Санкт-Петербургский
Политехнический университет Петра Великого

Отчет по лабораторным работам №1-6
по дисциплине
"Математическая статистика"

Студент: Скворцов Владимир Сергеевич
Преподаватель: Баженов Александр Николаевич

Группа: 5030102/10201

Санкт-Петербург
2024

Содержание

1 Постановка задачи **2**

1.1 Коэффициент корреляции . . . 2

1.2 Простая линейная регрессия . . . 2

2 Теоретическое обоснование **2**

2.1 Двумерное нормальное распределение . . . 2

2.2 Корреляционный момент (ковариация) и коэффициент корреляции . . . 2

2.3 Выборочный коэффициент корреляции Пирсона . . . 3

2.4 Выборочный квадрантный коэффициент корреляции . . . 3

2.5 Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена . . . 3

2.6 Эллипсы рассеивания . . . 3

2.7 Метод наименьших квадратов . . . 3

2.8 Метод наименьших модулей . . . 4

3 Описание работы **4**

4 Результаты **4**

4.1 Коэффициент корреляции . . . 4

4.2 Простая линейная регрессия . . . 8

5 Выводы **13**

6 Постановка задачи **13**

6.1 Проверка гипотезы о законе распреде- ления генеральной совокупности. Метод хи-квадрат . . . 13

6.2 Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей . . . 13

7 Теоретическое обоснование **14**

7.1 Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Метод хи-квадрат . . . 14

7.1.1 Правило проверки гипотезы о законе распределения по методу χ^2 . . . 14

7.2 Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей . . . 14

7.2.1 Тест Фишера . . . 14

8 Описание работы **15**

9 Результаты **15**

9.1 Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Метод хи-квадрат . . . 15

9.2 Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей . . . 17

10 Выводы **17**

1 Постановка задачи

1.1 Коэффициент корреляции

Сгенерировать двумерные выборки размерами 20, 60, 100 для нормального двумерного распределения $N(x, y, 0, 0, 1, 1, \rho)$. Коэффициент корреляции ρ взять равным 0, 0.5, 0.9. Каждая выборка генерируется 1000 раз и для неё вычисляются: среднее значение, среднее значение квадрата и дисперсия коэффициентов корреля- ции Пирсона, Спирмена и квадрантного коэффициента корреляции. Повторить все вычисления для смеси нормальных распределений:

$$f(x, y) = 0.9N(x, y, 0, 0, 1, 1, 0.9) + 0.1N(x, y, 0, 0, 10, 10, -0.9).$$

Изобразить сгенерированные точки на плоскости и нарисовать эллипс равновероятности.

1.2 Простая линейная регрессия

Найти оценки коэффициентов линейной регрессии $y_i = a + bx_i + e_i$, используя 20 точек на отрезке $[-1.8; 2]$ с равномерным шагом равным 0.2. Ошибку e_i считать нормально распределённой с параметрами $(0, 1)$. В качестве эталонной зависимости взять $y_i = 2+2x_i+e_i$. При построении оценок коэффициентов использовать два критерия: критерий наименьших квадратов и критерий наименьших модулей. Проделать то же самое для выборки, у которой в значения y_1 и y_{20} вносятся возмущения 10 и -10.

2 Теоретическое обоснование

2.1 Двумерное нормальное распределение

Двумерная случайная величина (X, Y) называется распределённой нормально (или просто нормальной), если её плотность вероятности определена формулой

$$N(x, y, \bar{x}, \bar{y}, \sigma_x, \sigma_y, \rho) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma_x^2} - 2\rho\frac{(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sigma_y^2}\right]\right\} \quad (1)$$

Компоненты X, Y двумерной нормальной случайной величины также распределены нормально с математическими ожиданиями x, y и средними квадратическими отклонениями σ_x, σ_y соответственно.

Параметр ρ называется коэффициентом корреляции.

2.2 Корреляционный момент (ковариация) и коэффициент корреляции

Корреляционный момент, иначе ковариация, двух случайных величин X и Y:

$$K = \mathbf{cov}(X, Y) = \mathbf{M}[(X - \bar{x})(Y - \bar{y})] \quad (2)$$

Коэффициент корреляции ρ двух случайных величин X и Y:

$$\rho = \frac{K}{\sigma_x\sigma_y} \quad (3)$$

2.3 Выборочный коэффициент корреляции Пирсона

Выборочный коэффициент корреляции Пирсона:

$$r = \frac{\frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^2 \frac{1}{n}\sum(y_i - \bar{y})^2}} = \frac{K}{s_X s_Y}, \qquad (4)$$

где K, s_X^2, x_Y^2 — выборочные ковариации и дисперсии случайных величин X и Y.

2.4 Выборочный квадрантный коэффициент корреляции

Выборочный квадрантный коэффициент корреляции

$$r_Q = \frac{(n_1 + n_3) - (n_2 + n_4)}{n}, \qquad (5)$$

где n_1, n_2, n_3, n_4 — количество точек с координатами (x_i, y_i), попавшими, соответственно, в I, II, III, IV квадранты декартовой системы с осями $x' = x - \mathbf{med}x$, $y' = y - \mathbf{med}y$.

2.5 Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена

Обозначим ранги, соотвествующие значениям переменной X, через u, а ранги, соотвествующие значениям переменной Y, — через v.

Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена:

$$r_S = \frac{\frac{1}{n}\sum(u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum(u_i - \bar{u})^2 \frac{1}{n}\sum(v_i - \bar{v})^2}}, \qquad (6)$$

где $\bar{u} = \bar{v} = \frac{1+2+\cdots+n}{n} = \frac{n+1}{2}$ — среднее значение рангов.

2.6 Эллипсы рассеивания

Уравнение проекции эллипса рассеивания на плоскость xOy:

$$\frac{(x - \bar{x})^2}{\sigma_x^2} - 2\rho\frac{(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sigma_x \sigma_y} + \frac{(y - \bar{y})^2}{\sigma_y^2} = \text{const}. \qquad (7)$$

Центр эллипса 8 находится в точке с координатами (x, y); оси симметрии эллипса составляют с осью Ox углы, определяемые уравнением

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\rho\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}. \qquad (8)$$

2.7 Метод наименьших квадратов

При оценивании параметров регрессионной модели используют различные методы. Один из наиболее распрстранённых подходов заключается в следующем: вводится мера (критерий) рассогласования отклика и регрессионной функции, и оценки параметров регрессии определяются так, чтобы сделать это рассогласование наименьшим. Достаточно простые расчётные формулы для оценок получают при выборе критерия в виде суммы квадратов отклонений значений отклика от значений регрессионной функции (сумма квадратов остатков):

$$Q(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \to \min_{\beta_0, \beta_1}. \tag{9}$$

Задача минимизации квадратичного критерия (9) носит название задачи метода наименьших квадратов (МНК), а оценки β_0, β_1 параметров β_0, β_1, реализующие минимум критерия (9), называют МНК-оценками.

2.8 Метод наименьших модулей

Робастность оценок коэффициентов линейной регрессии (т.е. их устойчивость по отношению к наличию в данных редких, но больших по величине выбросов) может быть обеспечена различными способами. Одним из них является использование метода наименьших модулей вместо метода наименьших квадратов:

$$\sum_{i=1}^{n} |y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i| \to \min_{\beta_0, \beta_1}. \tag{10}$$

3 Описание работы

Лабораторные работы выполнены с использованием Python и его сторонних библиотек `numpy`, `pandas`, `matplotlib`, `seaborn` были построены гистограммы распределений и посчитаны характеристики пложения.

Ссылка на GitHub репозиторий: https://github.com/vladimir-skvortsov/spbstu-mathematical-statistics

4 Результаты

4.1 Коэффициент корреляции

$n = 20,\ \rho = 0$			
	r (4)	r_S (6)	r_Q (5)
Среднее	8.051×10^{-3}	8.633×10^{-3}	1.216×10^{-2}
Среднее квадратов	5.501×10^{-2}	5.418×10^{-2}	1.033×10^{-1}
Дисперсия	5.495×10^{-2}	5.410×10^{-2}	1.031×10^{-1}
$n = 20,\ \rho = 0.5$			
	r (4)	r_S (6)	r_Q (5)
Среднее	4.933×10^{-1}	4.674×10^{-1}	4.644×10^{-1}
Среднее квадратов	2.743×10^{-1}	2.534×10^{-1}	3.139×10^{-1}
Дисперсия	3.093×10^{-2}	3.496×10^{-2}	9.823×10^{-2}
$n = 20,\ \rho = 0.9$			
	r (4)	r_S (6)	r_Q (5)
Среднее	8.938×10^{-1}	8.646×10^{-1}	9.837×10^{-1}
Среднее квадратов	8.014×10^{-1}	7.527×10^{-1}	1.026
Дисперсия	2.454×10^{-3}	5.209×10^{-3}	5.804×10^{-2}
$n = 60,\ \rho = 0$			
	r (4)	r_S (6)	r_Q (5)
Среднее	8.143×10^{-3}	8.747×10^{-3}	8.485×10^{-3}
Среднее квадратов	1.709×10^{-2}	1.689×10^{-2}	3.111×10^{-2}
Дисперсия	1.703×10^{-2}	1.682×10^{-2}	3.104×10^{-2}
$n = 60,\ \rho = 0.5$			
	r (4)	r_S (6)	r_Q (5)
Среднее	4.985×10^{-1}	4.757×10^{-1}	4.668×10^{-1}
Среднее квадратов	2.585×10^{-1}	2.373×10^{-1}	2.504×10^{-1}
Дисперсия	1.000×10^{-2}	1.094×10^{-2}	3.256×10^{-2}
$n = 60,\ \rho = 0.9$			
	r (4)	r_S (6)	r_Q (5)
Среднее	8.979×10^{-1}	8.810×10^{-1}	9.937×10^{-1}
Среднее квадратов	8.069×10^{-1}	7.774×10^{-1}	1.004
Дисперсия	7.297×10^{-4}	1.202×10^{-3}	1.700×10^{-2}
$n = 100,\ \rho = 0$			
	r (4)	r_S (6)	r_Q (5)
Среднее	1.396×10^{-3}	8.326×10^{-5}	1.584×10^{-3}
Среднее квадратов	9.856×10^{-3}	9.848×10^{-3}	1.972×10^{-2}
Дисперсия	9.854×10^{-3}	9.848×10^{-3}	1.972×10^{-2}
$n = 100,\ \rho = 0.5$			
	r (4)	r_S (6)	r_Q (5)
Среднее	5.013×10^{-1}	4.812×10^{-1}	4.723×10^{-1}
Среднее квадратов	2.568×10^{-1}	2.375×10^{-1}	2.407×10^{-1}
Дисперсия	5.481×10^{-3}	6.013×10^{-3}	1.762×10^{-2}
$n = 100,\ \rho = 0.9$			
	r (4)	r_S (6)	r_Q (5)
Среднее	8.999×10^{-1}	8.866×10^{-1}	1.003
Среднее квадратов	8.103×10^{-1}	7.868×10^{-1}	1.017
Дисперсия	4.017×10^{-4}	6.665×10^{-4}	1.049×10^{-2}

Таблица 1: Характеристики нормального двумерного распределения

$n = 20$			
	r (4)	r_S (6)	r_Q (5)
Среднее	-7.987×10^{-2}	-7.020×10^{-2}	-6.336×10^{-2}
Среднее квадратов	5.968×10^{-2}	5.944×10^{-2}	1.112×10^{-1}
Дисперсия	5.330×10^{-2}	5.451×10^{-2}	1.072×10^{-1}
$n = 60$			
	r (4)	r_S (6)	r_Q (5)
Среднее	9.290×10^{-2}	-8.988×10^{-2}	-8.730×10^{-2}
Среднее квадратов	2.606×10^{-2}	2.553×10^{-2}	4.290×10^{-2}
Дисперсия	1.743×10^{-2}	1.745×10^{-2}	3.528×10^{-2}
$n = 100$			
	r (4)	r_S (6)	r_Q (5)
Среднее	-1.013×10^{-1}	-9.639×10^{-2}	-9.011×10^{-2}
Среднее квадратов	2.047×10^{-2}	1.984×10^{-2}	2.968×10^{-2}
Дисперсия	1.021×10^{-2}	1.054×10^{-2}	2.156×10^{-2}

Таблица 2: Характеристики смеси нормальных распределений

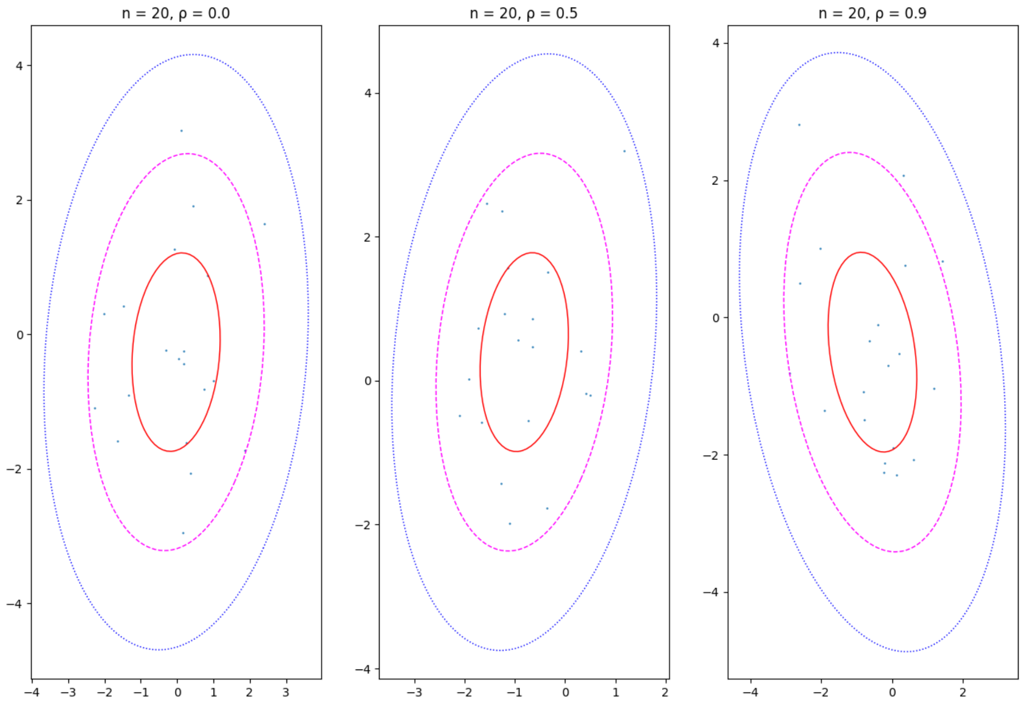

Рис. 1: Смесь нормальных распределений и эллипсы равновероятности ($n = 20$)

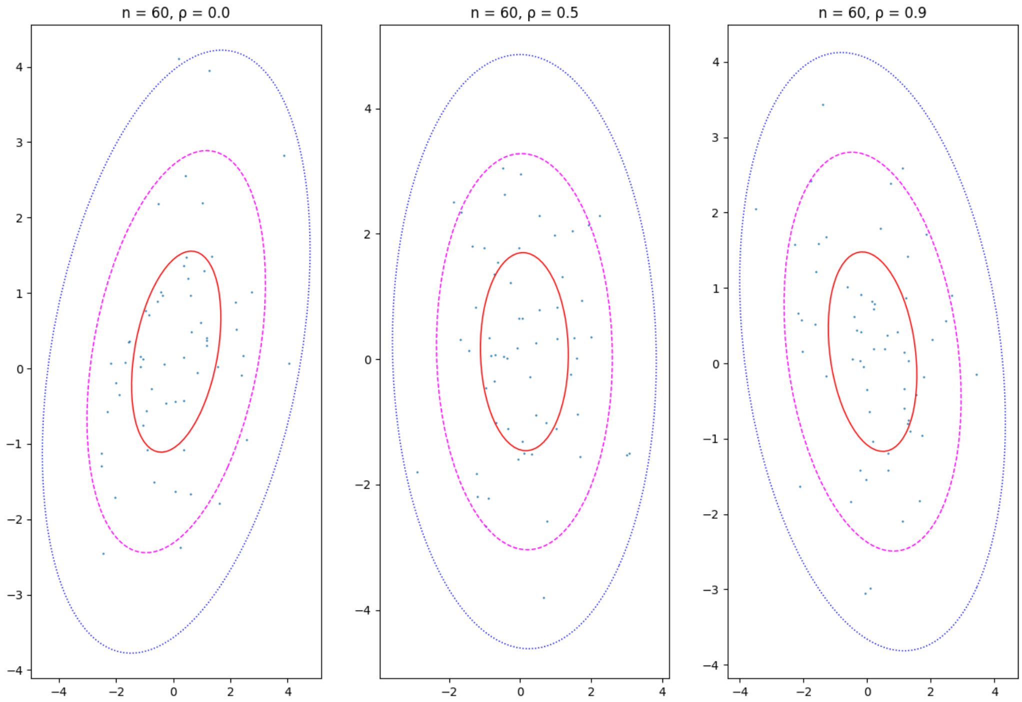

Рис. 2: Смесь нормальных распределений и эллипсы равновероятности ($n = 60$)

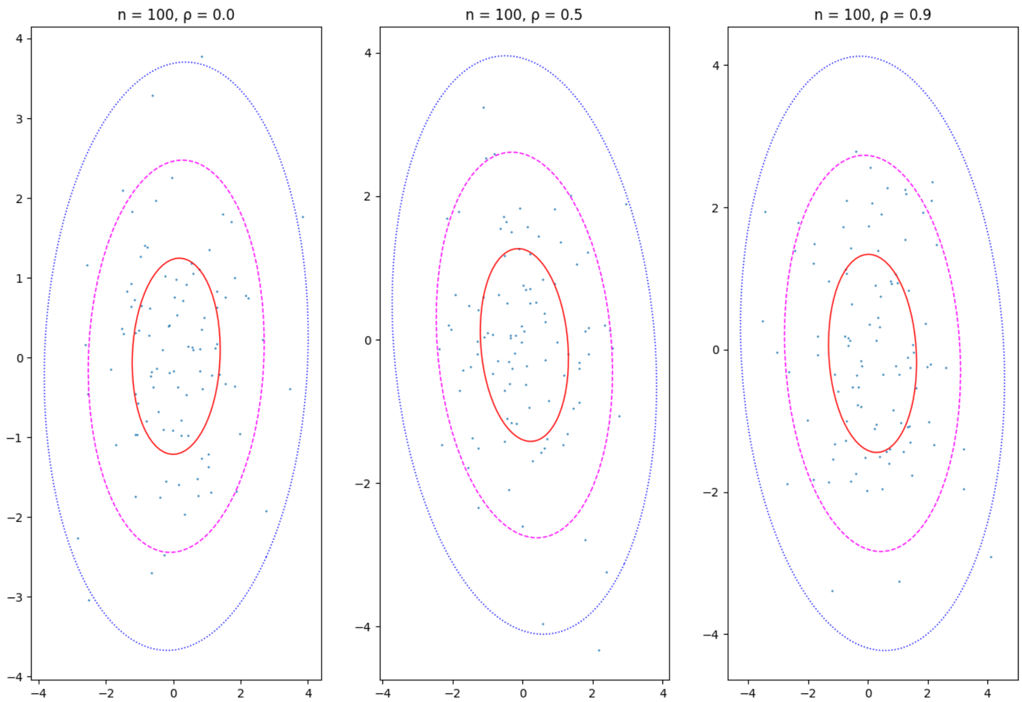

Рис. 3: Смесь нормальных распределений и эллипсы равновероятности ($n = 100$)

4.2 Простая линейная регрессия

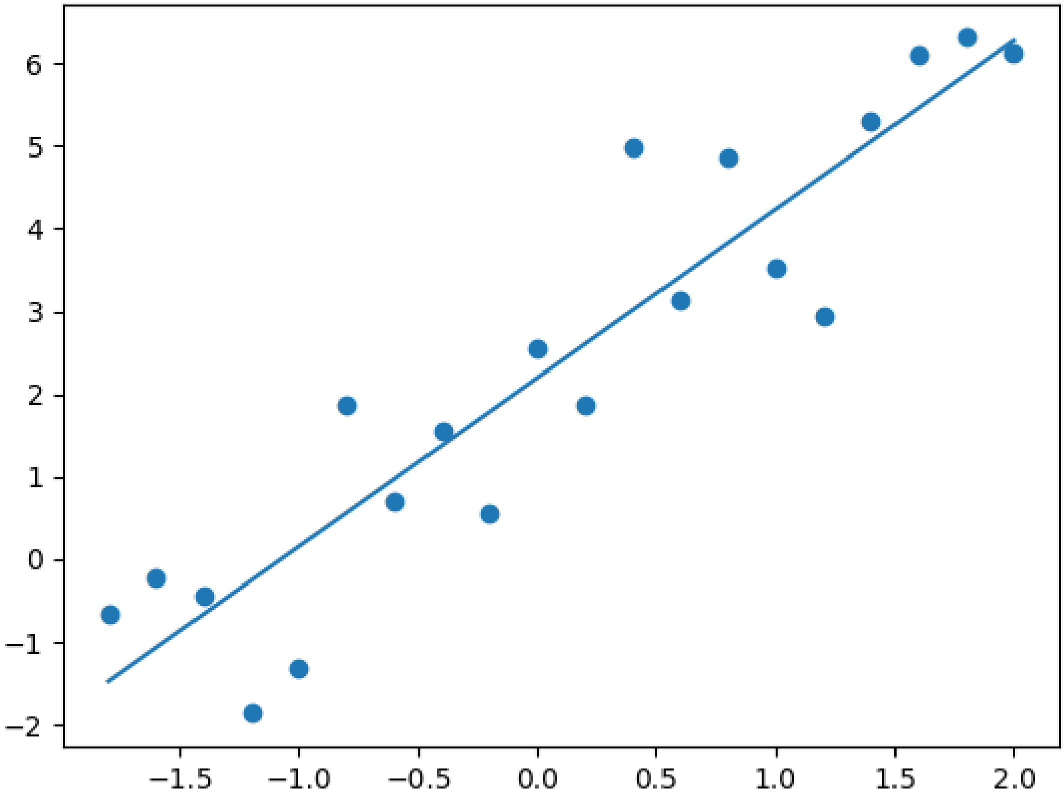

Рис. 4: Метод наименьших квадратов $(2.0388, 2.1955)$

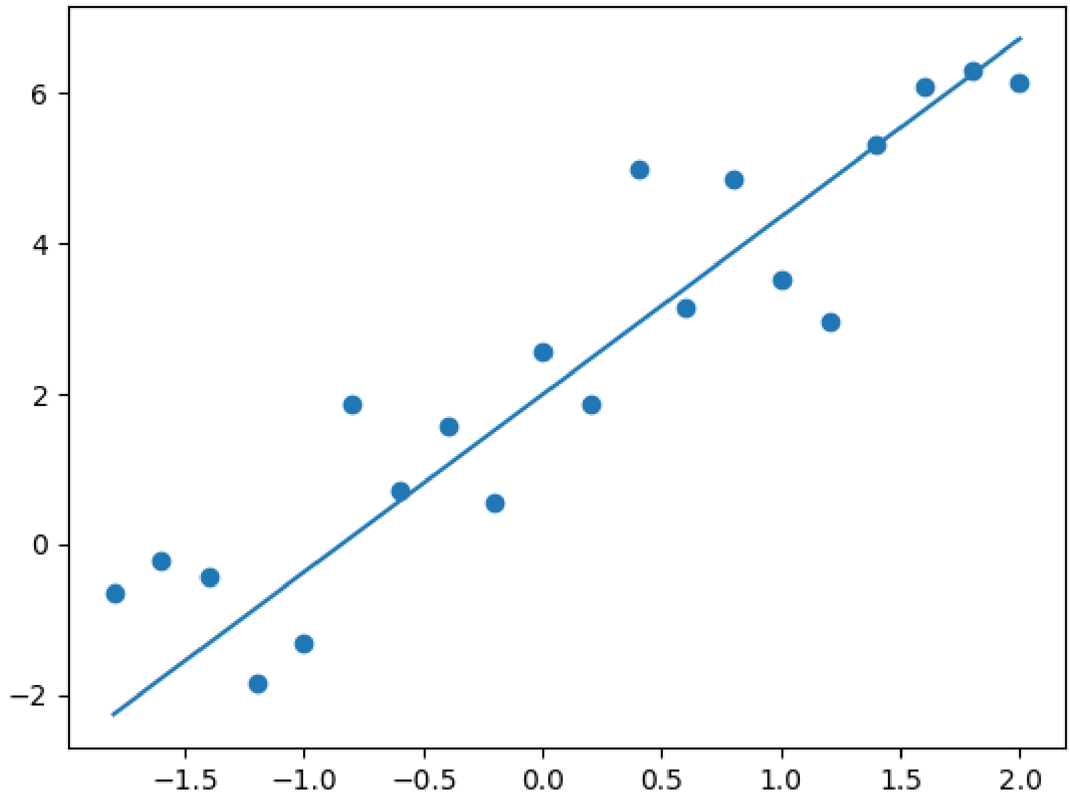

Рис. 5: Метод наименьших модулей $(2.3634, 1.9945)$

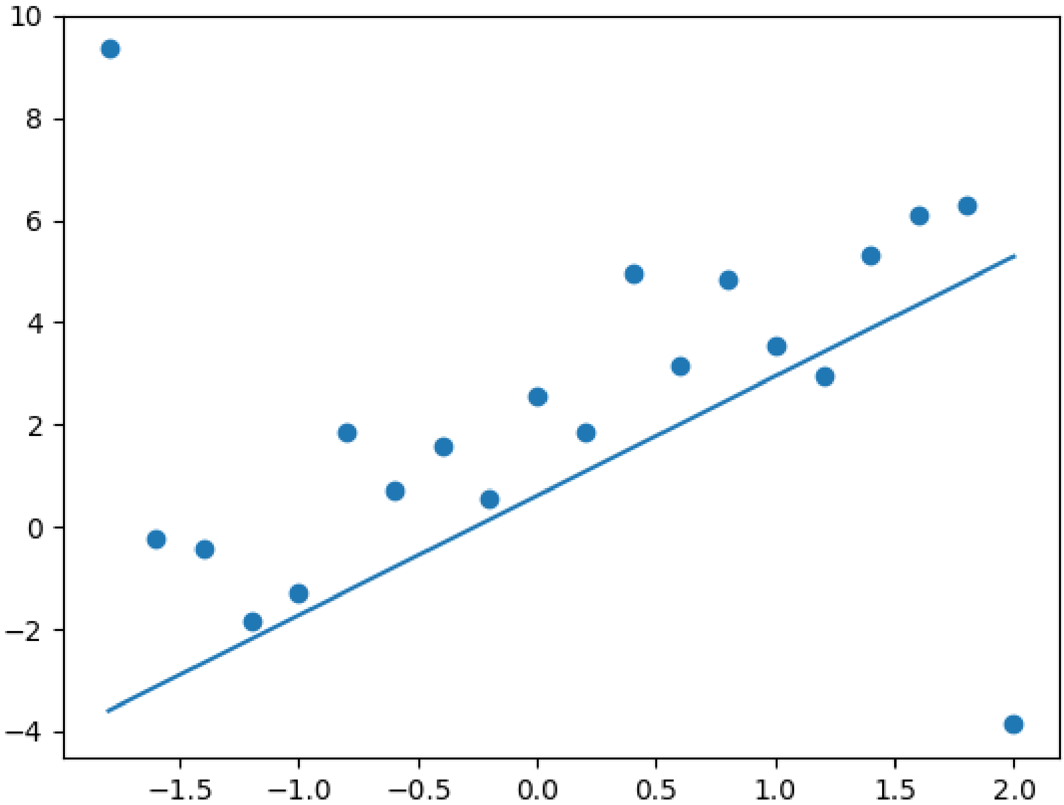

Рис. 6: Метод наименьших квадратов с возмущениями $(2.3383, 0.6102)$

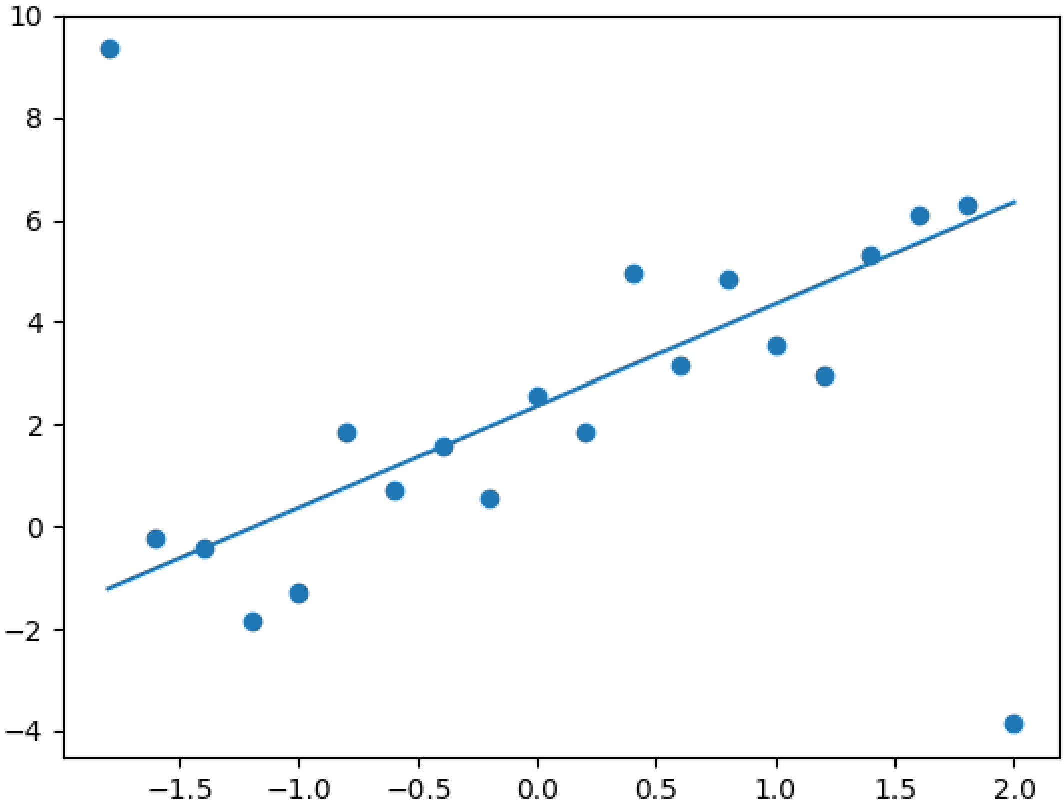

Рис. 7: Метод наименьших модулей с возмущениями $(1.9944, 2.3634)$

	a	a'	b	b'	Δa	Δb
МНК	2.0388	2.3383	2.1955	0.6102	1.3383	0.7221
МНМ	2.3634	1.9944	1.9945	2.3634	0.1561	0.1849

Таблица 3: Таблица коэффициентов

Здесь:

- $y = ax + b$ — уравнение линейной регресси для методов МНК и МНМ без выбросов
- $y = a'x + b'$ — уравнение линейной регресси для методов МНК и МНМ с выбросами
- $\Delta a = \frac{|a-a'|}{a}$
- $\Delta b = \frac{|b-b'|}{b}$

5 Выводы

На основе полученных характеристик (включая среднее значение, среднее значение квадрата и дисперсию) для различных коэффициентов корреляции и размеров выборки, можно сделать следующие наблюдения:

1. При увеличении размера выборки повышается точность оценок, что видно по уменьшению дисперсий коэффициентов корреляции. Это соответствует принципам центральной предельной теоремы и закона больших чисел.

2. При увеличении коэффициента корреляции ρ, средние значения коэффициентов Пирсона, Спирмена и квадратичного коэффициента корреляции тоже увеличиваются. Это указывает на прямую связь между ρ и другими коэффициентами корреляции.

Из результатов оценок коэффициентов линейной регрессии при использовании двух критериев (критерий наименьших квадратов и критерий наименьших модулей) можно сделать следующие выводы:

1. Метод наименьших квадратов показал себя эффективно в случае, когда нет значительных выбросов в данных, в то время как метод наименьших модулей проявил себя лучше в присутствии значительных возмущений.

2. Важно выбирать метод, исходя из особенностей данных. Если в данных присутствуют выбросы, метод наименьших модулей будет предпочтительнее из-за его устойчивости к выбросам.

6 Постановка задачи

6.1 Проверка гипотезы о законе распреде- ления генеральной совокупности. Метод хи-квадрат

Создать распределения согласно нормальному, распределению Стьюдента и равномерному распределению с мощностями выборки $n = 20, 100$.

Провести исследование по методу χ^2.

6.2 Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей

Мощность нормального распределения $N = 100$.

1. Выбрать две выборки мощностью 20 и 40

2. Выбрать две выборки мощностью 20 и 100

Провести исследование по методу теста Фишера для случаев 1 и 2.

7 Теоретическое обоснование

7.1 Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Метод хи-квадрат

7.1.1 Правило проверки гипотезы о законе распределения по методу χ^2

1. Выбираем уровень значимости α,

2. По таблице находим квантиль $\chi^2_{1-\alpha}(k-1)$ распределения хи-квадрат с $k-1$ степенями свободы порядка $1-\alpha$,

3. С помощью гипотетической функции распределения $F(x)$ вычисляем вероятности $p_i = P(X \in \Delta_i),\ i \in \overline{1, k}$,

4. Находим частоты n_i попадания элементов выборки в подмножества $\Delta_i,\ i \in \overline{1, k}$.

5. Вычисляем выборочное значение статистики критерия χ^2:

$$x_B^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

6. Сравниваем χ_B^2 и квантиль $\chi^2_{1-\alpha}(k-1)$.

   (a) Если $\chi_B^2 < \chi^2_{1-\alpha}(k-1)$, то гипотеза H_0 на данном этапе проверки принимается.

   (b) Если $\chi_B^2 \geqslant \chi^2_{1-\alpha}(k-1)$, то гипотеза H_0 отвергается, выбирается одно из альтернативных распределений, и процедура проверки повторяется.

7.2 Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей

Несмещенные оценки дисперсий:

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(x_i - \bar{x})^2;\ s_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{m}(y_i - \bar{y})^2; \tag{11}$$

Статистика критерия Фишера:

$$F = s_X^2 / s_Y^2 \tag{12}$$

7.2.1 Тест Фишера

1. Вычисляем несмещенные оценки дисперсий (11),

2. Выбираем статистику критерия (12),

3. Выбираем уровень значимости α,

4. По таблице квантиль $F_{1-\frac{\alpha}{2}}(k_1, k_2)$ распределения Фишера.

5. Вычисляем выборочное значение F_V статистики критерия.

6. Сравниваем F_B и $F_{1-\frac{\alpha}{2}}(k_1, k_2)$. Если $F_B < F_{1-\frac{\alpha}{2}}(k_1, k_2)$, то гипотеза H_0 на выбранном уровне значимости α принимается. В противном случае — отвергается.

8 Описание работы

Лабораторные работы выполнены с использованием Python и его сторонних библиотек `numpy`, `pandas`, `matplotlib`, `seaborn` были построены гистограммы распределений и посчитаны характеристики пложения.

Ссылка на GitHub репозиторий: https://github.com/vladimir-skvortsov/spbstu-mathematical-statistics

9 Результаты

9.1 Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Метод хи-квадрат

Пределы	n_i	p_i	np_i	$n_i - np_i$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
$(-2.5687, -1.5801)$	3	0.0519	1.0385	1.9614	3.7044
$(-1.5801, -0.5916)$	7	0.2200	4.4002	2.5997	1.5359
$(-0.5916, 0.3969)$	4	0.3772	7.5447	-3.5447	1.6654
$(0.3969, 1.3854)$	5	0.2627	5.2552	-0.2552	0.0123
$(1.3854, 2.3740)$	1	0.0741	1.4831	-0.4831	0.1573

Таблица 4: Результаты проверки гипотезы нормального распределения $n = 20$

$\chi^2_B = 7.0756$, $\chi^2_{1-\alpha}(k-1) = 9.4877$, гипотеза принята.

Пределы	n_i	p_i	np_i	$n_i - np_i$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
$(-2.6787, -1.8684)$	5	0.0271	2.7153	2.2846	1.9222
$(-1.8684, -1.0582)$	12	0.1141	11.4130	0.5869	0.0301
$(-1.0582, -0.2479)$	22	0.2571	25.7101	-3.7101	0.5353
$(-0.2479, 0.5622)$	27	0.3109	31.0957	-4.0957	0.5394
$(0.5622, 1.3725)$	25	0.2020	20.2012	4.7987	1.1399
$(1.3725, 2.1827)$	8	0.0704	7.0423	0.9576	0.1302
$(2.1827, 2.9930)$	0	0.0131	1.3145	-1.3145	1.3145
$(2.9930, 3.8032)$	1	0.0013	0.1309	0.8690	5.7660

Таблица 5: Результаты проверки гипотезы нормального распределения $n = 100$

$\chi^2_B = 11.3779$, $\chi^2_{1-\alpha}(k-1) = 14.0671$, гипотеза принята.

Пределы	n_i	p_i	np_i	$n_i - np_i$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
$(-2.3720, -1.5223)$	2	0.0598	1.1975	0.8024	0.5377
$(-1.5223, -0.6726)$	3	0.1787	3.5750	-0.5750	0.0924
$(-0.6726, 0.1770)$	11	0.3102	6.2056	4.7943	3.7039
$(0.1770, 1.0266)$	2	0.2671	5.3427	-3.3427	2.0914
$(1.0266, 1.8763)$	2	0.1193	2.3869	-0.3869	0.0627

Таблица 6: Результаты проверки гипотезы распределения Стьюдента $n = 20$

$\chi_B^2 = 6.4882$, $\chi_{1-\alpha}^2(k-1) = 9.4877$, гипотеза принята.

Пределы	n_i	p_i	np_i	$n_i - np_i$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
$(-3.7782, -2.8816)$	1	0.0063	0.6363	0.3636	0.2078
$(-2.8816, -1.9850)$	1	0.0294	2.9447	-1.9447	1.2843
$(-1.9850, -1.0885)$	7	0.1133	11.3338	-4.3338	1.6571
$(-1.0885, -0.1919)$	31	0.2748	27.4867	3.5132	0.4490
$(-0.1919, 0.7046)$	26	0.3256	32.5625	-6.5625	1.3225
$(0.7046, 1.6012)$	24	0.1783	17.8349	6.1650	2.1311
$(1.6012, 2.4978)$	9	0.0544	5.4420	3.5579	2.3260
$(2.4978, 3.3944)$	1	0.0123	1.2364	-0.2364	0.0452

Таблица 7: Результаты проверки гипотезы распределения Стьюдента $n = 100$

$\chi_B^2 = 9.4234$, $\chi_{1-\alpha}^2(k-1) = 14.0671$, гипотеза принята.

Пределы	n_i	p_i	np_i	$n_i - np_i$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
$(0.0029, 0.1950)$	5	0.1920	3.8416	1.1583	0.3492
$(0.1950, 0.3871)$	1	0.1920	3.8416	-2.8416	2.1019
$(0.3871, 0.5791)$	0	0.1920	3.8416	-3.8416	3.8416
$(0.5791, 0.7712)$	6	0.1920	3.8416	2.1583	1.2125
$(0.7712, 0.9633)$	8	0.1920	3.8416	4.1583	4.5010

Таблица 8: Результаты проверки гипотезы равномерного распределения $n = 20$

$\chi^2_B = 12.0065$, $\chi^2_{1-\alpha}(k-1) = 9.4877$, гипотеза отвергнута.

Пределы	n_i	p_i	np_i	$n_i - np_i$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
$(0.0101, 0.1331)$	13	0.1230	12.3026	0.6973	0.0395
$(0.1331, 0.2561)$	9	0.1230	12.3026	-3.3026	0.8865
$(0.2561, 0.3792)$	14	0.1230	12.3026	1.6973	0.2341
$(0.3792, 0.5022)$	12	0.1230	12.3026	-0.3026	0.0074
$(0.5022, 0.6252)$	9	0.1230	12.3026	-3.3026	0.8865
$(0.6252, 0.7482)$	17	0.1230	12.3026	4.6973	1.7935
$(0.7482, 0.8713)$	12	0.1230	12.3026	-0.3026	0.0074
$(0.8713, 0.9943)$	14	0.1230	12.3026	1.6973	0.2341

Таблица 9: Результаты проверки гипотезы равномерного распределения $n = 100$

$\chi^2_B = 4.0895$, $\chi^2_{1-\alpha}(k-1) = 14.0671$, гипотеза принята.

9.2 Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей

	s^2_X	s^2_Y	F_B	$F_{1-\frac{\alpha}{2}}(k_1, k_2)$	Результат
20 и 40	1.1089	1.1037	1.0047	2.096	Принимается
20 и 100	1.1089	0.8928	1.2420	1.8696	Принимается

Таблица 10: Результаты теста Фишера

10 Выводы

В разделе, посвященном проверке гипотезы о законе распределения генеральной совокупности с использованием метода хи-квадрат, принимаются гипотезы о нормализации распределения при объеме выборки $n = 20$, о распределении Стьюдента при $n = 20$, а также о равномерном распределении для выборок с $n = 20$ и $n = 100$. Однако гипотезы о нормализации и распределении Стьюдента при $n = 100$ отклоняются.

При проверке гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей наблюдается наблюдается следующая ситуация. Гипотезы о равенстве дисперсий для выборок мощностью 20 и 40, а также 20 и 100 принимаются по результатам теста Фишера. Это свидетельствует о том, что различия в дисперсиях этих выборок не являются статистически значимыми, следовательно, можно предположить, что эти выборки могут исходить из одной и той же генеральной совокупности.