1 k орлов подряд.

1) Орёл с $p = 0,5 \Rightarrow k+1$

2) Решка с $p = 0,5 \Rightarrow 0$

$E_k = 1 + 0,5 \cdot E_{k+1} + 0,5 \cdot E_0$

n подряд $\Rightarrow E_n = 0$

Рассмотрим ситуации.

1) $k = n-1$:

$E_{n-1} = 1 + 0,5 \cdot E_n + 0,5 \cdot E_0$

$E_{n-1} = 1 + 0,5 \cdot E_0$

2) $k = n-2$:

$E_{n-2} = 1 + 0,5 \cdot E_{n-1} + 0,5 \cdot E_0$

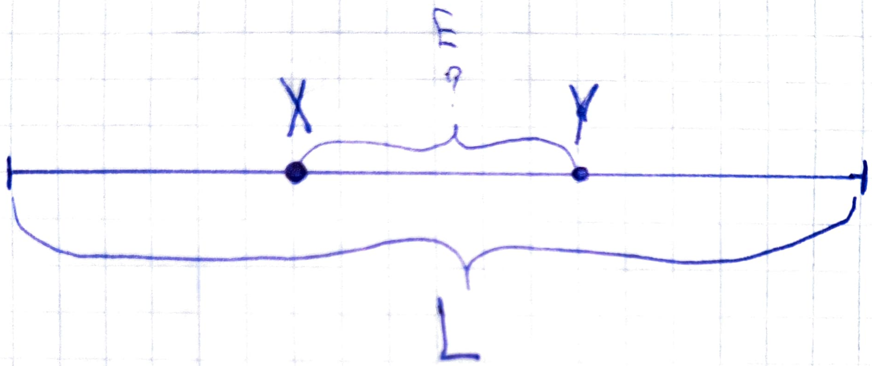
и т.д.

Решая уравнение:

$E_0 = 2^{n+1} - 2$

ТВиМС Д/З 2.

2



Пусть расстояние = D. Значит:

$$E(D) = E(|X-Y|)$$

$$E(|X-Y|) = \frac{L}{3}$$ (через интегрирование)

1 $E($

③ a)

X	0	-1	-2
P	0,5	0,25	0,25

Y	0	1	3
P	0,3	0,2	0,5

б) $E(X) = 0 \cdot 0{,}5 - 1 \cdot 0{,}25 - 2 \cdot 0{,}25 = \underline{-0{,}75}$

$E(Y) = 0 \cdot 0{,}3 + 1 \cdot 0{,}2 + 3 \cdot 0{,}5 = \underline{1{,}7}$

$E[\eta] = (-0{,}75, 1{,}7)^T$

$D(X) = (0 + 0{,}75)^2 \cdot 0{,}5 + (-1 + 0{,}75)^2 \cdot 0{,}25 +$
$+ (-2 + 0{,}75)^2 \cdot 0{,}25 = 0{,}6875$

$D(Y) = (0 - 1{,}7)^2 \cdot 0{,}3 + (1 - 1{,}7)^2 \cdot 0{,}2 + (3 - 1{,}7)^2 \cdot 0{,}5 =$
$= 1{,}21$

$cov(X, Y) = E[XY] - E(X) \cdot E(Y)$

$E(XY) = 0 \cdot 0 \cdot 0{,}15 + 0 \cdot 1 \cdot 0{,}05 + 0 \cdot 3 \cdot 0{,}3 +$
$+ (-1) \cdot 0 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 \cdot 0{,}15 + 3 \cdot 0{,}1 \cdot (-1) +$
$+ (-2) \cdot 0 \cdot 0{,}15 + (-2) \cdot 1 \cdot 0 + (-2) \cdot 3 \cdot 0{,}1 = -1{,}05$

$E(X)E(Y) = -0,75 \cdot 1,7 = -1,275$

$E(X)E(Y) \neq E(XY) \Rightarrow$ с.в. являются зависимыми

$cov(X,Y) = -1,05 - 1,7 \cdot (-0,75) = 0,225$

$$corr(X,Y) = \frac{cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)D(Y)}} = \frac{0,225}{\sqrt{0,6875 \cdot 1,81}} =$$

$= 0,2017$

Мат. ожидание и дисперсия с.в. $V = 6X - 4Y + 3$:

$E(6X - 4Y + 3) = 6 \cdot E(X) - 4 \cdot E(Y) + 3 = -8,3$

$D(6X - 4Y + 3) = 6^2 \cdot D(X) + 4^2 \cdot D(Y) + 2 \cdot 6 \cdot (-4) \cdot$
$\cdot\ cov(X,Y) = 42,91$

(4) Так как выборка $-$ $x_1, \dots, x_n$, это необходимо учесть.

Выпишем функцию правдоподобие:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} P(x=0)P(x=1)$$

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{1+\theta}{2}\right)^{x_i} \left(\frac{1-\theta}{2}\right)^{1-x_i}$$

Натуральный логарифм:

$$\ln L(\theta) = \ln\left(\prod_{i=1}^{n} \left(\frac{1+\theta}{2}\right)^{x_i} \left(\frac{1-\theta}{2}\right)^{1-x_i}\right)$$

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i \ln\left(\frac{1+\theta}{2}\right) + (1-x_i)\ln\left(\frac{1-\theta}{2}\right)\right)$$

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^{n} x_i \ln(1+\theta) + \sum_{i=1}^{n} (1-x_i)\ln(1-\theta) - n\ln 2$$

$$(\ln L(\theta))' = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i}{1+\theta} - \frac{1-x_i}{1-\theta}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i}{1+\theta} - \frac{1-x_i}{1-\theta}\right) = 0$$

Введём число единиц в нашей выборке $x_1, \dots, x_n$ как $S = \sum_{i=1}^{n} x_i$ и подставим в уравнение.

$$\frac{S}{1+\theta} - \frac{n-S}{1-\theta} = 0$$

$(1-\theta)S - (1+\theta)(n-S) = 0$ при $\theta \neq \pm 1$

$$S - \theta S - (n - S + \theta n - \theta S) = 0$$

$$2S + \Theta n - n = 0$$

$$\Theta = \frac{n - 2S}{n} = 1 - \frac{2S}{n}$$

(5) МО:

$$E_1(x) = \int_0^\theta x \cdot \frac{1}{\theta}\,dx = \frac{1}{\theta}\int_0^\theta x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^\theta = \frac{\theta^2}{2}$$

$$E_2(x) = \int_\theta^1 x \cdot \frac{1}{1-\theta}\,dx = \frac{1+\theta}{2}$$

$$E(x) = p\cdot\frac{\theta}{2} + (1-p)\cdot\frac{1+\theta}{2} = \frac{1}{2}\left(p\theta + (1-p)(1+\theta)\right)$$

$$E(x) = \frac{1}{2}(p\theta + 1 - p + \theta - p\theta)$$

$$E(x) = \frac{1}{2}(1-p+\theta)$$

$$\bar{x} \approx E(x)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{2}(1-p+\theta) \Rightarrow p = 1 + \theta - 2\bar{x}$$

Дисперсия:

$$E_1(x^2) = \int_0^\theta x^2\cdot\frac{1}{\theta}\,dx = \frac{\theta^2}{3}$$

$$D_1(x) = \frac{\theta^2}{3} - \left(\frac{\theta}{2}\right)^2 = \frac{\theta^2}{12}$$

$$E_2(x^2) = \int_\theta^1 x^2\cdot\frac{1}{1-\theta}\,dx = \frac{1}{1-\theta}\int_\theta^1 x^2\,dx = \frac{1-\theta^3}{3}$$

$$\Rightarrow D_2(x) = \frac{(1+\theta)^2}{4}$$

$$D(x) = p\cdot\frac{\theta^2}{12} + (1-p)\cdot\frac{(1+\theta)^2}{4} + p(1-p)\cdot\left(\frac{\theta^2}{2} - \frac{1+\theta}{2}\right)^2 \Rightarrow S^2$$

$$\begin{cases} \bar{x} \approx E(x) \\ S^2 \approx D(x) \end{cases}$$ => решение системы для $E(x)$ и $D(x)$ и будет ответом