Projet Série Temporelles

AHOUMENOU Onel, DEVIGNAC Vladimir, DURAND Arnaud

Packages

```
# Cette commande permet d'installer scikit-learn.
# Après l'installation, il faut la mettre en commentaire et redemarrer
le noyau
# !pip install scikit-learn

# Packages généraux (tableaux, importation et visualisation des
données)
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

# Fonctions pour la standardisation, le rmse/mse et la regression
linéaire
from sklearn.preprocessing import StandardScaler
from sklearn.metrics import mean_squared_error
from sklearn.linear_model import LinearRegression

# Fonctions pour la visualisation de l'autocorrelation et
l'autocorrelation partielle
from statsmodels.graphics.tsaplots import plot_acf, plot_pacf

# Fonctions pour le test de stationnarité
from statsmodels.tsa.stattools import adfuller

# Modèle ARIMA
from statsmodels.tsa.arima.model import ARIMA
```

Introduction

Dans ce projet, nous allons illustrer sur un jeu de données concret les méthodes étudiées au cours. Nos données proviennent du site kaggle https://www.kaggle.com/datasets/aminesnoussi/air-pollution-dataset. Il traite de la pollution de l'air à Pekin entre le 02 Janvier 2010 et le 31 Décembre 2014.

L'objectif est donc de prédire la pollution futur à l'aide des données passées en suivant le plan suivant:

5. Prédiction des valeurs futures
6. Evaluation de la précision de prédiction

Pré-traitement des données

Analyse de la base de données

```
# Importation des données

data = pd.read_csv("air_pollution.csv", index_col='date',
parse_dates=True)
data.head()
```

```
            pollution_today        dew       temp        press
wnd_spd  \
date

2010-01-02       145.958333  -8.500000  -5.125000  1024.750000
24.860000
2010-01-03        78.833333 -10.125000  -8.541667  1022.791667
70.937917
2010-01-04        31.333333 -20.875000 -11.500000  1029.291667
111.160833
2010-01-05        42.458333 -24.583333 -14.458333  1033.625000
56.920000
2010-01-06        56.416667 -23.708333 -12.541667  1033.750000
18.511667

                 snow  rain  pollution_yesterday
date
2010-01-02   0.708333   0.0            10.041667
2010-01-03  14.166667   0.0           145.958333
2010-01-04   0.000000   0.0            78.833333
2010-01-05   0.000000   0.0            31.333333
2010-01-06   0.000000   0.0            42.458333
```

Isolation de la variable cible "pollution_today"

```
pollution = data['pollution_today']

# Nombre de valeurs manquantes

pollution.isna().sum()
```

```
0
```

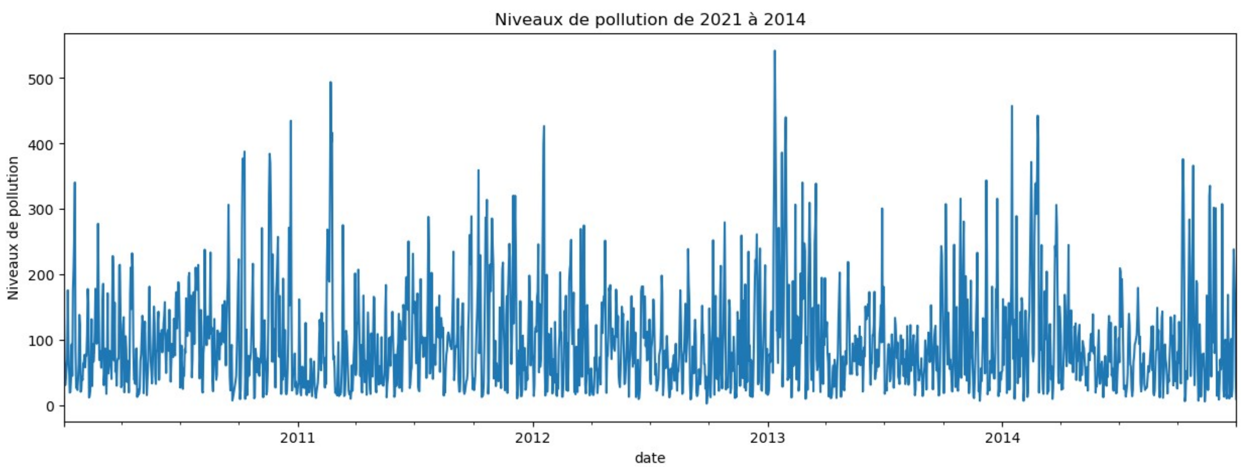
Il n'y a aucune valeur manquante.

```
#  Quelques statistiques utiles

pollution.describe()
```

```
count    1825.000000
mean       98.245080
std        76.807697
min         3.166667
25%        42.333333
50%        79.166667
75%       131.166667
max       541.895833
Name: pollution_today, dtype: float64
```

Affichage de la série temporelle

```
plt.figure(figsize=(15, 5))
pollution.plot()
plt.ylabel("Niveaux de pollution")
plt.title("Niveaux de pollution de 2021 à 2014")
plt.show()
```



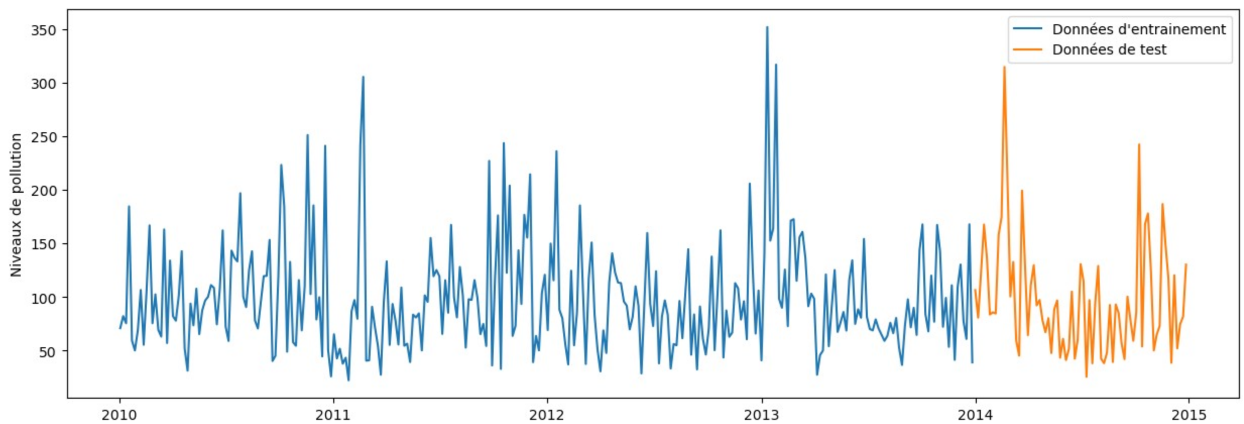
Séparation entrainement - test des données

Afin de faciliter nos analyses tout en gardant une quantité de données satisfaisante, nous allons travailler sur des moyennes de 5 jours

```
# Rééchantillonage sur 5 jours
y = pollution.resample('5D').mean()
```

Nous allons entrainer le(s) futur(s) modèle(s) sur les données de 2010 à 2013 inclus et procéder à l'évalution du(des) dit(s) modèle(s) sur les données de 2014.

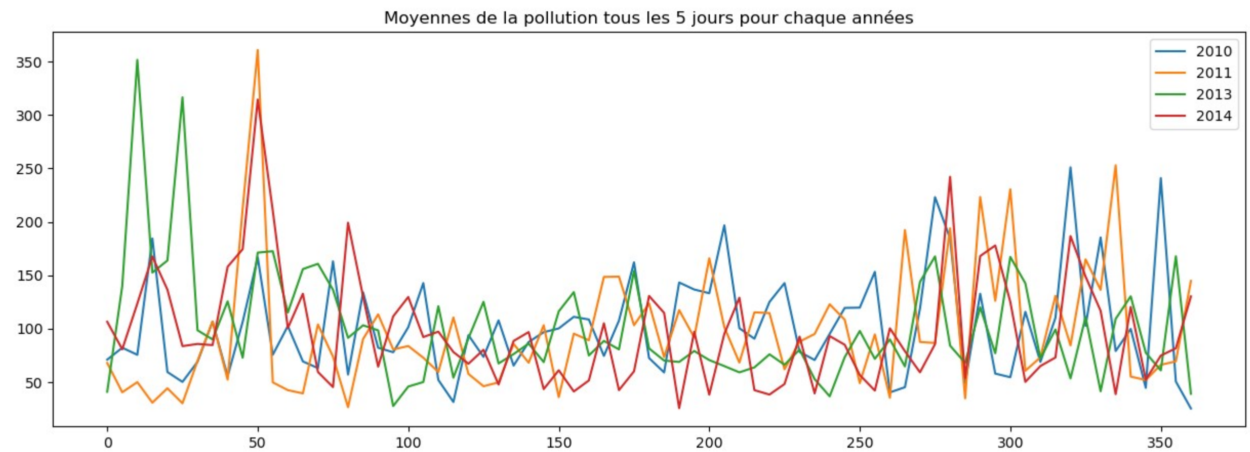
```
# Données d'entrainement
X_train = y['2010':'2013'].index
y_train = np.array(y['2010':'2013'])

# Données de test
X_test = y['2014':].index
y_test = np.array(y['2014':])

#Visualisation
plt.figure(figsize=(15, 5))
plt.plot(X_train, y_train, label="Données d'entrainement")
plt.plot(X_test, y_test, label="Données de test")
plt.ylabel("Niveaux de pollution")
plt.legend()
plt.show()
```



Gestion de la non-stationnarité

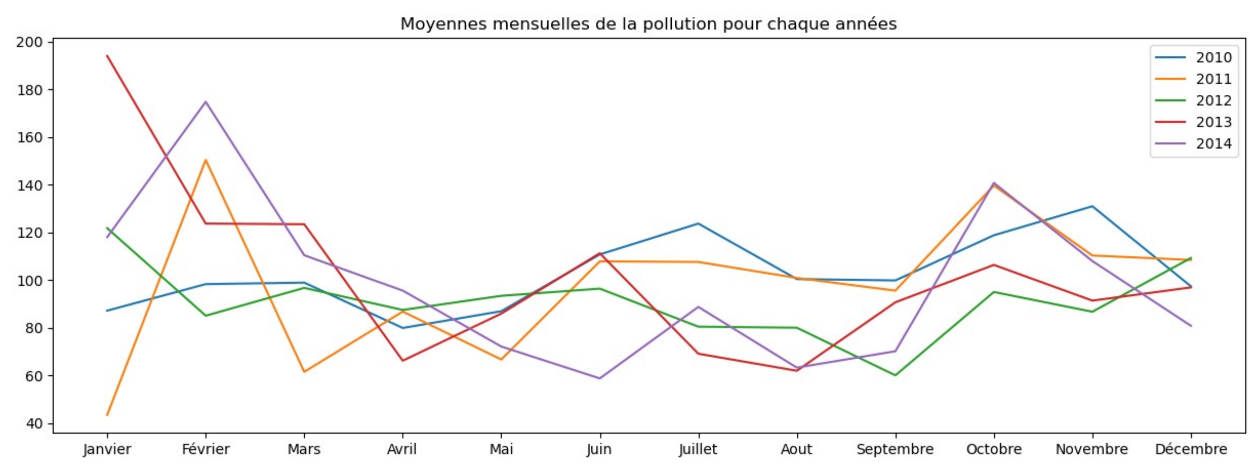
Affichage de la série par années

```
années = ['2010', '2011', '2013', '2014']
x = [5*i for i in range(len(y)//5)]

plt.figure(figsize=(15, 5))
for an in années:
    plt.plot(x, pollution[an].resample('5D').mean(), label=an)
plt.legend()
plt.title("Moyennes de la pollution tous les 5 jours pour chaque 
années")
plt.show()
```



La visualisation du graphe précendant étant difficile, nous allons le reprendre en faisant cette fois ci des moyennes mensuelles.

```
mois = ['Janvier', 'Février', 'Mars', 'Avril', 'Mai', 'Juin',
'Juillet', 'Aout', 'Septembre', 'Octobre', 'Novembre', 'Décembre']
années = ['2010', '2011', '2012', '2013', '2014']

plt.figure(figsize=(15, 5))
for an in années:
    plt.plot(mois, pollution[an].resample('ME').mean(), label=an)
plt.legend()
plt.title("Moyennes mensuelles de la pollution pour chaque années")
plt.show()
```



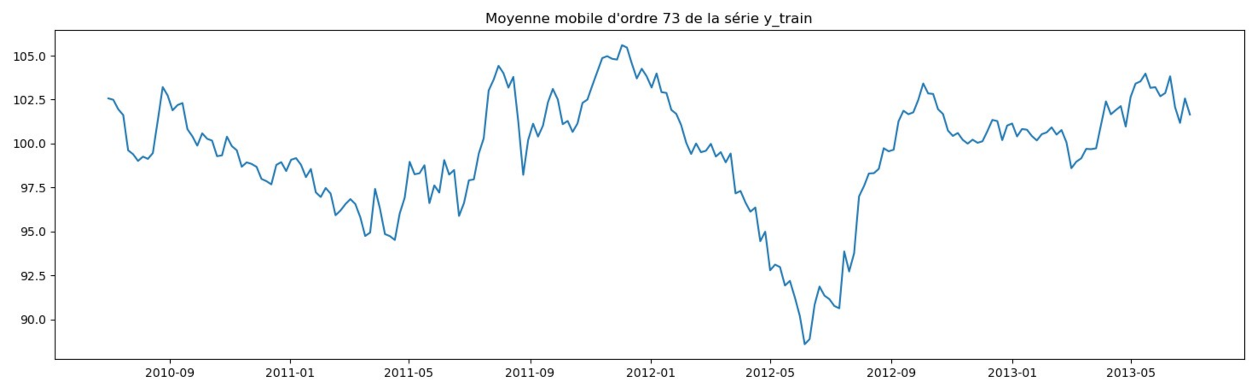
Par analyse visuelle du graphe précédent on fait l'hypothèse de la présence d'une saisonnalité annuelle.

Nous allons donc utiliser à partir d'ici uniquement les données d'entrainement X_train et y_train.

Estimation de la saisonnalité

Nous allons eliminer la saisonnalité à l'aide d'une moyenne mobile d'ordre 73 (5*73 = 365 pour 365 jours par an)

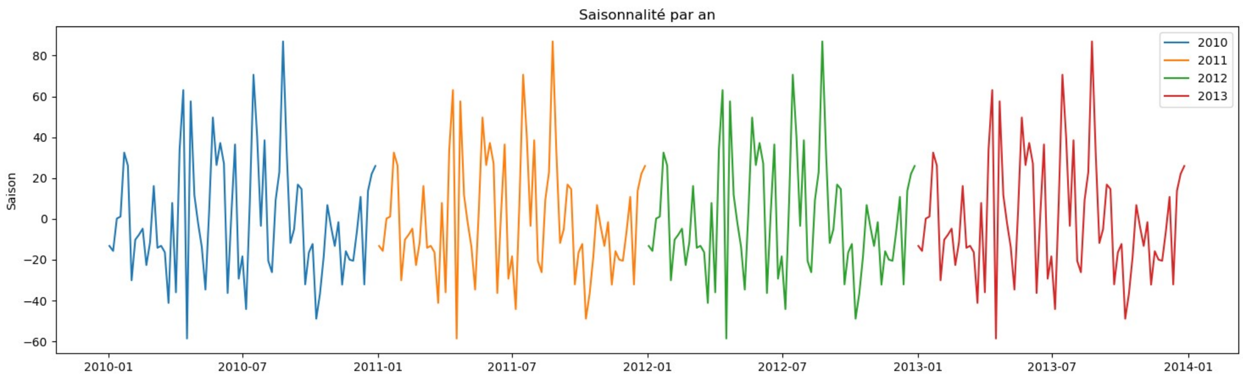
```
def moving_average(x, p):
    x.shape = len(x)
    return np.convolve(x, np.ones(p), "valid") / p # retourne

p = 73  # période de la moyenne mobile

y_train_sans_saison = moving_average(y_train, 73)

plt.figure(figsize=(18, 5))
plt.plot(X_train[(p-1)//2 : -(p-1)//2],y_train_sans_saison)
plt.title("Moyenne mobile d'ordre 73 de la série y_train")
plt.show()
```



Nous allons determiner les coefficients de saisonnalité centrés.

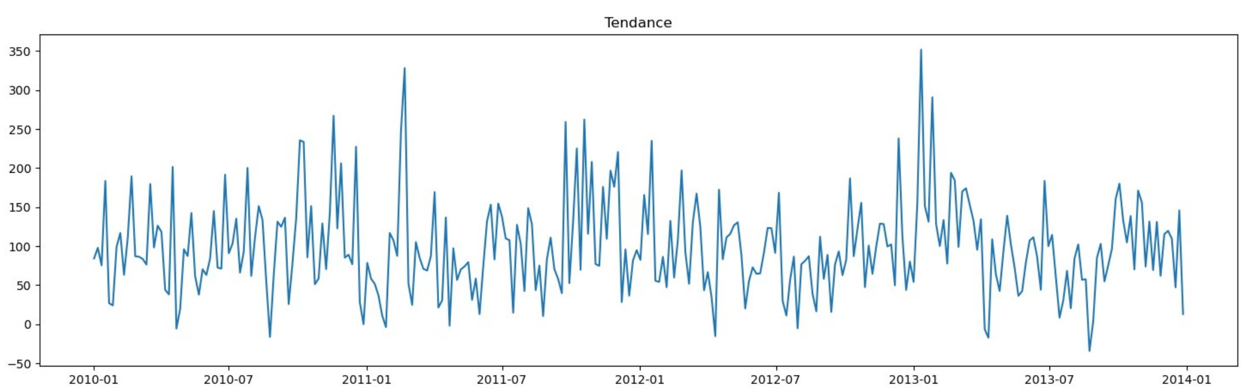
```
# On retire aux valeurs de bases les valeurs dénuées de saisonnalités
serie_corrigee = y_train[(p-1)//2:-(p-1)//2] - y_train_sans_saison

# On calcule les coefficients de saisonnalité en faisant des moyennes
# de chaque valeurs dont l'index est congru à i modulo p = 73 pour  i
dans [0; 72]
saisonnalite = [np.mean([serie_corrigee[j] for j in range(0,
len(y_train_sans_saison)) if j%p == i]) for i in range(p)]

# On centre les valeurs obtenues
moy = np.mean(saisonnalite)
for i in range(len(saisonnalite)):
    saisonnalite[i] = saisonnalite[i] - moy

# On concatène les valeurs de saisonnalité pour matcher la longueur
des données
saison = [saisonnalite[i%73] for i in range(len(y_train))]
```

```
# Visualisation

plt.figure(figsize=(18,5))
for i in range(4): # 4 pour 4 années
    plt.plot(X_train[73*i:73*(i+1)],saison[73*i:73*(i+1)],
label=années[i])
plt.legend()
plt.ylabel("Saison")
plt.title("Saisonnalité par an")
plt.show()
```



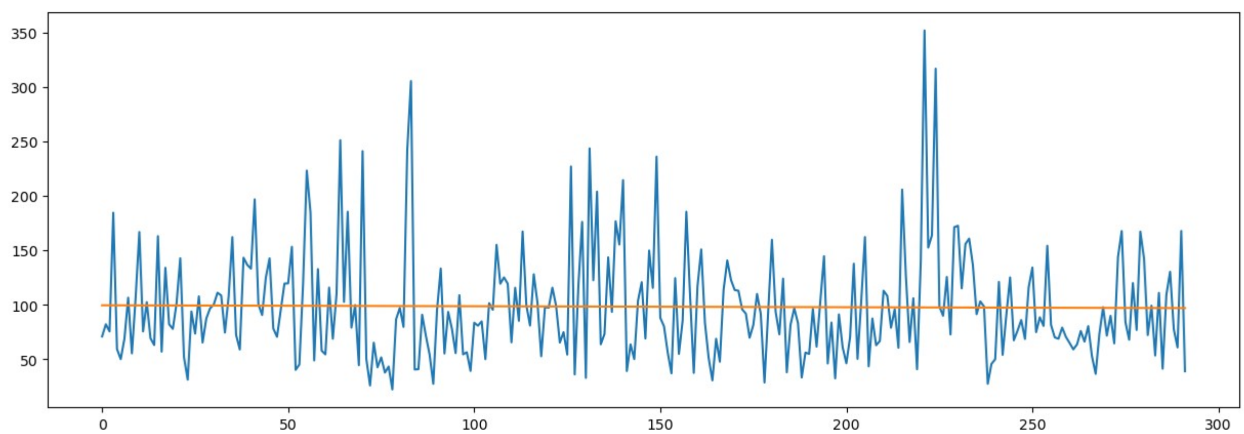
Estimation de la tendance

```
# On retire aux données la saisonnalité
tendance = y_train - saison

# Visualisation
plt.figure(figsize=(18, 5))
plt.plot(X_train, tendance)
plt.title("Tendance")
plt.show()
```



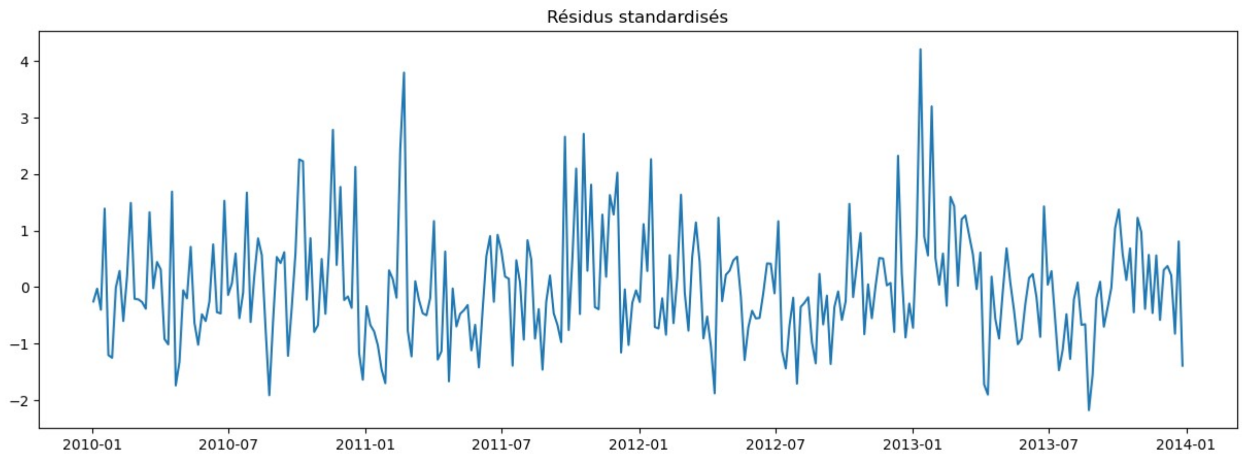
Modelisation de la tendance

```
# On remplace les dates par le temps t allant de 0 à T=len(y_train),
avec t un entier naturel
Xt_train = np.array([i for i in range(len(y_train))])

# On procède à un changement de dimension demandé par Python pour la
régression
Xt_train.shape = (len(Xt_train), 1)

# Régréssion linéaire
modele_tendance = LinearRegression().fit(Xt_train, tendance)
fitted_values = modele_tendance.predict(Xt_train)

# Visualisation
plt.figure(figsize=(15,5))
plt.plot(y_train)
plt.plot(fitted_values)
plt.show()
```



Calcul et standartisation des résidus

```
# On calcul les résidus en retirant des données la tendance modélisée
et la saisonnalité
residus = y_train - fitted_values - saison
residus.shape = (len(residus), 1)          # Même changement de
dimension que précédemment

# Standartisation des résidus: on retire la moyenne et divise par la
variance
residus_standards = StandardScaler().fit_transform(residus)

# Visualisation
plt.figure(figsize=(15,5))
plt.plot(X_train,residus_standards)
plt.title("Résidus standardisés")
plt.show()
```



Test de stationnarité: test de Dickey-Fuller

L'hypothèse nulle de ce test est que la série n'est pas stationnaire.

On rentre les données et le type de régréssion: ici "n" signifie que l'on ni saisons, ni tendance.

```
adfuller(residus_standards, regression="n")
```

```
(-7.668757355893761,
 1.8669570560914258e-12,
 2,
 289,
 {'1%': -2.5735197583841187,
  '5%': -1.9419684074895862,
  '10%': -1.6159324128697468},
 778.129939788668)
```

Intepprétation des résulats :

Les valeurs obtenus représentent (dans l'ordre):

- La statistique de test
- La P-valeur du test
- Le nombre de lag utilisés
- Le nombre de valeurs utilisés
- La valeur critique du test pour les niveaux 1%, 5% et 10%
- La valeur de l'AIC

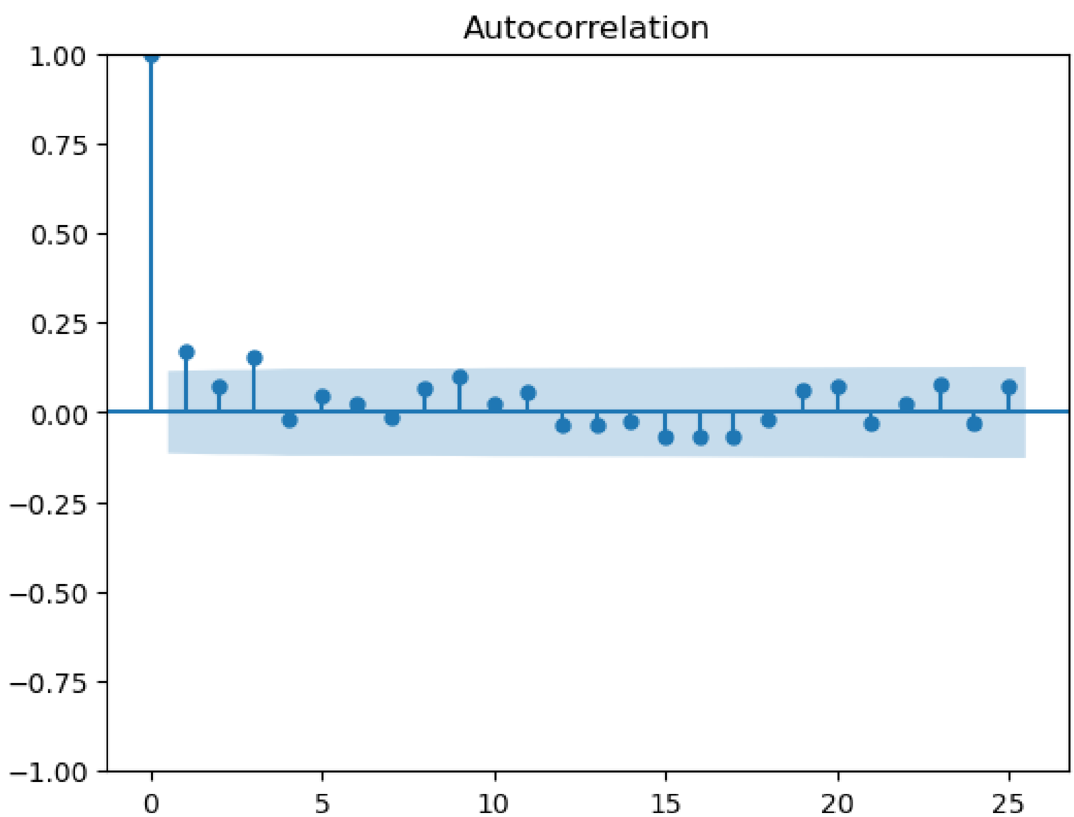
La P-valeur du test $1.8669*10^-12$ étant inférieur à 0.05 et la statistique de test $-7,6687$ étant inférieur à la valeur au seuil critique à 1% $-2,5735$, on rejete l'hypothèse de non stationnarité avec une précision de 1%.

La série obtenue est donc bien stationnaire.

Identification du modèle probabiliste

Analyse de l'auto correlation

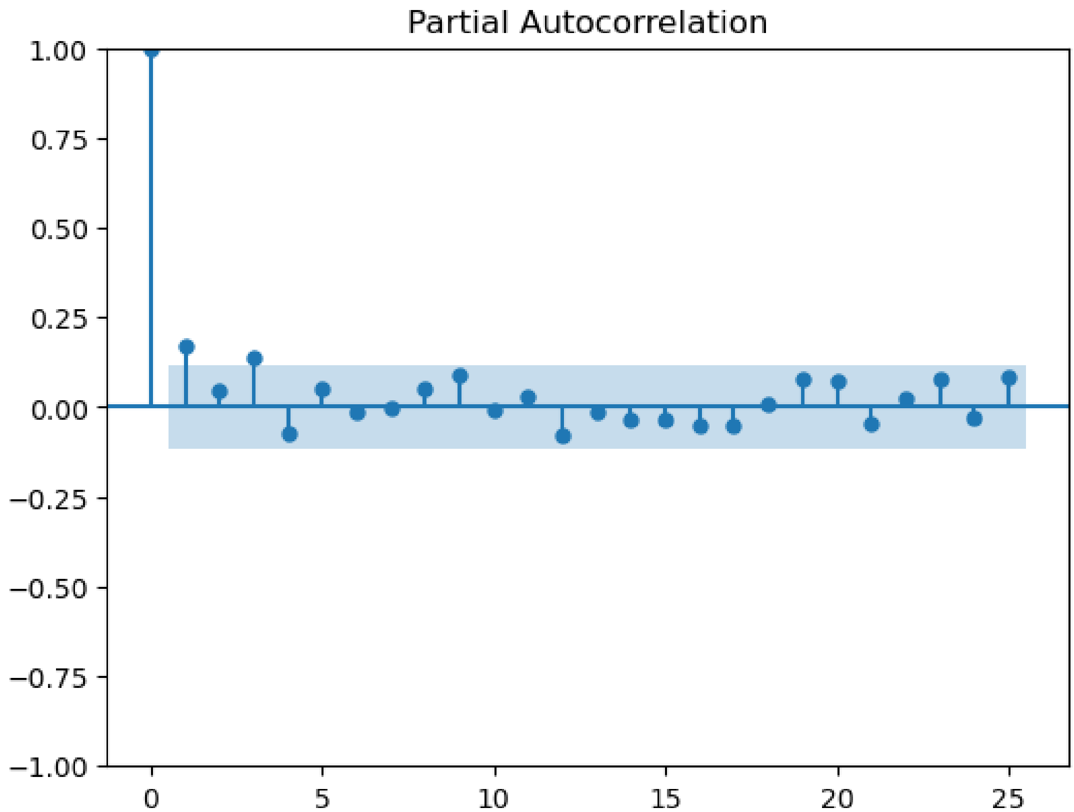
```
plot_acf(residus_standards)
plt.show()
```



On observe qu'un modèle MA(3) serait adapté à nos données

Analyse de l'auto correlation partielle

```
plot_pacf(residus_standards, method='ywm')
plt.show()
```



On observe qu'un modèle AR(3) serait adapté à nos données

Nous décidons donc de choisir pour modèle probabiliste le modèle ARMA(3,3).

En plus nous étudierons un modèle proche tel que le modèle **ARMA(2,2)**.

Estimation des paramètres des modèles

Modèle ARMA(3, 3)

```
modele_arma_33 = ARIMA(residus_standards, order=(3, 0, 3)).fit()
modele_arma_33.summary()

<class 'statsmodels.iolib.summary.Summary'>
"""
                               SARIMAX Results                                
==============================================================================
Dep. Variable:                      y   No. Observations:                  292
Model:                 ARIMA(3, 0, 3)   Log Likelihood                -405.656
Date:                Fri, 20 Dec 2024   AIC                            827.312
```

```
Time:                        19:43:13   BIC
856.726
Sample:                             0   HQIC
839.094
                                - 292

Covariance Type:                  opg

======================================================================
========
                 coef    std err          z      P>|z|      [0.025
0.975]
----------------------------------------------------------------------
--------
const         -0.0027      0.092     -0.030      0.976      -0.183
0.178
ar.L1         -0.5391      0.290     -1.856      0.063      -1.108
0.030
ar.L2         -0.0805      0.370     -0.218      0.828      -0.806
0.645
ar.L3          0.3654      0.270      1.353      0.176      -0.164
0.895
ma.L1          0.7060      0.296      2.388      0.017       0.126
1.286
ma.L2          0.2275      0.406      0.560      0.575      -0.568
1.023
ma.L3         -0.1658      0.308     -0.538      0.590      -0.769
0.438
sigma2         0.9419      0.070     13.386      0.000       0.804
1.080
======================================================================
=============
Ljung-Box (L1) (Q):                  0.00   Jarque-Bera (JB):
49.33
Prob(Q):                             0.97   Prob(JB):
0.00
Heteroskedasticity (H):              0.76   Skew:
0.80
Prob(H) (two-sided):                 0.19   Kurtosis:
4.23
======================================================================
=============

Warnings:
[1] Covariance matrix calculated using the outer product of gradients
(complex-step).
"""
```

Modèle ARMA(2, 2)

```
modele_arma_22 = ARIMA(residus_standards, order=(2, 0, 2)).fit()
modele_arma_22.summary()
```

```
<class 'statsmodels.iolib.summary.Summary'>
"""
                               SARIMAX Results

==============================================================================
========
Dep. Variable:                      y   No. Observations:
292
Model:                 ARIMA(2, 0, 2)   Log Likelihood
-406.075
Date:                Fri, 20 Dec 2024   AIC
824.149
Time:                        19:43:14   BIC
846.210
Sample:                             0   HQIC
832.986
                                - 292

Covariance Type:                  opg

==============================================================================
========
                 coef    std err          z      P>|z|      [0.025
0.975]
------------------------------------------------------------------------------
--------
const         -0.0037      0.099     -0.038      0.970      -0.197
0.189
ar.L1         -0.0332      0.235     -0.141      0.888      -0.493
0.427
ar.L2          0.6320      0.148      4.263      0.000       0.341
0.923
ma.L1          0.2224      0.237      0.937      0.349      -0.243
0.688
ma.L2         -0.6099      0.186     -3.273      0.001      -0.975
-0.245
sigma2         0.9445      0.068     13.819      0.000       0.811
1.078
==============================================================================
=============
Ljung-Box (L1) (Q):                   0.08   Jarque-Bera (JB):
54.89
Prob(Q):                              0.77   Prob(JB):
0.00
Heteroskedasticity (H):               0.78   Skew:
```

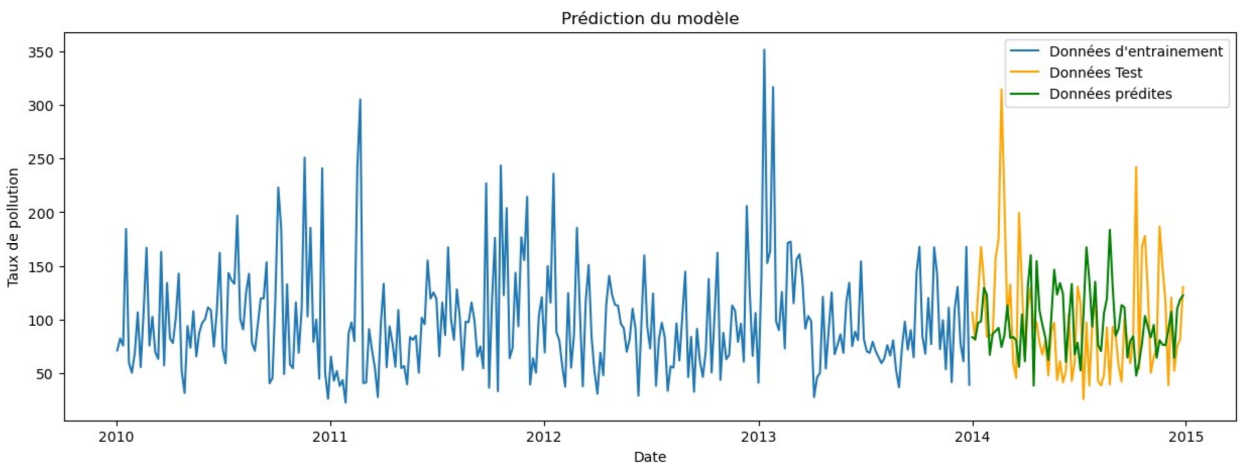
```
0.81
Prob(H) (two-sided):                  0.22   Kurtosis:
4.38
==============================================================================
=============

Warnings:
[1] Covariance matrix calculated using the outer product of gradients
(complex-step).
"""
```

Prédiction des valeurs futures

```python
def prediction(modele_arma, modele_tendance, saisonnalite, y_train,
y_test):
    # On remplace les dates par le temps t allant de 0 à
T=len(y_train), avec t un entier naturel
    Xt_test = np.array([i+len(y_train) for i in range(len(y_test))])
    Xt_test.shape = (len(y_test), 1)

    # Tendance prédite
    t_pred = modele_tendance.predict(Xt_test)

    # Résidus prédits
    r_pred =
modele_arma.get_forecast(steps=len(y_test)).predicted_mean

    # Prédiction
    valeurs_predites = t_pred + saisonnalite + r_pred

    return valeurs_predites

def affichage(valeurs_predites, X_train, X_test, y_train, y_test):
    prediction = pd.Series(valeurs_predites, index=X_test)

    # Visualisation des données d'entrainement, de test et prédites
    plt.figure(figsize=(15,5))
    plt.plot(X_train,y_train, label="Données d'entrainement")
    plt.plot(X_test,y_test, label='Données Test', color='orange')
    plt.plot(prediction, label='Données prédites', color='green')
    plt.title('Prédiction du modèle')
    plt.xlabel('Date')
    plt.ylabel('Taux de pollution')
    plt.legend()
    plt.show()
```

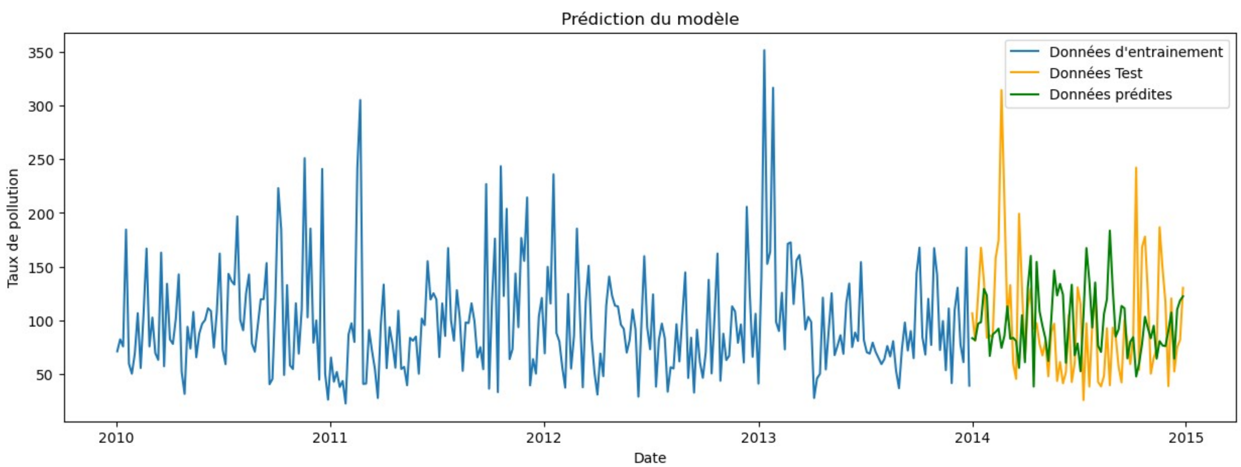
Modèle ARMA(3, 3)

```
prediction_arma_33 = prediction(modele_arma_33, modele_tendance,
saisonnalite, y_train, y_test)
affichage(prediction_arma_33, X_train, X_test, y_train, y_test)
```



Modèle ARMA(2, 2)

```
prediction_arma_22 = prediction(modele_arma_22, modele_tendance,
saisonnalite, y_train, y_test)
affichage(prediction_arma_22, X_train, X_test, y_train, y_test)
```



Evaluation de la précision de prédiction

Une première comparaison de nos modèles grace au critère d'Akaike (AIC) nous dits que le modèle **ARMA(2, 2)** (AIC = 824,149) est meilleur de peu que le modèle **ARMA(3, 3)** (AIC = 827,312).

Nous allons re-évaluer les performances de nos modèles grace au critère RMSE.

```
def evaluation(y_test, prediction):
    mse = mean_squared_error(y_test, prediction)
    rmse = mse**0.5
    print('RMSE:', rmse)
```

Modèle ARMA(3, 3)

```
evaluation(y_test, prediction_arma_33)
```

```
RMSE: 63.99525098328398
```

Modèle ARMA(2, 2)

```
evaluation(y_test, prediction_arma_22)
```

```
RMSE: 63.99789411621306
```

Le modèle **ARMA(3, 3)** se révèle etre le meilleur de peu selon le critère RMSE.

Conclusion: Les indices de comparaison étant très proches, on peut conclure que les deux modèles sont équivalents