce se zabývá pouze jevy, které lze popsat klasickou lineární optikou, používáme makroskopické Maxwellovy rovnice. Pracujeme ve frekvenčním obraze, uvažujeme

¹kterému se věnuje tato práce

elektromagnetické pole harmonické v čase s konvencí $\vec{E}(t, \vec{r}) = \Re \{ \vec{E}(\omega, \vec{r}) e^{-i\omega t} \}$ a stejně pro ostatní pole.

Materiály popisujeme fenomenologicky lokální² lineární odezvou. Navíc pokládáme magnetickou susceptibilitu na optických frekvencích rovnou 0: $\vec{M}(\omega) = 0$, což kromě speciálních metamateriálů platí bez výjimky[27]. Materiály jsou za těchto podmínek plně popsány komplexními frekvenčně závislými tenzory (3×3 matice) relativní permittivity ε' a vodivosti σ

$$\vec{D}(\omega, \vec{r}) = \varepsilon_{\text{vac}} \varepsilon'(\omega, \vec{r}) \vec{E}(\omega, \vec{r}), \quad (1.1)$$

$$\vec{j}(\omega, \vec{r}) = \sigma(\omega, \vec{r}) \vec{E}(\omega, \vec{r}), \quad (1.2)$$

$$\vec{B}(\omega, \vec{r}) = \mu_{\text{vac}} \vec{H}(\omega, \vec{r}). \quad (1.3)$$

Pro přehlednost budeme dále vynechávat argument ω a \vec{r} s vyrozuměním, že vztahy platí pro všechna ω a \vec{r} .

Jedinou výjimkou, kdy vynechání argumentu nebude znamenat složku na frekvenci ω (jako např. $\vec{E} \equiv \vec{E}(\omega)$), bude statická magnetizace $\vec{M} \equiv \vec{M}(\omega = 0)$ a statické externí pole, které značíme $\vec{H}^{\text{ext}} \equiv \vec{H}(\omega = 0)$.

Maxwellovy rovnice v uvedené situaci mají v SI tvar

$$\nabla \times \vec{E} = i\omega \vec{B}, \quad (1.4)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_{\text{vac}} (\sigma - i\omega \varepsilon_{\text{vac}} \varepsilon') \vec{E} \equiv -i\omega \frac{1}{c^2} \varepsilon \vec{E}. \quad (1.5)$$

Zbylé dvě divergenční Maxwellovy rovnice neuvádíme, protože pro $\omega \neq 0$ nejsou nezávislé od uvedených dvou rotačních[16]. Je vidno, že v rovnicích nevystupují ε' a σ nezávisle, ale pouze v kombinaci patrné z první rovnosti (1.5), což souvisí to s tím, že rozdělení proudů na volné a vázané je do jisté míry arbitrární. Zavádíme proto efektivní relativní permittivitu ε vztahem

$$\varepsilon_{\text{vac}} \varepsilon = \varepsilon_{\text{vac}} \varepsilon' + i\sigma/\omega, \quad (1.6)$$

která v sobě zahrnuje vliv všech uvažovaných proudů. Komplexní 3×3 matici ε dále nazýváme zkrátka permittivitou a jedná se o jediný materiálový parametr charakterizující optické vlastnosti na dané frekvenci. V rovnici (1.5) jsme také užili rychlost světla ve vakuu $c = 1/\sqrt{\mu_{\text{vac}} \varepsilon_{\text{vac}}}$.

Maxwellovy rovnice je výhodné vyjádřit místo v polích \vec{E} a \vec{B} v polích \vec{E} a $c\vec{B}$

$$\left(-i \frac{c}{\omega} \nabla \times \right) \vec{E} = c\vec{B}, \quad (1.7)$$

$$\left(-i \frac{c}{\omega} \nabla \times \right) c\vec{B} = -\varepsilon \vec{E}. \quad (1.8)$$

V homogenním prostředí ($\varepsilon(\vec{r})$ nezávisí na poloze), jsou řešením rovinné vlny (vlastní módy), jejichž prostorová závislost je dána $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$ a podobně pro \vec{B} se stejným (komplexním) vlnovým vektorem \vec{k} . Označíme normovaný vlnový vektor $\vec{N} = \vec{k}c/\omega = -ic/\omega \nabla$, pak rovnice pro vlastní módy jsou

$$\vec{N} \times \vec{E} = c\vec{B}, \quad (1.9)$$

$$\vec{N} \times c\vec{B} = -\varepsilon \vec{E}. \quad (1.10)$$

²tzv. dipólová aproximace

Na ostrém rozhraní dvou materiálů, kde dochází ke skokové změně permitivity, platí, že tečné složky \vec{E} a \vec{H} (a tedy i \vec{B} a $c\vec{B}$ díky (1.3)) jsou při přechodu přes rozhraní spojité[29].

1.2 Popis polarizace

V izotropním prostředí (ε je násobek jednotkové matice) díky (1.10) platí $\vec{N} \cdot \vec{E}_0 = 0$, dosazením (1.9) do (1.10) dostaneme rovnici pro přípustná \vec{N}

$$\vec{N} \cdot \vec{N} = \varepsilon. \quad (1.11)$$

Vektor \vec{N} obecně může být ve speciálních případech komplexní i pro nedisipativní prostředí (reálné ε , např. evanescentní vlny) a proto $\vec{N} \cdot \vec{N}$ není obecně rovno normě $|\vec{N}|^2$.

Pro popis světla ve volném prostoru ($\varepsilon = 1$) se dále omezíme na reálné \vec{N} . Zvolíme osu z proti směru šíření, tedy $\vec{N} = (0, 0, -1)^T$. Řešením jsou pole charakterizovaná libovolnými komplexními amplitudami E_x a E_y , které udávají polarizaci vlny. \vec{B}_0 je pak dáno rovnicí (1.9).

Výkon přenášený rovinou vlnou je dán časově středovaným Poyntingovým vektorem \vec{S}

$$\langle \vec{S}(t) \rangle_t = \langle \vec{E}(t) \times \vec{H}(t) \rangle_t = \frac{\varepsilon_{\text{vac}}}{2\mu_{\text{vac}}} \vec{N} (E_{0x}^* E_{0x} + E_{0y}^* E_{0y}) \equiv \frac{\varepsilon_{\text{vac}}}{2\mu_{\text{vac}}} \vec{N} I, \quad (1.12)$$

kde jsme definovali intenzitu $I = E_{0x}^* E_{0x} + E_{0y}^* E_{0y}$.

Existuje několik přístupů, jak popisovat stav světla. Jako první uvedeme elipsometrické parametry, které jsou názorné, ale nejsou vhodné pro výpočty. Formalismus Jonesových vektorů pracuje přímo s komplexními amplitudami polí, a je proto užitečný při počítání transmisních a reflexních koeficientů. Poslední, který popíšeme, je popis pomocí Stokesových parametrů a Muellerových matic, který pracuje s intenzitami v různých projekcích Jonesových vektorů, tj. intenzitami po myšleném průchodu vhodným ideálním polarizátorem.

Vektor $\vec{E}(t)$ v čase opisuje v rovině xy elipsu, případně úsečku nebo kruh[29]. Polarizační elipsa je pak popsána elipsometrickými parametry: β - úhel natočení hlavní poloosy a χ - elipticita³. K úplnému popisu polarizačního světla ekvivalentního popisu pomocí E_{0x} a E_{0y} je nutné přidat celkovou intenzitu I a fázový posun δ , určující v jakém bodě elipsy se $\vec{E}(t)$ nachází v čase $t = 0$; $\vec{E}(t)$ protíná hlavní poloosu v čase $t = \omega\delta$. Jediný zbylý neurčený parametr je smysl obíhání elipsy, který popíšeme znaménkem χ , viz diskuze na konci dalšího oddílu. Konvenci točivosti světla používáme podle pohledu od zdroje: pravotočivé světlo obíhá na obr. 1.1 po směru hodinových ručiček.

1.2.1 Jonesovy vektory a matice [2]

Jonesovy vektory jsou tvořeny komplexními amplitudami polí v rovině kolmé na vektor šíření

$$\vec{J} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

³Uvedené χ se někdy nazývá úhel elipticity, název elipticita pak nese jiná veličina.

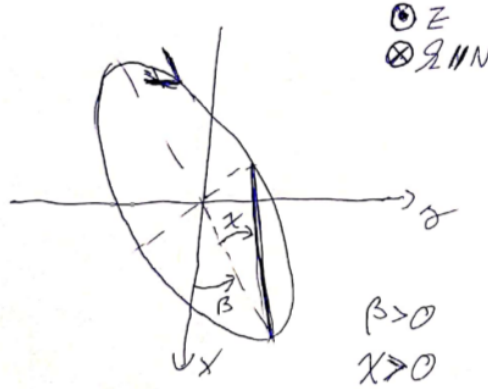


Figure 1.1: Polarizační elipsa. Obrázek je kreslen z pohledu od zdroje, pokud vektor \vec{E} obíhá vyznačeným směrem, pak ho označujeme za pravotočivé a v této souřadné soustavě $\chi > 0$.

Prostor Jonesových vektorů je přirozeně normovaný intenzitou (1.12), která je dána skalárním součinem

$$\vec{J}_1^\dagger \vec{J}_2 = \begin{pmatrix} J_{1x}^* & J_{1y}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{2x} \\ J_{2y} \end{pmatrix}, \quad I(\vec{J}) = \vec{J}^\dagger \vec{J} \quad (1.14)$$

Dvě polarizace/Jonesovy vektory jsou "ortogonální" ($\vec{J}_1^\dagger \vec{J}_2 = 0$), pokud je celková intenzita prostý součet intenzit v obou polarizacích.

Akci každého lineární polarizačního prvku (nevyužívá nelineární optické jevy), lze popsat jako lineární transformaci Jonesova vektoru. Pro každý takový prvek existuje 2×2 komplexní matice T (Jonesova matice), taková, že pokud je příchozí polarizace dána libovolným \vec{J}_{in} , tak odchozí po působení prvku je dána \vec{J}_{out} splňujícím

$$\vec{J}_{\text{out}} = T \vec{J}_{\text{in}}. \quad (1.15)$$

Postupnou akci více prvků lze popsat maticí, která je součinem matic jednotlivých prvků. Jonesovy matice lze použít i např. v případě polarizačního děliče, každé rameno pak má vlastní matici.

Významné postavení mezi optickými prvky mají takové, které zachovávají intenzitu (např. fázové retardační destičky). Zachování intenzity pro všechny příchozí polarizace

$$\vec{J}_{\text{in}}^* \vec{J}_{\text{in}} = I_{\text{in}} = I_{\text{out}} = (T \vec{J}_{\text{in}})^* (T \vec{J}_{\text{in}}) = \vec{J}_{\text{in}}^* T^\dagger T \vec{J}_{\text{in}} \quad (1.16)$$

dává pro matici T podmínku $T^\dagger T = 1$, a tedy T musí být unitární.

Jonesův vektor, který odpovídá elipsometrickým parametrům β , χ , δ , I je

$$\vec{J} = \sqrt{I} e^{i\delta} \begin{pmatrix} \cos \chi \cos \beta + i \sin \chi \sin \beta \\ \cos \chi \sin \beta - i \sin \chi \cos \beta \end{pmatrix}. \quad (1.17)$$

Tento vztah platí pro směr šíření $\vec{k} \parallel -x \times y$ jako na obr. 1.1. Později však budeme stejné souřadnice x, y používat i pro světlo v opačném směru, aby byla reflexní matice při kolmém dopadu jednotková matice. Ve skutečnosti β , χ i

δ definujeme vzhledem ke vztažné soustavě Jonesových vektorů. β definujeme vzhledem k J_x , s rostoucím úhlem ve směru $+J_y$. δ je dáno počátkem času $t = 0$ a vztah mezi znaménkem χ a točivostí je dán následující poučkou: pokud $J_x J_y \vec{k}$ tvoří levotočivý systém jako na obr. 1.1, pak $\chi > 0$ odpovídá pravotočivé polarizaci. Pro pravotočivý systém jsou znaménka prohozena.

1.2.2 Stokesovy parametry a Muellerovy matice [18]

Stokesovy parametry obecně mohou narozdíl od Jonesových vektorů popsat i nepolarizované nebo částečně polarizované světlo. V této práci si však vystačíme s úplně polarizovaným světlem a proto je nebudeme definovat obecně, ale pomocí Jonesových vektorů

$$s_0 \equiv J_x^* J_x + J_y^* J_y \equiv \vec{J}^\dagger \sigma_0 \vec{J} = I, \quad (1.18)$$

$$s_1 \equiv J_x^* J_x - J_y^* J_y \equiv \vec{J}^\dagger \sigma_1 \vec{J} = I \cos 2\chi \cos 2\beta, \quad (1.19)$$

$$s_2 \equiv J_x^* J_y + J_y^* J_x \equiv \vec{J}^\dagger \sigma_2 \vec{J} = I \cos 2\chi \sin 2\beta, \quad (1.20)$$

$$s_3 \equiv iJ_x^* J_y - iJ_y^* J_x \equiv \vec{J}^\dagger \sigma_3 \vec{J} = I \sin 2\chi. \quad (1.21)$$

Stokesovy parametry je možné vyjádřit jako střední hodnoty vhodných 2×2 hermitovských matic σ_i , jak je vyjádřeno druhými rovnostmi. Ty jsou

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

kteří můžeme rozeznat jako jednotkovou matici a přerovnané Pauliho matice. Tvoří bázi všech 2×2 hermitovských matic: každou 2×2 hermitovskou matici lze napsat jako lineární kombinaci σ_i s reálnými koeficienty. Obecné (ne nutně hermitovské) komplexní 2×2 matice mají také jednoznačný rozklad do báze σ_i , tentokrát však s komplexními parametry.

Tato vlastnost má možná neintuitivní důsledek, že každý optický prvek, který je lineární v Jonesových vektorech, je zároveň lineární ve Stokesových parametrech.

$$S_i^{\text{out}} = \vec{J}^\dagger T^\dagger \sigma_i T \vec{J} \equiv \vec{J}^\dagger \left(\sum_{j=0}^3 M_{ij} \sigma_j \right) \vec{J} = \sum_{j=0}^3 M_{ij} S_j^{\text{in}}, \quad (1.23)$$

kde reálná 4×4 matice M je dána právě rozkladem hermitovských matic $T^\dagger \sigma_i T$ do báze σ_j . Matice M charakterizující optický prvek se nazývá Muellerova matice, a sloupcový vektor složený ze Stokesových parametrů se nazývá Stokesův vektor. Složky Muellerovy matice příslušející Jonesově matici T je možné počítat přímo z rozkladu (1.23) díky vlastnosti, která se nazývá trace-ortogonalita $\text{Tr}\{\sigma_j \sigma_i\} = 2\delta_{ji}$

$$M_{ij} = \frac{1}{2} \text{Tr}\{\sigma_j T^\dagger \sigma_i T\}. \quad (1.24)$$

Podobně jako elipsometrické parametry, Stokesovy vektory nejsou úplně ekvivalentní Jonesovým vektorům, protože ztrácí informaci o časovém zpoždění δ . Navíc aby daný Stokesův vektor popisoval fyzikální stav světla, je nutné aby splňoval určité podmínky. Pro úplně polarizované světlo nejsou jeho složky nezávislé, platí totiž

$$S_0 = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \quad (1.25)$$

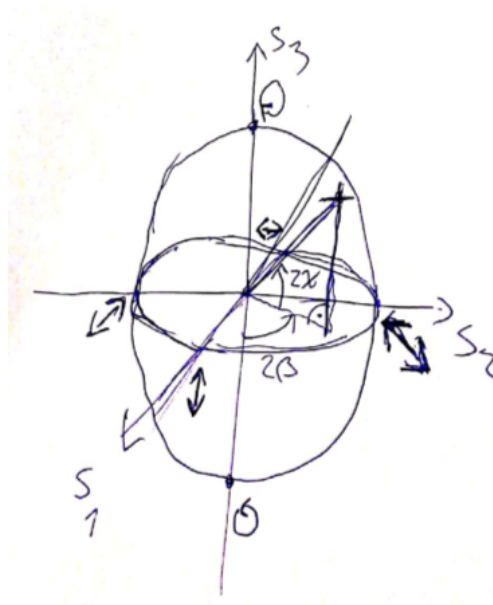


Figure 1.2: Poincarého sféra.

a tedy nám k vyjádření stačí tři parametry S_1, S_2, S_3 . Ty už mohou být libovolná reálná čísla a zobrazují se v třírozměrném prostoru. Délka tohoto třírozměrného vektoru udává intenzitu a směr udává polarizaci. Polarizace s jednotkovou intenzitou se zobrazují na tzv. Poincarého sféře jako na obr. 1.2. Ortogonální polarizace jsou zobrazeny na body středově souměrné podle počátku.

Zachování (1.25) pro všechny Stokesovy vektory klade podmínku na Muellerovy matice. Přestože libovolná myslitelná 4×4 reálná matice je dána 16 reálnými parametry, nedepolarizační (také nazývaná čistá⁴) Muellerova matice je dána pouze 7 reálnými čísly⁵. [10]

1.2.3 Charakteristické elipsoidy [28]

Nyní se zaměříme na to, jakým způsobem působí obecné Muellerovy matice. Muellerovy matice mají jednoduchý geometrický význam, který se graficky vyjadřuje pomocí tzv. charakteristických elipsoidů. Charakteristický elipsoid Muellerovy matice M je množina bodů v třírozměrném prostoru $(s_1, s_2, s_3)^T$, které vzniknou akcí M na body ležící na Poincarého sféře. Jinými slovy, každá Muellerova matice způsobí deformaci Poincarého sféry, výsledkem je vždy elipsoid. V charakteristickém elipsoidu držíme i informaci o tom, na které body se transformují které body Poincarého sféry - např. fázové destičky mají za následek pouze rotaci Poincarého sféry.

Pro popis plně polarizovaného světla se omezíme na případ čistých Muellerových matic, které vzniknou rozkladem (1.24) z nějaké Jonesovy matice. Zaměříme se na dva případy: prvky reprezentované unitární Jonesovou maticí U a prvky reprezentované hermitovskou pozitivně semidefinitní Jonesovou maticí H .

Záminku, proč zkoumat tyto dva případy U a H , nám poskytuje věta z lineární

⁴Ve smyslu čistého (nesmíšeného, angl. pure) stavu v kvantové mechanice.

⁵Jonesova matice je dána 4 komplexními čísly — 8 reálných parametrů, ale při přechodu k Muellerově matici ztratíme informaci o celkové fázi Jonesovy matice.

algebry o polárním rozkladu matice[26], která tvrdí, že pro každou komplexní matici T existují jednoznačné rozklady $T = UH_1$ a $T = H_2U$.⁶

Obecná retardační destička

Prvek je reprezentovaný unitární Jonesovou maticí U . Zachování intenzity má za důsledek $M_{00} = 1$, $M_{0i} = M_{j0} = 0$ pro $i, j = 1, 2, 3$ a navíc podmatice M_{ij} musí zachovávat normu 3-vektoru (S_1, S_2, S_3) , tedy být ortonormální. Jediné takové matice jsou 3D rotační matice, případně složené se zrcadlením. Vzhledem k tomu, že U je unitární, má dvě ortogonální vlastní polarizace \vec{J}_1, \vec{J}_2 s vlastními čísly, které jsou pouze fázové faktory. Je možné ji diagonalizovat⁷

$$U = e^{i\Delta_1} \vec{J}_1 \vec{J}_1^\dagger + e^{i\Delta_2} \vec{J}_2 \vec{J}_2^\dagger. \quad (1.26)$$

Tyto dva vlastní módy mají po průchodu prvkem stejný polarizační stav, takže musí být i vlastními vektory Muellerovy matice, prochází jimi osa zmíněné rotace. Úhel rotace je daný fázovým zpožděním mezi vlastními módy $\Delta_1 - \Delta_2$, viz obr. 1.3 (a).

Obecný polarizátor

Prvek je reprezentovaný pozitivně semidefinitní hermitovskou Jonesovou maticí H . To znamená, že pro ně existují dvě ortogonální vlastní polarizace J_1, J_2 s reálnými nezápornými vlastními čísly. Normalizací matice tak, že větší z vlastních čísel se rovná 1, lze psát s reálným nezáporným η

$$H = J_1 J_1^* + \eta J_2 J_2^*. \quad (1.27)$$

Znamená to, že prvek je obecný polarizátor, který J_1 propustí zcela a J_2 propustí s amplitudovou propustností η . Ve speciálním případě, kdy polarizátor propouští lineární polarizaci v ose x : $J_1 = (1, 0)^T$ a $J_2 = (0, 1)^T$, je Jonesova a Muellerova matice

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \eta \end{pmatrix}, \quad M_H = \begin{pmatrix} \frac{1+\eta^2}{2} & \frac{1-\eta^2}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1-\eta^2}{2} & \frac{1+\eta^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}. \quad (1.28)$$

Pro výpočet charakteristického elipsoidu dosadíme $S_0^{\text{in}} = 1$ a dostaneme

$$S_1^{\text{out}} = \frac{1+\eta^2}{2} S_1^{\text{in}} + \frac{1-\eta^2}{2} \quad (1.29)$$

$$S_2^{\text{out}} = \eta S_2^{\text{in}} \quad (1.30)$$

$$S_3^{\text{out}} = \eta S_3^{\text{in}} \quad (1.31)$$

Jedná se tedy o kontrakci v rovině $S_2 S_3$ faktorem η , ve směru S_1 faktorem $(1 + \eta^2)/2$ a zároveň posunutím o $(1 - \eta^2)/2$. Nebo ekvivalentně kontrakcí stejným faktorem se středem v $S_3 = 1$. Viz obr. 1.3 (b).

⁶ U je v obou rozkladech stejné, H_1 a H_2 nemusí.

⁷Ve vzorci vystupuje dyadický součin Jonesových vektorů $\vec{J}_1 \vec{J}_1^\dagger$, což je ortogonální projektor na \vec{J}_1 , ne skalární součin, který by byl psaný $\vec{J}_1^\dagger J_1$.

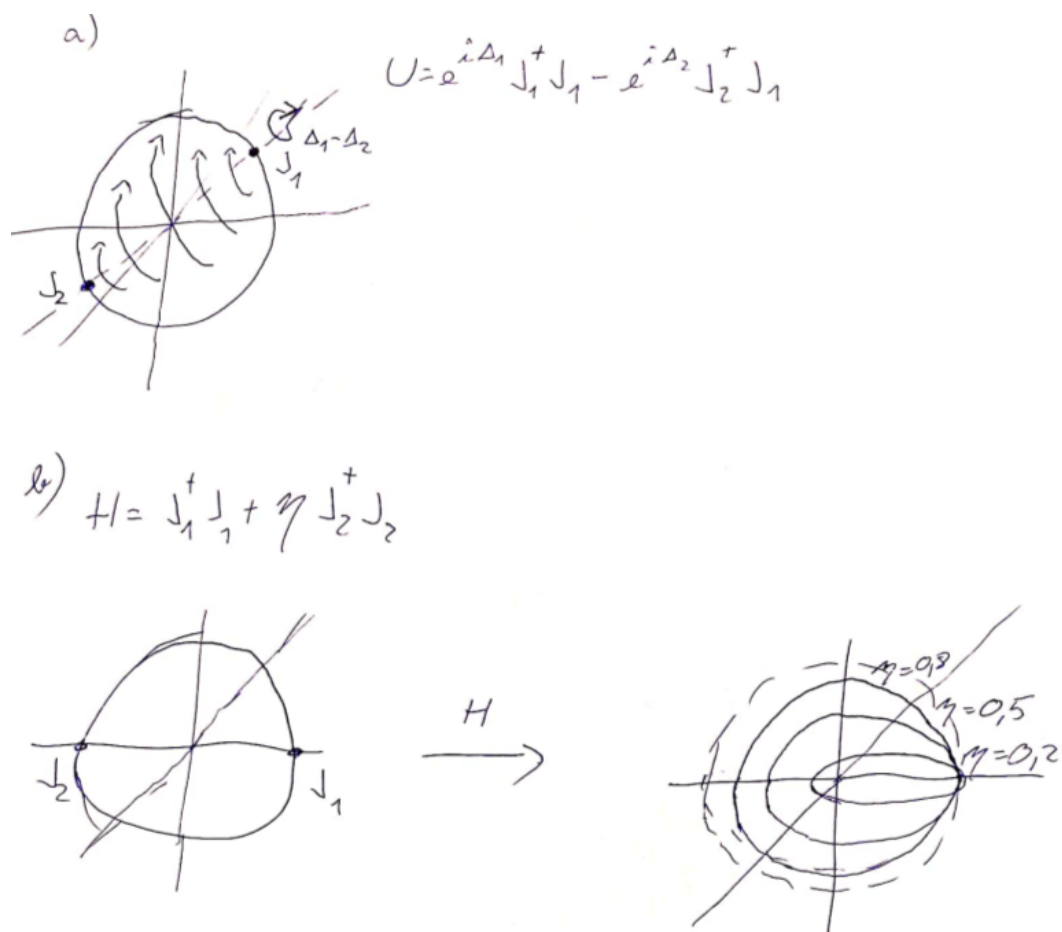


Figure 1.3: Grafické zobrazení akce (a) obecné retardační destičky a (b) obecného polarizátoru.

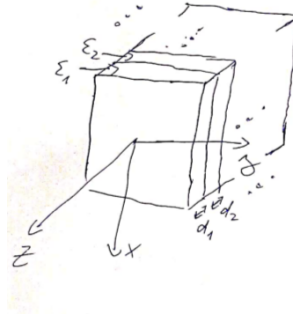


Figure 1.4: Vrstevnaté prostředí

Shrňeme-li uvedené poznatky, akce libovolného nedepolarizačního optického prvku je ekvivalentní postupnému působení obecného polarizátoru (zploštění a posunutí ve směru vlastního vektoru H jako na obr. 1.3 (b)) a obecné fázové retardační destičky (rotace podle směru vlastního vektoru U jako na obr. 1.3 (a)), případně v opačném pořadí.

1.3 Optika v anizotropních multivrstvách [3]

Cílem tohoto oddílu je představit teorii výpočtu transmisních a reflexních koeficientů (Jonesových matic průchodu a odrazu) obecných vrstevnatých struktur popsaných stupňovitým profilem tenzoru ε . Vrstevnatou strukturou rozumíme takovou, která je homogenní v rovině kolmé na jednu osu, tu zvolíme jako z , a rovina homogenity a všech rozhraní bude xy , viz obr. 1.4. Stupňovitým profilem zase rozumíme, že struktura je složená z konečného počtu vrstev, ve kterých je ε konstantní.

Budou nás zajímat řešení Maxwellových rovnic (1.7) a (1.8). Vzhledem k homogenitě v rovině xy lze psát

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{E}(z)e^{i(k_x x + k_y y)}, \quad c\vec{B}(x, y, z) = c\vec{B}(z)e^{i(k_x x + k_y y)}, \quad (1.32)$$

kde k_x a k_y jsou konstantní podél celé struktury i mimo ní. Uvnitř každé vrstvy bude existovat i třetí složka k_z , bude se ale lišit v různých vrstvách. Obecný postup je tedy řešit Maxwellovy rovnice zvlášť v každém prostředí, a řešení následně svázat pomocí okrajových podmínek, které říkají, že na rozhraních vrstev jsou tečné složky E_x, E_y, cB_x, cB_y spojitě.

Budeme následovat řešení Berremanovou maticovou metodou[3]. Rovnice (1.9) a (1.10) mají v maticovém zápisu tvar

$$\begin{pmatrix} 0 & -N_z & N_y & -1 & 0 & 0 \\ N_z & 0 & -N_x & 0 & -1 & 0 \\ -N_y & N_x & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} & 0 & -N_z & N_y \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} & N_z & 0 & -N_x \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} & -N_y & N_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ cB_x \\ cB_y \\ cB_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.33)$$

Jedinou neznámou je zde N_z . Matice uměrná N_z nemá plnou hodnotu, dvě rovnice jsou lineárně závislé, a proto je můžeme vyřešit a dosadit do ostatních. Zvolíme pro tento účel třetí a šestou rovnici (pro E_z a cB_z), které neobsahují N_z a zároveň

se nezachovávají na rozhraní. Nejdříve ale zavedeme úsporný blokově maticový zápis

$$E^\perp = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}, \quad cB^\perp = \begin{pmatrix} cB_x \\ cB_y \end{pmatrix}, \quad N^\parallel = \begin{pmatrix} N_y \\ -N_x \end{pmatrix}, \quad N^- = \begin{pmatrix} -N_y & N_x \end{pmatrix}, \quad (1.34)$$

$$\varepsilon^\perp = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} \end{pmatrix}, \quad \varepsilon^\parallel = \begin{pmatrix} \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{pmatrix}, \quad \varepsilon^- = \begin{pmatrix} \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.35)$$

Třetí a šestá rovnice mají tvar

$$N^- E^\perp - cB_z = 0, \quad \varepsilon^- E^\perp + \varepsilon_{33} E_z + N^- cB^\perp = 0, \quad (1.36)$$

vyřešením a dosazením do (1.34) dostáváme⁸

$$\begin{pmatrix} N_z \rho - \frac{N^\parallel \varepsilon^-}{\varepsilon_{33}} & -1 - \frac{N^\parallel N^-}{\varepsilon_{33}} \\ \varepsilon^\perp - \frac{\varepsilon^\parallel \varepsilon^-}{\varepsilon_{33}} + N^\parallel N^- & N_z \rho - \frac{\varepsilon^\parallel N^-}{\varepsilon_{33}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^\perp \\ cB^\perp \end{pmatrix} = 0, \quad (1.37)$$

což lze přeformulovat jako vlastní úlohu

$$\begin{pmatrix} \rho & 0 \\ 0 & \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{N^\parallel \varepsilon^-}{\varepsilon_{33}} & -1 - \frac{N^\parallel N^-}{\varepsilon_{33}} \\ \varepsilon^\perp - \frac{\varepsilon^\parallel \varepsilon^-}{\varepsilon_{33}} + N^\parallel N^- & -\frac{\varepsilon^\parallel N^-}{\varepsilon_{33}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^\perp \\ cB^\perp \end{pmatrix} = N_z \begin{pmatrix} E^\perp \\ cB^\perp \end{pmatrix} \quad (1.38)$$

Uvnitř dané vrstvy s konstantním ε je závislost polí na souřadnici z daná pomocí maticové exponenciály této 4×4 matice

$$\begin{pmatrix} E^\perp(z_2) \\ cB^\perp(z_2) \end{pmatrix} = e^{ik_z(z_2-z_1)} \begin{pmatrix} E^\perp(z_1) \\ cB^\perp(z_1) \end{pmatrix} = e^{iN_z \frac{\omega(z_2-z_1)}{c}} \begin{pmatrix} E^\perp(z_1) \\ cB^\perp(z_1) \end{pmatrix} \quad (1.39)$$

pro libovolné z_1, z_2 uvnitř vrstvy. Složky polí $E^\perp(z_2)$ a $cB^\perp(z_2)$ jsou právě tečné složky, které jsou na rozhraní spojitě, takže po vypočtení maticové exponenciály (1.39) pro každou vrstvu dostaneme maticový vztah polí na začátku a na konci multivrstvy.

Matice (1.38) má obecně 4 komplexní vlastní čísla a lze ji diagonalizovat pomocí vlastních vektorů⁹, které lze rozdělit do dvou skupin s fyzikálním významem, že jde o dva módy šířící se ve směru $+z$ a dva v $-z$. Pro dva z nich platí¹⁰ $\Re\{N_z\} \geq 0$, $\Im\{N_z\} \geq 0$, $S_z \geq 0$ a šíří se ve směru $+z$, zbylé dva se šíří ve směru $-z$ a platí pro ně opačné nerovnice.

Odraz a průchod

Předpokládejme, že se nám díky (1.39) podařilo najít matici M , která svazuje příčná pole na začátku (l) a na konci (r) multivrstvy, viz obr. 1.5 (a)

$$\begin{pmatrix} E_l^\perp \\ cB_l^\perp \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E_r^\perp \\ cB_r^\perp \end{pmatrix} \quad (1.40)$$

⁸Každý blok je 2×2 , 1 zde značí jednotkovou 2×2 matici.

⁹Matice není normální a proto vlastní vektory nejsou navzájem kolmé. Striktně vzato nemusí být matice diagonalizovatelná, praktické potíže to však nečiní.

¹⁰Třetí složka Poyntingova vektoru je dána právě tečnými složkami $S_z \propto E_x H_y - E_y H_x$

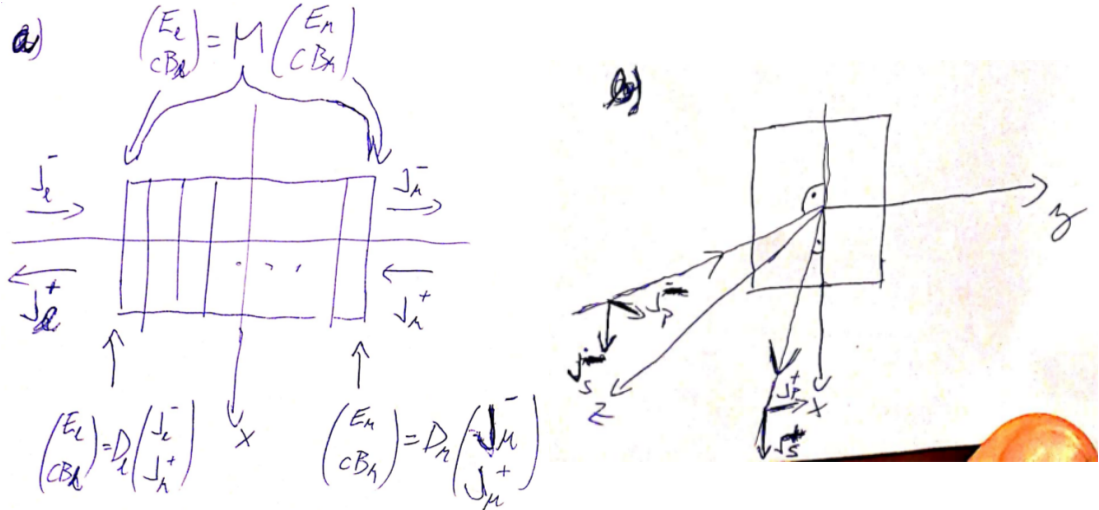


Figure 1.5: Odraz a průchod

Úloha průchodu a odrazu je typicky zadána tak, že na strukturu posvítíme svazkem s definovaným \vec{N} , a nikdo jiný z žádné strany nesvítí. Zvolíme si, že svítíme z levé strany (takže se záporným N_z). Druhá podmínka znamená, že amplitudy všech zbylých módů, které přinášejí energii směrem ke struktuře, jsou nulové; to jsou dva módy na pravé straně s kladným k_z . Na každé straně nám tedy zůstávají dva módy, jejichž amplitudy zůstanou určit.

Vstupní a výstupní prostředí je nutné v tomto kontextu definovat jako to první, u kterého již nelze zpětné odrazy považovat za koherentní s dopadajícím svazkem (např. kvůli prostorovému oddělení). Pokud zkoumáme odraz od vzorku s 1 m tlustou nadvrstvou skla, musíme jako vstupní prostředí považovat právě tuto vrstvu skla, ikdyž je náš laser ve skutečnosti umístěn ve vzduchu ještě před sklem. Podobně musíme činit i pokud je tlustá vrstva skla z druhé strany.

Na obou stranách si zvolíme pro $-z$ i $+z$ šířící se módy bázi lineárních polarizací, kterými definujeme Jonesovi vektory pro příslušné svazky

$$\begin{pmatrix} E_l^\perp \\ cB_l^\perp \end{pmatrix} = D_l \begin{pmatrix} J_l^- \\ J_l^+ \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} E_r^\perp \\ cB_r^\perp \end{pmatrix} = D_r \begin{pmatrix} J_r^- \\ J_r^+ \end{pmatrix} \quad (1.41)$$

4×4 matice D , která svazuje amplitudy jednotlivých módů s jejich příčnými poli, se nazývá *dynamická matice*. D není jednoznačné, což souvisí s nejednoznačností ve volbě souřadné soustavy v rovině kolmé na směr šíření — volbou D volíme bázi Jonesových vektorů. Častá volba, kterou představíme, ale později opustíme, je báze lineárního příčného (TE, s-polarizace) a podélného (TM, p-polarizace) módu. Zde ji uvedeme tak, abychom byli konzistentní s přístupem, který zvolíme později, nese to však s sebou přechod do báze odraženého světla s opačnou točivostí. Pravotočivá kruhová polarizace (RCP) s $\chi = 1$ se nám při kolmém dopadu odrazí zase jako $\chi = 1$, kvůli opačné točivosti báze jde však o levotočivé LCP. Opačný přístup volí opačné znaménko odražené p-polarizace, čímž se zachová točivost (viz např. Ref [30]).

Souřadnou soustavu volíme tak, aby rovina dopadu byla rovnoběžná s jednou ze souřadných os, zde zvolíme yz , takže $N_x = 0$, $N_y = \sin \alpha$, kde α je úhel dopadu. Jako bázi módů volíme lineární polarizace příčné J_s a podélné J_p k rovině dopadu,

viz. obr. 1.5. Dynamická matice má v této situaci explicitně tvar

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ cB_x \\ cB_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & 0 & \cos \alpha \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\cos \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_s^- \\ J_p^- \\ J_s^+ \\ J_p^+ \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

kde můžeme rozpoznat ve sloupcích příčná pole jednotlivých módů (např. první sloupec jsou příčná pole $-z$ šířícího se s-polarizovaného módu: $E_y = 0$, $cB_x = 0$).

Při řešení průchodu a odrazu tedy pokládáme $J_r^+ = 0$ a snažíme se vyjádřit zbylé prošlé $J_r^- \equiv J^{\text{trans}}$ a odražené $J_l^+ \equiv J^{\text{refl}}$ vyjádřit pomocí známého dopadajícího $J_l^- \equiv J^{\text{inc}}$, což lze pomocí matic M a D jednoduše z

$$\begin{pmatrix} J^{\text{inc}} \\ J^{\text{refl}} \end{pmatrix} = D_l^{-1} M D_r \begin{pmatrix} J^{\text{trans}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.43)$$

což vede na Jonesovy transmisní a reflexní matice Fresnelových koeficientů v bázi s- a p-polarizací

$$\begin{pmatrix} J_s^{\text{refl}} \\ J_p^{\text{refl}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{ss} & r_{sr} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_s^{\text{inc}} \\ J_p^{\text{inc}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} J_s^{\text{trans}} \\ J_p^{\text{trans}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{ss} & t_{sp} \\ t_{ps} & t_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_s^{\text{inc}} \\ J_p^{\text{inc}} \end{pmatrix}. \quad (1.44)$$

Multivrstva složená pouze z izotropních vrstev nemíchá s- a p-polarizaci, mimodiagonální členy jsou nulové. Pokud je jedna nebo více vrstev pouze slabě anizotropní, projeví se to malými nenulovými mimodiagonálními členy. Při dopadu s-polarizace pak prošlé a odražené světlo nabyde i malé amplitudy p-polarizace, podobně pro dopadající p-polarizaci. V elipsometrických parametrech se to projeví stočením hlavní roviny polarizace $\Delta\beta$ a elipticitou χ , které se pro odražené světlo společně popisují komplexním stočením [30]

$$\Psi_s \equiv \Delta\beta_s - i\chi_s \approx \frac{r_{ps}}{r_{ss}}, \quad \Psi_p \equiv \Delta\beta_p - i\chi_p \approx -\frac{r_{sp}}{r_{pp}}, \quad (1.45)$$

kde jsme kvůli přechodu k opačné točivosti použili $-i\chi$, abychom se vyhnuli komplexnímu sdružení reflexních koeficientů. V transmisním komplexním stočení jsou reflexní koeficienty nahrazeny transmisními a druhý člen je $+i\chi$, protože nedochází k přechodu k bázi s opačnou točivostí. Komplexní parametr stočení se používá při popisu magnetooptických Kerrových jevů.

1.4 Magnetooptické tenzory [21]

Všechny magnetooptické jevy lze v principu vysvětlit závislostí optických parametrů na magnetickém stavu [30]. V našem popisu materiálů je jediným materiálovým parametrem tenzor relativní permitivity ε , jeho závislost na magnetickém stavu značíme $\varepsilon(\vec{M})$. Obecně je možné rozdělit závislost do tří příspěvků

$$\varepsilon(M) = \varepsilon^0 + \varepsilon^-(\vec{M}) + \varepsilon^+(\vec{M}), \quad (1.46)$$

kde $\varepsilon^0 \equiv \varepsilon(0)$ je nemagnetická/strukturální permitivita, $\varepsilon^-(\vec{M}) = -\varepsilon^-(\vec{M})$ je permitivita lichá v magnetizaci a $\varepsilon^+(\vec{M}) = \varepsilon^+(-\vec{M})$, $\varepsilon^+(0) = 0$ je permitivita sudá v magnetizaci.

Z termodynamických úvah plynou Onsagerovy relace reciprocity[33] pro $\varepsilon(M)$

$$\varepsilon_{ij}(\vec{M}) = \varepsilon_{ji}(-\vec{M}), \quad (1.47)$$

z kterých plyne, že ε^0 a ε^+ jsou symetrické, zatímco ε^- je antisymetrický.

Magnetická závislost permitivity se obvykle rozvíjí do mocninné řady v \vec{M}

$$\varepsilon_{ij}(\vec{M}) = \varepsilon_{ij}^0 + \sum_{k=1}^3 \left[\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial M_k} \right]_{\vec{M}=0} M_k + \sum_{k,l=1}^3 \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 \varepsilon_{ij}}{\partial M_k \partial M_l} \right]_{\vec{M}=0} M_k M_l + \dots \quad (1.48)$$

$$= \varepsilon_{ij}^0 + \sum_{k=1}^3 K_{ijk} M_k + \sum_{k,l=1}^3 G_{ijkl} M_k M_l + \dots = \varepsilon_{ij}^0 + \varepsilon_{ij}^1 + \varepsilon_{ij}^2 + \dots \quad (1.49)$$

kde jsme explicitně uvedli první dva řády, které definují *lineární magnetooptický tenzor* K a *kvadratický magnetooptický tenzor* G . [21]

Vyšší řády se většinou zanedbávají, neboť nikdy nebyly pozorovány¹¹. Je dobré mít na paměti, že zakončením rozvoje na určitém řádu nejen snižujeme přesnost, ale také uměle zvyšujeme symetrii závislosti $\varepsilon(\vec{M})$ [30]. To je nejlépe nahlédnout např. u materiálu se šesterečnou symetrií v rovině xy – G tenzor je v rovině xy izotropní, ale permitivita 6. řádu už má "správnou" šesterečnou symetrii; magnetooptické tenzory K a G nedokáží popsat šesterečnou symetrii Voigtova jevu¹²! Proto je třeba mít se na pozoru a v případě takového kvalitativního důkazu do rozvoje přidat další členy.

Magnetooptické tenzory se musí podřizovat stejným symetriím jako materiál, který popisují. To je spolu s Onsagerovými relacemi poměrně silně omezuje. Tvar K a G pro všechny krystalografické třídy je uveden v [21]. Dále uvedeme magnetooptické tenzory pro izotropní a kubický (krystalové třídy $\bar{4}3m, 432, m\bar{3}m$) materiál s krystalografickými osami ve směrech souřadných os. Izotropní i kubický materiál mají izotropní nemagnetickou permitivitu

$$\varepsilon^0 = \begin{pmatrix} \varepsilon^0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^0 \end{pmatrix}, \quad (1.50)$$

oba také mají izotropní K tenzor (ale neizotropní permitivitu 1. řádu)

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{yz}^1 = -\varepsilon_{zy}^1 \\ \varepsilon_{zx}^1 = -\varepsilon_{xz}^1 \\ \varepsilon_{xy}^1 = -\varepsilon_{yx}^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}, \quad \varepsilon^1 = K \begin{pmatrix} 0 & M_z & -M_y \\ -M_z & 0 & M_x \\ M_y & -M_x & 0 \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

ale v druhém řádu už se liší. Pro kubický materiál platí (používáme 2-indexovou notaci jako [31])

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^2 \\ \varepsilon_{yy}^2 \\ \varepsilon_{zz}^2 \\ \varepsilon_{yz}^2 = \varepsilon_{zy}^2 \\ \varepsilon_{zx}^2 = \varepsilon_{xz}^2 \\ \varepsilon_{xy}^2 = \varepsilon_{yx}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{12} & 0 & 0 & 0 \\ G_{12} & G_{11} & G_{12} & 0 & 0 & 0 \\ G_{12} & G_{12} & G_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x^2 \\ M_y^2 \\ M_z^2 \\ M_y M_z \\ M_z M_x \\ M_x M_y \end{pmatrix}, \quad (1.52)$$

¹¹Lépe řečeno jejich příspěvek nikdy nebyl prokázán

¹²Při saturované magnetizaci

pro isotropní navíc $\Delta G \equiv G_{11} - G_{12} - 2G_{44} = 0$. Pro pozdější použití pro speciální případ $M_z = 0$

$$\varepsilon^2 = G_{12}|\vec{M}|^2 + \frac{G_{11} - G_{12} + 2G_{44}}{2} \begin{pmatrix} M_x^2 & M_x M_y & 0 \\ M_x M_y & M_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.53)$$

$$+ \frac{\Delta G}{2} \begin{pmatrix} M_x^2 & -M_x M_y & 0 \\ -M_x M_y & M_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.54)$$

Pro úplnost připomeneme, že složky magnetooptických tenzorů jsou stejně jako relativní permitivita ε komplexní, bezrozměrné a frekvenčně závislé.

Uvedený přístup není možné použít v případě, že osvětlované místo vzorku není tvořené homogenním \vec{M} , ale je tvořené více doménami, ve kterých se liší. \vec{M} je ve více-doménovém stavu dané průměrem přes domény. Pro lineární permitivitu to nečiní problém, protože průměrná permitivita je pak dána pomocí stejného K tenzoru pouze dosazením průměrné magnetizace, ale kvadratická permitivita už není jednoznačně daná pouze průměrným \vec{M} : kvadratický G tenzor je možné používat pouze v jedno-doménovém stavu, případně pro každou doménu zvlášť.

Pokud je materiál dobře popsán magnetooptickými tenzory, lze pro libovolné \vec{M} dosazením do (1.48) získat ε , aplikovat metodu z předchozího oddílu a tak spočítat všechny myslitelné transmisní a reflexní koeficienty. Tím je přímá úloha magnetooptiky formálně vyřešena, v praxi je však častější obrácená úloha – z pozorovaných usuzovat o magnetooptických tenzorech, čemuž se věnujeme v dalších kapitolách.

1.5 Magnetická anizotropie

Magnetizace \vec{M} materiálu není veličina, která by se dala v experimentu přímo ovládat. V experimentu můžeme aplikovat vnější pole \vec{H}^{ext} a materiál si sám najde rovnovážnou polohu \vec{M} . Na druhou stranu magnetooptické vlastnosti, jak je patrné z předchozího oddílu, záleží na \vec{M} . Tento oddíl se věnuje vztahu mezi \vec{M} a \vec{H}^{ext} .

Zanedbáme problémy spojené s demagnetizačními poli a budeme pro ilustraci uvažovat systém s homogenní magnetizací. Pokud je udržovaný na teplotě T , udává jeho termodynamické vlastnosti hustota volné energie¹³ $F(T, \vec{M})$ [38]. Aby mohl být systém v rovnováze při konkrétním \vec{M} , musí externí pole jakožto přidružený intenzivní parametr splňovat

$$\mu_{\text{vac}} \vec{H}^{\text{ext}}(\vec{M}) = \nabla_{\vec{M}} F(\vec{M}) \quad (1.55)$$

Radši bychom ale znali závislost rovnovážného \vec{M} v situaci, kdy je systém obklopen magnetickým polem \vec{H}^{ext} tvořeným např. cívkami elektromagnetu. Mezi magnetem a studovaným systémem dochází k výměně energie prostřednictvím magnetického pole, systém je v kontaktu s "magnetickým rezervoárem" a v rovnováze

¹³Materiál ve skutečnosti udržujeme zároveň i na konstantním tlaku, takže bychom správně měli používat Gibbsův potenciál.

proto dochází k minimalizaci *celkové* volné energie. V souladu s teorií termodynamických potenciálů tedy přejdeme k Legendrově transformaci v \vec{H}^{ext} – ”magnetické entalpii”¹⁴ systému[37]

$$\Omega(T, \vec{H}^{\text{ext}}) = -\mu_{\text{vac}} \vec{H}^{\text{ext}} \cdot \vec{M}(\vec{H}^{\text{ext}}) + F(\vec{M}(\vec{H}^{\text{ext}})) . \quad (1.56)$$

Princip minima termodynamických potenciálů nám říká, že v takové situaci $\vec{M}(\vec{H}^{\text{ext}})$ nabývá takové hodnoty, která minimalizuje magnetickou entalpii pro pevnou hodnotu \vec{H}^{ext} . Tímto způsobem tvar $F(\vec{M})$ určuje, jakých \vec{M} bude systém nabývat při všech možných \vec{H}^{ext} .

V obecné situaci, kdy magnetizace není homogenní a jednotlivá místa systému spolu interagují, může volná energie být obecným nelokálním funkcionálem prostorového rozložení magnetizace. Hustota $F(\vec{M})$ z předchozího odstavce se proto nazývá *funkcionál volné energie*.

Široce používaný model feromagnetů v jedno-doménovém stavu je tzv. Stonerův-Wohlfarthův model[1]. Předpokládá, že funkcionál $F(\vec{M})$ má význam pouze lokální hustoty a \vec{M} je tedy dána minimalizací (1.56). Ve formě, v jaké SW model budeme používat, zahrnujeme do volné energie 4 příspěvky[39][12][35]

$$F = F^{\text{exchange}} + F^{\text{magnetocrystalline}} + F^{\text{shape}} + F^{\text{strain}} \quad (1.57)$$

První člen, způsobený výměnnou interakcí, má na svědomí feromagnetismus; závisí na celkové velikosti magnetizace $|\vec{M}|$ a má ostré minimum, když jsou všechny mikroskopické magnetické momenty orientované stejným směrem a magnetizace je satureovaná $|\vec{M}| = M_S$. Magnetokrystalická anizotropie $F^{\text{magnetocrystalline}}$ popisuje interakci s krystalickou mřížkou, tvarová anizotropie F^{shape} popisuje vliv tvaru vzorku a strainová anizotropie F^{strain} popisuje anizotropie způsobené mechanickým napětím (např. když je vzorek nanesen na substrátu s jinou mřížkovou konstantou).

Dále se omezíme na situaci relevantní pro tuto práci. Vzorek je feromagnetický, výměnná interakce způsobuje, že vždy $|\vec{M}| = M_S$. Vzorek je kubický tenký film s krystalografickými směry [100], [010] a [001] shodnými s kladnými poloosami x , y a z . Tvarová anizotropie způsobí vymizení out-of-plane magnetizace $\vec{M}_z = 0$

$$\vec{M} = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = M_S \begin{pmatrix} \cos \varphi_M \\ \sin \varphi_M \\ 0 \end{pmatrix} . \quad (1.58)$$

Magnetokrystalickou anizotropii rozvineme do mocninné řady v \vec{M} a ponecháme pouze nejnižší člen respektující kubickou symetrii, s uvážením (1.58)

$$\frac{F^{\text{magnetocrystalline}}}{M_S} = k_4 \sin^2 \varphi_M \cos^2 \varphi_M , \quad (1.59)$$

čímž jsme definovali kubickou anizotropní konstantu k_4 . Pro $k_4 > 0$ má minima (snadné osy), ve směrech [100] a [010] (tj. $\varphi_M = 0^\circ, 90^\circ$), pro $k_4 < 0$ jsou to [110] a [1-10] (tj. $\varphi_M = 45^\circ, 135^\circ$).

¹⁴Někdy označované jako magnetický Gibbsův potenciál.

Navíc povolíme uniaxiální strainovou anizotropii. Také jí rozvineme do řady a se zkušeností, že mívají často uniaxiální charakter, ponecháme pouze první člen a opět vydělíme M_S pro definici uniaxiální anizotropní konstanty k_u a směru φ_u .

$$\frac{F^{\text{strain}}}{M_S} = k_u \sin^2(\varphi_M - \varphi_u) . \quad (1.60)$$

φ_u je takto definováno vzhledem ke krystalografickému směru $[100]$. Je dostačující omezit se na $k_u \geq 0$, snadné směry jsou pak ve $\varphi_M = \varphi_u, \varphi_u + 180^\circ$. Obě hodnoty φ_u a $\varphi_u + 180^\circ$ popisují stejné F^{strain} , takže pokud v konkrétním případě nemáme důvod konat jinak, omezuje se na $\varphi_u \in [0^\circ, 180^\circ]$.

Kanonický tvar funkcionálu volné energie tenkého kubického filmu v rovině xy orientovaného $[100] = x$ tedy píšeme

$$\frac{F(\varphi_M)}{M_S} = k_4 \sin^2 \varphi_M \cos^2 \varphi_M + k_u \sin^2(\varphi_M - \varphi_u) . \quad (1.61)$$

Když se omezíme na \vec{H}^{ext} v rovině xy

$$\vec{H}^{\text{ext}} = H^{\text{ext}} \begin{pmatrix} \cos \varphi_H \\ \sin \varphi_H \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.62)$$

pak závislost $\varphi_M(\varphi_H)$ je dána minimalizací hustoty magnetické entalpie (vydělené konstantním M_S)

$$\frac{\Omega}{M_S} = -\mu_{\text{vac}} H^{\text{ext}} \cos(\varphi_M - \varphi_H) + k_4 \sin^2 \varphi_M \cos^2 \varphi_M + k_u \sin^2(\varphi_M - \varphi_u) \quad (1.63)$$

Dělení M_S zavádíme, aby anizotropní konstanty k_4 a k_u měly dimenzi magnetického pole a byly přímo porovnatelné s experimentálně ovladatelným $\mu_{\text{vac}} H^{\text{ext}}$, bez nutnosti znalosti M_S .

Pro praktické účely je výhodné vyjádřit (1.61) ekvivalentním způsobem pro vzorek obecně natočený v rovině xy o úhel γ , tzn. $[100]$ je ve směru vektoru $(\cos \gamma, \sin \gamma, 0)$. Pak až na bezvýznamnou aditivní konstantu

$$\frac{F(\varphi_M)}{M_S} = -\frac{k_4}{8} \cos 4(\varphi_M - \gamma) - \frac{k_u}{2} \cos 2(\varphi_M - \varphi_u - \gamma) \quad (1.64)$$

$$= -\frac{k_{4x}}{8} \cos 4\varphi_M - \frac{k_{4y}}{8} \sin 4\varphi_M - \frac{k_{ux}}{2} \cos 2\varphi_M - \frac{k_{uy}}{2} \sin 2\varphi_M , \quad (1.65)$$

kde

$$k_{4x} = k_4 \cos 4\gamma , \quad k_{ux} = k_u \cos 2(\varphi_u + \gamma) \quad (1.66)$$

$$k_{4y} = k_4 \sin 4\gamma , \quad k_{uy} = k_u \sin 2(\varphi_u + \gamma) \quad (1.67)$$

Existence volné energie má netriviální důsledek na tvar závislosti $\vec{M}(\vec{H}^{\text{ext}})$. Pro relevantní situaci saturované in-plane magnetizace a rotujícího vnějšího pole konstantní velikosti má tvar

$$\mu_{\text{vac}} H^{\text{ext}} M_S \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_M}{d\varphi_H} \sin(\varphi_M - \varphi_H) d\varphi_H = 0 , \quad (1.68)$$

za podmínky, že φ_M je spojitou funkcí φ_H - nedochází k přeskokům magnetizace.

Důsledkem je např. intuitivní fakt, že z myslitelných průběhů $\varphi_M(\varphi_H) = \varphi_H + c$ je jediný možný ten, pro který $c = 0$. Není tedy možné, aby magnetizace konzistentně "předbíhala" nebo se "opožďovala" za přiloženým polem. Pokud z experimentu dokážeme určit pouze $d\varphi_M/d\varphi_H$, podmínka (1.68) nám dovoluje určit integrační konstantu.

Obecný tvar a podrobnosti jsou uvedeny v dodatku A.4.

2. Přehled experimentální magnetooptiky

V předchozí kapitole jsme vyložili obecný fenomenologický popis magnetooptiky, nyní se zaměříme na magnetooptické (MO) *jevy*, tedy jakým způsobem se tenzor permitivity závislý na magnetickém stavu projevuje v experimentu. Změna permitivity se přirozeně projeví změnou transmisních a reflexních koeficientů, a tím pádem i v polarizačním stavu prošlého a odraženého světla. Typický magnetooptický experiment zkoumá polarizační stav světla po průchodu či odrazu od magnetooptického materiálu, měřenou veličinou je obvykle buď úhel natočení hlavní roviny polarizace β , elipticita χ nebo méně často intenzita I , v závislosti na magnetickém stavu. Magnetooptické experimenty mají společné to, že u měřené veličiny většinou nelze prakticky určit absolutní hodnotu a je nutné měřit pouze rozdíly. Navíc se tato absolutní hodnota mění při změně většiny parametrů experimentu (např. posunutí/otočení čehokoliv), a jako jediná možnost zbývá měřit rozdíl signálu při různých magnetických stavech. To se realizuje např. přiložením vnějšího pole, současným pozorováním regionů v různých magnetických stavech (MO mikroskopie), nebo časově rozlišeným pozorováním po aplikaci silného krátkého laserového pulzu (pump-probe metody).

Jediná podmínka na zkoumaný materiál je, aby existoval v různých magnetických stavech. Ty jsou nejčastěji charakterizované magnetizací - MO jevy byly pozorovány v diamagnetikách, paramagnetikách, feromagnetikách; není to ale podmínkou - existují i např. v kompenzovaných antiferomagnetech[23], ve kterých celková magnetizace vymizí. Tenzor permitivity je v nich závislý na jiném parametru uspořádání - Néelově vektoru, který charakterizuje magnetický stav.

MO jevy lze pozorovat v transmisi i v reflexi. Reflexní jevy se souhrně nazývají jako MO Kerrovy jevy (MOKE) a většinou jsou slabší než transmisní. Pro Kerrovy jevy existuje ustálená notace výsledků měření. Kvůli praktickým účelům je nenulový úhel dopadu a jako vstupní polarizace se zpravidla volí buď s- nebo p-polarizace. Změna polarizačního stavu po odrazu je popsána tzv. Kerrovou rotací a Kerrovou elipticitou vyjádřených společně komplexní Kerrovou rotací $\Psi_{s/p}$ jako v (1.45).

Přirozeným dělením MO jevů je na ty liché a sudé v magnetizaci, což je vzhledem k tomu, že dosud nebyl pozorován žádný MO jev vyššího než druhého řádu, ekvivalentní dělení na lineární a kvadratické jevy. Dělení nerozlišuje, jestli je daný jev způsobený lineárním nebo kvadratickým MO tenzorem, ale jakým způsobem na magnetizaci závisí měřená veličina – lineární MO tenzor K má na svědomí i kvadratické jevy, jak se později přesvědčíme. Lineární jevy mohou naopak být způsobeny jedinečně lineárním K .

Zmíníme ještě jedno dělení MO jevů: na základě toho, jaký druh optické anizotropie do vzorku zavádí magnetická permitivita. Anizotropie může mít charakter dvojlomu (rozdílný reálný index lomu – rozdílná fázová rychlost) nebo dichroismu (rozdílný imaginární index lomu – rozdílný absorpční koeficient). Druhá z charakteristik anizotropie je, pro které vlastní módy se daná vlastnost liší,

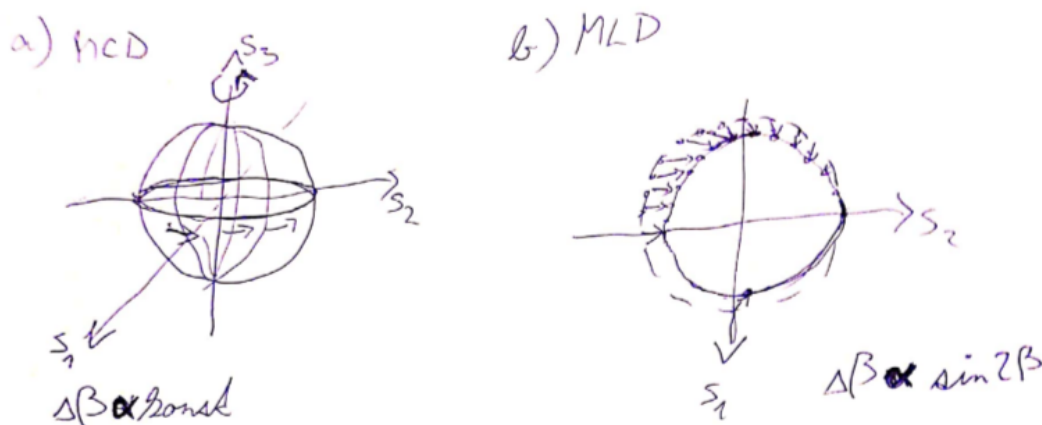


Figure 2.1: Znázornění magnetooptických jevů v průchodu pomocí Stokesových vektorů. (a) MCB - rotace (B) Poincarého sféry podél osy procházející kruhovými (C) polarizacemi, což má za následek stočení lineární polarizace nezávislé na jejím směru. (b) MLD - protáhnutí (D) Poincarého sféry v ose procházející lineárními (L) vlastními módy, což má za následek stočení polarizace uměrné $\sin(2\beta)$, s β počítaném od lineárního módu s nižším koeficientem útlumu.

rozlišujeme jestli jsou to lineární¹ nebo kruhové polarizace. Kombinací těchto charakteristik dělíme jevy na magnetický lineární/kruhový dvojlom/dichroismus: MLB, MLD, MCB, MCD²[44]. Toto dělení se z pedantského pohledu chybným způsobem používá i v reflexi, kde se např. jako MLD označuje anizotropie reálné části reflexního koeficientu, která je však spjatá s anizotropií reálné i komplexní části indexu lomu - MLB i MLD. [36]

Poznamenejme, že pro intuitivní a dokonce i kvantitativní pochopení vlivu průchodu světla vzorkem vykazujícím jednu z uvedených anizotropií je dostačující grafické znázornění Muellerových matic zavedené v oddílu 1.2.2. Dvojlom je otáčení a dichroismus doutníkovatění ve směru osy procházející příslušnými lineárními/kruhovými módy, viz obr. ??.

Lineární jevy

Lineární jevy jsou obecně silnější a navíc mají tu výhodu, že díky opačným znaménkům signálu pro opačné směry magnetizace lze často jednoduše oddělit relevantní signál od nemagnetooptického pozadí. V reflexi se lineární jevy označují jako LinMOKE a rozlišují se podle toho, na jaké složky magnetizace jsou citlivé, viz obr. 2.2

- Polární (PMOKE) - \vec{M} kolmé na rozhraní.
- Longitudinální (LMOKE) - \vec{M} v rovině rozhraní a rovině dopadu.
- Transverzální (TMOKE) - \vec{M} v rovině rozhraní a kolmo na rovinu dopadu.

¹Slovo lineární má zde význam lineární polarizace; nesouvisí s dělením na lineární a kvadratické jevy výše.

²angl. Magnetic Linear/Circular Birefringence/Dichroism.

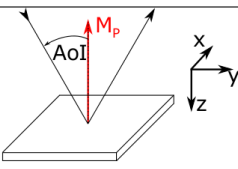
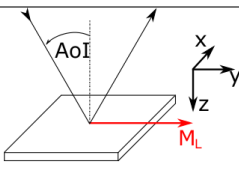
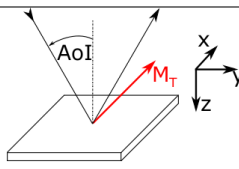
PMOKE	LMOKE	TMOKE
		
$\begin{bmatrix} \varepsilon_d & -\varepsilon_1(M_z) & 0 \\ \varepsilon_1(M_z) & \varepsilon_d & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_d \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \varepsilon_d & 0 & \varepsilon_1(M_y) \\ 0 & \varepsilon_d & 0 \\ -\varepsilon_1(M_y) & 0 & \varepsilon_d \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \varepsilon_d & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_d & -\varepsilon_1(M_x) \\ 0 & \varepsilon_1(M_x) & \varepsilon_d \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp}(M_z) \\ r_{ps}(M_z) & r_{pp} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp}(M_y) \\ r_{ps}(M_y) & r_{pp} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} r_{ss} & 0 \\ 0 & r_{pp} + \Delta r_{pp}(M_x) \end{bmatrix}$

Figure 2.2: Lineární Kerrový jevy[30]. Zatímco polární a longitudinální MOKE se projeví v mimodiagonálních složkách reflexní Jonesovy matice, a tedy stočením s- a p- polarizace, transversální ponechává mimodiagonální složky nulové a projeví se pouze změnou intenzitní reflektivity. Při dopadu šikmé polarizace, která není ani s- ani p- se však už i TMOKE projeví stočením.

LMOKE a TMOKE jsou nulové při kolmém dopadu a při téměř kolmém dopadu jejich amplituda roste lineárně s úhlem dopadu. PKE je nenulový i při kolmém dopadu.

V transmisi se vyskytují podobné jevy, z nichž samostatný název má jako jediný polární - Faradayův jev (MCB) objevený jako první už v roce 1845, ještě před formulací Maxwellových rovnic. [44]

Kvadratické jevy

Zatímco lineární magnetooptika se stala užitečným nástrojem v mnoha oborech, kvadratická dlouho unikala pozornosti. Prakticky jediná situace, ve které je díky vymizení lineárních jevů možné pozorovat čistě kvadratické jevy, je kolmý dopad s transversální magnetizací³, jak znázorňuje obr. 2.5. Poprvé byl kvadratický jev pozorován v transmisi – Voigt v roce 1902 pozoroval v plynech stočení kvadraticky závislé na transversálním magnetickém poli a v roce 1907 to samé nezávisle pozorovali v kapalinách Cotton a Mouton. [44] Z pohledu třídění magnetooptických anizotropií se jedná o MLD. Je se dnes nazývá Voigtův jev, Cotton-Moutonův jev, terminologie není ustálená. V reflexi se kvadratické jevy nazývají souhrnně QMOKE, případně reflexní Voigtův, Cotton-Moutonův jev nebo reflexní MLD.

Kvadratické jevy se postupem času ukázaly jako obecně téměř všudypřítomné a nezanedbatelné. V roce 2005 byl v magnetickém polovodiči GaMnAs pozorován v reflexi při téměř kolmém dopadu *obří* MLD - kvadratické stočení polarizace, které bylo svou velikostí porovnatelné s lineárními jevy [22]. K pozorování jevu bylo využito chování hysterezních smyček v materiálech se čtyřmi snadnými osami, viz. obr. 2.3

Silné MLB a MLD bylo také pozorováno při nízkých teplotách v paramagnetickém terbiu-galiovém granátu (TGG)[19] a obecně jsou často silné v

³Nebo nulový K tenzor jako v případě kompenzovaných antiferomagnetů.

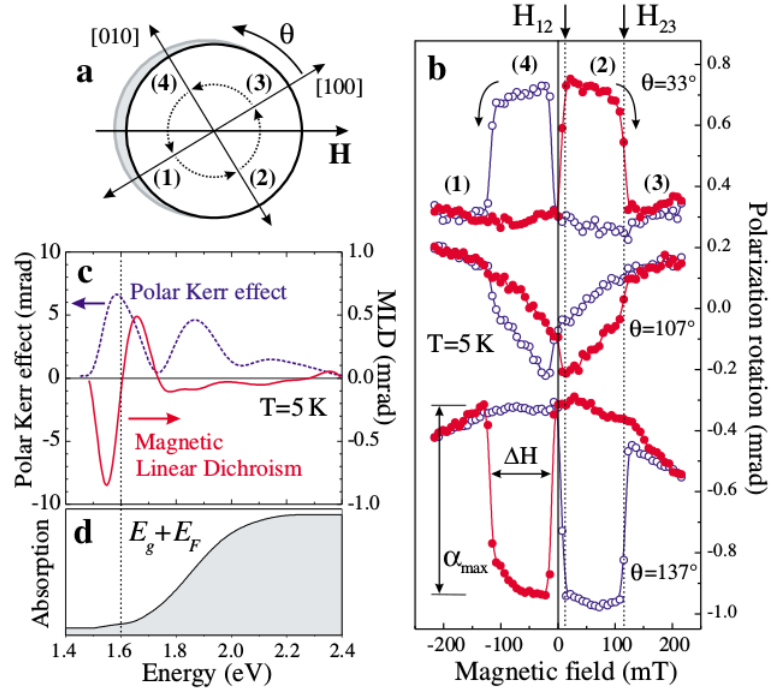


Figure 2.3: Obří MLD v GaMnAs [22]. (a) Snadné osy magnetizace. (b) Stočení polarizace v při aplikaci vnějšího pole ve směru θ . Spektrum MO jevů (c) a absorpce (d).

Heuslerových sloučeninách[14]. V roce 2020 byl objeven obří QMOKE v tenkém filmu (Eu,Gd)O dosahující amplitudy až 1° .

Jedním z hlavních důvodů, proč v současné době kvadratické jevy nabývají na popularitě, je, že narozdíl od lineárních jevů existují i v kompenzovaných antiferomagnetech, které jsou relevantní pro spintroniku[5][25]. Byly úspěšně použity např. pro určení Néelova vektoru v antiferomagnetickém CuMnAs[23], pro mikroskopii antiferomagnetických domén[15] (viz obr. 2.4) a pro pozorování reakcí antiferomagnetů na ultrarychlé změny teploty[20].

V nejjednodušším případě Voigtovy geometrie, kdy má navíc magnetická závislost permitivity plnou symetrii prázdného prostoru (K , G i všechny vyšší řády jsou izotropní), má stočení polarizace vlivem Voigtova jevu jednoduchý tvar s fenomenologickým parametrem P^{Voigt} popisujícím amplitudu jevu

$$\Delta\beta = P^{\text{Voigt}} \sin(2(\varphi_M - \beta)) . \quad (2.1)$$

Krystaly však obecně nemají izotropní G tenzor, a navíc pro měření odrazu se často používá malý, ale nenulový úhel dopadu, který vnese do signálu lineární MOKE. Vztahy mezi měřenými stočeními a materiálovými parametry, které jsme uvedli v předchozí kapitole, jsou sice řešitelné pro každou konkrétní situaci, ale pro interpretaci experimentu je nutné mít nějaký fenomenologický vzorec typu (2.1), který je platný pro širší třídu situací. Šikmý odraz přímo na polonekonečném vzorku s permitivitou, K a G tenzory s přesnou kubickou symetrií, s omezením na in-plane magnetizaci byl spočítán pomocí Yehovy metody v [4].

Jiná situace byla spočítána v [40]: odraz na struktuře tvořené izotropním

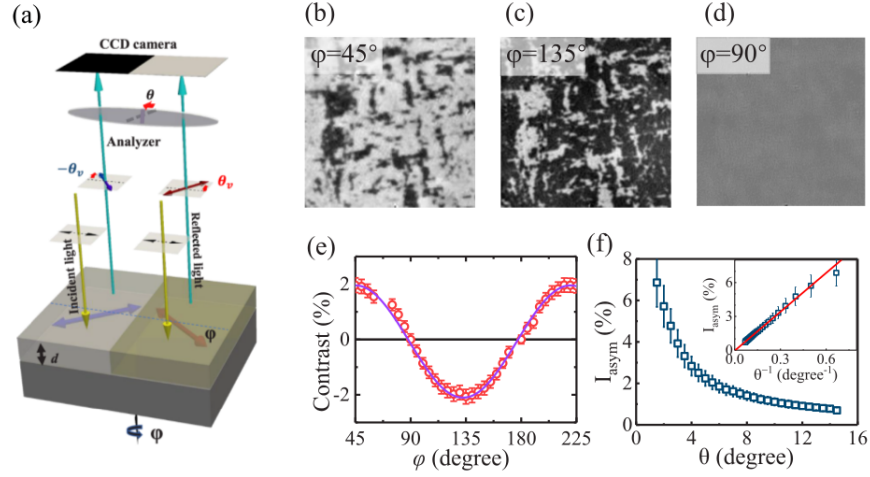


Figure 2.4: Pozorování antiiferomagnetických domén v tenkém filmu NiO [15]. Je zkoumán rozdíl stočení polarizace při odrazu od domén s vzájemně kolmou orientací Néelova vektoru (a). Podle vzorce (2.1) dochází k největšímu kontrastu pokud vstupní polarizace svírá s Néelovým vektorem⁵ 45°, protože pak mají obě domény efekt stočení s opačným znaménkem (b-e).

polonekonečným substrátem, *ultra-tenkým*⁶ filmem s obecně anizotropním tenzorem permitivity a izotropní nadvrstvou. Výsledkem je vzorec, který v daném přiblížení platí přesně. Dosazením ε^0 , K a G pro [001] orientovaný vzorek je pak reprodukován vzorec pro polonekonečný vzorek z [4], pro γ natočení [100] směru v rovině xy ⁷

$$\Psi_{s/p} = \pm A_{s/p} \left[2G_{44} - \frac{K^2}{\varepsilon^0} + \frac{\Delta G}{2}(1 - \cos 4\gamma) \right] M_x M_y \quad (2.2)$$

$$\pm A_{s/p} \left[\frac{\Delta G}{4} \sin 4\gamma \right] (M_x^2 - M_y^2) \pm B_{s/p} K M_y, \quad (2.3)$$

kde $A_{s/p}$ a $B_{s/p}$ jsou vážící konstanty závislé na úhlu dopadu a na parametrech substrátu a nadvrstvy. $A_{s/p}$ je sudou a $B_{s/p}$ lichou funkcí úhlu dopadu, jejich konkrétní tvar je uveden v příslušných původních článcích.

Výpočet v [40] je ale obecnější, dává totiž $\Psi_{s/p}$ jako funkci složek permitivity, a tak nás opravňuje použít vzorec (2.2) i např. v případě strainovaných ultra-tenkých filmů, které mají i nemagnetooptickou anizotropii spojenou s mechanickým napětím. Také dovoluje výpočet vzorce obdobného (2.2) pro kubické filmy s jinou orientací krystalografických os (např. [111] kolmé na rozhraní), čemuž se věnuje [30].

Vliv izotropního substrátu a nadvrstvy diskutuje [41] metodou *efektivních rozhraní*. Rozšířením vzorce (2.2) pro širší třídu situací (např. středně tenký film⁸) se zabývá dodatek A.2.

V uvedeném vzorci jsou patrné dva druhy příspěvků: lineární v \vec{M} , který vymizí při kolmém dopadu a kvadratický v \vec{M} , který je nenulový i při kolmém dopadu. Jak bylo avizováno, kvadratický člen v sobě obsahuje i člen K^2 . Lze

⁶ $n\omega d/c \ll 1$, kde n je index lomu a d tloušťka.

⁷Pro detaily spojené s kenvencemi viz [30].

⁸ $\Delta n\omega d/c \ll 1$, kde Δn je štěpení indexu lomu vlivem anizotropie.

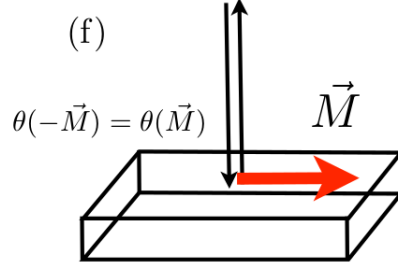


Figure 2.5: Voigtova geometrie[36]. Kolmý dopad a magnetizace je transversální - kolmo na směr šíření světla.

také vidět, že při kolmém dopadu $B = 0$ a izotropním G tenzoru $\Delta G = 0$ nezáleží signál na natočení vzorku a dostaneme

$$\Psi_{s/p} = \pm A_{s/p} \left[2G_{44} - \frac{K^2}{\varepsilon^0} \right] M_x M_y, \quad (2.4)$$

což je ekvivalentní (2.1).

Při nekolmém dopadu se lineární i kvadratický člen sčítají a pro kvantitativní analýzu je třeba je nějakým způsobem oddělit. Metodám, které se tím zabývají, věnujeme zbytek této kapitoly.

2.1 Osmisměrná metoda

Základem osmisměrné metody[4] je vzorec (2.2). Všechny tři členy mají různou závislost na směru magnetizace, takže měřením signálu pro různé směry in-plane magnetizace je možné je od sebe oddělit. V praxi se měří rotace pro 8 směrů vnějšího pole \vec{H}^{ext} jako na obr. 2.7 (b). Koeficienty jednotlivých členů (2.2) se pak získají vhodnými součty a odečty signálu v různých směrech. Podmínkou je však striktní magnetická saturace, tj. pole musí být dostatečně silné, aby magnetizace byla pro všechny směry satureovaná ve směru pole (vždy platilo $\varphi_M = \varphi_H$ a $|\vec{M}| = M_S$).

Měření je opakováno pro různé natočení vzorku γ a koeficienty se mění jako v rovnici (2.2) (viz obr. 2.7). Vzorec (2.2) v tomto tvaru platí pouze pro [001] orientované vzorky, nicméně metoda byla rozšířena[Silber] pro [011] a [111] orientované kubické vzorky, ve kterých má podobný tvar[31].

2.2 Metoda rotujícího pole/ROTMOKE

Metoda rotujícího pole[34][32] rozšiřuje osmisměrnou metodu na Stoner-Wohlfarthův model, tedy situace, kdy pole je dostatečně silné, aby vzorek byl v jednodoménovém stavu a magnetizace byla satureovaná $|\vec{M}| = M_S$, ale ne dostatečně silné na to, aby se neprojevila magnetická anizotropie $\varphi_M \neq \varphi_H$.

Přiložené pole se při konstantí velikosti otáčí v rovině vzorku a měří se stočení polarizace, viz obr. 2.8. Předpokladem pro oddělení lineárního a kvadratického příspěvku je zde symetrie in-plane inverze magnetické anizotropie, tj. $\vec{M}(-\vec{H}^{\text{ext}}) =$

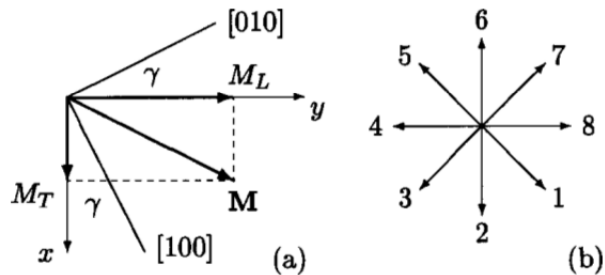


Figure 2.6: Osmisměrná metoda[4]. (a) Vzorek je otáčen v rovině xy o úhel γ . (b) Osm pevných směrů, ve kterých je přikládáno magnetické pole.

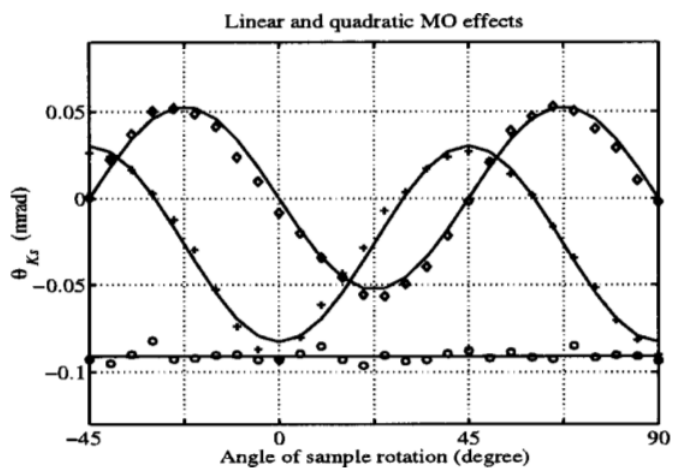


Figure 2.7: Naměřená závislost koeficientů MO jevů na natočení vzorku (epitaxní vrstva Fe na MgO) [4]. (○) koeficient lineárního jevu, (+) koeficient $M_x M_y$, (◊) koeficient $M_x^2 - M_y^2$. Harmonická závislost potvrzuje platnost vzorce (2.2) a striktní magnetickou saturaci v daném případě.

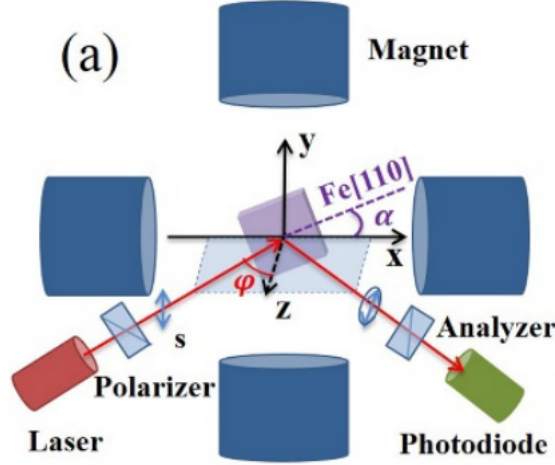


Figure 2.8: Schématické znázornění metody rotujícího pole[32]. Při šikmém dopadu je měřeno stočení polarizace během otáčení magnetického pole v rovině vzorku xy .

$-\vec{M}(\vec{H}^{\text{ext}})$, $\varphi_M(\varphi_H + 180^\circ) = \varphi_M(\varphi_H) + 180^\circ$. Pokud není narušená, je lineární Φ^L , resp. kvadratický Φ^Q příspěvek lichý, resp. sudý nejen v \vec{M} , ale i v \vec{H}^{ext} . Proto je možné je jednoduše oddělit

$$\Phi^L(\varphi_H) = \frac{1}{2} [\Phi(\varphi_H + 180^\circ) - \Phi(\varphi_H)] , \quad \Phi^Q(\varphi_H) = \frac{1}{2} [\Phi(\varphi_H + 180^\circ) + \Phi(\varphi_H)] . \quad (2.5)$$

Lineární signál má jednoduchou závislost na směru magnetizace, lze díky němu získat $\varphi_M(\varphi_H)$

$$\Phi^L(\varphi_H) \propto \cos(\varphi_M(\varphi_H)) , \quad \cos \varphi_M = \Phi^L(\varphi_H) / \Phi_{\text{max}}^L , \quad (2.6)$$

kde Φ_{max}^L je maximální naměřený lineární signál pro $\varphi_M = 0$.

Z celkového signálu je tedy odseparovaný kvadratický signál, z lineárního je určen směr φ_M pro každé φ_H , a dále už je postup stejný jako u osmisměrné metody, tedy pro každé natočení vzorku γ určení koeficientů jednotlivých členů v (2.2), tentokrát už ale podle známého φ_M (viz obr. 2.9).

Metoda rotujícího pole je velmi podobná metodě ROTMOKE z roku 1999[9], která také v rotujícím in-plane vnějším poli separuje lineární a kvadratické jevy stejným způsobem. Narozdíl od metody rotujícího pole je však cílem pouze magnetometrie pomocí lineárního jevu, kvadratické jevy jsou považovány pouze za artefakty a odstraněny ze zpracování.

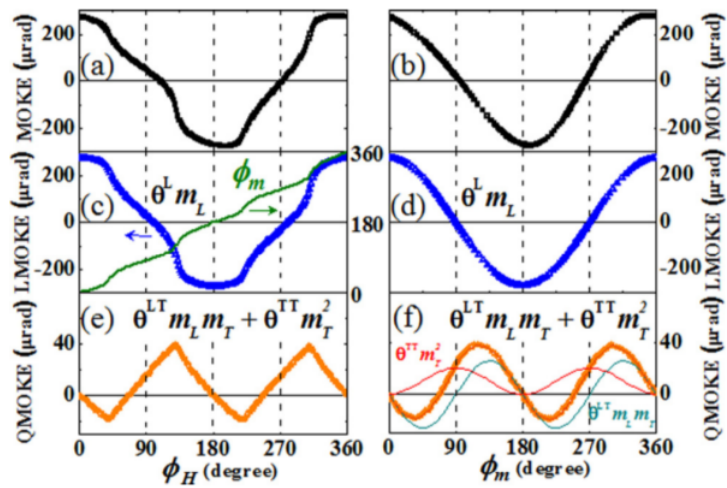


Figure 2.9: Ilustrace metody rotujícího pole (Fe(12nm)/GaAs(001)) [32]. Měřené (a) stočení polarizace v závislosti na experimentálně ovladatelném ϕ_H , rozdělené na lineární (c) a kvadratický (e) příspěvek. V (b),(d),(f) jsou signály vyjádřené v závislosti na ϕ_m určeném z (c). To, že se (a,c,e) a (b,d,f) navzájem liší dokazuje, že magnetická anizotropie není zanedbatelná, a materiál nebylo možné měřit osmisměrnou metodou.

3. Studované materiály

3.1 CoFe [17]

Ve slitině CoFe byl z prvních principů předpovědězen intrinsický mechanismus anizotropní magnetoresistence (AMR) - dochází ke křížení energetických pásů, které je závislé na orientaci magnetizace [17]. Změnou poměru Co a Fe je navíc možné posouvat tyto body křížení vzhledem k Fermiho hladině a tak ladit velikost AMR. Po vypěstování monokrystalu metodou MBE bylo provedeno magneto-transportní měření a předpověď silného AMR byla potvrzena [17].

AMR je důsledkem magnetické závislosti tenzoru vodivosti, a do jisté míry je možné ho považovat za $\omega \rightarrow 0$ limitu Voigtova jevu [24].

Vzorek byl poskytnut prof. Y. Z. Wu z Department of Physics, State Key Laboratory of Surface Physics, Fudan University, Shanghai v Číně. Jedná se o monokrystal $\text{Co}_{0.5}\text{Fe}_{0.5}$ (10 nm) na substrátu $\text{MgO}(001)$ a s nadvrstvou $\text{MgO}(001)$ (3 nm).

Obrázky...

3.2 FeRh — FR06

4. Spektroskopie anizotropního Voigtova jevu a kvadratická MO magnetometrie

[6][8][7][11]

4.1 Experimentální uspořádání

4.2 Výchozí situace

4.3 Detekce - optický můstek

4.3.1 Zrcadla mezi vzorkem a detekcí

4.3.2 Kompenzace Berekovým kompenzátorem

4.3.3 Charakterizace citlivosti můstku - současné měření elipticity

4.4 Interpretace signálu při anizotropním MLD

4.5 Artefaktní signály

4.6 Zpracování dat - shrnutí

5. Výsledky

5.1 CoFe v transmisi

5.2 FeRh v reflexi

5.3 Korekce kalibrace magnetu

Otočené FeRh, jak to asi taky změní anizotropii CoFe

5.4 Diskuze

Porovnání s již dostupnými metodami. Nemá smysl se o tom bavit dřív než je jasné co umíme.

Závěr

Bibliography

- [1] “A MECHANISM OF MAGNETIC HYSTERESIS IN HETEROGENEOUS ALLOYS”. In: ().
- [2] “A new calculus for the treatment of optical systems, I. Description and Discussion of the Calculus. Journal of the Optical Society of America”. In: ().
- [3] J. Anděl. “Základy matematické statistiky”. Praha, 2007. ISBN: 80-7378-001-1.
- [4] “Anisotropy of quadratic magneto-optic effects in reflection”. In: ().
- [5] “Antiferromagnetic spintronics, Nature Nanotechnology”. In: ().
- [6] “BP Kimak”. In: ().
- [7] “BP Kubascik”. In: ().
- [8] “BP Wohlrath”. In: ().
- [9] “Determination of the anisotropy field strength in ultra-thin magnetic films using longitudinal MOKE and a rotating field: the ROTMOKE method”. In: ().
- [10] “Differential matrix formalism for depolarizing anisotropic media”. In: ().
- [11] “DP Kimak”. In: ().
- [12] “Dynamika spinové polarizace v polovodičích”. In: ().
- [13] “General analytical treatment of optics in layered structures: Application to magneto-optics”. In: ().
- [14] “Huge quadratic magneto-optical Kerr effect and magnetization reversal in the Co₂FeSi Heusler compound”. In: ().
- [15] “Imaging antiferromagnetic domains in nickel oxide thin films by optical birefringence effect”. In: ().
- [16] “Integrovaná a vláknová optika”. In: ().
- [17] “Intrinsic Mechanism for Anisotropic Magnetoresistance and Experimental Confirmation in Co_xFe_{1-x} Single-Crystal Films”. In: ().
- [18] “Jones and Mueller matrices: structure, symmetry relations and information content”. In: ().
- [19] “Low temperature Voigt effect in the terbium gallium garnet crystal”. In: ().
- [20] “Magneto-optic response of the metallic antiferromagnet Fe₂As to ultrafast temperature excursions”. In: ().
- [21] “Magneto-optics in magnetic multilayers”. In: ().
- [22] “Observation of Giant Magnetic Linear Dichroism in Ga, Mn As”. In: ().
- [23] “Optical determination of the Néel vector in a CuMnAs thin-film antiferromagnet”. In: ().
- [24] “Ostatnický - článek v přípravě”. In: ().

- [25] “P. Němec, M. Fiebig, T. Kampfrath, A. V. Kimel: Antiferromagnetic opto-spintronics, Nature Physics”. In: ().
- [26] “Pěstujeme lineární algebru”. In: ().
- [27] “Photonic Metamaterials: Magnetism at Optical Frequencies”. In: ().
- [28] “Poincaré sphere mapping by Mueller matrices”. In: ().
- [29] “Principles of optics”. In: ().
- [30] “Quadratic magnetooptic Kerr effect spectroscopy of magnetic thin films with cubic crystal structure”. In: ().
- [31] “Quadratic-in-magnetization permittivity and conductivity tensor in cubic crystals”. In: ().
- [32] “Quantitative study of the quadratic magneto-optical Kerr effects in Fe films”. In: ().
- [33] “Reciprocal relations in irreversible processes II.” In: ().
- [34] “Separation of linear and quadratic magneto-optic Kerr effects in ultra-thin Fe films using a rotating field method”. In: ().
- [35] “Studium spinové polarizace pomocí laserové spektroskopie”. In: ().
- [36] “Systematic study of magnetic linear dichroism and birefringence in (Ga,Mn)As”. In: ().
- [37] “Thermodynamic potentials for simple magnetic systems”. In: ().
- [38] “Thermodynamics and introduction to thermostatistics”. In: ().
- [39] “Ultrarychlá laserová spektroskopie magnetického polovodiče GaMnAs”. In: ().
- [40] “Vicinal interface sensitive magneto-optical Kerr effect: Application to Co/Au(322)”. In: ().
- [41] Višňovský. “Polar magneto-optics in simple ultrathin-magnetic-film structures”. In: ().
- [42] Wu. “Optical degeneracies in anisotropic layered media: Treatment of singularities in a 4x4 matrix formalism”. In: ().
- [43] Pochi Yeh. “Electromagnetic propagation in birefringent layered media”. In: ().
- [44] “Zvezdin Kotov”. In: ().

A. Attachments

A.1 Přehled použitých konvencí

A.2 Poruchová teorie reflexních a transmisních koeficientů

A.3 Vztah mezi P^{Voigt} a materiálovými parametry

A.4 Teorém o nutné podmínce magnetické anizotropie pro existenci volné energie

Zvolíme-li uzavřenou křivku v \vec{M} prostoru, a budeme podél ní integrovat (1.55), dostaneme

$$\oint \mu_{\text{vac}} \vec{H}^{\text{ext}}(\vec{M}) \cdot d\vec{M} = \oint \nabla_{\vec{M}} F \cdot d\vec{M} = F(\vec{M}_{\text{start}}) - F(\vec{M}_{\text{end}}) = 0. \quad (\text{A.1})$$

Přechodem k experimentálně ovladatelným souřadnicím \vec{H}^{ext}

$$d\vec{M} = \begin{pmatrix} dM_x \\ dM_y \\ dM_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial M_x}{\partial H_x^{\text{ext}}} & \frac{\partial M_x}{\partial H_y^{\text{ext}}} & \frac{\partial M_x}{\partial H_z^{\text{ext}}} \\ \frac{\partial M_y}{\partial H_x^{\text{ext}}} & \frac{\partial M_y}{\partial H_y^{\text{ext}}} & \frac{\partial M_y}{\partial H_z^{\text{ext}}} \\ \frac{\partial M_z}{\partial H_x^{\text{ext}}} & \frac{\partial M_z}{\partial H_y^{\text{ext}}} & \frac{\partial M_z}{\partial H_z^{\text{ext}}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dH_x^{\text{ext}} \\ dH_y^{\text{ext}} \\ dH_z^{\text{ext}} \end{pmatrix} \equiv \left(\frac{d\vec{M}}{d\vec{H}^{\text{ext}}} \right) d\vec{H}^{\text{ext}} \quad (\text{A.2})$$

dostáváme z (A.1) podmínku na průběh $\vec{M}(\vec{H}^{\text{ext}})$ po uzavřené křivce \vec{H}^{ext}

$$\oint \mu_{\text{vac}} \vec{H}^{\text{ext}} \cdot \left(\frac{d\vec{M}}{d\vec{H}^{\text{ext}}} \right) d\vec{H}^{\text{ext}} = 0, \quad (\text{A.3})$$

kteřá platí, pokud jsme mohli provést substituci (A.2), tj. pokud je na ní $\vec{M}(\vec{H}^{\text{ext}})$ spojitě, nedochází k přeskokům. Striktně vzato bychom ji mohli použít i v případě, kdy dochází k vratným¹ přeskokům, tj. výchozí i koncové \vec{M} mají stejnou volnou energii; nedochází k hysterezi.

Přímým dosazením pro případ, kdy se \vec{H}^{ext} otočí v rovině xy o 360° s konstantní amplitudou a \vec{M} je dáno (1.58)

$$\left(\frac{d\vec{M}}{d\vec{H}^{\text{ext}}} \right) d\vec{H}^{\text{ext}} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi_M \\ \cos \varphi_M \\ 0 \end{pmatrix} \frac{d\varphi_M}{d\varphi_H} d\varphi_H, \quad (\text{A.4})$$

dostáváme

$$\mu_{\text{vac}} H^{\text{ext}} M_S \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_M}{d\varphi_H} \sin(\varphi_H - \varphi_M) d\varphi_H = 0 \quad (\text{A.5})$$

¹Ve smyslu vratného termodynamického procesu.

A.5 Detaily statistického zpracování