

MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ FAKULTA Univerzita Karlova

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Vladislav Wohlrath

Laserová spektroskopie spintronických materiálů

Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí diplomové práce: Prof. RNDr. Petr Němec, Ph.D.

Studiijní program: Fyzika

Studiijní obor: Optika a optoelektronika

Praha 2022

Todo list

■ PN: v předmluvě chybí citace, ale nenavazuje na ostatní kapitoly, takže to dodám až budu mít zbytek.	4
■ pravda?	7
■ vložit citaci: Visvlakna	8
■ znaminka	10
■ zkontořovat znaminka toho uhlu	12
■ odtud dolu prestat ze sesitu	15
■ upravit	17
■ ověřit	18
■ overit	20
■ skutečne plus?	21
■ zavadet ty kx?	23
■ spravne?	23
■ PN: Nechápu značení: (001) znamená [001] ve směru normály vrstvy. Je špatně, když v předchozích kapitolách píšu "[001] orientovaný vzorek"? Mám tam dát kulaté závorky?	24
■ vložit citaci: ?	24
■ zeptat se Evy, jestli tomu správně rozumím	24
■ PN: je to tak??	28
■ spocitat	30
■ opsat ze sesitu	30
■ PN: nevíte o nějakém zdroji?	35
■ dosadit	35
■ PN: tady bych chtel citovat cofe-sample-info.ppt z ciny. jak?	35
■ PN: Zvětší nebo zmenší? U nás se zmenšuje, ale Brajer cituje nejaky obrazek kde se zvetsuje.	36
■ PN: jak tlustou? Saidl ani Kubaščík to nepíšou, v Brajerovi jsou protiřečící si informace (v textu 1,5 nm, na obrázku 3 nm)	38
■ PN: je to dobře napsané?	39
Figure: schema	39
■ doplnit rozsahy	40
■ overit	42
■ kontrola	42
Figure: ferh uvodni data	43
Figure: cofe uvodni data	43
■ PN: Je to ok, nebo je to urážlivé?	43
Figure: kovektory idealni	44
Figure: nedokonale ramena	46

Figure: mustek destika nepresna	47
■ PN: zmínit TO?	48
Figure: destikcy data	48
■ kolik	49
■ odkaz na obr.	49
Figure: mustek zrcadlo	50
Figure:	51
Figure:	52
Figure: mustek2	60
Figure: kovektory	62
■ mozna jeste co se deje s vec d	63
Figure: konstrukce H kruznice	63

Obsah

Předmluva	4
1 Teoretický rámec	6
1.1 Maxwellovy rovnice	7
1.2 Polarizace	8
1.2.1 Jonesův počet	9
1.2.2 Stokesův-Muellerův počet	10
1.3 Optika v anizotropních multivrstvách	13
1.4 Magneto-optické tenzory	18
1.5 Magnetická anizotropie	20
2 Vybrané metody experimentální magneto-optiky	24
2.1 Optický můstek	30
2.2 Osmisměrná metoda	31
2.3 Metoda rotujícího pole, ROTMOKE	32
3 Studované materiály	35
3.1 CoFe	35
3.2 FeRh	35
4 Experimentální metoda	39
4.1 Popis a úvodní experimenty	40
4.2 Detekce	44
4.2.1 Kompenzace nedokonalostí a zrcadel	44
4.2.2 Současné měření ellipticity	51
4.3 Určení anizotropie MLD	52
4.4 Určení magnetické anizotropie	52
4.5 Zpracování dat	52
5 Spektroskopie anizotropního MLD	53
5.1 Měření v transmisní geometrii: CoFe	53
5.1.1 Měření při pokojové teplotě	53
5.1.2 Měření při kryogenní teplotě	53
5.2 Měření v reflexní geometrii: FeRh	53
5.2.1 Měření feromagnetické fáze	53
5.2.2 Měření přechodu feromagnet–antiferomagnet	53
Závěr	54

Seznam použité literatury	55
A Přílohy	60
A.1 Průchod a odraz při poruchách permitivity	60
A.2 Dodatky k magnetické anizotropii	60
A.3 Detailly statistického zpracování	60
A.4 Formalismus Stokesových kovektorů	60

Předmluva

Výhoda automatizovaných výpočtů je lidstvu zřejmá již po staletí. Nejdříve realizované otrokem s tužkou a papírem, od 19. století to byly ručně nebo parně poháněné stroje plné ozubených koleček zpracovávajících děrné štítky, a později s vývojem vakuových elektronek už šlo o počítače podobné těm dnešním, pouze mnohonásobně větší a poruchovější. Obzvláště během druhé světové války potřeba počítačů extrémně vynikla, protože se náhle staly nezbytnými výpočetně náročné činnosti jako luštění šifer a modelování atomových bomb. Mnoho bylo v sázce a všechny zmíněné přístupy byly využity naplno.

PN: v předmluvě chybí citace, ale ne navazuje na ostatní kapitoly, takže to dodám až budu mít zbytek.

Jejich společná nevýhoda byla škálovatelnost, nebylo dost dobře možné počítače založené na těchto principech zmenšovat a zrychlovat. Když byl v roce 1947 vynalezen pevnolátkový elektrický spínač bez potřeby vakua – tranzistor – rychle bylo rozpoznáno, že to je právě ta součástka, na kterou všichni čekali. Teoretické limity na miniaturizaci a zrychlování transistorových počítačů byly v nedohlednu a rychlosť vývoje byla od šedesátých let dobře vystižena Moorovým zákonem: maximální technicky realizovatelný počet transistorů v integrovaném obvodu se zdvojnásobuje každé dva roky.

Dnes se píše rok 2022, Moorův zákon začíná pozbývat platnosti, technika transistorových počítačů se dotýká teoretických limitů a lidstvo se ocitá v podobné situaci jako před rokem 1947 - stávající počítače jsou na konci své vývojové linie.

Jedním z možných směrů, kudy se vydat dále, je *spintronika*. Běžná elektronika využívá pouze jednu vlastnost elektronů – jsou to elektrické monopóly – a zcela ignoruje jinou – mají spin a jsou to magnetické dipóly. Spintronika se zabývá vlivem spinu na transportní vlastnosti elektronů, s vysněným cílem obejmít některé technologické potíže týkající se elektroniky. Jako velký úspěch spintroniky se považuje objevení *obří magnetorezistence* (GMR)¹ v roce 1988. Mikroskopický základ GMR je právě interakce spinu elektronu s magnetickým polem, jedná se proto o spintronický jev. Objev GMR umožnil výrobu dnešních hard-disků s nevídánou kapacitou a vývoj magnetoresistivních RAM (MRAM), které sice dosud nebyly komerčně využity, ale oproti ostatním pamětím mají některé významné výhody.

Protože spin elektronu souvisí s magnetickým momentem, projevuje se především v materiálech s magnetickým uspořádáním (např. feromagnetech, antiferomagnetech), spintronika proto přirozeně zahrnuje jejich vývoj a stu-

¹Magnetorezistence obecně znamená změnu odporu při aplikaci magnetického pole, příkladem obří značí jeho sílu (80 % oproti malým jednotkám procent pozorovaných před rokem 1988).

dium. Takový vývoj ovšem vyžaduje zároveň diagnostické metody, kterými se mohou nové materiály zkoumat, vybírat z nich ty nejslibnější a optimalizovat jejich parametry.

Tato práce se věnuje právě jedné takové diagnostické metodě – magneto-optické spektroskopii. Magneto-optika dovoluje zkoumat magnetismus skrze jeho projekty v optických vlastnostech. Projekty magneto-optické aktivity lze obecně rozdělit na liché a sudé, podle toho, jestli při obrácení orientace magnetického pole mění či nemění znaménko. Zatímco liché jevy jsou široce používané už desítky let, ty sudé začaly nabývat na popularitě až v nedávné době. Oproti lichým jevům existují ty sudé v širší třídě materiálů (např. kolineární antiferomagnety), což z nich dělá jednu z mála dostupných metod jejich studia. Současně jsou antiferomagnety předmětem intenzivního spintronického výzkumu.

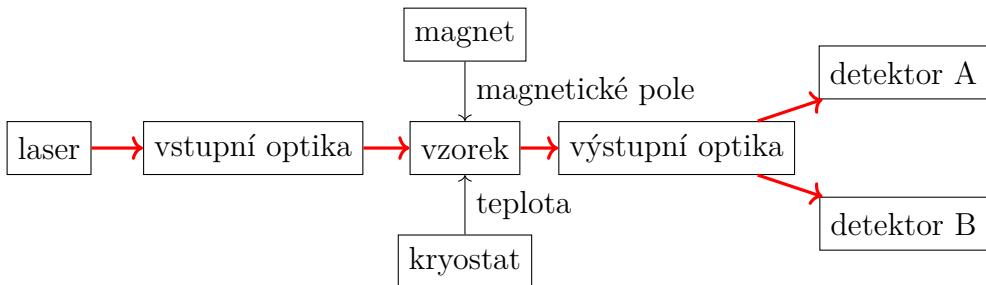
V roce 2017 byl v Laboratoři OptoSpintroniky (LOS) na Katedře CHe-mické Fyziky a Optiky (KCHFO) na Univerzitě Karlově (UK) uveden do provozu prototyp vektorového magnetu, jehož účelem bylo získání metody pro magnetooptickou charakterizaci vzorků v širokém rozsahu teplot a vlnových délek, včetně zaměření na studium sudých MO jevů. Metoda využívá rotující pole v rovině vzorku a je proto koncepcně příbuzná tzv. 8-směrné metodě, metodě rotujícího pole a ROTMOKE.

Metodou bylo v minulosti studováno mnoho vzorků rozličných materiálů, avšak jakékoliv pokusy o kvantitativní interpretaci sudých jevů bud' úplně selhávaly, nebo dávaly protiřečící si výsledky. Při začátku tvorby této práce se jevilo jako nejrozumnější řešení projekt opustit a minimalizovat budoucí ztráty. Hlavním a jediným cílem této práce je metodu vyšetřit, pokusit se odhalit příčiny problémů, v ideálním případě ji pak opravit, uvést do provozu a demonstrovat její použitelnost na vzorcích materiálů slibných pro spintroniku.

Práce byla zakončena úspěšně, výsledkem je funkční metoda, která rozšiřuje možnosti uvedených příbuzných metod, a její funkčnost byla demonstrována studiem dvou materiálů: CoFe a FeRh.

1. Teoretický rámec

Předkládaná práce se zabývá základním typem magneto-optického experimentu, který je schematicky znázorněn na obr. 1.1. Tato kapitola shrnuje některé fyzikální modely a jevy důležité pro jeho popis.



Obrázek 1.1: Schéma typického magneto-optického experimentu. Laserový svazek je vhodně upraven vstupní optikou, dále dopadá na vzorek, kterým je propuštěn/odražen, nakonec je upraven výstupní optikou (a případně rozdělen do více ramen) a je detekována jeho intenzita. Vzorek je umístěn v kryostatu a mezi rameny elektromagnetu, takže během experimentu je mu vnučena libovolná teplota a vnější magnetické pole.

Světlo popisujeme Maxwellovými rovnicemi. Je monochromatické na kruhové frekvenci ω . K popisu polarizačního stavu používáme Jonesovy a Stokesovy vektory. Všechny optické prvky jsou lineární a nedepolarizační, takže je popisujeme Jonesovou a Muellerovou maticí[1]. Neúnavně využíváme grafické znázornění Muellerových matic metodou zobrazování Poincarého sféry¹ (tzv. *charakteristických elipsoidů*)[1, 2]. O interakci světla s látkou předpokládáme, že probíhá pouze skrze vektory elektrické polarizace \mathbf{P} , magnetizace \mathbf{M} a proudové hustoty \mathbf{j} .

Odezva materiálů je lineární a lokální, a je obecně anizotropní. Uvnitř tenkých² vzorků je nutné řešit Maxwellovy rovnice, výstupem výpočtu je opět Jonesova a Muellerova matice. Výpočet je proveden v rámci Berremanova formalismu[3] 4×4 přenosových matic pro anizotropní vrstevnaté prostředí, který je ekvivalentní Yehově 4×4 maticové algebře[4], ale netrpí některými technickými nedostatkami[5, 6, 7, 8].

¹angl. Poincaré sphere mapping

²Tak tenkých, že je nutné považovat vícenásobné odrazy za navzájem koherentní.

Magnetické látky mají dodatečný magnetický termodynamický stupeň volnosti (parametr uspořádání). Magneto-optickou aktivitu modelujeme jako závislost efektivní permitivity ε na magnetickém stupni volnosti.

U feromagnetů je to celková magnetizace \mathbf{M} . Feromagnety reagují na vnější magnetické pole změnou rovnovážné magnetizace, která je daná magnetickou volnou energií (magnetickou anizotropií). Pro tenké magnetické filmy používáme Stonerův-Wohlfarthův model[9] pro materiál v jedno-doménovém stavu; předpokládáme konstantní velikost magnetizace a nulový průměr do normální vzorku (magnetizace je tzv. *in-plane*). Efektivní permitivita je funkcí \mathbf{M} a je rozvedena do močinné řady, jejíž koeficienty tvoří složky lineárního \mathbb{K} a kvadratického \mathbb{G} magneto-optického tenzoru[10].

U kolineárního antiferomagnetu FeRh (viz kap. 3.2) je magnetickým stupněm volnosti magnetizace podmížky (Néelův vektor \mathbf{L})[11]. Podobně jako u feromagnetů je ε funkcií \mathbf{L} , až na to, že lineární člen je zakázán symetrií³.

pravda?

1.1 Maxwellovy rovnice

Pracujeme ve frekvenčním obrazu, uvažujeme elektrické pole harmonické v čase s konvencí $\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \Re \{ \mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}) e^{-i\omega t} \}$ a stejně pro ostatní časově závislé veličiny.

Látky popisujeme fenomenologicky lokální⁴ lineární odezvou. Navíc po kládáme nulovou magnetickou susceptibilitu na optických frekvencích: $\mathbf{M}(\omega) = 0$, což kromě speciálních metamateriálů platí bez výjimky[12]. Materiály jsou za těchto podmínek plně popsány komplexními frekvenčně závislými tenzory (3×3 matice) relativní permitivity ε_{el} a vodivosti σ

$$\mathbf{D}(\omega, \mathbf{r}) = \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{el}}(\omega, \mathbf{r}) \mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}), \quad (1.1)$$

$$\mathbf{j}(\omega, \mathbf{r}) = \sigma(\omega, \mathbf{r}) \mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}), \quad (1.2)$$

$$\mathbf{B}(\omega, \mathbf{r}) = \mu_0 \mathbf{H}(\omega, \mathbf{r}). \quad (1.3)$$

Pro přehlednost budeme dále vynechávat argumenty s vyrozuměním, že vztahy platí lokálně pro všechna ω a \mathbf{r} . Jedinou výjimkou, kdy vynechání argumentu nebude znamenat složku na frekvenci ω (jako např. $\mathbf{E} \equiv \mathbf{E}(\omega)$), bude statická magnetizace $\mathbf{M} \equiv \mathbf{M}(\omega = 0)$ a statické externí pole, které značíme $\mathbf{H}_{\text{ext}} \equiv \mathbf{H}(\omega = 0)$.

³Podmížky s opačnou magnetizací jsou ekvivalentní, což obecně neplatí u všech antiferomagnetů.

⁴Tzv. dipólová approximace.

vložit citaci:
Visvlakna

Maxwellovy rovnice v uvedené situaci mají v SI tvar

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B}, \quad (1.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\sigma - i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{el}}) \mathbf{E} \equiv -i\omega \frac{\varepsilon}{c^2} \mathbf{E}. \quad (1.5)$$

Zbylé dvě divergenční Maxwellovy rovnice neuvádíme, protože pro $\omega \neq 0$ nejsou nezávislé od uvedených dvou rotačních. V rovnících nevystupují ε_{el} a σ nezávisle, ale pouze v kombinaci patrné z první rovnosti (1.5), což souvisí s tím, že rozdělení proudů na volné a vázané je pro $\omega \neq 0$ do jisté míry arbitrární. Zavádí se proto efektivní relativní permitivita ε vztahem

$$\varepsilon_0 \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{el}} + i\sigma/\omega, \quad (1.6)$$

která v sobě zahrnuje vliv všech uvažovaných proudů. Komplexní 3×3 matici ε dále nazýváme zkrátka permitivitou a jedná se o jediný materiálový parametr charakterizující optické vlastnosti na dané frekvenci. V rovnici (1.5) jsme také užili rychlosť světla ve vakuu $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$.

Výhodné volby rozměru rovnic dosáhneme, pokud využijeme *impedanci volného prostoru* $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ a vyjádříme Maxwellovy rovnice v poli $Z_0 \mathbf{H} = c \mathbf{B}$

$$\frac{1}{k_0} (-i\nabla \times) \mathbf{E} = Z_0 \mathbf{H}, \quad (1.7)$$

$$\frac{1}{k_0} (-i\nabla \times) Z_0 \mathbf{H} = -\varepsilon \mathbf{E}, \quad (1.8)$$

kde jsme označili $k_0 = c/\omega = 2\pi/\lambda_0$ vlnový vektor ve vakuu. V případě rovinné vlny s prostorovou závislostí $\propto e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$ platí $-i\nabla \times = \mathbf{k}$, a zavádíme normovaný vlnový vektor $\mathbf{N} = \mathbf{k}/k_0$.

“Okrajové podmínky” na rozhraní dvou materiálů, kde dochází ke skokové změně permitivity, říkají, že tečné složky \mathbf{E} a \mathbf{H} jsou při přechodu přes rozhraní spojité[13].

1.2 Polarizace

Pro popis světla ve volném prostoru ($\varepsilon = 1$) se dále omezíme na reálné \mathbf{N} . Zvolíme osu z proti směru šíření, tedy $\mathbf{N} = (0, 0, -1)^T$. Řešením jsou pole charakterizovaná libovolnými komplexními amplitudami E_x a E_y , které udávají polarizaci vlny. \mathbf{H} je pak dán rovnicí (1.7).

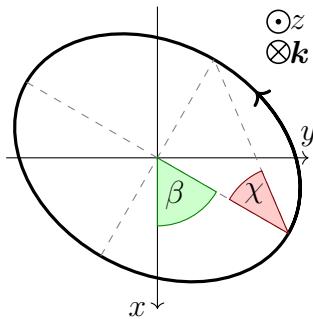
Výkon přenášený rovinou vlnou je dán časově středovaným Poyntingovým vektorem \mathbf{S} , pro vakuuum[13]

$$\langle \mathbf{S}(t) \rangle_t = \langle \mathbf{E}(t) \times \mathbf{H}(t) \rangle_t = \frac{1}{2Z_0} \mathbf{N} (E_x^* E_x + E_y^* E_y) \equiv \frac{1}{2Z_0} \mathbf{N} I, \quad (1.9)$$

kde definujeme normovanou intenzitu $I = E_{0x}^* E_{0x} + E_{0y}^* E_{0y}$.

Vektor \mathbf{E} opisuje v čase obecně elipsu v rovině kolmé na směr šíření, popisné parametry definujeme podle obr. 1.2. Jedná se o β – úhel natočení hlavní poloosy polarizace, a χ – úhel ellipticity, zde dále nazývaný zkráceně ellipticity. Pro popis ekvivalentní E_x a E_y je třeba přidat intenzitu I a časový posun δ , který má význam času, ve kterém $\mathbf{E}(t)$ protíná hlavní poloosu s

Konvenci točivosti světla používáme následující: při podle pohledu *od zdroje* obíhá pravotočivé světlo v dané rovině po směru hodinových ručiček. Točivost se v parametrech projevuje vzájemným znaménkem χ a točivosti systému, ve kterém je χ definováno (viz další oddíl). Viz obr. 1.2.



Obrázek 1.2: Polarizační elipsa s vyznačenou soustavou souřadnou a elipsohmickými úhly β a χ (na obrázku jsou oba kladné). Pro vyznačený směr svazku \mathbf{k} se jedná o levotočivé světlo (čtenář je v pozici pozorovatele od zdroje).

1.2.1 Jonesův počet

Jonesovy vektory[14] jsou tvořeny přímo komplexními amplitudami polí v rovině kolmé na vektor šíření

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

Prostor Jonesových vektorů je přirozeně normovaný intenzitou (1.9), která je dána skalárním součinem

$$\mathcal{J}_1^\dagger \mathcal{J}_2 = \begin{pmatrix} J_{1x}^* & J_{1y}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{2x} \\ J_{2y} \end{pmatrix}, \quad I(\mathcal{J}) = \mathcal{J}^\dagger \mathcal{J} \quad (1.11)$$

Dvě polarizace/Jonesovy vektory jsou “ortogonální” ($\mathcal{J}_1^\dagger \mathcal{J}_2 = 0$), pokud je celková intenzita prostý součet intenzit v obou polarizacích.

Akci každého lineární polarizačního prvku, lze popsat jako lineární transformaci Jonesova vektoru – transformaci Jonesovou 2×2 komplexní maticí \mathcal{T} . Jonesovy matice lze použít pro popis polarizačního děliče: každé rameno pak má vlastní matici.

Sadě parametrů β , χ , I , δ odpovídá Jonesův vektor

znaminka

$$\mathcal{J} = \sqrt{I} e^{i\delta} \begin{pmatrix} \cos \chi \cos \beta - i \sin \chi \sin \beta \\ \cos \chi \sin \beta + i \sin \chi \cos \beta \end{pmatrix}. \quad (1.12)$$

Zde je na místě poznámka o točivosti. Pozdeji budeme pro usnadnění práce s téměř kolmým odrazem používat stejné souřadnice x, y i pro světlo v opačném směru; vztažná soustava pak ale bude mít opačnou točivost. V této věci se nevyhneme nějakému kompromisu, a proto přestože točivost světla je definovaná vždy vzhledem ke směru šíření, elipsometrické parametry definujeme vždy vzhledem k dané soustavě Jonesových vektorů, která může spolu se směrem šíření tvořit jak levotočivý, tak pravotočivý systém. β definujeme vzhledem k J_x , s rostoucím úhlem ve směru $+J_y$. δ/ω značí čas, ve kterém \mathbf{E} protne hlavní poloosu, a vztah mezi znaménkem χ a točivostí je dán následující poučkou: pokud $J_1 J_2 \mathbf{k}$ tvoří levotočivý systém jako na obr. 1.2, pak $\chi > 0$ odpovídá levotočivé polarizaci.

Při této konvenci se kruhově polarizované světlo $\mathcal{J}_i = (1, i)^T$ při kolmém dopadu odrazí se stejným Jonesovým vektorem $\mathcal{J}_r = (1, i)^T$ (a tedy stejným znaménkem χ), avšak jde o opačnou točivost.

1.2.2 Stokesův-Muellerův počet

Ucelený přehled, ze kterého vychází tento oddíl, lze nalézt v [1, 2]. Stokesovy parametry obecně mohou narodíl od Jonesových vektorů popsat i nepolarizované světlo, v této práci si však vystačíme s plně polarizovaným světlem a proto je nebudeme definovat obecně, ale pomocí Jonesových vektorů

$$s_0 \equiv J_x^* J_x + J_y^* J_y \equiv \mathcal{J}^\dagger \sigma_0 \mathcal{J} = I, \quad (1.13)$$

$$s_1 \equiv J_x^* J_x - J_y^* J_y \equiv \mathcal{J}^\dagger \sigma_1 \mathcal{J} = I \cos 2\chi \cos 2\beta, \quad (1.14)$$

$$s_2 \equiv J_x^* J_y + J_y^* J_x \equiv \mathcal{J}^\dagger \sigma_2 \mathcal{J} = I \cos 2\chi \sin 2\beta, \quad (1.15)$$

$$s_3 \equiv i J_x^* J_y - i J_y^* J_x \equiv \mathcal{J}^\dagger \sigma_3 \mathcal{J} = I \sin 2\chi. \quad (1.16)$$

kde jsme je druhými rovnostmi vyjádřili jako střední hodnoty vhodných 2×2 hermitovských matic σ_i . Ty jsou

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

a můžeme je rozeznat jako jednotkovou matici a přerovnané Pauliho matice. Tvoří komplexní bázi obecných komplexních 2×2 matic, s omezením na reálné koeficienty pak bázi hermitovských matic.

Každý optický prvek lineární v Jonesových vektorech je zároveň lineární ve Stokesových parametrech

$$s_i^{\text{out}} = \mathcal{J}_{\text{in}}^\dagger \mathcal{T}^\dagger \sigma_i \mathcal{T} \mathcal{J}_{\text{in}} \equiv \mathcal{J}_{\text{in}}^\dagger \left(\sum_{j=0}^3 M_{ij} \sigma_j \right) \mathcal{J}_{\text{in}} = \sum_{j=0}^3 M_{ij} s_j^{\text{in}}, \quad (1.18)$$

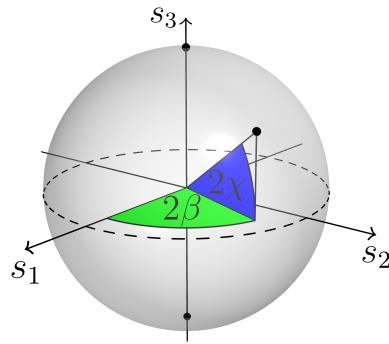
kde reálná 4×4 matice \mathbb{M} je dána právě rozkladem hermitovských matic $\mathcal{T}^\dagger \sigma_i \mathcal{T}$ do báze σ_j . Matice \mathbb{M} charakterizující optický prvek se nazývá Muellerova matice, a sloupcový vektor \mathcal{S} složený ze Stokesových parametrů se nazývá Stokesův vektor. Složky Muellerovy matice příslušející Jonesově matici \mathcal{T} je možné počítat přímo z rozkladu (1.18) díky tzv. trace-ortogonalitě σ_j matic: $\text{Tr}\{\sigma_j \sigma_i\} = 2\delta_{ji}$

$$M_{ij} = \frac{1}{2} \text{Tr}\{\sigma_j \mathcal{T}^\dagger \sigma_i \mathcal{T}\}. \quad (1.19)$$

Pro plně polarizované světlo nejsou Stokesovy parametry nezávislé, platí totiž

$$s_0 = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} \quad (1.20)$$

a tedy k vyjádření polarizačního stavu stačí *redukovaný* Stokesův vektor $(s_1, s_2, s_3)^T$, který lze graficky zanést do třírozměrného prostoru. Polarizace s jednotkovou intenzitou se zobrazují na tzv. Poincarého sféře jako na obr. 1.3. Ortogonální polarizace jsou zobrazeny na body středově souměrné podle počátku.



Obrázek 1.3: Poincarého sféra. Je vyznačen rovník lineárních polarizací (rovina $s_3 = 0$, $\chi = 0$) a póly kruhových polarizací $\chi = \pm 1$.

I Muellerovy matice musí splňovat určité podmínky. Přestože libovolná myslitelná 4×4 reálná matice je dána 16 reálnými parametry, nedepolarizační

(také nazývaná čistá⁵) Muellerova matice je dána pouze 7 reálnými čisly⁶. [15]

Pro pozdější použití uvedeme totální diferenciál Stokesova vektoru (jakým způsobem se mění, při malé změně β, χ, I)

$$dS = 2I \cos 2\chi \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin 2\beta \\ \cos 2\beta \\ 0 \end{pmatrix} d\beta + 2I \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin 2\chi \cos 2\beta \\ -\sin 2\chi \sin 2\beta \\ \cos 2\chi \end{pmatrix} d\chi + S dI. \quad (1.21)$$

Dále se zaměříme na to, jakým způsobem působí čisté Muellerovy matice, a jak jejich akci znázornit *zobrazením Poincarého sféry*[1, 2]. V případě depolarizačních prvků se ke znázornění používá trojice tzv. charakteristických elipsoidů, pro čisté prvky stačí zkoumat, jakým způsobem se změní body ležící na Poincarého sféře.

Nejdříve spomeneme větu z lineární algebry o polárním rozkladu matic[16]: Každou komplexní matici \mathcal{T} lze jednoznačně rozložit na součin unitární \mathcal{U} a pozitivně semidefinitní hermitovské $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2$ matice v libovolném pořadí, $\mathcal{T} = \mathcal{U}\mathcal{H}_1 = \mathcal{H}_2\mathcal{U}$.

Čistý retardér Prvek reprezentovaný unitární Jonesovou maticí \mathcal{U} zachovává intenzitu a projevuje se pouze fázovým zpožděním mezi dvěma ortogonálními polarizacemi. Zachovává intenzitu, takže Poincarého sféra nebude deformovaná ani posunutá, pouze otočená či převrácená. \mathcal{U} lze diagonalizovat a její vlastní čísla jsou komplexní fázové faktory, píšeme tedy⁷

$$\mathcal{U} = e^{i\Delta_1} \mathcal{J}_1 \mathcal{J}_1^\dagger + e^{i\Delta_2} \mathcal{J}_2 \mathcal{J}_2^\dagger. \quad (1.22)$$

Tyto dva vlastní módy mají po průchodu prvkem stejný polarizační stav, akce Muellerovy matice na Poincarého sféru má tedy za následek rotaci sféry kolem osy procházející těmito vlastními módy. Úhel rotace je dán fázovým zpožděním $\Delta = \Delta_1 - \Delta_2$. Ve speciálním případě $\mathcal{J}_1 = (1,0)^T$ a $\mathcal{J}_2 = (0,1)^T$ je Jonesova a Muellerova matice

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} e^{i\Delta_1} & 0 \\ 0 & e^{i\Delta_2} \end{pmatrix}, \quad \mathbb{U} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta & \sin \Delta & 0 \\ 0 & -\sin \Delta & \cos \Delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.23)$$

zkontrolovat
znaminka toho
uhlu

⁵Ve smyslu čistého (nesmíšeného, angl. pure) stavu v kvantové mechanice.

⁶Jonesova matice je dána 4 komplexními čísly — 8 reálných parametrů, ale při přechodu k Muellerově matici ztratíme informaci o celkové fázi.

⁷Ve vzorci vystupuje dyadickej součin Jonesových vektorů $\mathcal{J}\mathcal{J}^\dagger$, což je ortogonální projektor na \mathcal{J} , ne skalární součin, který by byl psaný $\mathcal{J}^\dagger\mathcal{J}$.

Čistý diatenuátor Pro prvek reprezentovaný pozitivně semidefinitní hermitovskou Jonesovou maticí \mathcal{H} existují dva ortogonální vlastní módy s reálnými nezápornými vlastními čísly – různými koeficienty útlumu. Normalizací matice tak, že větší z vlastních čísel se rovná 1, lze psát s reálným nezáporným η

$$\mathcal{H} = \mathcal{J}_1 \mathcal{J}_1^\dagger + \eta \mathcal{J}_2 \mathcal{J}_2^\dagger. \quad (1.24)$$

Jedná se o obecný polarizátor, který \mathcal{J}_1 propustí zcela a \mathcal{J}_2 propustí s amplitudovou propustností η . Ve speciálním případě $\mathcal{J}_1 = (1,0)^T$ a $\mathcal{J}_2 = (0,1)^T$ je Jonesova a Muellerova matice

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \eta \end{pmatrix}, \quad \mathbb{H} = \begin{pmatrix} \frac{1+\eta^2}{2} & \frac{1-\eta^2}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1-\eta^2}{2} & \frac{1+\eta^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}. \quad (1.25)$$

Pro body na Poincarého sféře dosadíme $s_0^{\text{in}} = 1$ a dostaneme

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}_{\text{out}} = \begin{pmatrix} \frac{1+\eta^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \eta & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}_{\text{in}} + \begin{pmatrix} \frac{1-\eta^2}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.26)$$

Jedná se tedy o kontrakci v rovině $s_2 s_3$ faktorem η , ve směru s_1 faktorem $(1 + \eta^2)/2$ a zároveň posunutím o $(1 - \eta^2)/2$. Ekvivalentně lze mluvit o kontrakci stejným faktorem se středem⁸ v $s_3 = 1$. Se zmenšujícím η (vyšší kvalitou polarizátoru) výsledný elipsoid svým tvarem nabývá podobnosti doutníku.

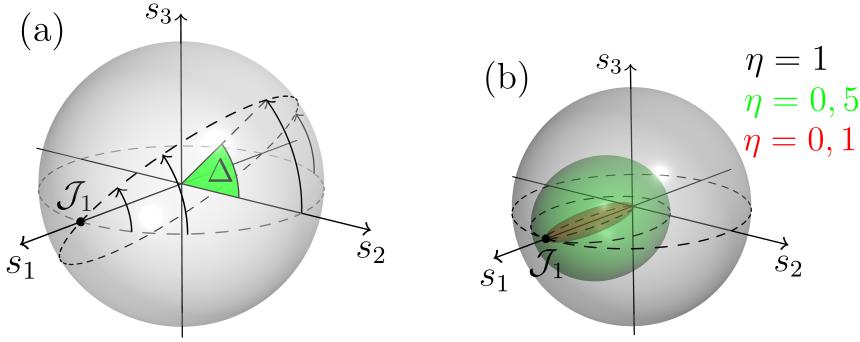
Shrneme-li uvedené poznatky, akce libovolného nedepolarizačního optického prvku je ekvivalentní postupnému působení obecného diatenuátoru (protáhnutí a posunutí ve směru vlastního vektoru \mathcal{H} jako na obr. 1.4 (b)) a obecného retardéru (rotace podle směru vlastního vektoru \mathcal{U} jako na obr. 1.4 (a)), případně v opačném pořadí.

Zobrazení Poincarého sféry nachází využití především pro depolarizační Muellerovy matice, ale i v našem případě nabízí jednoduchý intuitivní způsob přemýšlení o polarizaci, který je důležitý např. při rychlých rozhodnutích v laboratoři, kdy není čas násobit komplexní matice.

1.3 Optika v anizotropních multivrstvách

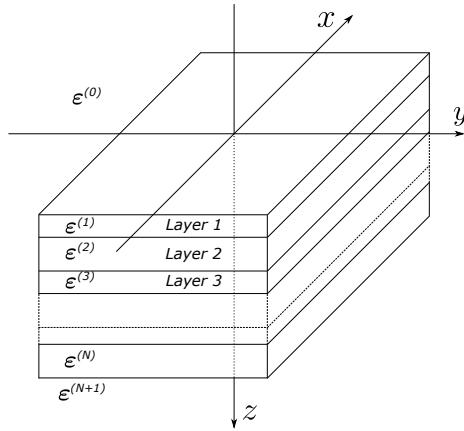
Cílem tohoto oddílu je představit teorii výpočtu transmisních a reflexních koeficientů (Jonesových matic průchodu a odrazu) obecných vrstevnatých

⁸ $(s_1^{\text{out}} - 1) = (s_1^{\text{in}} - 1)(1 - \eta^2)/2$.



Obrázek 1.4: Zobrazení Poincarého sféry čistými Muellerovými maticemi. (a) čistý retardér (rotace sféry), (b) čistý diatenuátor (protáhnutí a posunutí sféry).

struktur popsaných stupňovitým profilem tenzoru ε . Vrstevnatou strukturou rozumíme takovou, která je homogenní v rovině kolmé na jednu osu – tu zvolíme jako z – a rovina homogeneity a všech rozhraní bude xy , viz obr. 1.5. Stupňovitým profilem zase rozumíme, že struktura je složená z konečného počtu vrstev, ve kterých je ε konstantní.



Obrázek 1.5: Vrstevnaté prostředí (multivrstva). Každá vrstva je homogenní v rovině xy a má konstantní tenzor permitivity ε . [17]

Budeme řešit Maxwellovy rovnice (1.7), (1.8). Vzhledem k homogenitě v rovině xy lze psát

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(z) e^{i(k_x x + k_y y)}, \quad \mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{H}(z) e^{i(k_x x + k_y y)}, \quad (1.27)$$

kde příčné složky vlnového vektoru k_x a k_y jsou konstantní podél celé struktury i mimo ní. Uvnitř každé vrstvy bude existovat i třetí složka k_z , bude

se ale lišit v různých vrstvách. Obecný postup je tedy řešit Maxwellovy rovnice zvlášť v každém prostředí, a řešení následně svázat pomocí okrajových podmínek.

Budeme následovat řešení Berremanovou metodou přenosových matic[3]. S uvážením (1.27) mají Maxwellovy rovnice maticový tvar

$$\begin{pmatrix} 0 & +i\partial_z/k_0 & N_y & -1 & 0 & 0 \\ -i\partial_z/k_0 & 0 & -N_x & 0 & -1 & 0 \\ -N_y & N_x & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} & 0 & +i\partial_z/k_0 & N_y \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} & -i\partial_z/k_0 & 0 & -N_x \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} & -N_y & N_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ Z_0 H_x \\ Z_0 H_y \\ Z_0 H_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.28)$$

Člen prvního řádu⁹ nemá plnou hodnost; třetí a šestou rovnici lze přímo vyřešit a dosadit do ostatních. Nejdříve ale zavedeme úsporný blokově maticový zápis

$$\rho = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad E^\perp = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}, \quad H^\perp = \rho \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -H_y \\ H_x \end{pmatrix}, \quad (1.29)$$

$$\varepsilon^\perp = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} \end{pmatrix}, \quad \varepsilon^\parallel = \begin{pmatrix} \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{pmatrix}, \quad \varepsilon^- = (\varepsilon_{31} \quad \varepsilon_{32}), \quad N = \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \end{pmatrix}. \quad (1.30)$$

odtud dolu
prestat ze se-
situ

Třetí a šestá rovnice mají tvar

$$N^- E^\perp - cB_z = 0, \quad \varepsilon^- E^\perp + \varepsilon_{33} E_z + N^- cB^\perp = 0, \quad (1.31)$$

vyřešením a dosazením do (1.28) dostáváme

$$\begin{pmatrix} N_z \rho - \frac{N^\parallel \varepsilon^-}{\varepsilon_{33}} & -1 - \frac{N^\parallel N^-}{\varepsilon_{33}} \\ \varepsilon^\perp - \frac{\varepsilon^\parallel \varepsilon^-}{\varepsilon_{33}} + N^\parallel N^- & N_z \rho - \frac{\varepsilon^\parallel N^-}{\varepsilon_{33}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^\perp \\ cB^\perp \end{pmatrix} = 0, \quad (1.32)$$

což lze upravit do normálního tvaru

$$\partial_z \begin{pmatrix} E^\perp \\ Z_0 H^\perp \end{pmatrix} = ik_0 \Delta \begin{pmatrix} E^\perp \\ Z_0 H^\perp \end{pmatrix} \equiv ik_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^\perp \\ Z_0 H^\perp \end{pmatrix}. \quad (1.33)$$

Čtyři složky polí E^\perp a H^\perp jsou právě ty, jejichž spojitost na rozhraní diktují okrajové podmínky, takže není třeba se jimi zabývat zvlášť; stačí řešit rovnici (1.33). Uvnitř každé vrstvy (v oblasti s konstantním ε a tedy maticí Δ) je řešením maticová exponenciála

$$\begin{pmatrix} E^\perp(z_2) \\ Z_0 H^\perp(z_2) \end{pmatrix} = e^{ik_0 \Delta(z_2 - z_1)} \begin{pmatrix} E^\perp(z_1) \\ Z_0 H^\perp(z_1) \end{pmatrix} \quad (1.34)$$

⁹Prvního řádu ∂_z .

která lze spočítat diagonalizací¹⁰ obecně nehermitovské 4×4 matici Δ . Matice má 4 komplexní vlastní čísla odpovídající vlnovým vektorům příslušných vlastních módů, které lze rozdělit do dvou skupin: dva módy šířící se ve směru $+z$ mají¹¹ $\Re\{N_z\} \geq 0$, $\Im\{N_z\} \geq 0$, $S_z \geq 0$; zbylé dva se šíří ve směru $-z$ a platí pro ně opačné nerovnice.

Velmi důležitým rozdílem Berremanova přístupu oproti Yehově maticové algebře je, že zatímco v Yehově metodě je diagonalizace a hledání vlastních módů nedílnou součástí již definice základních pojmu formalismu (tzv. dynamické a propagační matice), v Berremanově metodě se uplatňuje pouze jako pomocný výpočet jinak již dobře definované maticové exponenciály (1.34). Diagonalizace a hledání vlastních módů jsou vysoce nelineární operace, jsou singulární v okolí degenerací (limita izotropního ε , či směr paprsku shodný s optickou osou) a někdy v nich dokonce selhávají[5, 6, 7, 8].

Tento rozdíl je zásadní v magneto-optice, kde nás často zajímají právě drobné odchylky od izotropní ε , a výsledky jsou vyjádřeny do prvního řádu v těchto odchylkách. V Yehově formalismu obtížné počítat derivace podle složek ε ; v (1.34) je to však jednoduché[8]. Z uvedených důvodů v této práci používáme Berremanův formalismus, přestože magneto-optice z velké části dominuje Yehův.

Poruchová teorie v Berremanově formalismu je rozvedena v dodatku A.1.

Odraz a průchod

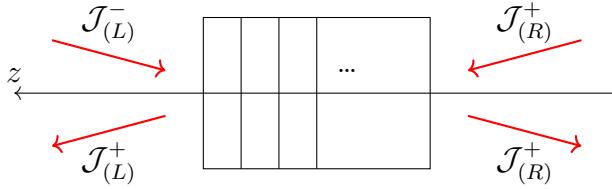
Předpokládejme, že se nám podařilo vyřešit (1.33) a tedy najít matici \mathfrak{M} , která svazuje příčná pole na začátku (L) a na konci (R) multivrstvy, viz obr. 1.6

$$\begin{pmatrix} E^\perp \\ Z_0 H^\perp \end{pmatrix}_{(L)} = \mathfrak{M} \begin{pmatrix} E^\perp \\ Z_0 H^\perp \end{pmatrix}_{(R)} \quad (1.35)$$

Úloha průchodu a odrazu je typicky zadána tak, že na strukturu posvítíme svazkem s definovaným vlnovým vektorem a polarizací, takže jsou zadány amplitudy dvou módů na levé straně s $k_z < 0$ (svítíme zleva). Druhou podmínu volíme, že nikdo jiný na strukturu nesvítí, takže amplitudy všech zbylých módů, které přinášejí energii směrem ke struktuře, jsou nulové; to jsou dva módy na pravé straně s $k_z > 0$. Na každé straně nám tedy zbývají dva módy, jejichž amplitudy zvýbá určit. Vstupní a výstupní prostředí je nutné v tomto kontextu definovat jako to první, u kterého již nelze zpětné

¹⁰Obecně vzato nemusí být diagonalizovatelná, dovoluje však maximálně dvounásobnou degeneraci (dva módy postupně $+z$ a dva $-z$), takže v nejpatologičtějším případě má Jordanův tvar dvou 2×2 bloků.

¹¹Podle (1.9) $S_z \propto E_x H_y - E_y H_x$.



Obrázek 1.6: Průchod a odraz od vrstevnatého prostředí. (L), resp. (R), značí veličiny na levé, resp. pravé straně multivrstvy. Polarizační stav dvojice módů šířících se ve směru $+z$, resp. $-z$, jsou popsány Jonesovými vektory \mathcal{J}^+ , resp. \mathcal{J}^- .

odrazy považovat za koherentní s dopadajícím svazkem (např. kvůli prostorovému oddělení). Např. pro odraz od vzorku na tlustém substrátu je nutné uvažovat jako výstupní prostředí substrát.

Na obou stranách si zvolíme pro $-z$ i $+z$ šířící se módy bázi lineárních polarizací, kterými definujeme Jonesovi vektory pro příslušné svazky (pro ilustraci viz obr. 1.6)

$$\begin{pmatrix} E^\perp \\ Z_0 H^\perp \end{pmatrix}_{(L)} = \mathfrak{D}_{(L)} \begin{pmatrix} \mathcal{J}_{(L)}^- \\ \mathcal{J}_{(L)}^+ \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} E^\perp \\ Z_0 H^\perp \end{pmatrix}_{(R)} = \mathfrak{D}_{(R)} \begin{pmatrix} \mathcal{J}_{(R)}^- \\ \mathcal{J}_{(R)}^+ \end{pmatrix}, \quad (1.36)$$

kde \mathfrak{D} diagonalizuje Δ ve smyslu, že $\mathfrak{D}\Delta\mathfrak{D}^{-1}$ je diagonální. V Yehově formalismu se nazývají dynamické matice a obsahují ve sloupcích příčná pole jednotlivých módů. V případě degenerace není \mathfrak{D} jednoznačné – volbou \mathfrak{D} volíme bázi Jonesových vektorů.

Častá volba \mathfrak{D} v izotropním prostředí je báze lineárního příčného (TE, s-polarizace) a podélného (TM, p-polarizace) módu. Zde ji uvedeme tak, abychom si usnadnili práci s téměř kolmým dopadem, nese to však s sebou přechod do báze odraženého světla s opačnou točivostí. Opačný přístup volí opačné znaménko odražené p-polarizace, čímž se zachová točivost (viz např. [17]). Souřadnou soustavu volíme tak, aby rovina dopadu byla rovnoběžná s jednou ze souřadných os, zde zvolíme yz , takže $N_x = 0$, $N_y = \sin \alpha$, kde α je úhel dopadu. Jako bázi módu volíme lineární polarizace příčné J_s a podélné J_p k rovině dopadu, viz. obr. 1.6. Pro prostředí s indexem lomu n má dynamická matice v této situaci explicitně tvar

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ Z_0 H_x \\ Z_0 H_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_t & 0 & \cos \alpha_t \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\cos \alpha_t & 0 & \cos \alpha_t & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_s^- \\ J_p^- \\ J_s^+ \\ J_p^+ \end{pmatrix} \quad (1.37)$$

kde jsme označili $\cos \alpha_t = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha / n^2}$ úhel lomu.

[upravit](#)

Při řešení průchodu a odrazu tedy pokládáme $\mathcal{J}_{(R)}^+ = 0$ a snažíme se vyjádřit zbylé prošlé $\mathcal{J}_{(R)}^- \equiv \mathcal{J}_t$ a odražené $\mathcal{J}_{(L)}^+ \equiv \mathcal{J}_r$ pomocí známého dopadajícího $\mathcal{J}_{(L)}^- \equiv \mathcal{J}_i$, což lze pomocí matic \mathfrak{M} a \mathfrak{D} jednoduše z

$$\begin{pmatrix} \mathcal{J}_i \\ \mathcal{J}_r \end{pmatrix} = \mathfrak{D}_{(L)}^{-1} \mathfrak{M} \mathfrak{D}_{(R)} \begin{pmatrix} \mathcal{J}_t \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.38)$$

což vede na Jonesovy transmisní a reflexní matice Fresnelových koeficientů v bázi s- a p-polarizací

$$\begin{pmatrix} J_{r-s} \\ J_{r-p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{ss} & r_{sr} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{i-s} \\ J_{i-p} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} J_{t-s} \\ J_{t-p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{ss} & t_{sp} \\ t_{ps} & t_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{i-s} \\ J_{i-p} \end{pmatrix}. \quad (1.39)$$

Multivrstva složená pouze z izotropních vrstev nemívá s- a p-polarizaci, mimodiagonální členy jsou nulové. Pokud je jedna nebo více vrstev pouze slabě anizotropní, projeví se to malými nenulovými mimodiagonálními členy. Při dopadu např. s-polarizace pak prošlé a odražené světlo nabyde malé amplitudy p-polarizace, v elipsometrických parametrech se to projeví stočením hlavní roviny polarizace $\Delta\beta$ a ellipticitou χ ; podobně pro dopadající p-polarizaci. Oba jevy souhrnně popisuje tzv. komplexní parametr stočení[17], ověřit

$$\Psi_s \equiv \Delta\beta_s - i\chi_s \approx \frac{r_{ps}}{r_{ss}}, \quad \Psi_p \equiv \Delta\beta_p - i\chi_p \approx -\frac{r_{sp}}{r_{pp}}, \quad (1.40)$$

kde jsme kvůli přechodu k opačné točivosti soustavy použili $-i\chi$, abychom se vyhnuli komplexnímu sdružení reflexních koeficientů. V průchodu komplexním stočením jsou reflexní koeficienty nahrazeny transmisními a druhý člen je $+i\chi$, protože nedochází k přechodu k bázi s opačnou točivostí. Komplexní parametr stočení se používá při popisu magneto-optických Kerrových jevů.

1.4 Magneto-optické tenzory

Všechny magneto-optické (MO) jevy lze v principu vysvětlit závislostí optických parametrů na magnetickém stavu[17]. V našem modelu je jediným materiálovým parametrem tenzor relativní permitivity ε . Nejdříve se zaměříme na feromagnety, závislost na magnetickém stavu značíme $\varepsilon(\mathbf{M})$. Obecně je možné rozdělit závislost do tří příspěvků

$$\varepsilon(\mathbf{M}) = \varepsilon^{(0)} + \varepsilon^{(-)}(\mathbf{M}) + \varepsilon^{(+)}(\mathbf{M}), \quad (1.41)$$

kde $\varepsilon^{(0)}$ je nemagnetická/strukturální permitivita¹², $\varepsilon^{(-)}(\mathbf{M}) = -\varepsilon^{(-)}(-\mathbf{M})$ je permitivita lichá v magnetizaci a $\varepsilon^{(+)}(\mathbf{M}) = \varepsilon^{(+)}(-\mathbf{M})$ je permitivita sudá v magnetizaci.

¹²“Jako kdyby $\mathbf{M} = 0$.”

Z termodynamických úvah plynou Onsagerovy relace reciprocity[18, 19] pro $\varepsilon(\mathbf{M})$

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{M}) = \varepsilon_{ji}(-\mathbf{M}), \quad (1.42)$$

takže $\varepsilon^{(0)}$ a $\varepsilon^{(+)}$ jsou symetrické, zatímco $\varepsilon^{(-)}$ je antisymetrický.

Magnetická závislost permitivity se obvykle rozvíjí do mocninné řady v \mathbf{M} [10]

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{M}) = \varepsilon_{ij}^{(0)} + \sum_{k=1}^3 \left[\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial M_k} \right]_{\mathbf{M}=0} M_k + \sum_{k,l=1}^3 \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 \varepsilon_{ij}}{\partial M_k \partial M_l} \right]_{\mathbf{M}=0} M_k M_l + \dots \quad (1.43)$$

$$= \varepsilon_{ij}^{(0)} + \sum_{k=1}^3 K_{ijk} M_k + \sum_{k,l=1}^3 G_{ijkl} M_k M_l + \dots = \varepsilon_{ij}^{(0)} + \varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)} + \dots \quad (1.44)$$

kde jsme explicitně uvedli první dva řády, které definují *lineární MO tenzor* \mathbb{K} a *kvadratický MO tenzor* \mathbb{G} . Vyšší řády se většinou zanedbávají. Je dobré ale mít na paměti, že zakončením rozvoje na určitém řádu nejen snižujeme přesnost, ale také uměle zvyšujeme symetrii $\varepsilon(\mathbb{M})$ [17]. To je nejlépe nahlédnout např. u materiálu se šesterečnou symetrií v rovině xy : \mathbb{G} tenzor je v rovině xy isotropní, ale permitivita 6. řádu už má “správnou” šesterečnou symetrii. MO tenzory \mathbb{K} a \mathbb{G} nedokáží popsat Voigtův jev (viz kap. 2) se šesterečnou symetrií, proto je třeba mít se na pozoru a v případě takového kvalitativního důkazu do rozvoje přidat další členy.

MO tenzory se musí podřizovat stejným symetriím jako materiál, který popisují, což je spolu s Onsagerovými relacemi poměrně silně omezuje. Tvar \mathbb{K} a \mathbb{G} pro všechny krystalografické třídy je uveden v [10]. Dále uvedeme MO tenzory pro izotropní a kubický (krystalové třídy $\bar{4}3m, 432, m3m$) materiál s krystalografickými osami ve směrech souřadných os [20, 10]. Izotropní i kubický materiál mají izotropní nemagnetickou permitivitu (index lomu n)

$$\varepsilon^{(0)} = \begin{pmatrix} n^2 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{pmatrix}, \quad (1.45)$$

oba také mají izotropní \mathbb{K}

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{yz}^{(1)} = -\varepsilon_{zy}^{(1)} \\ \varepsilon_{zx}^{(1)} = -\varepsilon_{xz}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} = -\varepsilon_{yx}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}, \quad \varepsilon^{(1)} = K \begin{pmatrix} 0 & M_z & -M_y \\ -M_z & 0 & M_x \\ M_y & -M_x & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.46)$$

ale v druhém řádu už se liší. Pro kubický materiál platí (používáme 2-indexovou notaci jako [20])

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^{(2)} \\ \varepsilon_{yy}^{(2)} \\ \varepsilon_{zz}^{(2)} \\ \varepsilon_{yz}^{(2)} = \varepsilon_{zy}^{(2)} \\ \varepsilon_{zx}^{(2)} = \varepsilon_{xz}^{(2)} \\ \varepsilon_{xy}^{(2)} = \varepsilon_{yx}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{12} & 0 & 0 & 0 \\ G_{12} & G_{11} & G_{12} & 0 & 0 & 0 \\ G_{12} & G_{12} & G_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x^2 \\ M_y^2 \\ M_z^2 \\ M_y M_z \\ M_z M_x \\ M_x M_y \end{pmatrix}, \quad (1.47)$$

pro isotropní navíc $\Delta G \equiv G_{11} - G_{12} - 2G_{44} = 0$. Pro pozdější použití uvedeme pro speciální případ $M_z = 0$

$$\varepsilon^{(2)} = G_{12} |\mathbf{M}|^2 \quad (1.48)$$

$$+ \frac{G_s}{2} \begin{pmatrix} M_x^2 & M_x M_y & 0 \\ M_x M_y & M_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{\Delta G}{2} \begin{pmatrix} M_x^2 & -M_x M_y & 0 \\ -M_x M_y & M_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

kde $G_s = G_{11} - G_{12} + 2G_{44}$. Pro úplnost připomeneme, že složky MO tenzorů jsou stejně jako relativní permitivita ε komplexní, bezrozměrné a frekvenčně závislé. Pokud je materiál dobře popsaný MO tenzory, lze pro libovolné \mathbf{M} dosazením do (1.43) získat ε , aplikovat metodu z oddílu 1.3 a tak spočítat všechny myslitelné transmisní a reflexní koeficienty.

Uvedený přístup není možné použít v případě, že osvětlované místo vzorku není tvořené homogenním \mathbf{M} , ale je tvořené více doménami, ve kterých se liší. \mathbf{M} je ve více-doménovém stavu dané průměrem přes domény. Pro \mathbb{K} to nečiní problém, protože pro průměrné \mathbf{M} dostaneme průměrné ε , ale pro \mathbb{G} to již neplatí.

Antiferomagnety se popisují analogicky, jen místo magnetizace závisí ε na jiném parametru uspořádání. V případě kolineárního antiferomagnetu FeRh (viz kap. 3.2) je to Néelův vektor \mathbf{L} , a protože fyzikální situace s opačnou orientací ($+\mathbf{L}$ a $-\mathbf{L}$) jsou symetrické, lineární MO tenzor je v něm nulový.

1.5 Magnetická anizotropie

Magnetizace \mathbf{M} materiálu není veličina, která by se dala v experimentu přímo ovládat. V experimentu můžeme aplikovat vnější pole \mathbf{H}_{ext} a materiál si sám najde rovnovážnou polohu \mathbf{M} . Na druhou stranu magnetooptické vlastnosti, jak je patrné z předchozího oddílu, závisí od \mathbf{M} . Tento oddíl se věnuje vztahu mezi \mathbf{M} a \mathbf{H}_{ext} .

Zanedbáme problémy spojené s demagnetizačními poli a budeme pro ilustraci uvažovat systém s homogenní magnetizací. Pokud je udržovaný na teplotě T , udává jeho termodynamické vlastnosti hustota volné energie $F(T, \mathbf{M})$ [21]. Aby mohl být systém v rovnováze při konkrétním \mathbf{M} , musí externí pole jakožto přidružený intenzivní parametr splňovat

$$\mu_0 H_{\text{ext}}(\mathbf{M}) = \nabla_{\mathbf{M}} F(\mathbf{M}). \quad (1.50)$$

Radši bychom ale znali rovnovážné \mathbf{M} v situaci, kdy je systém obklopen magnetickým polem \mathbf{H}_{ext} tvořeným např. cívками elektromagnetu. Mezi magnetem a studovaným systémem dochází k výměně energie prostřednictvím magnetického pole, systém je v kontaktu s "magnetickým rezervoárem" a v rovnováze proto dochází k minimalizaci *celkové* volné energie. V souladu s teorií termodynamických potenciálů tedy přejdeme k Legendrově transformaci v \mathbf{H}_{ext} – hustotě "magnetické entalpie"¹³ systému[22]

skutečne plus?

$$\Omega(T, \mathbf{H}_{\text{ext}}) = -\mu_0 \mathbf{H}_{\text{ext}} \cdot \mathbf{M}(\mathbf{H}_{\text{ext}}) + F(\mathbf{M}(\mathbf{H}_{\text{ext}})). \quad (1.51)$$

Princip minima termodynamických potenciálů nám říká, že pro libovolné pevné \mathbf{H}_{ext} bude \mathbf{M} nabývat takové hodnoty, která minimalizuje Ω . V obecné situaci, kdy magnetizace není homogenní a jednotlivá místa systému spolu interagují, může volná energie být obecným nelokálním funkcionálem prostorového rozložení magnetizace. Hustota $F(\mathbf{M})$ se proto nazývá *funkcionál volné energie*.

Široce používaný model feromagnetů v jedno-doménovém stavu je tzv. Stonerův-Wohlfarthův model[9]. Předpokládá, že funkcionál $F(\mathbf{M})$ má význam pouze lokální hustoty a \mathbf{M} je tedy dána minimalizací (1.51). Ve formě, v jaké SW model budeme používat, zahrnujeme do volné energie 4 příspěvky[23, 24, 25]

$$F = F^{\text{exchange}} + F^{\text{magnetocrystalline}} + F^{\text{shape}} + F^{\text{strain}} \quad (1.52)$$

První člen, způsobený výměnnou interakcí, má na svědomí feromagnetismus; závisí na celkové velikosti magnetizace $|\mathbf{M}|$ a má ostré minimum pro saturovanou magnetizaci $|\mathbf{M}| = M_S$ – všechny mikroskopické magnetické momenty jsou orientované stejným směrem. Magnetokrystalická anizotropie $F^{\text{magnetocrystalline}}$ popisuje interakci s krystalickou mřížkou, tvarová anizotropie F^{shape} popisuje vliv tvaru vzorku a strainová anizotropie F^{strain} popisuje anizotropie způsobené mechanickým napětím (např. když je vzorek nanesen na substrátu s odlišnou mřížkovou konstantou).

¹³Někdy označované jako magnetický Gibbsův potenciál.

Dále se omezíme na situaci relevantní pro tuto práci. Vzorek je feromagnetický a vlivem výměnné interakce je magnetizace vždy saturovaná. Vzorek je kubický tenký film s krystalografickými směry [100], [010] a [001] shodnými s kladnými poloosami x , y , z . Tvarová anizotropie způsobí vymízení out-of-plane magnetizace $M_z = 0$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = M_S \begin{pmatrix} \cos \varphi_M \\ \sin \varphi_M \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.53)$$

Magnetokrystalická anizotropie se rozvine do mocninné řady v \mathbf{M} a ponechá se pouze nejnižší člen respektující kubickou symetrii, s uvážením (1.53)

$$\frac{F^{\text{magnetocrystalline}}}{M_S} = k_4 \sin^2 \varphi_M \cos^2 \varphi_M, \quad (1.54)$$

čímž jsme definovali kubickou anizotropní konstantu k_4 . Pro $k_4 > 0$ má minima – snadné osy – ve směrech [100] a [010] (tj. $\varphi_M = 0^\circ, 90^\circ$), pro $k_4 < 0$ jsou to [110] a [1-10] (tj. $\varphi_M = 45^\circ, 135^\circ$).

Navíc povolíme uniaxiální strainovou anizotropii. Také jí rozvineme do řady a podpoření tím, že mechanické napětí v rovině má principiálně uniaxiální charakter, ponecháme pouze první člen a opět vydělíme M_S pro definici uniaxiální anizotropní konstanty k_u a směru φ_u .

$$\frac{F^{\text{strain}}}{M_S} = k_u \sin^2 (\varphi_M - \varphi_u). \quad (1.55)$$

φ_u je takto definováno vzhledem ke krystalografickému směru [100]. Je do stačující omezit se na $k_u \geq 0$, snadné směry jsou pak ve $\varphi_M = \varphi_u, \varphi_u + 180^\circ$. Obě hodnoty φ_u a $\varphi_u + 180^\circ$ popisují stejně F^{strain} , takže pokud v konkrétním případě nemáme důvod konat jinak (např. z důvodu spojitosti), omezujeme se na $\varphi_u \in [0^\circ, 180^\circ]$.

Kanonický tvar funkcionálu volné energie tenkého kubického filmu v rovině xy orientovaného [100] = x tedy píšeme

$$\frac{F(\varphi_M)}{M_S} = k_4 \sin^2 \varphi_M \cos^2 \varphi_M + k_u \sin^2 (\varphi_M - \varphi_u). \quad (1.56)$$

Pro \mathbf{H}_{ext} v rovině xy

$$\mathbf{H}_{\text{ext}} = H_{\text{ext}} \begin{pmatrix} \cos \varphi_H \\ \sin \varphi_H \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.57)$$

je $\varphi_M(\varphi_H)$ dán minimalizací hustoty magnetické entalpie (vydělené konstantním M_S)

$$\frac{\Omega}{M_S} = -\mu_0 H_{\text{ext}} \cos(\varphi_M - \varphi_H) + k_4 \sin^2 \varphi_M \cos^2 \varphi_M + k_u \sin^2(\varphi_M - \varphi_u) \quad (1.58)$$

Dělení M_S zavádíme, aby anizotropní konstanty k_4 a k_u měly dimenzi magnetického pole a byly přímo porovnatelné s experimentálně ovladatelným $\mu_0 H_{\text{ext}}$, bez nutnosti znalosti M_S .

Pro praktické účely je výhodné vyjádřit (1.56) ekvivalentním způsobem pro vzorek obecně natočený v rovině xy o úhel γ , tzn. [100] je ve směru vektoru $(\cos \gamma, \sin \gamma, 0)$. Pak až na bezvýznamnou aditivní konstantu _____ zavádět ty kx?

$$\frac{F(\varphi_M)}{M_S} = -\frac{k_4}{8} \cos 4(\varphi_M - \gamma) - \frac{k_u}{2} \cos 2(\varphi_M - \gamma - \varphi_u) \quad (1.59)$$

$$= \tilde{k}_4 \frac{-e^{-i4\varphi_M}}{2} + \tilde{k}_u \frac{-e^{-i2\varphi_M}}{2} + \text{c. c.}, \quad (1.60)$$

kde c. c. značí komplexně sdružený předešlý výraz a

$$\tilde{k}_4 = \frac{k_4}{8} e^{i4\gamma}, \quad \tilde{k}_u = \frac{k_u}{2} e^{i2(\gamma+\varphi_u)} \quad (1.61)$$

Pro in-plane magnetickou anizotropii se zavádí tzv. *torque*¹⁴ $L = dF/d\varphi_M$. Podmínka minima Ω má pak tvar _____ spravne?

$$\frac{L(\varphi_M)}{M_s} = \mu_0 H_{\text{ext}} \sin(\varphi_M - \varphi_H). \quad (1.62)$$

Existence volné energie má netriviální důsledek na tvar závislosti $\mathbf{M}(\mathbf{H}_{\text{ext}})$ – podmínu integrability. Pro relevantní situaci saturované in-plane magnetizace a rotujícího vnějšího pole konstantní velikosti má tvar

$$\mu_0 H_{\text{ext}} M_S \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_M}{d\varphi_H} \sin(\varphi_M - \varphi_H) d\varphi_H = 0, \quad (1.63)$$

za podmínky, že φ_M je spojitou funkcí φ_H - nedochází k přeskokům magnetizace.

Důsledkem je např. intuitivní fakt, že z myslitelných průběhů $\varphi_M(\varphi_H) = \varphi_H + c$ je jediný možný ten, pro který $c = 0$; není možné, aby magnetizace konzistentně “předbíhala” nebo se “opoždovala” za přiloženým polem. Pokud z experimentu dokážeme určit pouze $d\varphi_M/d\varphi_H$, podmínka (1.63) nám dovoluje určit integrační konstantu. Obecný tvar a podrobnosti jsou uvedeny v dodatku A.2.

¹⁴Česky točivý moment.

2. Vybrané metody experimentální magneto-optiky

V této kapitole se zaměříme na magnetooptické (MO) *jevy* – jakým způsobem se tenzor permitivity závislý na magnetickém stavu projevuje v experimentu. Změna permitivity se přirozeně projeví změnou transmisních a reflexních koeficientů, a tím pádem i v polarizačním stavu prošlého a odraženého světla. Typický magnetooptický experiment tedy zkoumá polarizační stav světla po průchodu či odrazu od magnetooptického materiálu, měřenou veličinou je obvykle buď úhel natočení hlavní roviny polarizace β , ellipticitu χ nebo méně často intenzita I , v závislosti na magnetickém stavu. Magnetooptické experimenty mají společné to, že u měřené veličiny většinou nelze prakticky určit absolutní hodnotu a je nutné měřit pouze rozdíly[17]. Navíc se tato absolutní hodnota mění při změně většiny parametrů experimentu (např. posunutí/otočení čehokoliv), a jako nejčastější z mála možností je měřit rozdíl signálu při různých magnetických stavech. To se realizuje např. změnou přiloženého vnějšího pole, současným pozorováním regionů v různých magnetických stavech (MO mikroskopie), nebo časově rozlišeným pozorováním po aplikaci silného krátkého laserového pulzu (pump-probe metody).

Jediná podmínka na zkoumaný materiál je, aby existoval v různých magnetických stavech. Ty jsou nejčastěji charakterizované magnetizací \mathbf{M} – MO jevy byly pozorovány v diamagnetikách, paramagnetikách, feromagnetikách – není to ale podmínkou, existují i v kompenzovaných antiferomagnetech (AFM)[26], ve kterých celková magnetizace vymizí.

MO jevy lze pozorovat v transmisi i v reflexi. Reflexní jevy se souhrně nazývají MO Kerrový jevy (MOKE) a většinou jsou slabší než transmisní. Pro Kerrový jevy existuje ustálená notace výsledků měření[17]. Kvůli praktickým účelům bývá nenulový úhel dopadu a jako vstupní polarizace se zpravidla volí buď s- nebo p-polarizace. Změna polarizačního stavu po odrazu je popsána tzv. Kerrovou rotací a Kerrovou ellipticitou vyjádřených společně komplexní Kerrovou rotací $\Psi_{s/p}$ jako v (1.40).

Dalším přirozeným dělením MO jevů je na liché a sudé v magnetizaci, což vzhledem k běžnému zanedbání jevů třetího a vyššího řádu splývá s dělením na lineární a kvadratické. Tradičně však toto dělení nerozlišuje magnetickou závislost permitivity (vyjádřenou MO tenzory \mathbb{K} a \mathbb{G}), ale pozorovaných veličin (např. β , χ , příp. transmisní/reflexní koeficienty). Závislost měřitelných na ϵ je nelineární, a proto mohou být kvadratické jevy způsobeny i lineárním \mathcal{K} : např. v kvadratickém Voigtově jevu (viz níže) vystupuje i člen $(\epsilon^{(1)})^2 \propto \mathbb{K}^2 \mathbf{M}^2$, který je někdy označovaný jako *beam walk-off*[27]. Lineární

PN: Nechápu značení: (001) znamená [001] ve směru normály vrstvy. Je špatně, když v předchozích kapitolách píšu "[001]" orientovaný vzorek"? Mám tam dát kulaté závorky?

vložit citaci: ?

zeptat se Evy, jestli tomu správně rozumím

jevy mohou naopak být způsobeny jedině lineárním \mathbb{K} .

Zmíníme ještě jedno dělení MO jevů: na základě toho, jaký druh optické anizotropie do vzorku zavádí magnetická permitivita[28]. Anizotropie může mít charakter dvojlamu (anizotropie $\Re\{n\}$ – rozdílná fázová rychlosť) nebo dichroismu (anizotropie $\Im\{n\}$ – rozdílný absorpcní koeficient). Druhou charakteristikou optické anizotropie jsou vlastní módy, pro které se daná vlastnost liší – v nejjednodušším případě jsou to lineární¹ nebo kruhové polarizace. Kombinací těchto charakteristik dělíme jevy na magnetický lineární/kruhový dvojlam/dichroismus: MLB, MLD, MCB, MCD². Toto dělení se v reflexi používá z pedantského pohledu chybným způsobem: jako MLD se označuje anizotropie reálné části *reflexního koeficientu*, která je však spjatá s anizotropií reálné i imaginární části indexu lomu - MLB i MLD[29].

Poznamenáme, že pro intuitivní a dokonce i kvantitativní pochopení vlivu průchodu světla vzorkem vykazujícím jednu z uvedených anizotropií je dosačující grafické znázornění Muellerových matic zavedené v oddílu 1.2.2. Dvojlamný vzorek (obecný retardér) provádí otáčení a dichroický (obecný diatenuátor) protahování a posouvání ve směru osy procházející příslušnými lineárními/kruhovými módy.

Lineární jevy Jsou obecně silnější a navíc mají tu výhodu, že díky opačným znaménkám signálu pro opačné směry magnetizace lze často jednoduše oddělit signál od nemagneto-optického pozadí. V reflexi se lineární Kerrový jevy rozlišují podle toho, na jaké složky magnetizace jsou citlivé, viz obr. 2.1[17].

- Polární (PMOKE) - \mathbf{M} kolmé na rozhraní.
- Longitudinální (LMOKE) - \mathbf{M} v rovině rozhraní a rovině dopadu.
- Transverzální (TMOKE) - \mathbf{M} v rovině rozhraní a kolmo na rovinu dopadu.

LMOKE a TMOKE jsou nulové při kolmém dopadu, a při téměř kolmém dopadu jejich amplituda roste lineárně s úhlem dopadu. PMOKE je nenulový i při kolmém dopadu.

V transmisi se vyskytují podobné jevy, z nichž samostatný název má jako jediný polární - Faradayův jev (MCB) objevený jako první už v roce 1845, ještě před formulací Maxwellových rovnic[28].

¹Slovo lineární má zde význam lineární polarizace; nesouvisí s dělením na lineární a kvadratické jevy výše. MLD je kvadratický jev.

²angl. Magnetic Linear/Circular Birefringence/Dichroism.

PMOKE	LMOKE	TMOKE
$\begin{bmatrix} \varepsilon_d & -\varepsilon_1(M_z) & 0 \\ \varepsilon_1(M_z) & \varepsilon_d & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_d \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \varepsilon_d & 0 & \varepsilon_1(M_y) \\ 0 & \varepsilon_d & 0 \\ -\varepsilon_1(M_y) & 0 & \varepsilon_d \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \varepsilon_d & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_d & -\varepsilon_1(M_x) \\ 0 & \varepsilon_1(M_x) & \varepsilon_d \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp}(M_z) \\ r_{ps}(M_z) & r_{pp} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp}(M_y) \\ r_{ps}(M_y) & r_{pp} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} r_{ss} & 0 \\ 0 & r_{pp} + \Delta r_{pp}(M_x) \end{bmatrix}$

Obrázek 2.1: Lineární Kerrovy jevy. Předposlední řádek uvádí tvar permitivity ε izotropního materiálu s danou magnetizací. Poslední řádek výslednou reflexní Jonesovu matici. [17]

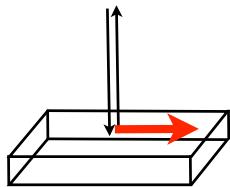
Kvadratické jevy Zatímco lineární magnetooptika se stala užitečným nástrojem v mnoha oborech, kvadratická dlouho unikala pozornosti. Prakticky jediná situace, ve které je díky vymizení lineárních jevů možné pozorovat čistě kvadratické jevy, je kolmý dopad s transverzální magnetizací³, jak znázorňuje obr. 2.2. Poprvé byl kvadratický jev pozorován v transmisi – Voigt v roce 1902 pozoroval v plynech stočení kvadraticky závislé na transverzálním magnetickém poli a v roce 1907 to samé v kapalinách nezávisle pozorovali Cotton a Mouton[28]. Z pohledu třídění magneto-optických anizotropií se jedná o MLD, jev se často nazývá Voigtův či Cottonův-Moutonův. V reflexi se kvadratické jevy nazývají souhrnně jako kvadratické MOKE (QMOKE), případně reflexní Voigtův, Cotton-Moutonův jev nebo reflexní analogie MLD.

Transmisi i reflexní verze tohoto jevu jsou ústředním tématem této práce a nazývat je budeme souhrnně MLD.

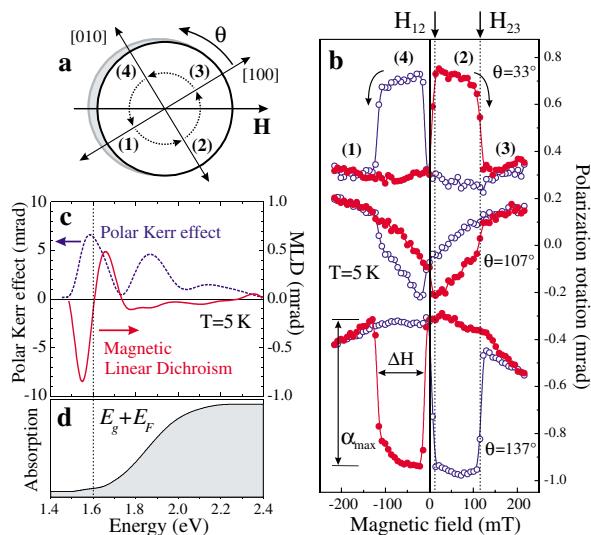
Kvadratické jevy se postupem času ukázaly jako obecně téměř všudypřítomné a nezanedbatelné. V roce 2005 byl v magnetickém polovodiči GaMnAs pozorován v reflexi při téměř kolmém dopadu *obří* MLD - kvadratické stočení polarizace, které bylo svou velikostí srovnatelné s lineárními jevy[30]. K pozorování bylo využito chování hysterezních smyček v materiálech se čtyřmi snadnými osami, viz. obr. 2.3.

Silné MLB a MLD bylo také pozorováno při nízkých teplotách v paramagnetickém terbium-galiovém granátu (TGG)[27] a obecně jsou často silné

³Nebo nulový \mathbb{K} tenzor jako v případě kolineárních AFM.



Obrázek 2.2: Voigtova geometrie. Světlo dopadá kolmo na rozhraní a magnetizace je transverzální (v rovině rozhraní). [29]



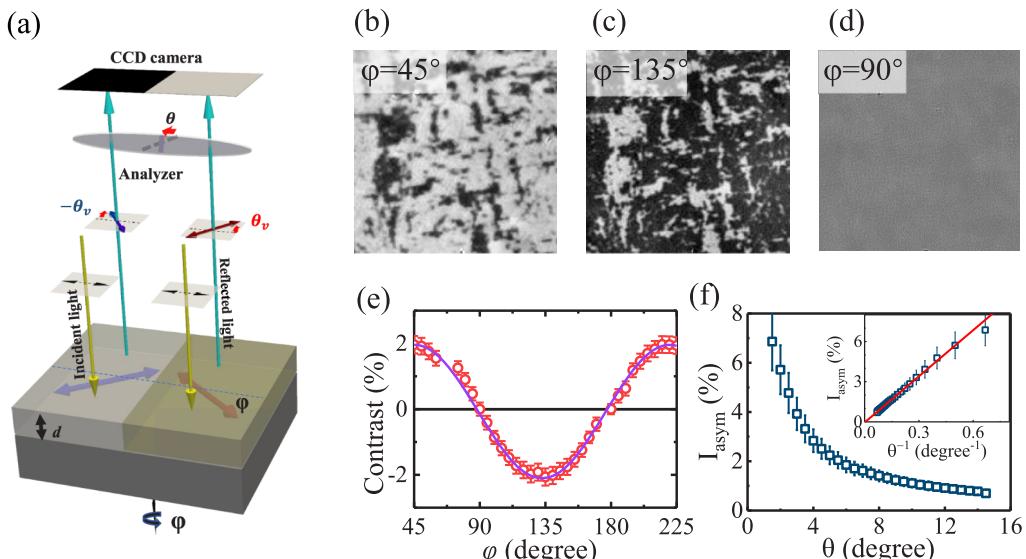
Obrázek 2.3: Obří MLD v GaMnAs. (a) Snadné osy magnetizace označené čísly (1)–(4). (b) Stočení polarizace v při aplikaci vnějšího pole ve směru θ . Spektrální závislost (c) síly MO jevů a (d) absorpcie. [30]

v Heuslerových sloučeninách[31]. V roce 2020 byl pozorován obří QMOKE v tenkém filmu (Eu,Gd)O dosahující stočení až 1° .

Jedním z důvodů, proč se v současné době kvadratické jevy těší vysoké popularitě, je, že kvadratický tenzor \mathbb{G} dovoluje výrazně širší třídu symetrií materiálů než lineární \mathbb{K} ; mezi ně se řadí např. zmíněné kolineární AFM. AFM byly již dříve předmětem intenzivního spintronického výzkumu [32, 33], s objevem nové třídy magnetických materiálů – *altermagnetů*[34] – se opět dostávají na výsluní.

Co se týče dosažených výsledků kvadratických jevů v AFM, byly využity např. pro určení Néelova vektoru v CuMnAs[26], pro mikroskopii AFM domén[35] tenkých filmů NiO (viz obr. 2.4) a pro pozorování reakcí Fe₂As na ultrarychlé změny teploty[36].

PN: je to tak??



Obrázek 2.4: Pozorování antiferomagnetických domén v tenkém filmu NiO. (a) Schéma experimentu: je zkoumán rozdíl stočení polarizace při odrazu od domén s vzájemně kolmou orientací Néelova vektoru. (b–e) Závislost pozorovaného odrazu na natočení vstupní lineární polarizace. [35]

V nejjednoduším případě Voigtovy geometrie, kdy má navíc magnetická závislost permitivity plnou symetrii prázdného prostoru (\mathbb{K} , \mathbb{G} i všechny vyšší řady jsou izotropní), má stočení polarizace vlivem Voigtova jevu jednoduchý tvar s fenomenologickým parametrem P popisujícím amplitudu jevu

$$\Delta\beta = P \sin(2(\varphi_M - \beta)) . \quad (2.1)$$

Ani kubické krystaly však obecně nemají izotropní \mathbb{G} , a navíc pro měření odrazu se často používá malý, ale nenulový úhel dopadu, který vnese do

signálu i lineární MOKE, takže je třeba využít plného formalismu představeného v kap. 1. To je sice v principu možné pro každou konkrétní situaci, ale pro interpretaci experimentu je nutné mít nějaký fenomenologický vzorec typu (2.1), který je platný pro širší třídu situací.

Šikmý odraz přímo na polonekonečném (bulku) [001] orientovaném kubickém vzorku s omezením na in-plane magnetizaci byl spočítán pomocí Yehovy metody v [37]. Jiná situace byla spočítána Berremanovou metodou v [38]: odraz na struktuře tvořené izotropním polonekonečným substrátem, *ulatenkým*⁴ filmem se zcela obecně anizotropním tenzorem permitivity, a izotropní nadvrstvou. Dosazením magnetické permitivity pro [001] orientovaný kubický vzorek in-plane otočený o úhel γ , jako v (1.59), je pak reprodukován stejný tvar vzorce jako pro polonekonečný vzorek

$$\Psi_{s/p} = A_{s/p} \left[2G_{44} - \frac{K^2}{\varepsilon^0} + \frac{\Delta G}{2}(1 - \cos 4\gamma) \right] M_x M_y \quad (2.2)$$

$$A_{s/p} \left[\frac{\Delta G}{4} \sin 4\gamma \right] (M_x^2 - M_y^2) \pm B_{s/p} K M_y, \quad (2.3)$$

kde $A_{s/p}$ a $B_{s/p}$ jsou vážící konstanty závisející na úhlu dopadu a na parametrech substrátu a nadvrstvy. $A_{s/p}$ je sudou a $B_{s/p}$ lichou funkcí úhlu dopadu, jejich konkrétní tvar je uveden v příslušných původních článcích. Detaily ohledně konvencí lze také nalézt v [17]. Vliv izotropního substrátu a nadvrstvy diskutuje metodou *efektivních rozhraní*[39].

V uvedeném vzorci jsou patrné dva druhy příspěvků: lineární v \mathbf{M} , který vymizí při kolmém dopadu a kvadratický v \mathbf{M} , který je nenulový i při kolmém dopadu. Jak bylo avizováno, kvadratický člen v sobě zahrnuje i lineární permitivitu K^2 . Lze také vidět, že při kolmém dopadu $B_{s/p} = 0$ a izotropním \mathbb{G} ($\Delta G = 0$) nezáleží signál na natočení vzorku a dostaneme

$$\Psi_{s/p} = A_{s/p} \left[2G_{44} - \frac{K^2}{\varepsilon^0} \right] M_x M_y, \quad (2.4)$$

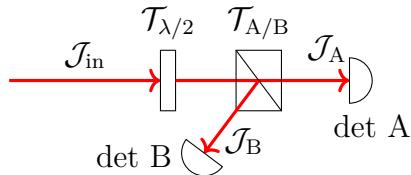
což je ekvivalentní (2.1).

Při nekolmém dopadu se lineární i kvadratický člen sčítají a pro kvantitativní analýzu je třeba je nějakým způsobem oddělit. Metodám, které se tím zabývají, věnujeme zbytek této kapitoly.

⁴ $nd/k_0 \ll 1$, kde n je index lomu a d tloušťka vrstvy.

2.1 Optický můstek

V MO experimentech, ve kterých se měří stočení hlavní roviny polarizace či elipticity, se často využívá schéma optického můstku⁵[17]. V jednoduché formě je znázorněn na obr. 2.5.



Obrázek 2.5: Optický můstek. Naznačeny jsou Jonesovy vektory v určitých místech a matice jednotlivých prvků.

Ústředním prvkem je polarizační dělič (často Glan Laser či Wollastonův hranol), který rozdělí svazek do dvou lineárně polarizovaných ramen. Při měření je nejprve nastaven úhel rotace půlvlnné destičky $\theta_{\lambda/2}$ ("vyvážení můstku") tak, aby oba detektory detekovali stejnou intenzitu. Pro ideální prvky platí v Jonesově formalismu

spocitat

$$\mathcal{J}_A = \mathcal{T}_A \mathcal{T}_{\lambda/2} \mathcal{J}_{in}, \quad \mathcal{T}_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

$$\mathcal{J}_B = \mathcal{T}_B \mathcal{T}_{\lambda/2} \mathcal{J}_{in}, \quad \mathcal{T}_B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

$$\mathcal{T}_{\lambda/2} = \mathcal{R}(\theta_{\lambda/2}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \mathcal{R}(-\theta_{\lambda/2}), \quad \mathcal{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Dosazením Jonesova vektoru (1.12) odpovídajícímu natočení hlavní roviny polarizace β a elipticitě χ dostaneme rozdíl intenzit

opsat ze sesitu

$$I_A - I_B \equiv \mathcal{J}_A^\dagger \mathcal{J}_A - \mathcal{J}_B^\dagger \mathcal{J}_B = I \sin(2\beta - 4\theta_{\lambda/2}) \cos 2\chi, \quad I_A + I_B = I \quad (2.8)$$

Vyvážením můstku nastavíme $\sin(2\beta - 4\theta_{\lambda/2}) = 0$. V řeči diferenciálních forem pak pro malé změny \mathcal{J}_{in} (vyjádřené pomocí $d\beta, d\chi, dI$) platí

$$d(I_A - I_B) = 2I \cos(2\chi) d\beta. \quad (2.9)$$

V měřeném signálu se tedy neprojeví změny elipticity ani intenzity. Pro vstupní lineární polarizaci ($\chi = 0$) můžeme měřený rozdílový signál normovat součtovým a dostat

$$\frac{1}{2} \frac{I_A - I_B}{I_A + I_B} = \Delta\beta, \quad (2.10)$$

⁵angl. *optical bridge*, také *differential intensity measurement*.

kde jsme označili $\Delta\beta$ stočení polarizace. Vhodným vložením čtvrtvlnné destičky lze měřit i ellipticitu[17].

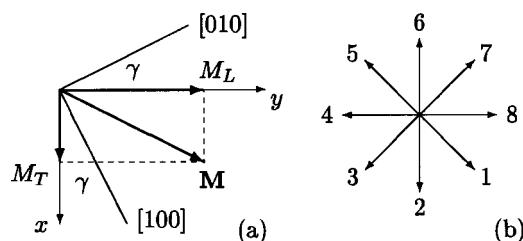
Optický můstek vždy měří pouze relativní změny $\Delta\beta$ (příp. $\Delta\chi$) vůči vyváženému stavu, který se nemusí shodovat s “referenčním”⁶ stavem, vůči kterému je $\Delta\beta$ modelováno. Tuto skutečnost vyjadřujeme neznámou aditivní konstantou ξ ($\Delta\beta_{\text{měření}} = \Delta\beta_{\text{model}} + \xi$).

Optický můstek zlepšuje úroveň šumu dvěma způsoby. Zaprve se neprojevují fluktuace intenzity (jsou stejné v obou ramenech); zadruhé pak dochází k odečítání blízkých signálů již na úrovni předzesilovače. Detailnějšímu popisu optického můstku se věnuje oddíl 4.2.

2.2 Osmisměrná metoda

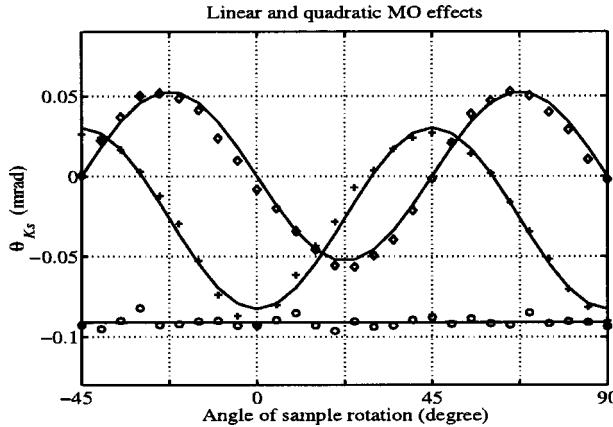
Základem osmisměrné metody[37] je vzorec (2.2). Všechny tři členy mají různou závislost na směru magnetizace, takže měřením signálu pro různé směry in-plane magnetizace je možné je od sebe oddělit. V praxi se měří stočení polarizace, případně ellipticita pro 8 směrů vnějšího pole \mathbf{H}_{ext} jako na obr. 2.6 (b). Koeficienty jednotlivých členů (2.2) se pak získají vhodnými součty a odečty signálu v různých směrech. Podmínkou je však striktní magnetická saturace, tj. pole musí být dostatečně silné, aby magnetizace byla pro všechny směry saturovaná ve směru pole (aby vždy platilo $\varphi_M = \varphi_H$ a $|\mathbf{M}| = M_S$).

Měření je opakováno pro různé natočení vzorku γ , změřené koeficienty pak sledují závislost podle vzorce (2.2), viz obr. 2.7. Vzorec (2.2) v tomto tvaru platí pouze pro [001] orientované vzorky, nicméně metoda byla rozšířena pro [011] a [111] orientované kubické vzorky, ve kterých má podobný tvar[17, 20].



Obrázek 2.6: Osmisměrná metoda. (a) Vzorek je otáčen v rovině xy o úhel γ . (b) Osm pevných směrů, ve kterých je přikládáno magnetické pole. [37]

⁶Většinou nedosažitelný stav $\mathbf{M} = 0$.



Obrázek 2.7: Naměřená závislost koeficientů MO jevů na natočení vzorku (epitaxní vrstva Fe na MgO). (○) koeficient lineárního jevu, (+) koeficient $M_x M_y$, (◇) koeficient $M_x^2 - M_y^2$. Harmonická závislost potvrzuje platnost vzorce (2.2) a striktní magnetickou saturaci v daném případě. [37]

2.3 Metoda rotujícího pole, ROTMOKE

Metoda rotujícího pole[40, 41] rozšiřuje osmisměrnou metodu na Stoner-Wohlfarthův model: \mathbf{H}_{ext} je dostatečně silné na to, aby vzorek byl v jednodoménovém stavu a magnetizace byla saturovaná $|\mathbb{M}| = M_S$, ale nedostatečně na to, aby se neprojevila magnetická anizotropie $\varphi_M \neq \varphi_H$.

Přiložené pole se při konstantí velikosti otáčí v rovině vzorku a je měřeno stočení polarizace (příp. elipticity), viz obr. 2.8. Předpokladem pro oddělení lineárního a kvadratického příspěvku, který supluje striktní magnetickou saturaci osmisměrné metody, je zde symetrie in-plane inverze magnetické anizotropie, tj. $\mathbf{M}(-\mathbf{H}_{\text{ext}}) = -\mathbf{M}(\mathbf{H}_{\text{ext}}) \Leftrightarrow \varphi_M(\varphi_H + 180^\circ) = \varphi_M(\varphi_H) + 180^\circ$. Pokud není narušená, lineární Ψ^L , resp. kvadratický Ψ^Q příspěvek signálu je lichý, resp. sudý nejen v \mathbf{M} , ale i v \mathbf{H}_{ext} ; proto je možné je jednoduše oddělit⁷

$$\Psi^L(\varphi_H) = \frac{1}{2} [\Psi(\varphi_H + 180^\circ) - \Psi(\varphi_H)] , \quad (2.11)$$

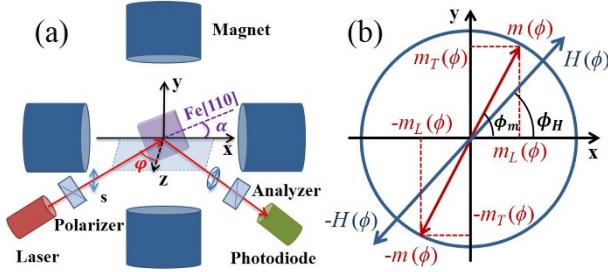
$$\Psi^Q(\varphi_H) = \frac{1}{2} [\Psi(\varphi_H + 180^\circ) + \Psi(\varphi_H)] . \quad (2.12)$$

Lineární signál má podle (2.2) jednoduchou závislost na směru magnetizace, takže z něj lze odečíst magnetickou anizotropii, tj. $\varphi_M(\varphi_H)$

$$\Psi^L(\varphi_H) \propto \cos(\varphi_M(\varphi_H)) , \quad \cos \varphi_M = \Psi^L(\varphi_H)/\Psi_{\max}^L , \quad (2.13)$$

⁷V původních článcích je Kerrova rotace Ψ značena Φ .

kde Ψ_{\max}^L je maximální naměřený lineární signál pro $\varphi_M = 0^\circ$.

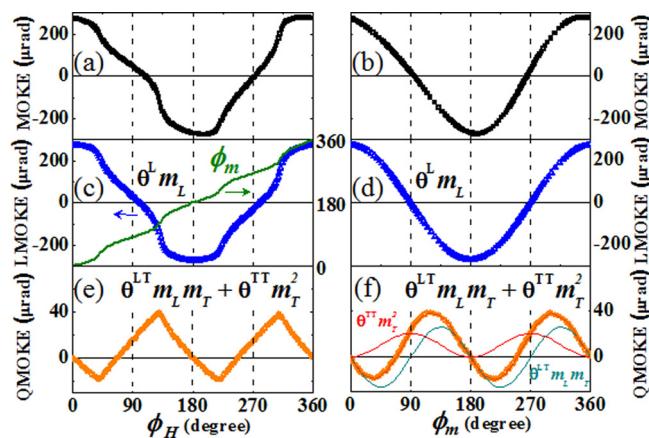


Obrázek 2.8: Metoda rotujícího pole. Při šikmém dopadu je měřeno stočení polarizace během otáčení magnetického pole v rovině vzorku xy . [41]

Celá metoda tedy spočívá ve třech krocích, pro ilustraci výsledků viz obr. 2.9

1. Změřený signál je rozdělen na Ψ^L a Ψ^Q .
2. Z Ψ^L je určena magnetická anizotropie: φ_M pro každé φ_H .
3. Stejný jako u osmisměrné metody: opakování pro každé natočení vzorku γ a určení koeficientů jednotlivých členů v (2.2), tentokrát však už podle známého φ_M .

Metoda rotujícího pole je velmi podobná metodě ROTMOKE[42] z roku 1999, která také v rotujícím in-plane vnějším poli separuje lineární a kvadratické jevy stejným způsobem. Narozdíl od metody rotujícího pole je však cílem pouze magnetometrie pomocí lineárního jevu (je vynechán krok č. 3), kvadratické jevy jsou považovány za artefakty a odstraněny ze zpracování.



Obrázek 2.9: Ilustrace výsledků metody rotujícího pole na vzorku Fe(12nm)/GaAs(001). (a) Měřené stočení polarizace v závislosti na experimentálně ovladatelném φ_H , rozdělené na (c) lineární a (e) kvadratický příspěvek. (b, d, f) Stejná stočení vynesená v závislosti na φ_M určeném z (c). To, že se (a, c, e) a (b, d, f) navzájem liší dokazuje, že magnetická anizotropie není zanedbatelná, a materiál nebylo možné měřit osmisměrnou metodou. [40]

3. Studované materiály

3.1 CoFe

Vzorek byl poskytnut prof. Y. Z. Wu z *Department of Physics, State Key Laboratory of Surface Physics, Fudan University, Shanghai* v Číně jedná se o jeden ze skupiny vzorků studovaných v [43]. Tento oddíl je souhrnem relevantních informací z původního článku, poskytnutých doprovodných dokumentů a korespondence.

Ve slitině $\text{Co}_x\text{Fe}_{1-x}$ byl z prvních principů předpovězen intrinsický mechanismus anizotropní magnetoresistence (AMR): dochází ke křížení energetických pásů, které je závislé na orientaci magnetizace. Změnou poměru Co a Fe je navíc možné posouvat tyto body křížení vzhledem k Fermiho hladině a tak ludit velikost AMR. Po vypěstování monokrystalu metodou MBE bylo provedeno magneto-transportní měření a předpověď silného AMR byla potvrzena. AMR je projevem magnetické závislosti tenzoru vodivosti, a do jisté míry je možné ho považovat za $\omega \rightarrow 0$ limitu Voigtova jevu.

CoFe je z hlediska spintronických aplikací ve skutečném světě perspektivní zejména z toho důvodu, že Co i Fe jsou velice snadno dostupné materiály a samotné CoFe je již jinými způsoby široce používané v současných technologiích.

Vzorek studovaný v této práci je v původním článku označen $x = 0.5$, je to 10 nm vrstva monokrystalu $\text{Co}_{0.5}\text{Fe}_{0.5}$ na substrátu $\text{MgO}(001)$, s 3 nm nadvrstvou $\text{MgO}(001)$. Vzorek má kubickou mřížku. Fotografie vzorku s vyznačenými krystalografickými osami a definicí úhlů je na obr. 3.1 (a).

Metodou *torque-metry* byla změřena in-plane magnetická anizotropie vzorku, změřený torque je na obr. 3.1 (b). Torque byl fitovaný SW modelem (1.56) s výsledkem $H_4 = 605 \text{ Oe}$, $H_u = 126 \text{ Oe}$, $\varphi_u = 0^\circ$. Natočení snadného směru uniaxiální anizotropie φ_u je odečítáno od jednoho z hlavních krystalografických směrů [100] nebo [010], z korespondence však není zřejmé od kterého a jakým směrem. V našem značení (1.56) a jednotkách SI to odpovídá

PN: nevíte o nějakém zdroji?

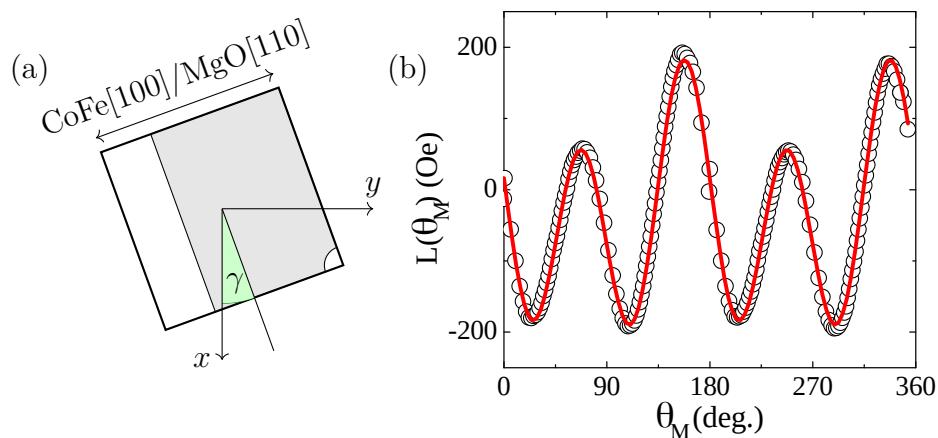
dosadit

$$k_4 = 0 \text{ mT}, \quad k_u = 0 \text{ mT}. \quad (3.1)$$

3.2 FeRh

Vzorek FR06 patří do sady vzorků slitiny FeRh připravených naprašováním na *University of California, Berkeley* v USA, jejichž studiu se na KChFO

PN: tady bych chtěl citovat cofe-sample-info.ppt z ciny, jak?



Obrázek 3.1: (a) Měřený vzorek CoFe, zavedení úhlu in-plane rotace γ . Neexponovaná hrana a roh dovolují snadnou orientaci. Při pohledu čtenáře je vzorek nahoře, substrát dole. (b) Výsledek torque-metrie, fitem byly určeny anizotropní konstanty (3.1)[43].

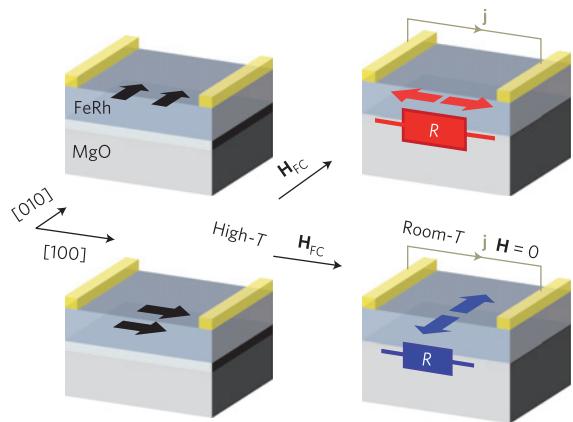
MFF UK již věnovali práce [44, 11, 45]. Konkrétně vzorek FR06 byl podrobně studován v [11, 45]. Tento oddíl je čistou komplikací uvedených referencí.

FeRh se vyznačuje magnetickým fázovým přechodem AFM–FM (nižší–vyšší teplota). Takový fázový přechod sám o sobě není jedinečný, u FeRh k němu však dochází přibližně při 370 K, takže při pokojové teplotě je v AFM fázi, a pro přechod do FM stačí mírný ohřev. To je velice žádanou vlastností pro spintronické aplikace: v navrhovaných AFM pamětech by informace byla uchovávána při pokojové teplotě v AFM stavu robustním vůči vnějším magnetickým polím, což by mimojiné umožnilo rozsáhlejší miniaturizaci. Teplotní “blízkost” FM fáze pak dovoluje tzv. *heat-assisted magneto-recording* (HAMR): materiál je ohřát, je přiloženo zapisovací magnetické pole, a následně je materiál opět zchlazen. Tímto způsobem je možné ovlivnit magnetický stav v AFM fázi, a tím do něj zapsat informaci. Tento jev se označuje jako *field cooling*. Princip FeRh AFM paměti a field cooling ilustruje obr. 3.2. Z ekonomických důvodů však FeRh není perspektivní, protože Rh je příliš málo dostupné.

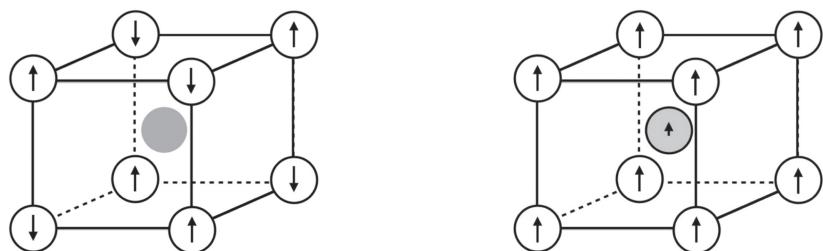
FeRh má kubickou prostorově centrovánou mřížku. Struktura a uspořádání mikroskopických momentů je znázorněno na obr. 3.3. Fázový přechod do FM je doprovázen několika projevy: izotropně se zvýší objem krystalu o cca 1 % a změní se reflektivita. Při přechodu dochází také ke skokové změně entropie, což vede k teplotní hysterezi, viz obr. 3.4 (b).

Vzorek FR06 je tvořen 18 nm vrstvou $\text{Fe}_{0,5}\text{Rh}_{0,5}$ na substrátu $\text{MgO}(001)$

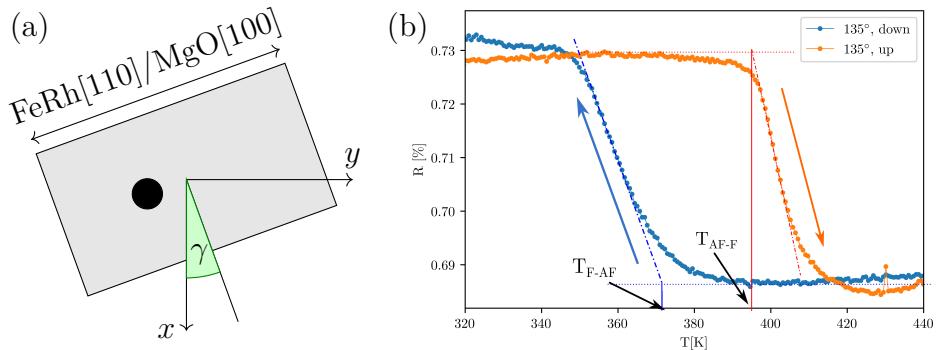
PN: Zvětší nebo zmenší?
U nás se zmenšuje, ale Brajer cituje nejaký obrazek kde se zvětšuje.



Obrázek 3.2: Ilustrace principu antiferomagnetické FeRh paměti. Ve FM stavu při vysoké teplotě (vlevo) magnetizace (černé šipky) následuje přiložené pole \mathbf{H}_{FC} . Při schlazení dojde k přechodu do různý AFM magnetických uspořádání (barevné šipky). To se projeví změnou odporu. [46]



Obrázek 3.3: Struktura FeRh ve AFM (vlevo) a FM (vpravo) fázi. Šipky naznačují orientaci magnetických momentů jednotlivých atomů Fe (bílá) a Rh (šedá). [47]



Obrázek 3.4: (a) Vzorek FR06, zavedení úhlu in-plane rotace γ a vyznačené krystalografické osy. Na vzorku je patrný defekt (černý kruh), který umožňuje snadnou orientaci. (b) Měření odrazivosti při AFM-FM přechodu, měřeno s FR06 v [45].

a s krycí vrstvou tantalu. Hrana vzorku je shodná s $\text{FeRh}[110]/\text{MgO}[100]$, viz obr. 3.4 (a).

V [44] byla (pro jiný vzorek ze sady – 36 nm tlustý FR04) údajně měřením MLD v hysterezních smyčkách určena poloha snadných os: 45° a 135° pootočené od $\text{FeRh}[100]$ (, které v daném vzorku narozdíl od FR06 údajně splývá s $\text{MgO}[100]$).

V [45] bylo ve vzorku FR06 měřeno spektrum MLD v rotujícím poli. Neuspokojivé výsledky zavdaly vzniku této práce (viz kap. 4).

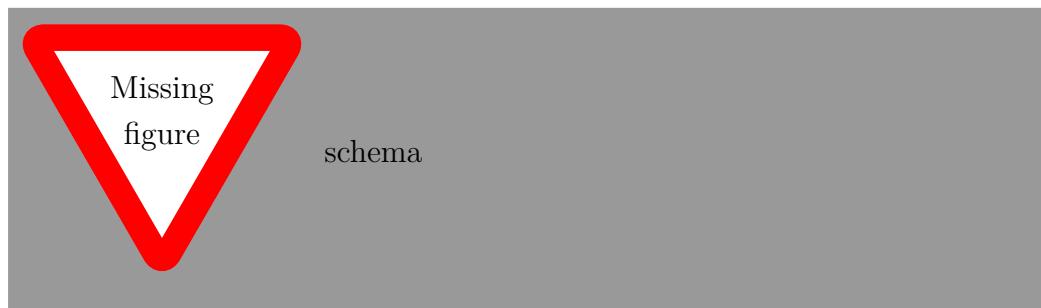
PN: jak tlustou? Saidl ani Kubaščík to nepíšou, v Brajerovi jsou protiřečící informace (v textu 1,5 nm, na obrázku 3 nm)

4. Experimentální metoda

Předkládaná práce se zabývá jedním z magneto-optických experimentů probíhajících v Laboratoři OptoSpintroniky (LOS), společném pracovišti MFF UK a FZU AV ČR, na adrese Ke Karlovu 3, Praha 2.

Zkráceně lze popsat jako *spektroskopie anizotropních kvadratických MO jevů* (MLD/Voigtova/Cotton-Moutonova jevu) a přidružená *in-plane magnetometrie* tenkých feromagnetických filmů v téměř kolmém dopadu a rotujícím poli. Schéma aparatury je na obr. 4.1. Následuje popis jednotlivých elementů

PN: je to
dobře na-
psané?



Obrázek 4.1: schema

Vektorový magnet Elektro-magnet tvořený dvěma páry nezávislých cívek dokáže vytvořit libovolné vnější magnetické pole \mathbf{H}_{ext} v rovině xy o maximální velikosti 210 mT. V praxi jsou kvůli hysterezi magnetu použity pouze definované charakterizované procedury (posloupnosti proudů). Vývojem proudových tabulek se zabývá [48, 49]. V této práci používáme pouze dvě: rotaci pole o velikosti $H_{\text{ext}} = 207 \text{ mT}, 50 \text{ mT}$ s krokem v úhlu pole φ_H minimálně 1° .

Kryostat Kryostat s topením dovoluje udržovat vzorek v rozmezí teplot cca 15–800 K. Vzorek je lepen na *cold-finger* a v kryogenické komoře umístěn mezi ramena magnetu. Komora je opatřena zpředu a ze stran skleněnými okénky. Magneto-optickou aktivitu okének (Faradayův jev) zkoumá [50].

Super-kontinuální laser *SuperK EXTREME* generuje široko-spektrální pulzy, které jsou dále filtrovány pro získání pulzů s šírkou pásma 10 nm. V rozmezí 460–845 nm k filtraci používáme laditelný filtr *SuperK VARIA*, v rozmezí 845–1600 nm pak sadu pásmových interferenčních filtrů.

Polarizační optika Pevně umístěné polarizátory P0 a P2 jsou širokospektrální typu Glan Laser. Polarizátor v motorizovaném rotačním držáku P1 je absorpční, daný rozsah vlnových délek je pokryt polarizátory s označením P-VIS (0–0 nm) a P-IR (0–0 nm). Půlvlnné destičky WP1, WP2 jsou také motorizované a vyskytují se ve třech sadách: VIS1, VIS2 (0–0 nm); NIR1, NIR2 (0–0 nm); IR1, IR2 (0–0 nm). Posloupnost prvků P0, P-IR, WP1 má za úkol vytvořit lineární polarizaci s definovaným natočením β , která dále dopadá na vzorek. Destička WP2 slouží k vyvažování můstku.

doplnit rozsahy

PEM Foto-elastický modulátor (není na schématu) je zařízení, ve kterém vlivem zvukové vlny dochází k modulaci lineárního dvojhlomu, takže se chová jako retardér (fázová destička) s periodicky modulovaným fázovým zpožděním (viz (1.23)) $\Delta(t) \propto \cos(\omega_{\text{PEM}} t)$. Charakterizaci a širšímu popisu se věnuje [51].

Berekův kompenzátor Berekův kompenzátor (není na schématu) je laditelný retardér tvořený dvojhlomným krystalem, jehož naklápením lze dosáhnout libovolného (v daném rozsahu) fázového zpoždění Δ mezi kolmými lineárními polarizacemi. Charakterizaci se věnuje [52].

Detektory V rozsahu 460–1100 nm používáme křemíkové diody. V infracervené oblasti 1000–1600 nm používáme detektory na bázi InGaAs, které byly studovány v [53].

Optický můstek K měření je využito schéma optického můstku popsané v oddílu 2.1.

Chopper Ve dráze svazku je vždy umístěn intenzitní modulátor (*chopper*), který dovoluje přesnější měření pomocí fázově citlivých zesilovačů (*lock-in*).

4.1 Popis a úvodní experimenty

Stejnou metodou (se stejnou aparaturou) se zabývaly i dřívější práce vzniklé na pracovišti. První MO experimenty byly provedeny v [54]. Aparatura byla vylepšena a využita ke studiu AFM materiálů v [45, 49].

Dosavadní výsledky však nebyly uspokojující. V rámci této práce byly pro ověření zopakovány spektroskopická měření MLD ve vzorku FR06 ve FM fázi, provedena dříve v [45]. Měření byla úspěšně replikovaná, ale problémy

přetrvaly. Na úvodních měřeních ilustrujeme nedostatky původní verze experimentu.

Průběh experimentu je následující. Komora kryostatu je vyčerpána a udržována na požadované konstantní teplotě (kromě měření teplotních přechodů). Některým filtračním prvkem je laser nastaven na požadovanou vlnovou délku a správným natočením polarizátoru P1 a půlvlnné destičky WP1 je nastavena lineární polarizace v požadovaném směru β . Natočením WP2 je pak vyvážen optický můstek.

Následuje měřící procedura. Dvěma nezávislým ramenou elektromagnetu jsou postupně zadávány dvojice kalibrovaných proudů, které vytváří magnetické pole \mathbf{H}_{ext} o konstantní velikosti H_{ext} (zde vždy 50 nebo 207 mT), a otáčí ho (diskrétními kroky) o 360° v rovině xy . V každém kroku (daném směrem pole φ_H) je zaznamenána hodnota rozdílového U_{A-B} a součtového U_{A+B} napětí na detektorech. Signál je zpracován a s předpokladem idealizovaného můstku (viz oddíl 2.1) dosazen do vzorce (2.9). Výsledkem je tedy průběh stočení polarizace $\Delta\beta(\varphi_H)$. V praxi měříme více cyklů, způsob jakým z měřených dat získat $\Delta\beta(\varphi_H)$ je detailně popsán v dodatku A.3.

Měřící procedura je pak opakována pro více β , λ a případně T . Při změně β či λ je však třeba znova vyvažovat můstek, čímž se mění aditivní konstanta vyjadřující neznámé vyvážení můstku ξ . Změřené $\Delta\beta$ pro různé β a λ tedy není možné přímo porovnat. Zatímco měření různých β spolu úzce souvisí, různé λ považujeme za nezávislé, a píšeme tedy výsledek měření pro každou vlnovou délku zvlášt $\Delta\beta(\varphi_H, \beta)$ s neznámými aditivními $\xi(\beta)$.

Při změně teploty není nutné můstek znova vyvažovat, což využíváme k měření teplotních přechodů v oddílu 5.2.2. Pak máme $\Delta\beta(\varphi_H, \beta, T)$ a $\xi(\beta)$.

Základem původní metody zpracování byl vzorec (2.1) platný pro kolmý odraz od izotropního vzorku se saturovanou¹ in-plane magnetizací popsanou úhlem φ_M závisejícím na φ_H . V tuto chvíli nepředpokládáme, že by magnetická anizotropie $\varphi_M(\varphi_H)$ byla diktována magnetickou volnou energií Stonerova-Wohlfarthova modelu popsaného v oddílu 1.5, naopak předpokládáme libovolnou závislost. Vzorec (2.1) byl dále naivním způsobem rozšířen pro anizotropní MLD v [54] pomocí φ_M -závislého koeficientu P

$$\Delta\beta(\varphi_H, \beta) = P(\varphi_M(\varphi_H)) \sin(2\varphi_M(\varphi_H) - 2\beta) + \xi(\beta). \quad (4.1)$$

Zpracování pak spočívalo ve fitování metodou nejmenších čtverců změřeného $\Delta\beta$ neznámými funkciemi² $P(\varphi_M)$, $\varphi_M(\varphi_H)$, $\xi(\beta)$. Metodou nejmenších

¹Nepožadujeme striktní saturaci, takže $|\mathbf{M}| = M_S$, ale $\varphi_M \neq \varphi_H$.

²Vzorkování φ_H a β je konečné, takže např. pro 72 změřených φ_H^i rozumíme jako fitování $\varphi_M(\varphi_H)$ určení 72 parametrů $\varphi_M^i \equiv \varphi_M(\varphi_H^i)$.

čtverců rozumíme hledání parametrů minimalizujících

$$\Delta^2 = \sum_{\varphi_H, \beta} (\Delta\beta_{\text{měření}} - \Delta\beta_{\text{model}})^2, \quad (4.2)$$

kde v tomto případě $\Delta\beta_{\text{měření}}$, $\Delta\beta_{\text{model}}$, značí levou, resp. pravou stranu (4.1).

Problém lze jednoduchou transformací pomocí součtových vzorců převést na lineární

overit

$$\Delta\beta = \xi(\beta) + P(\varphi_M(\varphi_H)) \cos(2\varphi_M(\varphi_H)) \sin(2\beta) \quad (4.3)$$

$$+ P(\varphi_M(\varphi_H)) \cos(2\varphi_M(\varphi_H)) \cos(2\beta), \quad (4.4)$$

který lze vyřešit rozvedením $\Delta\beta$ a ξ do Fourierových řad v β

$$\Delta\beta(\varphi_H, \beta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Delta\beta_k(\varphi_H) e^{ik\beta}, \quad (4.5)$$

$$\xi(\beta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \xi_k e^{ik\beta}. \quad (4.6)$$

Řešením je pak

$$\xi_k = \overline{\Delta\beta_k} \quad \text{pro } k \neq \pm 2, \quad (4.7)$$

$$P(\varphi_M(\varphi_H)) e^{\pm i 2\varphi_M(\varphi_H)} + \xi_{\pm 2} = \Delta\beta_{\pm 2}(\varphi_H), \quad (4.8)$$

kde $\overline{\Delta\beta_k}$ značí průměr přes φ_H . Z (4.8) je vidět, že úloha je degenerovaná: existují různé sady parametrů, které produkují stejná naměřená data. Dimenze degenerace je 2 a odpovídá reálné a imaginární části $\xi_2 = \xi_{-2}^*$.

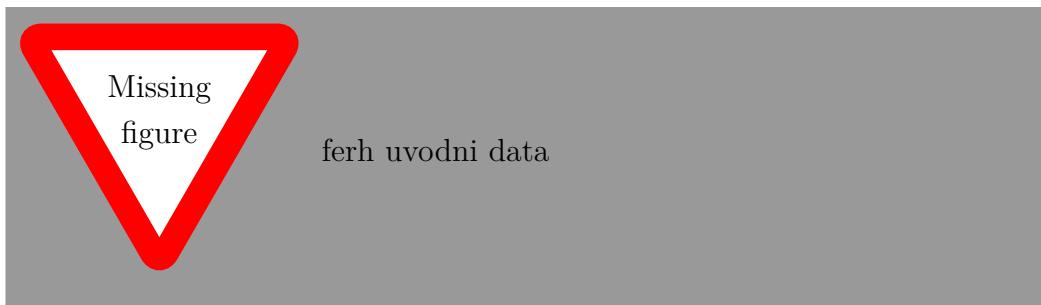
Nicméně pro každou sadu naměřených dat existuje maximálně jedna sada parametrů, ve kterých $P(\varphi_M)$ a $\varphi_M(\varphi_H)$ ctí čtyřčetnou rotační symetrii v rovině xy . Jinými slovy, pro kubické vzorky fit degenerovaný není, platí pro ně totiž vždy $\overline{Pe^{i2\varphi_M}} = 0$, takže $Pe^{\pm i 2\varphi_M} = \Delta\beta_{\pm 2}(\varphi_H) - \overline{\Delta\beta_{\pm 2}}$. Tak lze z měřených dat určit kýžené závislosti $P(\varphi_M)$ a $\varphi_M(\varphi_H)$.

Popsaná procedura byla během úvodních měření provedena se vzorkem FR06 při teplotě 420 K pro 10 vlnových délek v dostupném rozsahu. Měření proběhlo v reflexní geometrii podle schématu na obr. 4.1 s drobnou změnou: chybí polarizátor P1. Ilustrace změřených dat je na obr. 4.2 (a, b).

kontrola

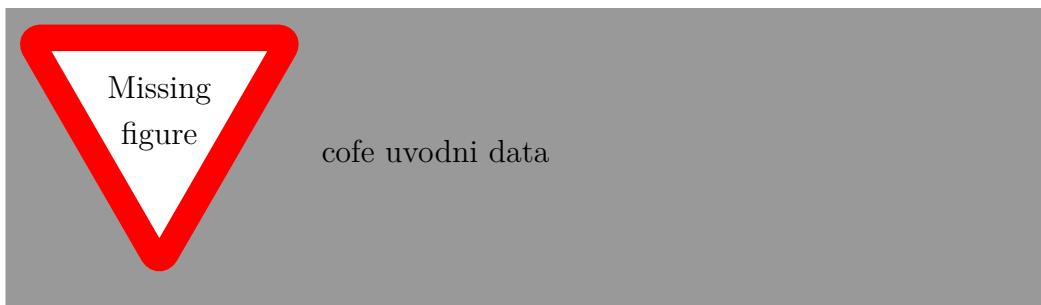
Z obrázku je na první pohled patrný první problém. Změřené křivky pro β a $\beta + 90^\circ$ by mely podle (4.1) být shodné s opačným znaménkem, což v některých případech zjevně neplatí. Metoda v takových případech zjevně selhává.

Druhý problém je plíživějšího charakteru. U některých vlnových délek (především v infračervené oblasti) jsou změrená data dobře popsaná modelem (4.1) a je možné provést fit (4.8). Zatímco $P(\varphi_M)$ je v principu spektrálně závislé, od $\varphi_M(\varphi_H)$ očekáváme, že na všech vlnových délkah popisuje tu samou skutečnost. Výsledky fitu jsou však pro různé vlnové délky zcela odlišné, viz obr. 4.2 (c).



Obrázek 4.2: Úvodní měření FR06. (a) Vybrané polarizace. (b) Všechny měřené polarizace. Z obrázků je patrné, že data neodpovídají modelu (4.1) – $\beta = 0^\circ$ a $\beta = 90^\circ$ jsou zcela odlišná, přestože by měla pouze změnit znaménko. (c) Magnetická anizotropie určená různými vlnovými délkami.

Po neúspěchu s FR06 byla provedena ještě jedna sada úvodních měření: CoFe při pokojové teplotě v transmisní geometrii podle schématu na obr. 4.1, opět bez polarizátoru P1, tentokrát navíc bez štítu kryostatu (takže světlo neprocházelo okénky). Oba popsané problémy přetrvaly.



Obrázek 4.3: Úvodní měření CoFe. (a,b) Změřená data. (c) Magnetická anizotropie určená různými vlnovými délkami.

Příčiny problémů byly odhaleny jako dvojí podstaty: ignorace vlivu zrcadel mezi vzorkem a optickým můstkom, a neúplné pochopení anizotropie MLD. Jejich řešení a popisem konečné verze metody se věnuje zbytek této kapitoly.

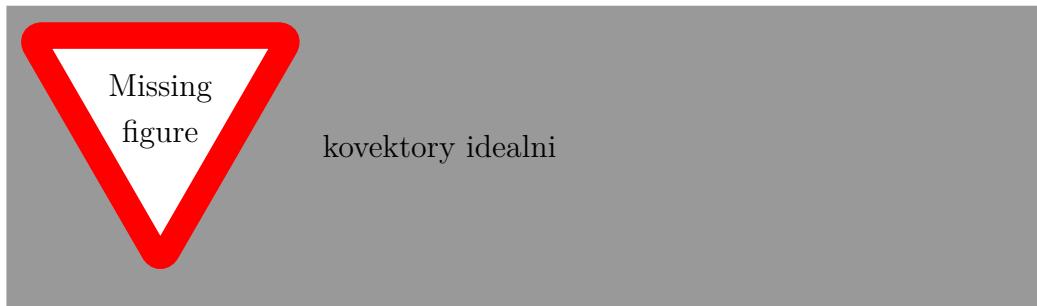
PN: Je to ok, nebo je to urážlivé?

4.2 Detekce

V tomto oddílu se zaměříme na první z problémů, který je způsobený tím, že v uspořádání na obr. 4.1 neměříme přímo stočení polarizace vzorkem, tj. neplatí vzorec (2.10): $U_{A-B}/2U_{A+B} \neq \Delta\beta$. Příčiny jsou dvě: zrcadla mezi vzorkem a můstkom mění polarizaci, a nedokonalost vlnové destičky a děliče v můstku.

V tomto oddílu naplno využijeme formalismus *Stokesových kovektorů* – lineárních forem na prostoru Stokesových vektorů, které popisují detektory a složitější detekční systémy složené z detektorů a optických prvků – rozvinutý v dodatku A.4. Pomocí něj vysvětlíme podstatu problémů a popíšeme několik způsobů, jakými vliv zrcadel a nedokonalostí prvků kompenzovat. Nakonec v oddílu 4.2.2 popíšeme způsob využití Berekova kompenzátoru v můstku, který umožňuje současné měření stočení i ellipticity.

Pro další použití na obr. 4.4 vykreslujeme kovektory můstku s idealizovanými prvky (jako v oddílu 2.1). \mathcal{D}' značíme kovektory vzhledem ke světlu před děličem, \mathcal{D}'' vzhledem ke světlu před destičkou.



Obrázek 4.4: Stokesovy kovektory ideálního můstku. (a) Vzhledem ke světlu před děličem. (b) Vzhledem ke světlu před destičkou. (c) Ilustrace významu \mathcal{D}' a \mathcal{D}'' .

4.2.1 Kompenzace nedokonalostí a zrcadel

Jedna z výhod formalismu Stokesových kovektorů snadné uvažování o tom, jak se detekční aparatura chová při malých změnách (nedokonalostech) optických prvků. Zaměříme se na tři druhy druhý nedokonalostí, z nichž se nakonec jediná vyplatí kompenzovat – nepřesné fázové zpoždění půlvlnné destičky.

Pro vyvažovací půlvlnnou destičku uvažujeme dva druhy nedokonalosti: rozdílnou propustnost obou módů a fázové zpoždění lišící se od přesné hodnoty $\pi/2$. Kvůli symetrii však stále požadujeme, aby destička měla dvě navzá-

jem kolmé optické osy – dva vlastní módy navzájem ortogonálních lineárních polarizací.

Experimentálně bylo ověřeno, že polarizační dělič vysoce kvalitně dělí svazek na dvě ortogonální lineární polarizace. V odraženém svazku je sice zastoupeny obě polarizace, ale kvůli mírně odlišnému úhlu lomu se prostorově oddělí. Vložením polarizátoru před dělič a jeho vhodným otáčením bylo možné ho zkřížit vzhledem k oběma ramenům (zvlášt) s extinkčním poměrem $I_{\min}/I_{\max} \approx 1 \times 10^{-4}$. Díky tomu se nijak neprojeví ani případná polarizační závislost detektorů. Jediná nedokonalost zbytku můstku (nezahrnující půlvlnou destičku) je tedy vyjádřena rozdílnou citlivostí obou ramen na příslušné lineární polarizace, která je způsobena jak rozdílnou propustností/odrazivostí děliče, tak nevyváženou citlivostí a zesílení obou detektorů.

Všechny tři zmíněné nedokonalosti uvažujeme zvlášť a zanedbáváme jejich vzájemné působení. Nakonec se zaměříme na to, co se stane, když před můstek umístíme retardér – zrcadlo nezbytné pro oddelení dopadajícího a odraženého svazku v reflexní geometrii, a pro vyvedení svazku ven z komory kryostatu v transmisní geometrii.

Nevyváženost ramen

Rozdíl citlivostí ramen je vyjádřen η , takže vzhledem ke světlu před děličem

$$\mathcal{D}'^A = \frac{1+\eta}{2}(1, 1, 0, 0), \quad (4.9)$$

$$\mathcal{D}'^B = \frac{1-\eta}{2}(1, -1, 0, 0), \quad (4.10)$$

$$\mathcal{D}'^{A-B} = (\eta, 1, 0, 0), \quad (4.11)$$

$$\mathcal{D}'^{A+B} = (1, \eta, 0, 0) \quad (4.12)$$

a vzhledem ke světlu před destičkou

$$\mathcal{D}''^{A-B} = (\eta, \cos(\theta_{\lambda/2}), \cos(\theta_{\lambda/2}), 0), \quad (4.13)$$

$$\mathcal{D}''^{A+B} = (1, \eta \cos(\theta_{\lambda/2}), \eta \cos(\theta_{\lambda/2}), 0) \quad (4.14)$$

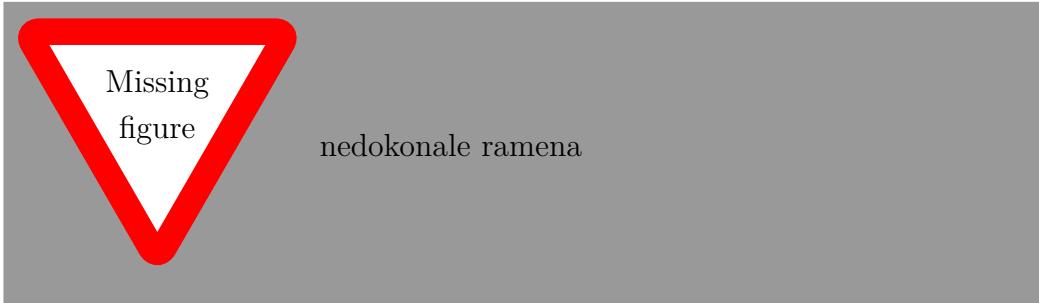
Prvním z projevů je polarizační závislost součtového signálu ($d_1'^{A+B} = \eta \neq 0$). To není velký problém, protože se ve vzorci $\Delta\beta = U_{A-B}/2U_{A+B}$ používá pouze pro normalizaci signálu, která lze určit i jiným způsobem (viz např. oddíl 4.2.2). Pro malé η však není od věci tento vliv ignorovat.

Druhou známkou nevyvážených ramen je nenulové $d_0'^{A-B}$, které se projeví posunutím nulové kružnice, viz obr. 4.5 (a), po otočení půlvlnou destičkou

pak 4.5 (b). Důležitým rysem je, že nulová kružnice je vždy kolmá na rovník lineárních polarizací, což znamená, že $\partial U_{A-B}/\partial \chi = 0$, a tedy v měřeném signálu se neprojeví změny ellipticity³. I druhý projev tedy v důsledku pouze mění konstantu úměrnosti, pro $\chi = 0$ platí

$$dU_{A-B} = 2I \cos(\eta) d\beta, \quad (4.15)$$

což pro malé η ignorujeme.



Obrázek 4.5: Kovektory můstku s nevyváženými rameny pro světlo (a) před děličem, (b) před destičkou.

Rozdílná propustnost destičky

Jonesova a Muellerova matice destičky s přesným fázovým zpožděním $\pi/2$, ale rozdílnou propustností obou lineárních polarizací je (pro $\theta_{\lambda/2} = 0$)

$$\mathcal{T}_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\eta \end{pmatrix}, \quad \mathbb{M}_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4.16)$$

kde nedokonalost destičky je vyjádřena η (ideální destička má $\eta = 0$). Akce takové Muellerovy matice je kombinace otočení o 180° a protáhnutí/posunutí kolem stejné osy⁴ – procházející lineárními polarizacemi ve směru optické osy $\theta_{\lambda/2}$.

Výsledkem je stejně jako v případě nevyvážených ramen posunutí nulové kružnice ($d''_{0A-B} \neq 0$), které v souladu s diskuzí v předešlém oddílu pro malé η ignorujeme.

³V prvním řádu, pokud do můstku vstupuje lineárně polarizované světlo.

⁴To lze nahlechnout z toho, že lze Jonesovu matici psát jako součin unitární a pozitivně semi-definitní hermitovské matice, které spolu komutují: $\mathcal{T}_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \eta \end{pmatrix}$.

Nepřesné fázové zpoždění destičky

Jonesova a Muellerova matice je (pro $\theta_{\lambda/2} = 0$)

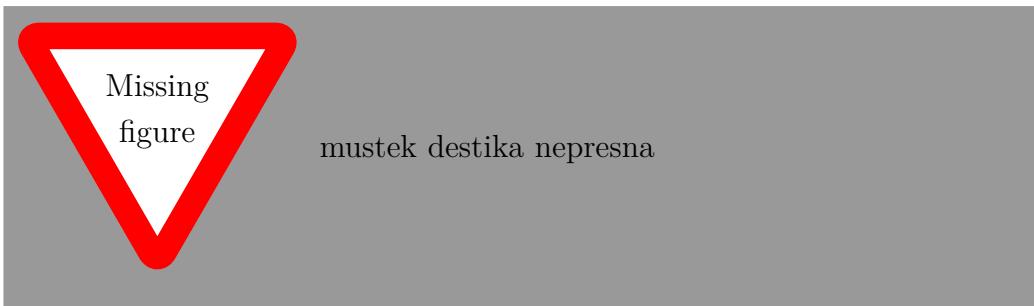
$$\mathcal{T}_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -e^{i\delta} \end{pmatrix}, \quad \mathbb{M}_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4.17)$$

kde nedokonalost je vyjádřena dodatečným fázovým zpožděním δ (ideální destička má $\delta = 0$). Muellerova matice působí jako rotace o $180^\circ + \delta$ kolem osy vlastních módů. Kvůli $\delta \neq 0$ již nejsou obě osy destičky ekvivalentní. Pozice destičky $\theta_{\lambda/2}$ a $\theta_{\lambda/2} + 90^\circ$ tedy také nejsou ekvivalentní, odpovídají rotacím kolem té stejně osy o $180^\circ + \delta$, ale opačným směrem⁵. Pozice $\theta_{\lambda/2}$ a $\theta_{\lambda/2} + 180^\circ$ zůstávají nadále ekvivalentní.

Transformací ideálního kovektoru $\mathcal{D}'^{\text{A-B}} = (0, 1, 0, 0)$ (vzhledem ke světlu před děličem) neideální Muellerovou maticí $\mathbb{M}_{\lambda/2}$ je zachováno $d_0''^{\text{A-B}} = 0$. Oproti předchozím případům však již není zachovaná kolmost nulové kružnice a rovníku lineárních polarizací, tj. $d_3''^{\text{A-B}} \neq 0$. Platí

$$\mathcal{D}''^{\text{A-B}} \equiv (0, \cos 2\zeta_2 \cos 2\zeta_1, \cos 2\zeta_2 \sin 2\zeta_1, \sin 2\zeta_1), \quad (4.18)$$

kde jsme označili úhel průsečíku kružnice s rovníkem $\zeta_1(\theta_{\lambda/2})$ a jimi svíraný úhel $\zeta_2(\theta_{\lambda/2})$, viz obr. 4.6.



Obrázek 4.6: Kovektor můstku s destičkou s nepřesným fázovým zpožděním. Je naznačen také diferenciál Stokesova vektoru.

Vyvážením můstku pro dané β je nastaveno takové $\theta_{\lambda/2}$, aby platilo $\beta = \zeta_1(\theta_{\lambda/2})$. Pak platí (viz (1.21) pro tvar dS)

$$dU_{\text{A-B}} = \mathcal{D}''^{\text{A-B}} \cdot dS^{\text{in}} = 2I (\cos \zeta_2 d\beta + \sin \zeta_2 d\chi) \quad (4.19)$$

⁵Ekvivalentně s opačným znaménkem δ .

PN: zmínit
TO?

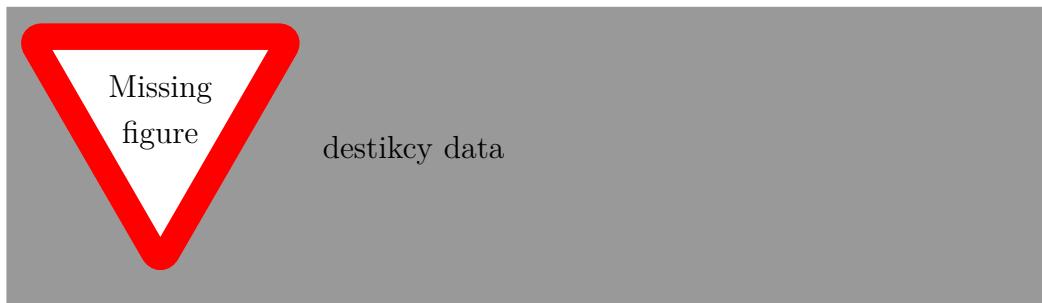
s ζ_2 dosazeným pro vyváženou polohu $\theta_{\lambda/2}$.

Zde však už narázíme na závažný problém: v měřeném signálu se nám projevují i změny ellipticity neznámým faktorem $\sin \zeta_2$, které se navíc mění (i znaménko), v závislosti na β . Řešení nabízí skutečnost⁶, že ζ_2 je pro každé β lichou funkcí nedokonalosti destičky δ – mění znaménko při vyvážení polohami $\theta_{\lambda/2}$, resp. $\theta_{\lambda/2} + 90^\circ$. V praxi tedy měříme každé β s oběma polohami destičky a bereme jejich aritmetický průměr

$$\frac{1}{2} \left(U_{A-B}^{\theta_{\lambda/2}} + U_{A-B}^{\theta_{\lambda/2}+90^\circ} \right) = 2I \cos \zeta_2 d\beta. \quad (4.20)$$

Změny ellipticity se odečetly a jediný zbývající vliv je v dodatečném faktoru $\cos \zeta_2$, který pro malé δ (a tedy malé ζ_2) zanedbáváme. Pokud není explicitně uvedeno jinak (v oddílech 4.2.2 a 5.2.2), provádíme tento krok vždy. Ilustrace dat, která ukazují na nutnost provádět popsanou kompenzací, je na obr. 4.7. Potvrzením správnosti kroků jsou ovšem až výsledky dosažené v kap. 5.

Poznamenejme, že uvedená procedura funguje pouze za předpokladu, že do destičky dopadá přibližně lineárně polarizované světlo, protože jenom pak jsou obě vyvažující polohy destičky posunuté přesně o 90° . Při dopadu elliptického světla je situace výrazně složitější a dále se jí nezabýváme.



destikcy data

Obrázek 4.7: Ilustrace potřeby provádět kompenzaci nepřesného fázového zpoždění vyvažovací destičky. (a) Změřená data, která se liší pro dvě polohy destičky, které by pro ideální destičky byly ekvivalentní. (b) Schéma experimentu: CoFe, pokojová teplota, transmisní geometrie, žádná zrcadla mezi vzorkem a můstkem.

Zrcadla

Ve schématu experimentu na obr. 4.1 se v transmisní i reflexní geometrii vyskytují v dráze svazku mezi vzorkem a můstkem zrcadla. Důvody jsou

⁶Lze nahlédnout ze symetrie vůči obrácení točivosti světla či přímým výpočtem.

čistě logistické, v reflexi je nutné odražený svazek prostorově oddělit od dopadajícího, v transmisi je nutné svazek vyvést z kryogenní komory. V obou případech svazek dopadá pod úhlem 45° .

Experimentálně bylo zjištěno, že odraz od použitých zrcadel není izotropní. Odražené světlo dosahuje ve studovaném rozsahu vlnových délek ellipticity až 10° . Zrcadlo modelujeme jako retardér s Jonesovou maticí

kolik

$$\mathcal{T}_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{pmatrix}. \quad (4.21)$$

Vzhledem k nutnosti kompenzace nedokonalosti destičky, které vyžaduje, aby do ní vstupovala přibližně lineární polarizace, se všechno úsilí k řešení tohoto problému soustředilo na kompenzaci zrcadla – vložení dalšího optického prvku, který působí inverzně. Nejprve však ztratíme pář slov o tom, jaký by mělo zrcadlo vliv na ideální můstek. Mohli bychom zavádět kovektor \mathcal{D}''' vzhledem ke světlu před zrcadlem, který by měl stejný tvar jako (4.19), ale s rozdílnou závislostí ζ_1 a ζ_2 na $\theta_{\lambda/2}$. Pro kvalitativní pochopení je v tomto případě ale názornější zůstat u \mathcal{D}'' a namísto kovektoru zrcadlem zobrazit vstupní Stokesovy vektory.

Pro ideální můstek je nulová kružnice \mathcal{D}'' tvořena poledníkem, který je během vyvažování otáčen kolem osy s_3 tak, aby procházel bodem odpovídajícím vstupní polarizaci. Zrcadlo otočí rovník lineárních polarizací o úhel δ podél osy s_1 . Zároveň se Stokesovým vektorem však musíme zobrazit i jeho diferenciál (změna β před zrcadlem se projeví i změnou χ za zrcadlem). Vzájemnou orientaci nulové kružnice a diferenciálu Stokesova vektoru lze graficky určit, jakými faktory se do měřeného signálu promítne $d\beta$ a $d\chi$. Viz obr. 4.8 (a). Pro význačné β lze odečíst přímo z obrázku

$$dU_{A-B}(\beta = 0^\circ) = 2I (\cos(\delta)d\beta + \sin(\delta)d\chi), \quad (4.22)$$

$$dU_{A-B}(\beta = 90^\circ) = 2I (\cos(\delta)d\beta - \sin(\delta)d\chi), \quad (4.23)$$

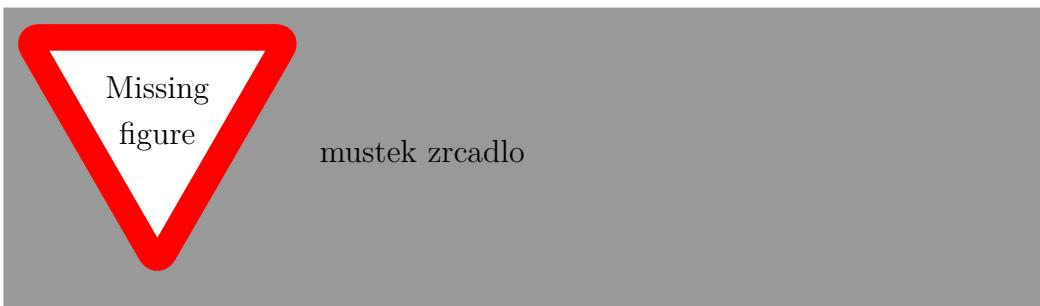
$$dU_{A-B}(\beta = 45^\circ) = 2Id\beta, \quad (4.24)$$

$$dU_{A-B}(\beta = 135^\circ) = 2Id\beta. \quad (4.25)$$

Zde je jasně vidět původ prvního popsaného problému (, kterým trpí např. data na obr.), totiž že změřená data pro β a $\beta + 90^\circ$ jsou zcela odlišná. Problém se zrcadly dlouho unikal pozornosti, především z toho důvodu, že jsou to právě polarizace $\beta = 0^\circ, 90^\circ$, které jsou nejvíce ovlivněny, zatímco $\beta = 45^\circ, 135^\circ$ jsou minimálně. S- a p-polarizace jsou přece odraženy bez změny...

odkaz na obr.

Nejjednodušší způsob, jakým zanesenou ellipticitu zrcadla kompenzovat, je přidat ještě jedno identické zrcadlo, ve kterém je role s- a p- polarizace



Obrázek 4.8: (a)

prohozena (odraz nahoru a do strany jako na obr. 4.8 (b). Obě polarizace pak po průchodu oběma zrcadly nabýdou stejného fázového faktoru. Dvojici zrcadel pak nazýváme *zkřížená zrcadla* (v diagramech je značíme jako na obr. 4.8 (b)) a chovají se jako neutrální prvek. Trik zkřížených zrcadel se ustálil a je použit ve všech experimentech v kap. 5.

Nicméně otestována byla ještě jedna metoda kompenzace, kterou zde pojďme – pomocí Berekova kompenzátoru. Berekův kompenzátor je laditelný retardér a je proto možné jeho správným nastavením zrcadlo kompenzovat. Jedinou komplikací je právě správné nastavení. To jsme provedli dvěma způsoby.

První způsob, který označujeme jako *statický*, se snaží nastavit fixní polohu, která zrcadlo zcela kompenzuje pro všechna β . Procedura je zdlouhavá a probíhá iteračně: nejdříve je správně zorientovaná optická osa Berekova kompenzátoru, a poté nastavené správné fázové zpoždění, zatímco je pomocí rotačního polarizátoru za kompenzátorem měřena ellipticia pro vybrané hodnoty vstupního β (především 45° a 135°). Správného nastavení je dosaženo, když ellipticia za kompenzátorem nulová pro všechna β – každá lineární polarizace před zrcadlem je lineární i za kompenzátorem.

Druhý způsob označujeme jako *dynamický*, protože nemá ambice kompenzovat zrcadlo a je nastaven pro každé β zvlášť. Princip je založen na tom, že není striktně vzato nutné zrcadlo kompenzovat. Vždyť (4.24), (4.25) jsou v pořádku i se zrcadlem – můstek dokáže měřit čisté stočení $d\beta$, i když do něj vstupuje elliptické světlo. Toto rozvolnění ubírá jeden stupeň volnosti Berekova kompenzátoru, který je nutno přesně nastavit, a tím výrazně usnadňuje proceduru. Ve dvoudimenzionálním stavovém prostoru Berekova kompenzátoru (poloha osy a fázové zpoždění) existuje pouze jeden bod, který ho správně nastaví staticky, ale celá křivka, která ho nastaví dynamicky.

Cílem je nastavit pro každé β Berekův kompenzátor tak, aby se vynuloval koeficient $d\chi$ v U_{A-B} a platilo prosté $dU_{A-B} = 2Id\beta$. Za účelem zpětné vazby byl využit PEM umístěný před vzorek, viz obr. 4.9 (a). Amplituda

fázového zpoždění PEM δ_{PEM} byla nastavována v rozsahu hodnot přibližně 0 – 10° . Pro malé zpoždění dochází totiž pouze k periodickému kmitání χ s frekvencí ω_{PEM} , zatímco β kmitá s amplitudou až v druhém rádu $\propto \delta_{\text{PEM}}^2$ a s frekvencí $2\omega_{\text{PEM}}$. Rozdílové napětí na frekvenci ω_{PEM} by tedy mělo být úměrné koeficientu $d\chi$.

Nastavení tedy spočívalo v současném/střídavém točení vyvažovací destičky, osy a zpoždění kompenzátoru, zatímco na dvou lock-inech byly sledovány hodnoty $U_{\text{A-B}}(\omega = 0)$ a $U_{\text{A-B}}(\omega = \omega_{\text{PEM}})$ s cílem obě současně vynulovat. Tímto způsobem jsme se mimoděk vyhnuli problému s nedokonalými destičkami, protože nulovaný koeficient $d\chi$ není specifický pro zrcadla, ale zahrnuje v sobě celou detekční aparaturu. S dynamickým Berekovým kompenzátorem není třeba měřit obě polohy destičky.



Obrázek 4.9: (a) schéma. (b) PEM sfera

Oběma způsoby je možné Berekův kompenzátor nastavit do dvou neekvivalentních poloh lišících se v tom, jestli se dvojice zrcadlo-kompenzátor dohromady chová jako neutrální prvek (“nedotáčivý mód”, $\delta_m + \delta_B = 0$) či půlvlnná destička (“přetáčivý mód”, $\delta_m + \delta_B = \pi$).

Oba způsoby s oběma módů byly vyzkoušeny na vzorku CoFe v transmisní geometrii při pokojové teplotě (bez štítu kryostatu), viz obr. 4.10. Při měření byly mezi vzorkem a můstkem umístěny dvě zrcadla jako na obr. 4.1. Zrcadla byla umístěna paralelně, takže očekáváme, že se chovají jako retardér s dvojnásobným fázovým zpožděním. Z neznámého důvodu byla data měřena v přetáčivém módu chybná (při porovnání s měřením bez zrcadel), přestože k tomu teoreticky není důvod. Dále jsme se kompenzací zrcadel Berekovým kompenzátorem nevěnovali.

4.2.2 Současné měření ellipticity

Měření dvou poloh vyvažovací destičky (pro kompenzací její nedokonalosti) je časově náročné a zahazuje polovinu dat – rozdíl signálů pro obě polohy, který v sobě nese informaci o ellipticitě. Učinili jsme proto pokus



Obrázek 4.10

4.3 Určení anizotropie MLD

4.4 Určení magnetické anizotropie

4.5 Zpracování dat

5. Spektroskopie anizotropního MLD

5.1 Měření v transmisní geometrii: CoFe

5.1.1 Měření při pokojové teplotě

5.1.2 Měření při kryogenní teplotě

5.2 Měření v reflexní geometrii: FeRh

5.2.1 Měření feromagnetické fáze

5.2.2 Měření přechodu feromagnet–antiferomagnet

Závěr

Seznam použité literatury

- [1] José J. Gil. „Review on Mueller Matrix Algebra for the Analysis of Polarimetric Measurements“. In: *Journal of Applied Remote Sensing* 8.1 (břez. 2014), s. 081599. ISSN: 1931-3195. DOI: 10.1117/1.JRS.8.081599.
- [2] Razvigor Ossikovski, José J. Gil a Ignacio San José. „Poincaré Sphere Mapping by Mueller Matrices“. In: *Journal of the Optical Society of America A* 30.11 (lis. 2013), s. 2291. ISSN: 1084-7529, 1520-8532. DOI: 10.1364/JOSAA.30.002291.
- [3] Dwight W. Berreman. „Optics in Stratified and Anisotropic Media: 4×4 -Matrix Formulation“. In: *JOSA* 62.4 (dub. 1972), s. 502–510. DOI: 10.1364/JOSA.62.000502.
- [4] Pochi Yeh. „Electromagnetic Propagation in Birefringent Layered Media“. In: *Journal of the Optical Society of America* 69.5 (květ. 1979), s. 742. ISSN: 0030-3941. DOI: 10.1364/JOSA.69.000742.
- [5] W. Xu, L. T. Wood a T. D. Golding. „Optical Degeneracies in Anisotropic Layered Media: Treatment of Singularities in a 4×4 Matrix Formalism“. In: *Physical Review B* 61.3 (led. 2000), s. 1740–1743. ISSN: 0163-1829, 1095-3795. DOI: 10.1103/PhysRevB.61.1740.
- [6] Xiaohu Wu. „The Singularities in the 4×4 Matrix Formalisms“. In: *Optik* 168 (zář. 2018), s. 10–12. ISSN: 00304026. DOI: 10.1016/j.ijleo.2018.04.081.
- [7] B. Garibello et al. „On the Singularity of the Yeh 4×4 Transfer Matrix Formalism“. In: *Journal of Modern Optics* 67.9 (květ. 2020), s. 832–836. ISSN: 0950-0340, 1362-3044. DOI: 10.1080/09500340.2020.1775905.
- [8] P. Bertrand et al. „General Analytical Treatment of Optics in Layered Structures: Application to Magneto-Optics“. In: *Physical Review B* 64.23 (lis. 2001), s. 235421. ISSN: 0163-1829, 1095-3795. DOI: 10.1103/PhysRevB.64.235421.
- [9] E.C. Stoner a E.P. Wohlfarth. „A Mechanism of Magnetic Hysteresis in Heterogeneous Alloys“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 27.4 (čvc. 1991), s. 3475–3518. ISSN: 1941-0069. DOI: 10.1109/TMAG.1991.1183750.
- [10] Štefan Višňovský. *Optics in Magnetic Multilayers and Nanostructures*. Boca Raton: CRC Press, říj. 2018. ISBN: 978-1-315-22124-3. DOI: 10.1201/9781420019193.

- [11] Vít Saidl. „Ultracehlová spektroskopie antiferomagnetů“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, čvn. 2018.
- [12] Stefan Linden et al. „Photonic Metamaterials: Magnetism at Optical Frequencies“. In: *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 12.6 (lis. 2006), s. 1097–1105. ISSN: 1077-260X. DOI: 10.1109/JSTQE.2006.880600.
- [13] Max Born a Emil Wolf. *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. 7th expanded ed. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 1999. ISBN: 978-0-521-64222-4 978-0-521-63921-7.
- [14] R. M. A. Azzam a N. M. Bashara. *Ellipsometry and Polarized Light*. 1977. ISBN: 978-0-7204-0694-8.
- [15] Razvigor Ossikovski. „Differential Matrix Formalism for Depolarizing Anisotropic Media“. In: *Optics Letters* 36.12 (čvn. 2011), s. 2330. ISSN: 0146-9592, 1539-4794. DOI: 10.1364/OL.36.002330.
- [16] Luboš Motl a Miloš Zahradník. *Pěstujeme lineární algebru*. Praha: Karolinum, 2002. ISBN: 978-80-246-0421-3.
- [17] Robin Silber. „Quadratic Magneto-optic Kerr Effect Spectroscopy of Magnetic Thin Films with Cubic Crystal Structure“. Dis. pr. Universität Bielefeld, 2019.
- [18] Lars Onsager. „Reciprocal Relations in Irreversible Processes. I.“ In: *Physical Review* 37.4 (ún. 1931), s. 405–426. ISSN: 0031-899X. DOI: 10.1103/PhysRev.37.405.
- [19] Lars Onsager. „Reciprocal Relations in Irreversible Processes. II.“ In: *Physical Review* 38.12 (pros. 1931), s. 2265–2279. ISSN: 0031-899X. DOI: 10.1103/PhysRev.38.2265.
- [20] Jana Hamrlová et al. „Quadratic-in-Magnetization Permittivity and Conductivity Tensor in Cubic Crystals: Quadratic-in-magnetization Permittivity and Conductivity Tensor“. In: *physica status solidi (b)* 250.10 (říj. 2013), s. 2194–2205. ISSN: 03701972. DOI: 10.1002/pssb.201349031.
- [21] Herbert B. Callen. *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*. 2nd ed. New York: Wiley, 1985. ISBN: 978-0-471-86256-7.
- [22] Gustavo Castellano. „Thermodynamic Potentials for Simple Magnetic Systems“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 260.1-2 (břez. 2003), s. 146–150. ISSN: 03048853. DOI: 10.1016/S0304-8853(02)01286-6.

- [23] Helena Reichlová. „Ultrarychlá laserová spektroskopie polovodičů“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, zář. 2010.
- [24] Tomáš Janda. „Dynamika spinové polarizace v polovodičích“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, zář. 2012.
- [25] Jiří Kuchařík. „Studium spinové polarizace pomocí laserové spektroskopie“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, čvn. 2015.
- [26] V. Saidl et al. „Optical Determination of the Néel Vector in a CuMnAs Thin-Film Antiferromagnet“. In: *Nature Photonics* 11.2 (ún. 2017), s. 91–96. ISSN: 1749-4885, 1749-4893. DOI: 10.1038/nphoton.2016.255.
- [27] Ali Akbar, Muhammad Waleed Khalid a Muhammad Sabieh Anwar. „Low Temperature Voigt Effect in the Terbium Gallium Garnet Crystal“. In: *Optics Express* 25.24 (lis. 2017), s. 30550. ISSN: 1094-4087. DOI: 10.1364/OE.25.030550.
- [28] A. K. Zvezdin a V. A. Kotov. *Modern Magneto optics and Magneto-optical Materials*. 1st edition. Bristol : Philadelphia, Pa: CRC Press, led. 1997. ISBN: 978-0-7503-0362-0.
- [29] N. Tesařová et al. „Systematic Study of Magnetic Linear Dichroism and Birefringence in (Ga,Mn)As“. In: *Physical Review B* 89.8 (ún. 2014), s. 085203. ISSN: 1098-0121, 1550-235X. DOI: 10.1103/PhysRevB.89.085203.
- [30] A. V. Kimel et al. „Observation of Giant Magnetic Linear Dichroism in (Ga , Mn) As“. In: *Physical Review Letters* 94.22 (čvn. 2005), s. 227203. ISSN: 0031-9007, 1079-7114. DOI: 10.1103/PhysRevLett.94.227203.
- [31] J Hamrle et al. „Huge Quadratic Magneto-Optical Kerr Effect and Magnetization Reversal in the Co₂FeSi Heusler Compound“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 40.6 (břez. 2007), s. 1563–1569. ISSN: 0022-3727, 1361-6463. DOI: 10.1088/0022-3727/40/6/S09.
- [32] P. Němec et al. „Antiferromagnetic Opto-Spintronics“. In: *Nature Physics* 14.3 (břez. 2018), s. 229–241. ISSN: 1745-2473, 1745-2481. DOI: 10.1038/s41567-018-0051-x.
- [33] T. Jungwirth et al. „Antiferromagnetic Spintronics“. In: *Nature Nanotechnology* 11.3 (břez. 2016), s. 231–241. ISSN: 1748-3387, 1748-3395. DOI: 10.1038/nnano.2016.18.
- [34] Libor Šmejkal, Jairo Sinova a Tomas Jungwirth. *Altermagnetism: Spin-Momentum Locked Phase Protected by Non-Relativistic Symmetries*. Květ. 2021.

- [35] Jia Xu et al. „Imaging Antiferromagnetic Domains in Nickel Oxide Thin Films by Optical Birefringence Effect“. In: *Physical Review B* 100.13 (říj. 2019), s. 134413. ISSN: 2469-9950, 2469-9969. DOI: 10.1103/PhysRevB.100.134413.
- [36] Kexin Yang et al. „Magneto-Optic Response of the Metallic Antiferromagnet Fe₂As to Ultrafast Temperature Excursions“. In: *Physical Review Materials* 3.12 (pros. 2019), s. 124408. ISSN: 2475-9953. DOI: 10.1103/PhysRevMaterials.3.124408.
- [37] K. Postava et al. „Anisotropy of Quadratic Magneto-Optic Effects in Reflection“. In: *Journal of Applied Physics* 91.10 (2002), s. 7293. ISSN: 00218979. DOI: 10.1063/1.1449436.
- [38] J. Hamrle et al. „Vicinal Interface Sensitive Magneto-Optical Kerr Effect: Application to Co/Au(322)“. In: *Physical Review B* 67.15 (dub. 2003), s. 155411. ISSN: 0163-1829, 1095-3795. DOI: 10.1103/PhysRevB.67.155411.
- [39] Š. Višňovský et al. „Polar Magneto-Optics in Simple Ultrathin-Magnetic-Film Structures“. In: *Physical Review B* 52.2 (čvc. 1995), s. 1090–1106. ISSN: 0163-1829, 1095-3795. DOI: 10.1103/PhysRevB.52.1090.
- [40] J. H. Liang et al. „Separation of Linear and Quadratic Magneto-Optic Kerr Effects in Ultra-Thin Fe Films Using a Rotating Field Method“. In: *Journal of Applied Physics* 117.17 (květ. 2015), 17E129. ISSN: 0021-8979, 1089-7550. DOI: 10.1063/1.4918776.
- [41] J. H. Liang et al. „Quantitative Study of the Quadratic Magneto-Optical Kerr Effects in Fe Films“. In: *Optics Express* 23.9 (květ. 2015), s. 11357. ISSN: 1094-4087. DOI: 10.1364/OE.23.011357.
- [42] R. Mattheis a G. Quednau. „Determination of the Anisotropy Field Strength in Ultra-Thin Magnetic Films Using Longitudinal MOKE and a Rotating Field: The ROTMOKE Method“. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 205.2 (lis. 1999), s. 143–150. ISSN: 0304-8853. DOI: 10.1016/S0304-8853(99)00526-0.
- [43] F. L. Zeng et al. „Intrinsic Mechanism for Anisotropic Magnetoresistance and Experimental Confirmation in Co_xFe_{1-x} Single-Crystal Films“. In: *Physical Review Letters* 125.9 (srp. 2020), s. 097201. ISSN: 0031-9007, 1079-7114. DOI: 10.1103/PhysRevLett.125.097201.
- [44] Martin Brajer. „Laserová spektroskopie materiálů pro spintroniku“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, čvn. 2015.
- [45] Peter Kubaščík. „Magneto-optické štúdium antiferomagnetických materiálov pre spintroniku“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, zář. 2019.

- [46] X. Marti et al. „Room-Temperature Antiferromagnetic Memory Resistor“. In: *Nature Materials* 13.4 (dub. 2014), s. 367–374. ISSN: 1476-1122. DOI: 10.1038/nmat3861.
- [47] V Saidl et al. „Investigation of Magneto-Structural Phase Transition in FeRh by Reflectivity and Transmittance Measurements in Visible and near-Infrared Spectral Region“. In: *New Journal of Physics* 18.8 (srp. 2016), s. 083017. ISSN: 1367-2630. DOI: 10.1088/1367-2630/18/8/083017.
- [48] Jozef Kimák. „Charakterizácia dvojdimenzionálneho elektromagnetu“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, čvn. 2017.
- [49] Jozef Kimák. „Optická spektroskopie antiferomagnetů“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, čvn. 2019.
- [50] Antonín Badura. *Magneto-Optická Měření pro Spintronické Aplikace*. Tech. zpr. Praha: Univerzita Karlova, 2019.
- [51] Jiří Minář. *Modulace Polarizace Světelné Vlny Pomocí Fotoelastického Modulátoru*. Tech. zpr. Praha: Univerzita Karlova, 2004.
- [52] Jakub Schusser. *Skryté kouzlo polarizace*. Tech. zpr. Praha: Univerzita Karlova, 2014, s. 28.
- [53] Kristýna Hovořáková. *Charakterizace infračerveného detektoru pro magneto-optická měření*. Tech. zpr. Praha: Univerzita Karlova, s. 17.
- [54] Vladislav Wohlrath. „Magneto-optická charakterizace spintronických materiálů“. Dis. pr. Praha: Univerzita Karlova, čvn. 2018.

A. Přílohy

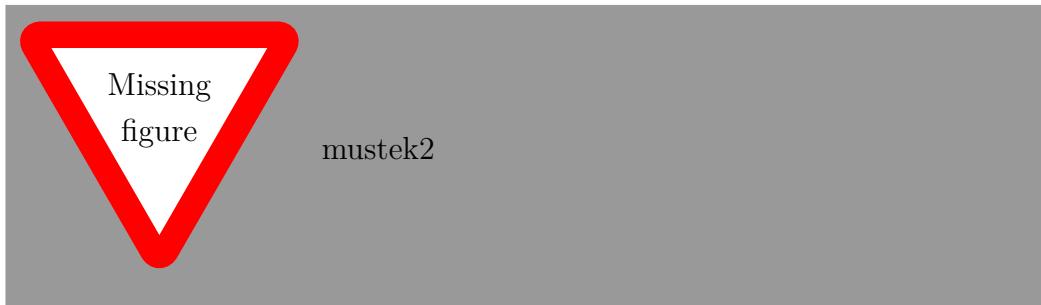
A.1 Průchod a odraz při poruchách permitivity

A.2 Dodatky k magnetické anizotropii

A.3 Detaily statistického zpracování

A.4 Formalismus Stokesových kovektorů

Popis pomocí Stokesových vektorů je zvláště užitečný pro popis detekčních systémů, protože Stokesovy parametry jsou *zobecněné intenzity*. Použití ilustrujeme na optickém můstku z oddílu 2.1, viz obr. A.1.



Obrázek A.1: Schéma optického můstku s vyznačenými Stokesovými vektory a kovektory.

Intenzita měřená detektorem A je daná nultou složkou dopadajícího Stokesova vektoru

$$I_A = s_0^A \equiv \mathcal{D}^A \cdot \mathcal{S}^A. \quad (\text{A.1})$$

kde jsme označili $\mathcal{D}^A = (1, 0, 0, 0)$ “Stokesův kovektor“ detektoru A. Tečka (\cdot) značí kontrakci¹.

Stejně jako můžeme světelný svazek popisovat Stokesovými vektorů v různých místech jeho dráhy, můžeme i signál měřený detektory popisovat vzhledem ke Stokesovým vektorům v různých místech. Vyjádřením \mathcal{S}^A pomocí Stokesova vektoru vstupujícího do můstku \mathcal{S}^{in} a Muellerových matic

¹“Skalární součin”.

půlvlnné destičky a polarizačního děliče

$$I_A = \mathcal{D}^A \cdot (\mathbb{M}_A \mathbb{M}_{\lambda/2} \mathcal{S}^{in}) = (\mathcal{D}^A \mathbb{M}_A \mathbb{M}_{\lambda/2}) \cdot \mathcal{S}^{in} \equiv \mathcal{D}''^A \cdot \mathcal{S}^{in}, \quad (A.2)$$

kde jsme druhou rovností naznačili asociativitu maticového násobení, která nás motivovala k definici Stokesova kovektoru detektoru A vzhledem ke světlu vstupujícímu do můstku \mathcal{D}''^A .

Stejně lze zřejmě činit i pro detektor B. Rozdílové a součtové napětí je pak

$$U_{A-B} = (\mathcal{D}'^A - \mathcal{D}'^B) \cdot \mathcal{S}^{in} \equiv \mathcal{D}''^{A-B} \cdot \mathcal{S}^{in}, \quad (A.3)$$

$$U_{A+B} = (\mathcal{D}'^A + \mathcal{D}'^B) \cdot \mathcal{S}^{in} \equiv \mathcal{D}''^{A+B} \cdot \mathcal{S}^{in}. \quad (A.4)$$

Měřené signály jsou lineární ve vstupních Stokesových vektorech a jsou tedy reprezentovány lineárními formamy, zde \mathcal{D}''^{A-B} a \mathcal{D}''^{A+B} . Pro ideální půlvlnnou destičku a polarizační dělič jako v oddílu 2.1 jsou Muellerovy matice

$$\mathbb{M}_A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{M}_B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (A.5)$$

$$\mathbb{M}_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{\lambda/2} & \cos \theta_{\lambda/2} & 0 \\ 0 & \cos \theta_{\lambda/2} & \cos \theta_{\lambda/2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A.6)$$

a Stokesovy kovektory jsou po dosazení

$$\mathcal{D}^{A-B} = (0, \cos \theta_{\lambda/2}, \cos \theta_{\lambda/2}, 0), \quad (A.7)$$

$$\mathcal{D}^{A+B} = (1, 0, 0, 0). \quad (A.8)$$

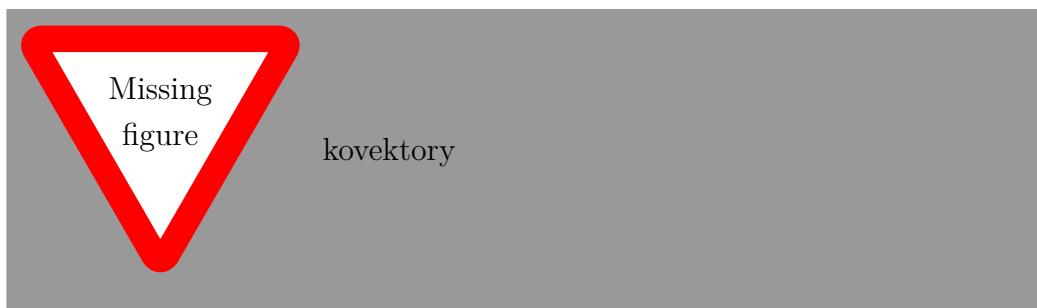
Místo sledování, co se při průchodu optickými prvky děje se všemi myslitelnými vstupními Stokesovými vektory, je výhodnější sledovat, jak se mění konstantní detektorové kovektory. Navíc Stokesovy kovektory lze pro plně polarizované světlo přímočaře graficky znázorňovat v 3-D prostoru redukovaných Stokesových vektorů. Pokud je jediná nenulová složka kovektoru d_0 ta nultá (jako v \mathcal{D}^{A+B}), pak je měřený signál jednoduše úměrný vstupní intenzitě (vzdálenosti redukovaného Stokesova vektoru od počátku) a netřeba ho zvlášť znázorňovat. Pokud je naopak $d_0 = 0$ (jako v \mathcal{D}^{A-B}), pak je signál lineární v redukovaném Stokesově vektoru a tedy úměrný vzdálenosti od určité roviny.

V obecném případě, kdy d_0 není ani nulové, ani jediné nenulové, je znázornění mírně složitější. Nejedná se o pouhé posunutí roviny, od které je vzdálenost odečítána. Na obr. A.2 (a) jsou vyznačené nulové plochy (množina Stokesových vektorů, pro které $U_{A-B} = 0$) \mathcal{D}^{A-B} tak, jak je v (A.7) a v situaci, kdy d_0 je nenulové. Pro nenulové d_0 je nulová plocha kužel.

Pro body neležící na nulovém kuželu však U_{A-B} není určeno vzdáleností od kuželega. Pro body na Poincarého sfére je signál úměrný vzdálenosti od roviny, která vznikne průnikem nulového kuželu s Poincarého sférou (vždy kružnice); stejnou konstrukci lze provést i pro body mimo Poincarého sféru ($I \neq 1$), posunutí roviny však závisí na I .

Uvedený postup selhává, pokud $d_0 > |\mathbf{d}| \equiv |(d_1, d_2, d_3)|$, protože pak neexistují nenulové vektory, pro které je signál nulový; neexistuje nulová plocha. Nicméně pro každé konstantní I je stále signál úměrný vzdálenosti od určité roviny, tentokrát však ležící mimo sféru vektorů s intenzitou I .

Z provedené diskuze vyplývá jako nejvhodnější znázorňovat Stokesovy kovektory jednotně pomocí *nulové kružnice*, která je průsečíkem nulového kužele s Poincarého sférou, a případně jejím normálovým 3-vektorem \mathbf{d} , kterým je znázorněna konstanta úměrnosti mezi signálem a grafickou vzdáleností. Případ $d_0 > |\mathbf{d}|$ v této práci nepoužíváme (formalismus používáme pro popis optického můstku, ve kterém se takové kovektory nevyskytují), ale znázorňovali bychom ho také 3-vektorem \mathbf{d} a "nulovou"² rovinou příslušnou Poincarého sféry. Viz obr. A.2 (b).



Obrázek A.2: (a) Nulové plochy Stokesových kovektorů s nulovou/nenulovou nultou složkou. (b) Kanonické znázornění stejných kovektorů pomocí nulových kružnic.

Při znázornění kovektorů tímto způsobem lze beze změny převzít znázornění akce Muellerových matic pomocí mapování Poincarého sféry. Protože nulové kružnice jsou množiny Stokesových vektorů, je možné je přímo zob-

²Která vzhledem k tomu, že leží mimo Poincarého sféru, odpovídá nedosažitelným Stokesovým vektorům $|\mathbf{s}| > s_0$.

razit metodou vyloženou v oddílu 1.2.2 a výsledkem bude opět podmnožina nulové plochy. V případě čistých retardérů se nulová kružnice zobrazí jako jiná kružnice na Poincarého sféře, a je to tedy přímo nulová kružnice transformovaného kovektoru; vektor \mathbf{d} se otáčí společně s kružnicí. Pokud však Muellerovou maticí dochází také k deformaci a posunutí Poincarého sféry (jako např. v případě čistého diatenuátoru), je obrazem zobrazení obecně elipsa ležící uvnitř Poincarého sféry, a je proto nutné provést následující konstrukci pro získání nulové kružnice. Transformovaná elipsa vždy leží na nulovém kuželu, takže ho můžeme určit proložením elipsy kuželem s vrcholem v počátku. Nulová kružnice je pak určena průnikem kuželu a Poincarého sféry. Konstrukce je znázorněna na obr. A.3.

možna jest co
se deje s vec d



Obrázek A.3: Transformace Stokesova kovektoru neunitárním optickým prv-kem. Muellerova matice deformeuje Poincarého sféru na elipsoid, takže nulová kružnice se zobrazí na elipsu uvnitř sféry. Elipsou je proložen kužel a průnikem se sférou je určena nová transformovaná nulová kružnice.