Регрессия 1 ДЗ.

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon,$$

где $\beta_1 > 0$, $\beta_2 < 0$ и $cov(X_1, X_2) = 0$
$cov(X_1, X_3) > 0$

Сконструировали:

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + v, \quad \beta_3 \neq 0 \text{ (пропущен } X_3\text{)}$$

$\boxed{\text{Задача}}$

Для $\hat{\beta}_1$:

$$\tilde{\beta}_1 = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_3 \frac{cov(X_1, X_3)}{S^2_{X_1}}$$

по условию, $cov(X_1, X_3) > 0$, => знак (направление) смещение определяется корреляцией (cov) факторов, а также самим коэф. $\hat{\beta}_3$. =>:

$$E[\tilde{\beta}_1 | X_1] = E[\hat{\beta}_1 | X_1] + E\left[\hat{\beta}_3 \overbrace{\frac{cov(X_1, X_3)}{S^2_{X_1}}}^{+} \Big| X_1\right]$$

Если $\beta_3 < 0$:

$$E[\tilde{\beta}_1 | X_1] = E[\hat{\beta}_1 | X_1] - E\left[\overbrace{\hat{\beta}_3}^{-} \frac{cov(X_1, X_3)}{S^2_{X_1}} \Big| X_1\right]$$

$$E[\tilde{\beta}_1 | X_1] = \beta_1 \underbrace{-}_{\text{знак}} \underbrace{\beta_3 \frac{cov(X_1, X_3)}{S^2_{X_1}}}_{\text{omitted variable bias}} \qquad -$$

Аналогично для $\beta_3 > 0$:

$$E[\tilde{\beta}_1 | X_1] = \beta_1 \overset{\text{знак}}{+} \underbrace{\beta_1 \frac{cov(X_1, X_3)}{S^2_{X_1}}}_{\text{OVB}} \qquad +$$

Теперь рассмотрим для β_2.
Т.к. $cov(X_2, X_3)$ не задана, рассмотрим несколько случаев. Логика аналогичная.

Если	$cov(X_2, X_3) > 0$	$cov(X_2, X_3) < 0$
$\beta_3 > 0$	⊕ $E[\tilde{\beta}_2 \mid X_2] = E[\hat{\beta}_2 \mid X_2] + E\left[\hat{\beta}_3 \dfrac{cov(X_2, X_3)}{S^2_{X_2}}\right]$ $E[\tilde{\beta}_2 \mid X_2] = \beta_2 \overset{\text{знак}}{+} \underbrace{\beta_3 \dfrac{cov(X_2, X_3)}{S^2_{X_2}}}_{OVB}$	⊖ $E[\tilde{\beta}_2 \mid X_2] =$ $= E[\hat{\beta}_2 \mid X_2] - E\left[\hat{\beta}_3 \dfrac{cov(X_2, X_3)}{S^2_{X_2}}\right]$ $= \beta_2 \overset{\text{знак}}{-} \overbrace{\beta_3 \dfrac{cov(X_2, X_3)}{S^2_{X_2}}}^{OVB}$
$\beta_3 < 0$	⊖ $E[\tilde{\beta}_2 \mid X_2] = \beta_2 \overset{\text{знак}}{-} \overbrace{\beta_3 \dfrac{cov(X_2, X_3)}{S^2_{X_2}}}^{OVB}$	⊕ $E[\tilde{\beta}_2 \mid X_2] = \beta_2 +$ $\overset{\text{знак}}{+} \overbrace{\beta_3 \dfrac{cov(X_2, X_3)}{S^2_{X_2}}}^{OVB}$ $(\ominus \times \ominus = \oplus)$

Или если $cov(X_2, X_3) = 0$:

$$E[\tilde{\beta}_2 \mid X_2] = E[\hat{\beta}_2 \mid X_2] + E\left[\hat{\beta}_3 \cdot \frac{0}{S^2_{X_2}}\right] = E[\hat{\beta}_2 \mid X_2] =$$
$$= \beta_2$$

Предпосылку о скоррелированности независимой пропущенной переменной X_i и целевой переменной y считаю верной, т.к. „модель описывает реальный сущ-щий процесс".