

Санкт-Петербургский  
Политехнический университет Петра Великого

**Отчет по лабораторным работам №3-4  
по дисциплине  
"Математическая статистика"**

Студент:	Скворцов Владимир Сергеевич
Преподаватель:	Баженов Александр Николаевич
Группа:	5030102/10201

Санкт-Петербург  
2024

# Содержание

<b>1</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>2</b>
1.1	Описательная статистика . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Теоретическое обоснование</b>	<b>2</b>
2.1	Функции распределения . . . . .	2
2.2	Бокс-плот Тьюки . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Описание работы</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Результаты</b>	<b>4</b>
4.1	Гистограммы и графики плотности распределения . . . . .	4
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>6</b>

# 1 Постановка задачи

## 1.1 Описательная статистика

Для 5 распределений:

- Нормальное распределение  $N(x, 0, 1)$
- распределение Коши  $C(x, 0, 1)$
- Распределение Стьюдента  $t(x, 0, 3)$  с тремя степенями свободы
- Распределение Пуассона  $P(k, 10)$
- Равномерное распределение  $U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$

Сгенерировать выборки размером 20 и 100 элементов.  
Построить на одном рисунке бокс-плот Тьюки.

## 2 Теоретическое обоснование

### 2.1 Функции распределения

- Нормальное распределение

$$N(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}} \quad (1)$$

- Распределение Коши

$$C(x, 0, 1) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{x^2 + 1} \quad (2)$$

- Распределение Стьюдента  $t(x, 0, 3)$  с тремя степенями свободы

$$t(x, 0, 3) = \frac{6\sqrt{3}}{\pi(3 + t^2)^2} \quad (3)$$

- Распределение Пуассона

$$P(k, 10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10} \quad (4)$$

- Равномерное распределение

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}} & \text{при } |x| \leq \sqrt{3} \\ 0 & \text{при } |x| > \sqrt{3} \end{cases} \quad (5)$$

## 2.2 Бокс-плот Тьюки

Боксплот (англ. box plot) — график, использующихся в описательной статистике, компактно изображающий одномерное распределение вероятностей. Такой вид диаграммы в удобной форме показывает медиану, нижний и верхний квартили и выбросы. Границами ящика служат первый и третий квартили, линия в середине ящика — медиана. Концы усов — края статистически значимой выборки (без выброса). Длину «усов» определяют разность первого квартиля и полутора межквартильных расстояний и сумма третьего квартиля и полутора межквартильных расстояний. Формула имеет вид

$$X_1 = Q_1 - \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1), \quad X_2 = Q_3 + \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1), \quad (6)$$

где  $X_1$  — нижняя граница уса,  $X_2$  — верхняя граница уса,  $Q_1$  — первый квартиль,  $Q_3$  - третий квартиль. Данные, выходящие за границы усов (выбросы), отображаются на графике в виде маленьких кружков. Выбросами считаются величины, такие что:

$$\begin{cases} x < X_1^T \\ x > X_2^T \end{cases} \quad (7)$$

## 3 Описание работы

Лабораторные работы выполнены с использованием Python и его сторонних библиотек `numpy`, `pandas`, `matplotlib`, `seaborn` были построены гистограммы распределений и посчитаны характеристики положения.

Ссылка на GitHub репозиторий: <https://github.com/vladimir-skvortsov/spbstu-mathematical-statistics>

# 4 Результаты

## 4.1 Гистограммы и графики плотности распределения

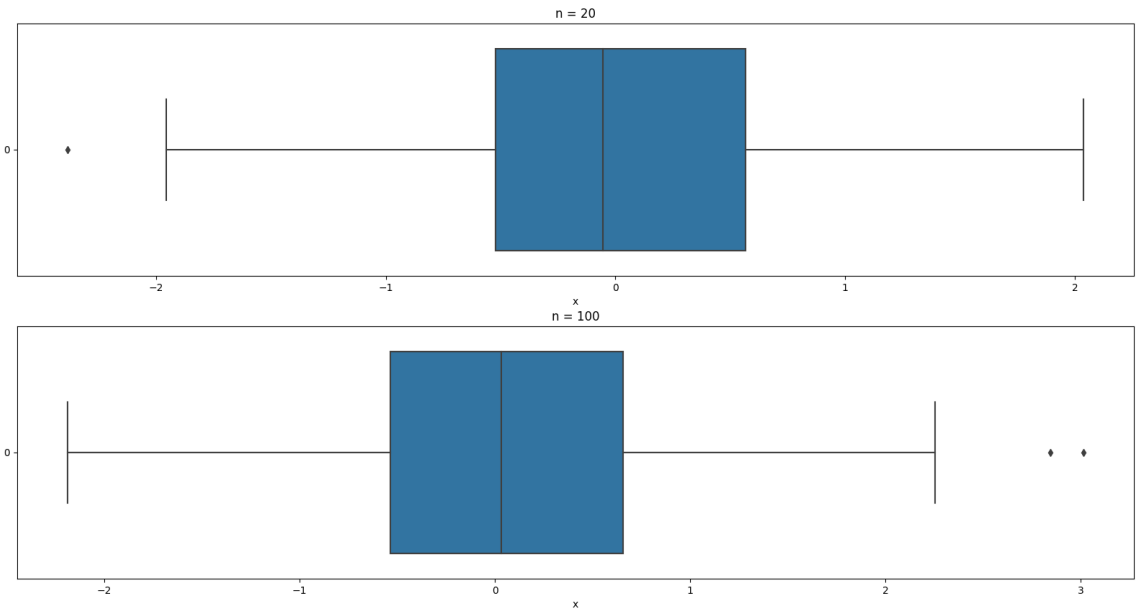


Рис. 1: Нормальное распределение (1)

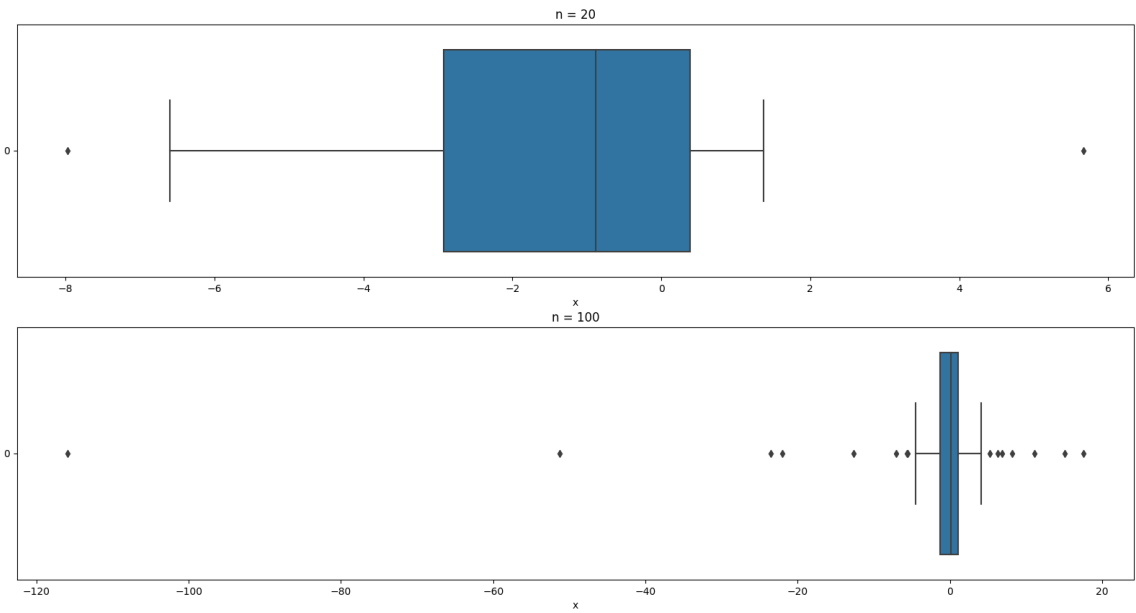


Рис. 2: Распределение Коши (2)

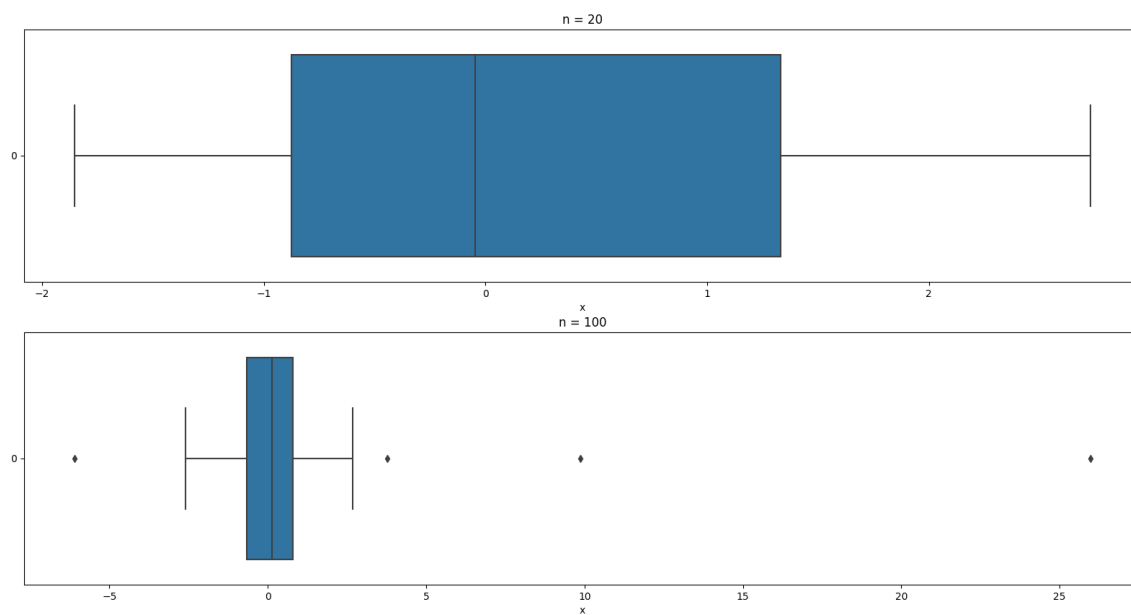


Рис. 3: Распределение Стьюдента (3)

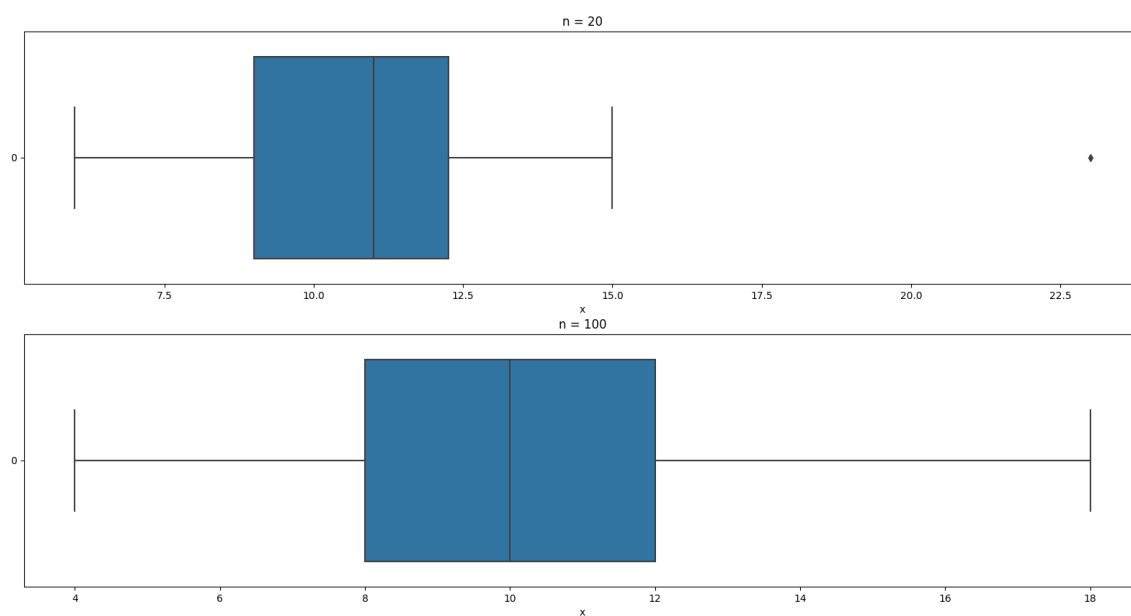


Рис. 4: Распределение Пуассона (4)

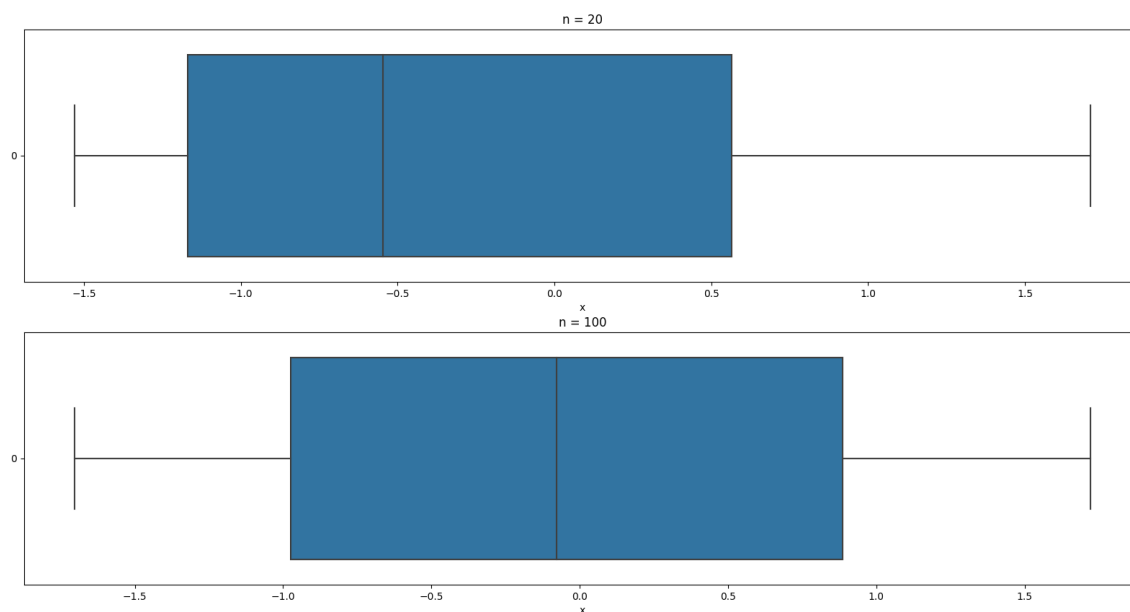


Рис. 5: Равномерное распределение (5)

## 5 Выводы

В процессе выполнения лабораторной работы был проведен анализ пяти уникальных распределений: нормальное, Коши, Стьюдента, Пуассона и равномерное. Были сгенерированы выборки разных объемов для каждого из них - 10, 50 и 1000 элементов. Были созданы гистограммы каждого распределения и нанесены на них графики плотности соответствующих распределений, что облегчило наглядное сопоставление формы распределения выборок с их теоретическими аналогами. Были также рассчитаны разные показатели положения и рассеяния для каждой выборки, включая выборочную среднюю величину, медиану, полусумму крайних элементов выборки, полусумму квартилей и усеченное среднее. Использовалась стандартная формула для оценки дисперсии.

На основании полученных данных были сделаны следующие выводы:

1. В случае нормального распределения, оценки показателей положения и рассеяния становятся ближе к их теоретическим значениям по мере увеличения размера выборки.
2. Для распределения Коши показатели положения и рассеяния менее стабильны и могут сильно отличаться от теоретических даже при больших размерах выборки.
3. Распределение Стьюдента при небольших размерах выборки также демонстрирует определенную нестабильность оценок, однако с увеличением размера выборки результаты становятся более точными.
4. Для распределения Пуассона и равномерного распределения, оценки показателей положения и рассеяния кажутся стабильными при любом объеме выборки.

5. В общем, выборочное среднее является наиболее чувствительным к экстремальным значениям по сравнению с медианой, особенно в меньших выборках. Однако с увеличением размера выборки, влияние этих экстремальных значений на среднее значение уменьшается. В то же время, медиана обычно более устойчива к выбросам и мало варьирует с изменением размера выборки.
6. Медиана является чувствительной к типу распределения: в нормальном и распределении Стьюдента медиана равна среднему, в распределении Коши она дает надежные, устойчивые к выбросам оценки, в Пуассоновском приближается к среднему, и в равномерном равна половине суммы минимального и максимального значений.