

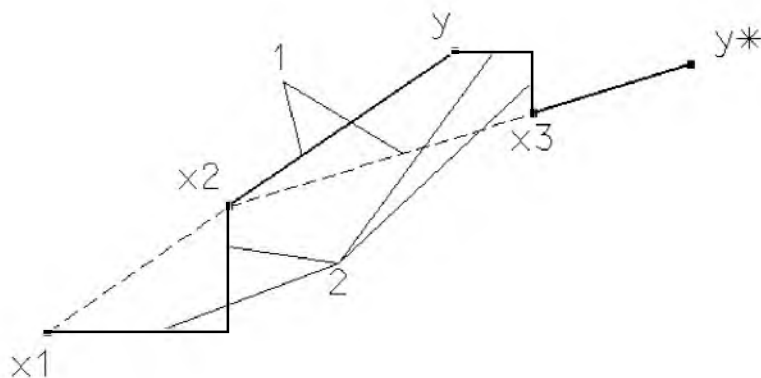
## Лабораторна робота №3

### МЕТОДИ БЕЗУМОВНОГО МІНІМІЗАЦІЇ

### ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ

#### Метод Хука - Дживса.

Метод Хука - Дживса здійснює два типи пошуку - досліджує пошук і пошук за зразком. Перші дві ітерації процедури показані на малюнку.



*1 – пошук за зразком;*

*2 – досліджує пошук вздовж координатних осей.*

При заданому початковому векторі  $x_1$  досліджує пошук по координатним напрямкам призводить в точку  $x_2$ .

Подальший пошук за зразком в напрямку  $x_1 \rightarrow x_2$  призводить в точку  $y$ . Потім який досліджує пошук, що починається з точки  $y$ , дає точку  $x_3$ .

Наступний етап пошуку за зразком вздовж напрямку  $x_3 \rightarrow x_2$  дає  $y^*$ . Потім процес повторюється.

#### ***Алгоритм Хука - Дживса з використанням одновимірної мінімізації.***

Розглянемо варіант методу, який використовує одновимірну мінімізацію уздовж координатних напрямків  $d_1, \dots, d_n$  і напрямків пошуку за зразком.

**Початковий етап.** Вибрати число  $eps > 0$  для зупинки алгоритму. Вибрати початкову точку  $x_1$ , покласти  $y_1 = x_1$ ,  $k = j = 1$  та перейти до основного етапу.

### Основний етап.

**Крок 1.** Вичіліть  $lymj$  - оптимальне рішення задачі мінімізації  $f(y_j + lym * dj)$  за умови  $lym$  належить  $E1$ .

Покласти  $y_{j+1} = y_j + lymj * dj$ . Якщо  $j < n$ , то замінити  $j$  на  $j + 1$  та повернутися до кроку 1.

Якщо  $j = n$ , то покласти  $x_{k+1} = y_n + 1$ .

Якщо  $\|x_{k+1} - x_k\| < eps$ , то зупинитися; в іншому випадку перейти до кроку 2.

**Крок 2.** Покласти  $D = x_{k+1} - x_k$  та знайти  $lym$  - оптимальне рішення задачі мінімізації  $f(x_{k+1} + lym * d)$  за умови  $lym$  належить  $E1$ .

Покласти  $y_j = x_{k+1} + lym * d, j = 1$ , замінити  $k$  на  $k + 1$  і перейти до Кроку 1.

### Завдання л.р.4

$$F_1(x_1, x_2) = (x_1 - 2 * x_2)^2 + (3 * x_2 - N)^2$$

$$F_2(x_1, x_2) = (3 * N * x_2 - x_1^2)^2 + (N - x_1)^2$$

$x_1 = -1.33 * N, x_2 = 1.66 * N$  - початкова точка

$N$  - номер в журналі

Інтервал зміни  $x_1, x_2 = (-2 * N, 2 * N)$

$eps = 0.001$

$k_{max} = 30$

### Кроки завдання:

1. Записати завдання для свого варіанту(! Без  $N$ ).
2. Знайти аналітичні рішення  $F^{opt*}_{1,2}(x_1, x_2)$  та  $x^{opt*}_1, x^{opt*}_2$ .
3. Мінімізувати  $F(x_1, x_2)$  методом Хука-Дживса з використанням одновимірного методу золотого перетину.
4. Побудувати для  $F_1$  і  $F_2$  таблиці  $k, x_1, x_2, F(x)$  за зразком.

$k$	$F1$			$F2$		
	$x_1$	$x_2$	$F$	$x_1$	$x_2$	$F$
$0^*$						
<i>1 по <math>x_1</math></i>						
<i>1 по <math>x_2</math></i>						
<i>1 за напрямком</i>						
2						
2						
2						
...						

$0^*$  – початкова точка.

В таблиці для кожної ітерації окремо показати кроки по  $x_1, x_2$ , та за визначеним напрямком. Таким чином кожній ітерації мають відповідати три строки у таблиці.

Значення  $F$  послідовно має не збільшуватись.

5. Побудувати графік проекції функції  $F(x_1, x_2)$  на площині

$x_1, x_2$  в лініях рівного рівня на інтервалі для  $x_1, x_2 = (-2 * N, 2 * N)$ .

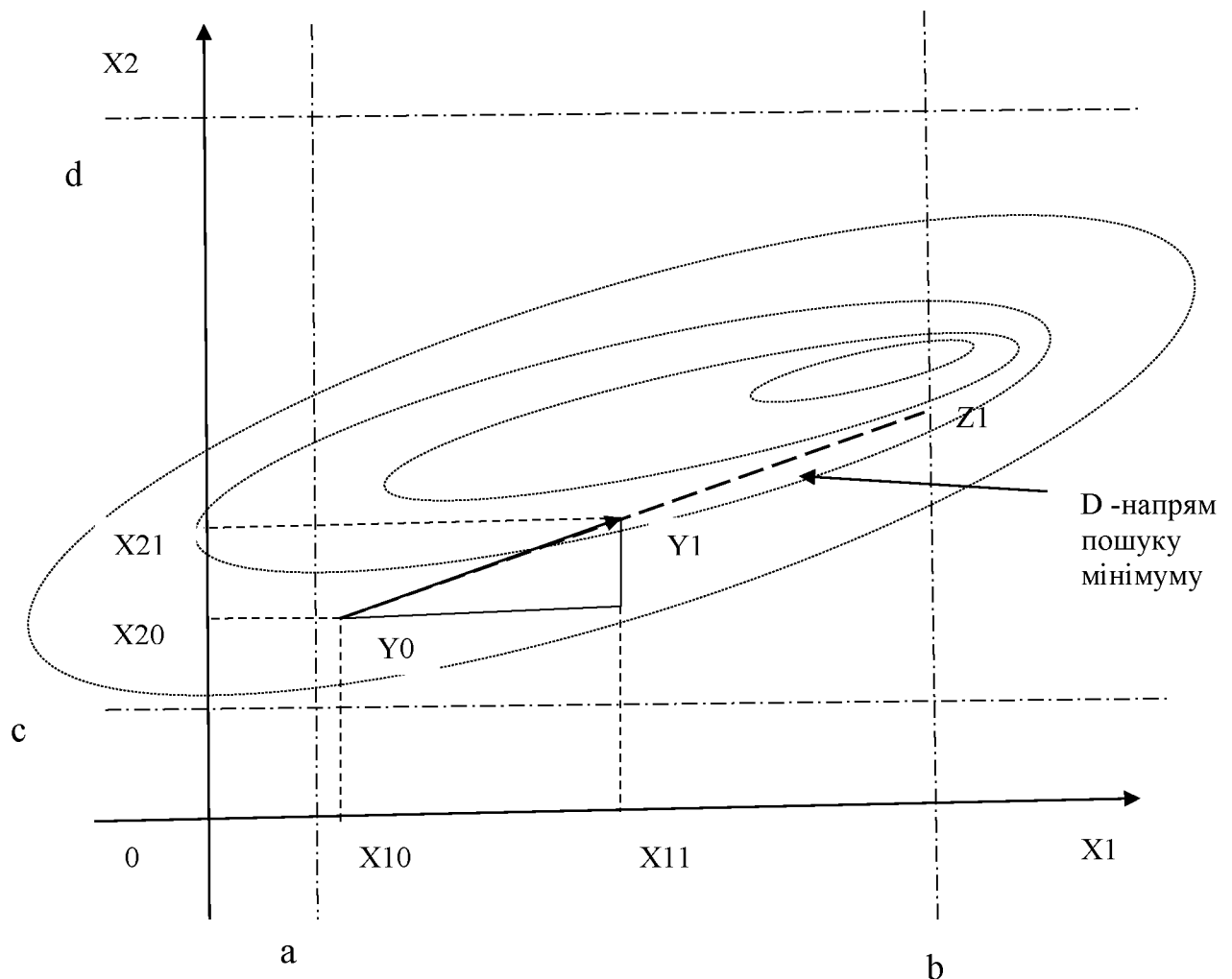
Кількість рівнів = 10.

6. Побудувати графіки  $k, x_1, x_2, F_{1,2}(x_1, x_2)$  поверх ліній рівного рівня для функцій  $F_1$  та  $F_2$  на інтервалі для  $x_1, x_2 = (-2 * N, 2 * N)$ .

7. Описати аналіз результатів.

Додаткова інформація до лабораторної роботи

Облік обмежень



$Z_j$  - точка перетину з обмеженнями

$X_2 = X_{20} + (X_1 - X_{10}) * (X_{21} - X_{20}) / (X_{11} - X_{10})$  - тобто вирішується завдання одновимірної оптимізації вздовж напрямку D, коли значення  $X_2$  обчислюються через значення  $X_1$ , а потім підставляються в функцію.

Якщо  $X_2$  обчислене за формулою  $\leq c$ , то  $X_2 = c$  і якщо  $X_2 \geq d$ , то  $X_2 = d$ .

Тоді треба перевизначити значення  $X_1$  по значенню  $X_2$  ( $= c$  чи  $= d$ ) для прямої  $X_2 = X_{20} + (X_1 - X_{10}) * (X_{21} - X_{20}) / (X_{11} - X_{10})$ .

*Для поточного значення ПН вдовж напрямків потрібно знати координати  $Z_k (X_{1zk}, X_{2zk})$*

1. Якщо  $X_2 > X_1$  &  $Y_2 > Y_1$  &  $X_2 (b) < d$  то  $Z_1$
2. Якщо  $X_2 > X_1$  &  $Y_2 > Y_1$  &  $X_2 (b) > d$  то  $Z_2$
3. Якщо  $X_2 < X_1$  &  $Y_2 > Y_1$  &  $X_2 (a) > d$  то  $Z_3$
4. Якщо  $X_2 < X_1$  &  $Y_2 > Y_1$  &  $X_2 (a) < d$  то  $Z_4$
5. Якщо  $X_2 < X_1$  &  $Y_2 < Y_1$  &  $X_2 (a) > c$  то  $Z_5$
6. Якщо  $X_2 < X_1$  &  $Y_2 < Y_1$  &  $X_2 (a) < c$  то  $Z_6$
7. Якщо  $X_2 > X_1$  &  $Y_2 < Y_1$  &  $X_2 (b) < c$  то  $Z_7$
8. Якщо  $X_2 > X_1$  &  $Y_2 < Y_1$  &  $X_2 (b) > c$  то  $Z_8$

