# Вештачка интелигенција

Домашна задача 2 – Група 2

Владимир Христовски – 223030

### 1. Баесови мрежи

A:

F – фалсификат

А – Вештачка интелигенција

В - четка

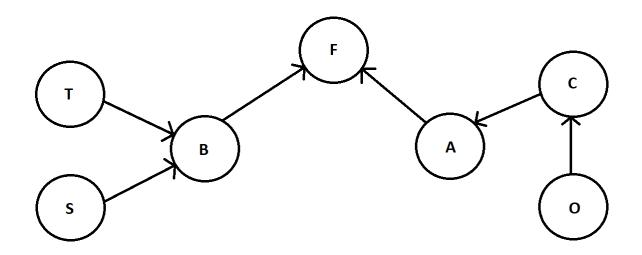
Т - патуваат

S - море

С - компјутер

О – оптички Интернет

Б:



### B:

Вкупно се потрбни 30 (2 + 2 + 2 + 4 + 4 + 8 + 8) поединечни вредности на веројатностите за да се дефинираат условните веројатносни распределби за оваа Баесова мрежа.

Ако земеме дека важи P(X = 0) = 1 - P(X = 1), тогаш вкупно се потребни 15 (1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 4 + 4) поединечни вредности на веројатностите за да се дефинираат условните веројатносни распределби за оваа Баесова мрежа.

### Γ:

Т	P(T)
0	0.4
1	0.6

S	P(S)
0	0.8
1	0.2

0	P(O)
0	0.97743996
1	0.02256004

С	Α	P(A   C)
0	0	0.99
0	1	0.01
1	0	0.25
1	1	0.75

0	С	P(C   O)
0	0	0.9998
0	1	0.85
1	0	0.0002
1	1	0.15

Α	В	F	P(F   A, B)
0	0	0	0.5
0	0	1	0.5
0	1	0	0.95
0	1	1	0.05
1	0	0	0.1
1	0	1	0.9
1	1	0	0.9
1	1	1	0.1

Т	S	В	P(B   T, S)
0	0	0	0.73
0	0	1	0.27
0	1	0	0.91
0	1	1	0.09
1	0	0	0.44
1	0	1	0.56
1	1	0	0.92
1	1	1	0.08

Вредностите  $P(F = 0 \mid A = 0, B = 0) = 0.5$  и  $P(F = 1 \mid A = 0, B = 0) = 0.5$  ги избрав произволно.

### Д:

$$P(O, S, T, C, A, B, F) = P(O) * P(S) * P(T) * P(C | O) * P(A | C) * P(B | T, S) * P(F | A, B)$$

ŕ:

T ⊥ S – заедничка последица/common cause, променливата патуваат и променливата море се апсолутно независни променливи во оваа Баесова мрежа бидејќи имаат заедничка последица/common cause, променливата четка.

В  $\perp$  A – заедничка последица/common cause, променливата четка и променливата Вештачка интелигенција се апсолутно независни променливи во оваа Баесова мрежа бидејќи имаат заедничка последица/common cause, променливата фалсификат.

О ⊥ A | C – каузален синџир/casual chain, променливата оптички Интернет и променливата Вештачка интелигенција се условно независни променливи во оваа Баесова мрежа доколку променливата компјутер е позната, будејќи формираат каузален синџир/casual chain.

С  $\bot$  F | A – каузален синџир/casual chain, променливата компјутер и променливата фалсификат се условно независни променливи во оваа Баесова мрежа доколку променливата Вештачка интелигенција е позната, будејќи формираат каузален синџир/casual chain.

T ⊥ F | B – каузален синџир/casual chain, променливата патуваат и променливата фалсификат се условно независни променливи во оваа Баесова мрежа доколку променливата четка е позната, будејќи формираат каузален синџир/casual chain.

S ⊥ F | B – каузален синџир/casual chain, променливата море и променливата фалсификат се условно независни променливи во оваа Баесова мрежа доколку променливата четка е позната, будејќи формираат каузален синџир/casual chain.

### E:

 $P(F \mid !S) = P(!S, F) / P(!S) = 0.5593801453394450688$  (резултатот е добиен со сума од подолните 32 chain rule производи) / 0.8 = 0.699225181674306336 P(!O!S!T!C!A!BF) = P(!O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(!C|!O) \* P(!A|!C) \* P(!B|!S!T) \* P(F|!A!B) = 0.97743996 \* <math>0.8 \* 0.4 \* 0.9998 \* 0.99 \* 0.73 \* 0.5 = 0.113000732787229056

P(!O!S!T!C!ABF) = P(!O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(!C|!O) \* P(!A|!C) \* P(B|!S!T) \* P(F|!AB) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.9998 \* 0.99 \* 0.27 \* 0.05 = 0.0041794791578838144

P(!O!S!T!CA!BF) = P(!O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(!C|!O) \* P(A|!C) \* P(!B|!S!T) \* P(F|A!B) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.9998 \* 0.01 \* 0.73 \* 0.9 = 0.0020545587779496192

P(!O!S!T!CABF) = P(!O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(!C|!O) \* P(A|!C) \* P(B|!S!T) \* P(F|AB) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.9998 \* 0.01 \* 0.27 \* 0.1 = 0.0000844339223814912

P(!O!S!TC!A!BF) = P(!O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(C|!O) \* P(!A|C) \* P(!B|!S!T) \* P(F|!A!B) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.85 \* 0.25 \* 0.73 \* 0.5 = 0.0242600598072

P(!O!S!TC!ABF) = P(!O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(C|!O) \* P(!A|C) \* P(B|!S!T) \* P(F|!AB) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.85 \* 0.25 \* 0.27 \* 0.05 = 0.00089728988328

P(!O!S!TCA!BF) = P(!O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(C|!O) \* P(A|C) \* P(!B|!S!T) \* P(F|A!B) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.85 \* 0.75 \* 0.73 \* 0.9 = 0.13100432295888

P(!O!S!TCABF) = P(!O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(C|!O) \* P(A|C) \* P(B|!S!T) \* P(F|AB) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.85 \* 0.75 \* 0.27 \* 0.1 = 0.00538373929968

P(!O!ST!C!A!BF) = P(!O) \* P(!S) \* P(T) \* P(!C|!O) \* P(!A|!C) \* P(!B|!ST) \* P(F|!A!B) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.9998 \* 0.99 \* 0.44 \* 0.5 = 0.102165046081604352

P(!O!ST!C!ABF) = P(!O) \* P(!S) \* P(T) \* P(!C|!O) \* P(!A|!C) \* P(B|!ST) \* P(F|!AB) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.9998 \* 0.99 \* 0.56 \* 0.05 = 0.0130028240467496448

P(!O!ST!CA!BF) = P(!O) \* P(!S) \* P(T) \* P(!C|!O) \* P(A|!C) \* P(!B|!ST) \* P(F|A!B) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.9998 \* 0.01 \* 0.44 \* 0.9 = 0.0018575462923928064

P(!O!ST!CABF) = P(!O) \* P(!S) \* P(T) \* P(!C|!O) \* P(A|!C) \* P(B|!ST) \* P(F|AB) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.9998 \* 0.01 \* 0.56 \* 0.1 = 0.0002626833140757504

P(!O!STC!A!BF) = P(!O) \* P(!S) \* P(T) \* P(C|!O) \* P(!A|C) \* P(!B|!ST) \* P(F|!A!B) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.85 \* 0.25 \* 0.44 \* 0.5 = 0.0219337527024

P(!O!STC!ABF) = P(!O) \* P(!S) \* P(T) \* P(C|!O) \* P(!A|C) \* P(B|!ST) \* P(F|!AB) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.85 \* 0.25 \* 0.56 \* 0.05 = 0.00279156852576

P(!O!STCA!BF) = P(!O) \* P(!S) \* P(T) \* P(C|!O) \* P(A|C) \* P(!B|!ST) \* P(F|A!B) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.85 \* 0.75 \* 0.44 \* 0.9 = 0.11844226459296

P(!O!STCABF) = P(!O) \* P(!S) \* P(T) \* P(C|!O) \* P(A|C) \* P(B|!ST) \* P(F|AB) = 0.97743996 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.85 \* 0.75 \* 0.56 \* 0.1 = 0.01674941115456

P(O!S!T!C!A!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(!C|O) \* P(!A|!C) \* P(!B|!S!T) \* P(F|!A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.0002 \* 0.99 \* 0.73 \* 0.5 = 0.000000521732509056

P(O!S!T!C!ABF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(!C|O) \* P(!A|!C) \* P(B|!S!T) \* P(F|!AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.0002 \* 0.99 \* 0.27 \* 0.05 = 0.0000000192969558144

P(O!S!T!CA!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(!C|O) \* P(A|!C) \* P(!B|!S!T) \* P(F|A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.0002 \* 0.01 \* 0.73 \* 0.9 = 0.0000000094860456192

P(O!S!T!CABF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(!C|O) \* P(A|!C) \* P(B|!S!T) \* P(F|AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.0002 \* 0.01 \* 0.27 \* 0.1 = 0.0000000003898374912

P(O!S!TC!A!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(C|O) \* P(!A|C) \* P(!B|!S!T) \* P(F|!A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.15 \* 0.25 \* 0.73 \* 0.5 = 0.0000988129752

P(O!S!TC!ABF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(C|O) \* P(!A|C) \* P(B|!S!T) \* P(F|!AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.15 \* 0.25 \* 0.27 \* 0.05 = 0.00000365472648

P(O!S!TCA!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(C|O) \* P(A|C) \* P(!B|!S!T) \* P(F|A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.15 \* 0.75 \* 0.73 \* 0.9 = 0.00053359006608

P(O!S!TCABF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(C|O) \* P(A|C) \* P(B|!S!T) \* P(F|AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.15 \* 0.75 \* 0.27 \* 0.1 = 0.00002192835888

P(O!ST!C!A!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(!C|O) \* P(!A|!C) \* P(!B|!ST) \* P(F|!A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.0002 \* 0.99 \* 0.44 \* 0.5 = 0.000000471703364352

P(O!ST!C!ABF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(!C|O) \* P(!A|!C) \* P(B|!ST) \* P(F|!AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.0002 \* 0.99 \* 0.56 \* 0.05 = 0.0000000600349736448

P(O!ST!CA!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(!C|O) \* P(A|!C) \* P(!B|!ST) \* P(F|A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.0002 \* 0.01 \* 0.44 \* 0.9 = 0.0000000085764248064

P(O!ST!CABF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(!C|O) \* P(A|!C) \* P(B|!ST) \* P(F|AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.0002 \* 0.01 \* 0.56 \* 0.1 = 0.0000000012128277504

P(O!STC!A!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(C|O) \* P(!A|C) \* P(!B|!ST) \* P(F|!A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.15 \* 0.25 \* 0.44 \* 0.5 = 0.0000893377584

P(O!STC!ABF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(C|O) \* P(!A|C) \* P(B|!ST) \* P(F|!AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.15 \* 0.25 \* 0.56 \* 0.05 = 0.00001137026016

P(O!STCA!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(C|O) \* P(A|C) \* P(!B|!ST) \* P(F|A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.15 \* 0.75 \* 0.44 \* 0.9 = 0.00048242389536

```
P(O!STCABF) = P(O) * P(!S) * P(T) * P(C|O) * P(A|C) * P(B|!ST) * P(F|AB) = 0.02256004 * 0.8 * 0.6 * 0.15 * 0.75 * 0.56 * 0.1 = 0.00006822156096
```

### Ж:

 $P(F \mid O) = P(O, F) / P(O) = 0.001811786876958384$  (резултатот е добиен со сума од подолните 32 chain rule производи) / 0.02256004 = 0.0803095596 P(O!S!T!C!A!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(!C|O) \* P(!A|!C) \* P(!B|!S!T) \* P(F|!A!B) = 0.02256004 \* <math>0.8 \* 0.4 \* 0.0002 \* 0.99 \* 0.73 \* 0.5 = 0.000000521732509056

P(O!S!T!C!ABF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(!C|O) \* P(!A|!C) \* P(B|!S!T) \* P(F|!AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.0002 \* 0.99 \* 0.27 \* 0.05 = 0.0000000192969558144

P(O!S!T!CA!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(!C|O) \* P(A|!C) \* P(!B|!S!T) \* P(F|A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.0002 \* 0.01 \* 0.73 \* 0.9 = 0.0000000094860456192

P(O!S!T!CABF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(!C|O) \* P(A|!C) \* P(B|!S!T) \* P(F|AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.0002 \* 0.01 \* 0.27 \* 0.1 = 0.0000000003898374912

P(O!S!TC!A!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(C|O) \* P(!A|C) \* P(!B|!S!T) \* P(F|!A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.15 \* 0.25 \* 0.73 \* 0.5 = 0.0000988129752

P(O!S!TC!ABF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(C|O) \* P(!A|C) \* P(B|!S!T) \* P(F|!AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.15 \* 0.25 \* 0.27 \* 0.05 = 0.00000365472648

P(O!S!TCA!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(C|O) \* P(A|C) \* P(!B|!S!T) \* P(F|A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.15 \* 0.75 \* 0.73 \* 0.9 = 0.00053359006608

P(O!S!TCABF) = P(O) \* P(!S) \* P(!T) \* P(C|O) \* P(A|C) \* P(B|!S!T) \* P(F|AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.4 \* 0.15 \* 0.75 \* 0.27 \* 0.1 = 0.00002192835888

P(O!ST!C!A!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(!C|O) \* P(!A|!C) \* P(!B|!ST) \* P(F|!A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.0002 \* 0.99 \* 0.44 \* 0.5 = 0.000000471703364352

P(O!ST!C!ABF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(!C|O) \* P(!A|!C) \* P(B|!ST) \* P(F|!AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.0002 \* 0.99 \* 0.56 \* 0.05 = 0.0000000600349736448

P(O!ST!CA!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(!C|O) \* P(A|!C) \* P(!B|!ST) \* P(F|A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.0002 \* 0.01 \* 0.44 \* 0.9 = 0.0000000085764248064

P(O!ST!CABF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(!C|O) \* P(A|!C) \* P(B|!ST) \* P(F|AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.0002 \* 0.01 \* 0.56 \* 0.1 = 0.0000000012128277504

P(O!STC!A!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(C|O) \* P(!A|C) \* P(!B|!ST) \* P(F|!A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.15 \* 0.25 \* 0.44 \* 0.5 = 0.0000893377584

P(O!STC!ABF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(C|O) \* P(!A|C) \* P(B|!ST) \* P(F|!AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.15 \* 0.25 \* 0.56 \* 0.05 = 0.00001137026016

P(O!STCA!BF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(C|O) \* P(A|C) \* P(!B|!ST) \* P(F|A!B) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.15 \* 0.75 \* 0.44 \* 0.9 = 0.00048242389536

P(O!STCABF) = P(O) \* P(!S) \* P(T) \* P(C|O) \* P(A|C) \* P(B|!ST) \* P(F|AB) = 0.02256004 \* 0.8 \* 0.6 \* 0.15 \* 0.75 \* 0.56 \* 0.1 = 0.00006822156096

P(OS!T!C!A!BF) = P(O) \* P(S) \* P(!T) \* P(!C|O) \* P(!A|!C) \* P(!B|S!T) \* P(F|!A!B) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.4 \* 0.0002 \* 0.99 \* 0.91 \* 0.5 = 0.000000162594720288

P(OS!T!C!ABF) = P(O) \* P(S) \* P(!T) \* P(!C|O) \* P(!A|!C) \* P(B|S!T) \* P(F|!AB) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.4 \* 0.0002 \* 0.99 \* 0.09 \* 0.05 = 0.0000000016080796512

P(OS!T!CA!BF) = P(O) \* P(S) \* P(!T) \* P(!C|O) \* P(A|!C) \* P(!B|S!T) \* P(F|A!B) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.4 \* 0.0002 \* 0.01 \* 0.91 \* 0.9 = 0.0000000029562676416

P(OS!T!CABF) = P(O) \* P(S) \* P(!T) \* P(!C|O) \* P(A|!C) \* P(B|S!T) \* P(F|AB) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.4 \* 0.0002 \* 0.01 \* 0.09 \* 0.1 = 0.000000000324864576

P(OS!TC!A!BF) = P(O) \* P(S) \* P(!T) \* P(C|O) \* P(!A|C) \* P(!B|S!T) \* P(F|!A!B) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.4 \* 0.15 \* 0.25 \* 0.91 \* 0.5 = 0.0000307944546

P(OS!TC!ABF) = P(O) \* P(S) \* P(!T) \* P(C|O) \* P(!A|C) \* P(B|S!T) \* P(F|!AB) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.4 \* 0.15 \* 0.25 \* 0.09 \* 0.05 = 0.00000030456054

P(OS!TCA!BF) = P(O) \* P(S) \* P(!T) \* P(C|O) \* P(A|C) \* P(!B|S!T) \* P(F|A!B) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.4 \* 0.15 \* 0.75 \* 0.91 \* 0.9 = 0.00016629005484

P(OS!TCABF) = P(O) \* P(S) \* P(!T) \* P(C|O) \* P(A|C) \* P(B|S!T) \* P(F|AB) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.4 \* 0.15 \* 0.75 \* 0.09 \* 0.1 = 0.00000182736324

P(OST!C!A!BF) = P(O) \* P(S) \* P(T) \* P(!C|O) \* P(!A|!C) \* P(!B|ST) \* P(F|!A!B) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.6 \* 0.0002 \* 0.99 \* 0.92 \* 0.5 = 0.000000246572213184

P(OST!C!ABF) = P(O) \* P(S) \* P(T) \* P(!C|O) \* P(!A|!C) \* P(B|ST) \* P(F|!AB) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.6 \* 0.0002 \* 0.99 \* 0.08 \* 0.05 = 0.0000000021441062016

P(OST!CA!BF) = P(O) \* P(S) \* P(T) \* P(!C|O) \* P(A|!C) \* P(!B|ST) \* P(F|A!B) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.6 \* 0.0002 \* 0.01 \* 0.92 \* 0.9 = 0.0000000044831311488

P(OST!CABF) = P(O) \* P(S) \* P(T) \* P(!C|O) \* P(A|!C) \* P(B|ST) \* P(F|AB) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.6 \* 0.0002 \* 0.01 \* 0.08 \* 0.1 = 0.0000000000433152768

P(OSTC!A!BF) = P(O) \* P(S) \* P(T) \* P(C|O) \* P(!A|C) \* P(!B|ST) \* P(F|!A!B) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.6 \* 0.15 \* 0.25 \* 0.92 \* 0.5 = 0.0000466992828

P(OSTC!ABF) = P(O) \* P(S) \* P(T) \* P(C|O) \* P(!A|C) \* P(B|ST) \* P(F|!AB) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.6 \* 0.15 \* 0.25 \* 0.08 \* 0.05 = 0.00000040608072

P(OSTCA!BF) = P(O) \* P(S) \* P(T) \* P(C|O) \* P(A|C) \* P(!B|ST) \* P(F|A!B) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.6 \* 0.15 \* 0.75 \* 0.92 \* 0.9 = 0.00025217612712

P(OSTCABF) = P(O) \* P(S) \* P(T) \* P(C|O) \* P(A|C) \* P(B|ST) \* P(F|AB) = 0.02256004 \* 0.2 \* 0.6 \* 0.15 \* 0.75 \* 0.08 \* 0.1 = 0.00000243648432

## 2. Машинско учење

## А. Наивен Баесов класификатор

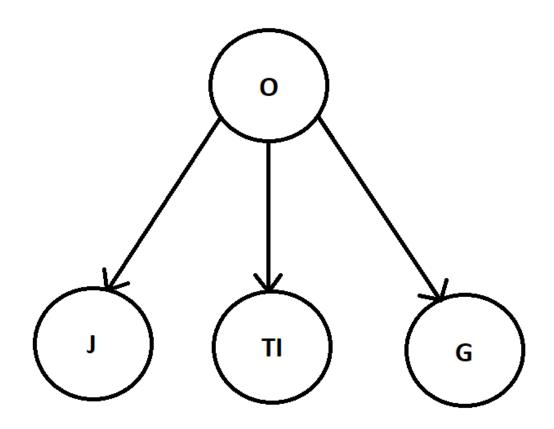
A:

Ј – работа

TI – патничко

G - пол

О – понуда за животно осигурување



### Без Лапласово порамнување:

Z	P(Z)
HE	5/10 = 0.5
ДА	5/10 = 0.5

0	J	P(J   O)
HE	хонорарен	3/5 = 0.6
HE	редовен	2/5 = 0.4
ДА	хонорарен	1/5 = 0.2
ДА	редовен	4/5 = 0.8

0	TI	P(TI   O)
HE	не	4/5 = 0.8
HE	да	1/5 = 0.2
ДА	не	1/5 = 0.2
ДА	да	4/5 = 0.8

0	G	P(G   O)
HE	женски	2/5 = 0.4
HE	машки	3/5 = 0.6
ДА	женски	3/5 = 0.6
ДА	машки	2/5 = 0.4

## Со Лапласово порамнување:

Z	P(Z)
HE	7/14 = 0.5
ДА	7/14 = 0.5

0	J	P(J   O)
HE	хонорарен	5/9 = 0.55555555555556
HE	редовен	4/9 = 0.4444444444444444
ДА	хонорарен	3/9 = 0.3333333333333333
ДА	редовен	6/9 = 0.6666666666666667

0	TI	P(TI   O)
HE	не	6/9 = 0.666666666666667
HE	да	3/9 = 0.3333333333333333
ДА	не	3/9 = 0.3333333333333333
ДА	да	6/9 = 0.666666666666667

0	G	P(G   O)
HE	женски	4/9 = 0.4444444444444444
HE	машки	5/9 = 0.55555555555556
ДА	женски	5/9 = 0.55555555555556
ДА	машки	4/9 = 0.4444444444444444

Вредностите во последните три табели каде што се пресметува P(X | O) каде X е соодветната класа (J, TI или G) се добиени со помош на равенката за Лапласово порамнување :

$$P_{LAP,k}(y) = \frac{c(y) + k}{N + k|Y|}$$

каде:

k = 2 (виртуелни примероци)

N = 5 (вкупен број на предвидената класа(во случајов имаме ДА = 5 и HE = 5))

|Y| = 2 (вкупен број на класи за конкретниот примерок(во нашиот случај Z = ДА/НЕ, J = хонорарен/редовен, TI = да/не и G = машки/женски))

с(у) = 1,2,3,4 (број на појавувања на примерок(во случајов имаме различни појавувања кои имаат вредност 1,2,3 и 4))

#### Б:

P(J = хонорарен, TI = да, G = женски) = ?

Според напревените пресметки погоре можеме да заклучиме дека P(Z = ДA, J = хонорарен, TI = да, G = женски) > P(Z = HE, J = хонорарен, TI = да, G = женски), односно 0.06172839506172839691358024691358 > 0.04115226337448559176954732510288, односно предвидената класа би била ДА, односно клиентката би била класифицирана за да добие понуда за животно осигурување.

B:

```
P(Z = AA \mid TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) / P(TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) / P(TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) / P(TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) / P(TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) / P(TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) / P(TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) / P(TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) / P(TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) / P(TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) / P(TI = AA, G = Mamku) = P(Z = AA, TI = AA, G = Mamku) / P(TI = AA, G = AA, G = Mamku) / P(TI = AA, G = AA,
= (P(Z = ДА, J = хонорарен, TI = да, G = машки) + P(Z = ДА, J = редовен, TI = да, G =
машки)) / (P(Z = AA, J = xohopapeh, TI = Aa, G = yauku) + P(Z = HE, J = xohopapeh, TI = Aa, J = yauku) + P(Z = HE, J = yauku) + P(Z = Ya
G = \text{машки}) + P(Z = AA, J = \text{редовен}, TI = AB, G = \text{машки}) + P(Z = AB, J = \text{редовен}, TI = AB, G = AB, BB, TI = AB, TI = A
= машки)) =
= (P(Z = ДA) * P(J = xoнopapeh | Z = ДA) * P(TI = дa | Z = ДA) * P(G = машки | Z = ДA) + P(Z = ДA) * P(Z = ДA) * P(Z = ДA) * P(Z = ZA) 
ДА) * P(J = pegobeh | Z = ДA) * P(TI = ga | Z = JA) * P(G = maшки | Z = JA)) / (P(Z = JA) * P(J = JA)
хонорарен | Z = ДА) * P(TI = да | Z = ДА) * P(G = машки | Z = ДА) + P(Z = HE) * P(J =
хонорарен | Z = HE) * P(TI = да | Z = HE) * P(G = машки | Z = HE) + P(Z = ДА) * P(J = редовен |
Z = A) * P(TI = A | Z = A) * P(G = Maшки | Z = A) + P(Z = HE) * P(J = Pedobeh | Z = HE) *
P(TI = да | Z = HE) * P(G = машки | Z = HE)) =
0.6666666666666667 * 0.6666666666666667 * 0.444444444444444 + 0.5 *
0.4444444444444 * 0.3333333333333333 * 0.55555555555555555 ) =
= (0.04938271604938270864197530864198 + 0.09876543209876543209876543209876) /
(0.04938271604938270864197530864198 + 0.05144032921810699897119341563786 +
0.09876543209876543209876543209876 + 0.04115226337448559176954732510288) =
= 0.14814814814814814074074074074074074 / 0.24074074074074073148148148148148 =
= 0.61538461538461537751479289940828
```

### Б. Перцептрон

#### A:

Можеме да користиме линеарен перцептрон со иницијални вредности на параметрите:

$$W = [W_{BIAS}, W_J, W_{TI}, W_G] = [4, 3, 2, 1]$$
  
$$f(x) = [W_{BIAS}, W_I, W_{TI}, W_G] = [1, 1, 1, 1]$$

Доколку некој од параметрите  $w_{BIAS}$ ,  $w_J$ ,  $w_{TI}$  или  $w_G$  е поставен на 0(нула) тоа би значело дека тој параметар при проценката на класа не би бил значаен бидејќи секогаш би давал резултат 0(нула) во производот помежѓу векторот на тежини и векторот на карактеристики, се додека тој параметар не ја промени својата вредност, според формулата:

$$activation_w(x) = \sum_i w_i \cdot f_i(x) = w \cdot f(x)$$

Ефектот на вредностите кои јас ги поставив погоре би бил тоа што класата би можела полесно/потешко да се предвиди во зависност од тоа која е крајната вредност на векторот за тежини кој ќе се добие при конечен резултат, односно ако алгоритамот за учење конвергира, бидејќи при проценката на класа сите параметри имаат удел во самата проценка. Со тоа ако тежините иницијално ги поставиме со вредности блиски до или исти со конвергираните вредности, тогаш на алгоритамот би му биле потребни помалце епохи за изучување, односно помалце време. Конкретно во мојот пример  $w_{BIAS}$  параметарот ми е поставен на вредност 4, што значи дека алгоритамот би имал голема наклонетост клиентот да добие понуда за животно осигурување.

#### Б:

Во мојот пример од епоха од учењето на перцептронот јас ќе искористам вектор на тежини  $w = [w_{BIAS}, w_J, w_{TI}, w_G] = [4, 3, 2, 1]$  и рата на учење  $\alpha = 1$ , при што вредностите би ги земал како:

 $w_I$  = 0 за хонорарен

 $w_{J}$  = 1 за редовен

 $w_{TI}$  = 0 за не

 $w_{TI}$  = 1 за да

 $W_G = 0$  за женски

 $W_G$  = 1 за машки

И соодветно предвидената класа:

у\* = -1 при НЕ во колоната за "Понуда за животно осигурување?"

у\* = 1 при ДА во колоната за "Понуда за животно осигурување?"

1) 
$$w * f(x) = [4, 3, 2, 1] * [1, 0, 0, 0] = 4*1 + 3*0 + 2*0 + 1*0 = 4 >= 0 \rightarrow y = 1$$
  
 $y = 1 \neq y * = -1 \rightarrow w = w + y * * \alpha * f(x) = [4, 3, 2, 1] - [1, 0, 0, 0] = [3, 3, 2, 1]$ 

2) 
$$w * f(x) = [3, 3, 2, 1] * [1, 0, 0, 1] = 3*1 + 3*0 + 2*0 + 1*1 = 4 >= 0 \rightarrow y = 1$$
  
 $y = 1 \neq y * = -1 \rightarrow w = w + y * * \alpha * f(x) = [3, 3, 2, 1] - [1, 0, 0, 1] = [2, 3, 2, 0]$ 

3) 
$$w * f(x) = [2, 3, 2, 0] * [1, 0, 0, 1] = 2*1 + 3*0 + 2*0 + 0*1 = 2 >= 0 \rightarrow y = 1$$
  
 $y = 1 \neq y * = -1 \rightarrow w = w + y * * \alpha * f(x) = [2, 3, 2, 0] - [1, 0, 0, 1] = [1, 3, 2, -1]$ 

4) w \* f(x) = [1, 3, 2, -1] \* [1, 0, 0, 0] = 1\*1 + 3\*0 + 2\*0 + -1\*0 = 1 >= 0 
$$\rightarrow$$
 y = 1   
y = 1= y\* = 1  $\rightarrow$  w не се менува

5) w \* f(x) = [1, 3, 2, -1] \* [1, 1, 1, 0] = 1\*1 + 3\*1 + 2\*1 + -1\*0 = 6 >= 0 
$$\rightarrow$$
 y = 1 y = 1 = y\* = 1  $\rightarrow$  w не се менува

6) 
$$w * f(x) = [1, 3, 2, -1] * [1, 1, 0, 1] = 1*1 + 3*1 + 2*0 + -1*1 = 3 >= 0 \rightarrow y = 1$$
  
 $y = 1 \neq y * = -1 \rightarrow w = w + y * * \alpha * f(x) = [1, 3, 2, -1] - [1, 1, 0, 1] = [0, 2, 2, -2]$ 

7) w \* 
$$f(x) = [0, 2, 2, -2] * [1, 1, 1, 0] = 0*1 + 2*1 + 2*1 + -2*0 = 4 >= 0 \rightarrow y = 1$$
  
y = 1= y\* = 1  $\rightarrow$  w = w не се менува

8) w \* f(x) = [0, 2, 2, -2] \* [1, 1, 1, 1] = 0\*1 + 2\*1 + 2\*1 + -2\*1 = 2 >= 0 
$$\rightarrow$$
 y = 1  
y = 1= y\* = 1  $\rightarrow$  w he ce менува

9) w \* f(x) = [0, 2, 2, -2] \* [1, 1, 1, 1] = 0\*1 + 2\*1 + 2\*1 + -2\*1 = 2 >= 0 
$$\rightarrow$$
 y = 1 y = 1 = y\* = 1  $\rightarrow$  w he ce менува

10) 
$$w * f(x) = [0, 2, 2, -2] * [1, 1, 1, 0] = 0*1 + 2*1 + 2*1 + -2*0 = 4 >= 0 \rightarrow y = 1$$
  
 $y = 1 \neq y * = -1 \rightarrow w = w + y * * \alpha * f(x) = [0, 2, 2, -2] - [1, 1, 1, 0] = [-1, 1, 1, -2]$ 

После една епоха од учењето на перцептронот векторот на тежини има вредност:

[-1, 1, 1, -2]

#### B:

Не постои гаранција дека алгоритамот за учење на перцептронот ќе конвергира, бидејќи во векторите на карактеристики имаме случаи каде два исти вектори добиваат различна класа, како на пример во 1) и 4) од чекорите на учење, исто така ако одиме со варијантата збир на вредностите во векторот на карактеристики повторно ќе наидеме на истиот проблем. Алгоритамот овој проблем го решава преку наивен Баесов класификатор преку хиперпараметри.

### В. Дрво на одлучување

#### A:

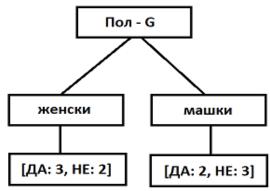
```
S = [A: 5, HE: 5]
 H = -5/10 * log2(5/10) - 5/10 * log2(5/10)
 = -0.5 * -1 -0.5 * -1 = 0.5 + 0.5 = 1
              Работа - Ј
    хонорарен
                        редовен
   [ДА: 1, HE: 3]
                      [ДА: 4, HE: 2]
 H(xohopapeh) = -1/4 * log2(1/4) - 3/4 * log2(3/4) =
 -0.25 * -2 - 0.75 * -0.41503749927 =
 0.5 + 0.3112781244525 =
 0.8112781244525
H(\text{редовен}) = -4/6 * \log 2(4/6) - 2/6 * \log 2(2/6) =
0.389975000480019498750024 + 0.528320833573280501249976 =
0.9182958340533
Gain(S, Paбota) = 1 - 4/10 * 0.8112781244525 - 6/10 * 0.9182958340533 =
1 - 0.4 * 0.8112781244525 - 0.6 * 0.9182958340533 =
1 - 0.324511249781 - 0.55097750043198 =
0.12451124978702
```



H = -1/5 \* log2(1/5) - 4/5 \* log2(4/5) = -0.2 \* -2.32192809489 - 0.8 \* -0.32192809488 = 0.464385618978 + 0.257542475904 = 0.721928094882

Gain(S, Патничко) = 1 - 5/10 \* 0.721928094882 - 5/10 \* 0.721928094882 = 1 - 0.5 \* 0.721928094882 - 0.5 \* 0.721928094882 = 1 - 0.360964047441 - 0.360964047441 = 0.278071905118

S = [ДА: 5, HE: 5] H = -5/10 \* log2(5/10) - 5/10 \* log2(5/10) = -0.5 \* -1 -0.5 \* -1 = 0.5 + 0.5 = 1

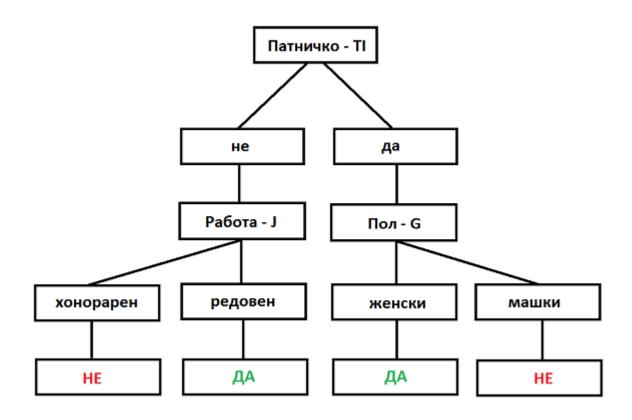


H = -3/5 \* log2(3/5) - 2/5 \* log2(2/5) = -0.6 \* -0.73696559416 - 0.4 \* -1.32192809489 0.442179356496 + 0.528771237956 = 0.970950594452

Gain(S, Пол) = 1 - 5/10 \* 0.970950594452 - 5/10 \* 0.970950594452 = 1 -0.5 \* 0.970950594452 -0.5 \* 0.970950594452 = 1 - 0.485475297226 - 0.485475297226 = 0.029049405548

Според погорните пресметки за трите атрибути во овој случај се доби дека атрибутот Патничко со Gain(S, Патничко) = 278071905118 ќе биде корен на дрвото.

Б:



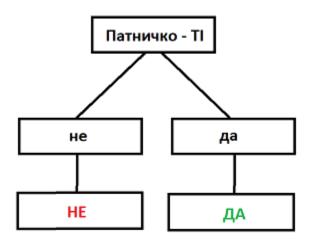
Во листот НЕ, кој е дете на хонорарен, избрано е НЕ со помош на мнозинска одлука од хонорарен со ДА: 1 и НЕ: 3.

Во листот ДА, кој е дете на редовен, избрано е НЕ со помош на мнозинска одлука од хонорарен со ДА: 4 и НЕ: 2.

Во листот НЕ, кој е дете на машки, избрано е НЕ со помош на мнозинска одлука од хонорарен со ДА: 2 и НЕ: 3.

Во листот ДА, кој е дете на женски, избрано е НЕ со помош на мнозинска одлука од хонорарен со ДА: 3 и НЕ: 2.

Исто така ова дрво можеме да го скратиме со тоа што ќе употребиме мнозинска одлука за јазолот Работа и јазолот Пол со што би се добило:



Бидејќи јазолот Работа и јазолот Пол имаат ист број на ДА и НЕ (5 со 5), за донесување на одлука одиме на родителот односно на јазолот не кај кој преовладува НЕ спрема ДА (1 со 4) и затоа е избрано НЕ, ист е случајот и кај јазолот да само што тука преовладува ДА спрема НЕ (4 со 1) и затоа е избрано ДА.