$A = \{$попал в автокатастрофу$\}$

ТВиМС ДЗ

① $P(H_1)$ A : 30% $\Rightarrow 0{,}01$ $P(A|H_1)$

$P(H_2)$ B : 50% $\Rightarrow 0{,}03$ $P(A|H_2)$

$P(H_3)$ C : 20% $\Rightarrow 0{,}1$ $P(A|H_3)$

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1)\,P(H_1)}{P(A|H_1)P(H_1)+P(A|H_2)P(H_2)+P(A|H_3)P(H_3)}$$

$$P(H_1/A) = \frac{0{,}01\cdot 0{,}3}{0{,}01\cdot 0{,}3+0{,}03\cdot 0{,}5+0{,}1\cdot 0{,}2} \approx 0{,}0789 \approx$$

$\approx 7{,}89\%$

Ответ: М. Джонс относится к классу A с вероятностью 7,89%.

②

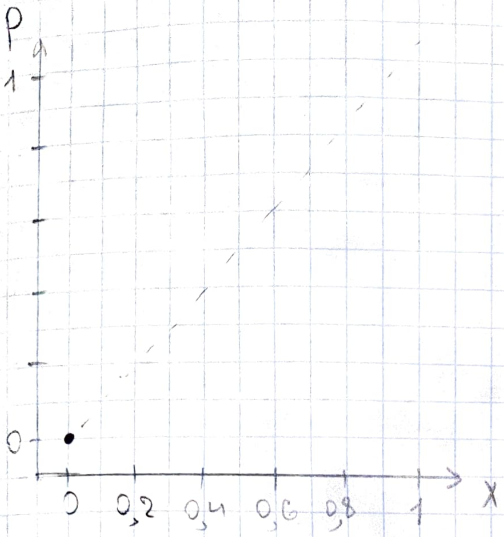
0	1
$1-p$	p

Хотим, чтобы число успехов было больше числа „неудач" (то есть, число шагов вправо должно быть больше числа шагов влево).

k - число успехов, n - число испытаний, p - вер. усп; $n-k$ - число неудач.

$$P_n(k) = C_n^k\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k} \Rightarrow P_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

$\frac{n!}{k!(n-k)!}p^k(1-p)^{n-k}$ при условии $k>(n-k)$



Предполагаю, что появилась 1 => сдвиг на точку

$$\Rightarrow k-(n-k)>0$$

$$k-(n-k)=m$$

$$2k-n=m$$

$$k=\frac{m+n}{2}$$

или

$$k>\frac{n}{2}$$

=> вероятность можно оценить как:

$$P(n,m)=\begin{cases}\frac{n!}{k!(n-k)!}p^k(1-p)^{n-k} & \text{при } k=\frac{m+2}{2}\text{, где } \left[\begin{array}{l}k\text{ - целое число}\\ k>0\\ k>\frac{n}{2}\end{array}\right.\\ 0\text{, иначе}\end{cases}$$

5 Распределение Пуассона (т.к. „счётчик"):

$$P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

$E(\xi) = \lambda \Rightarrow E(\xi) = 1,5$

$\lambda = 1,5$

$$\cancel{P(1 \leq X \leq +\infty) = \int_1^{+\infty} (1,5}$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$$

$$P(X=0) = \frac{1,5^0}{0!} e^{-1,5} = e^{-1,5}$$

$$\Rightarrow P(X \geq 1) = 1 - e^{-1,5} \approx 0,77687 \approx 77,69\%$$

Ответ: 77,69%

4 $f(x) = A\sqrt{x}$, $1 \leq x \leq 4$, иначе 0

$F(x)$ – ? $P(2 < x < 3)$ – ?

Решение:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \notin [1, 4] \\ A\sqrt{x}, & \text{при } 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Будем использовать условие нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_\xi(x)\,dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_\xi(x)\,dx = \int_{-\infty}^{1} 0\,dx + \int_{1}^{4} A\sqrt{x}\,dx + \int_{4}^{+\infty} 0\,dx =$$

$$= 0 + \frac{A x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Bigg|_1^4 + 0 = \frac{A \cdot 4^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{A \cdot 1^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt[2]{4^3} \cdot A \cdot 2}{3} - \frac{2A}{3} = \frac{16A}{3} - \frac{2A}{3} = \frac{14}{3}A$$

$$\frac{14}{3}A = 1 \Rightarrow A = \frac{3}{14}$$

$$\Rightarrow f_\xi(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \notin [1,4] \\ \frac{3}{14}\sqrt{x}, & \text{при } x \in [1,4] \end{cases}$$

1) При $x < 1$:

$$F_\xi(x) = \int_{-\infty}^{x} f_\xi(y)\,dy = 0$$

2) При $x > 4$:

$$F_\xi(x) = \int_{-\infty}^{x} f_\xi(y)\,dy = 1$$

3) При $1 \le x \le 4$:

$$F_\xi(x) = \int_{-\infty}^{x} f_\xi(y)\,dy = \int_{-\infty}^{1} f_\xi(y)\,dy + \int_{1}^{x} f_\xi(y)\,dy =$$

$$= \int_{-\infty}^{1} 0\,dy + \int_{1}^{x} \frac{3}{14}\sqrt{y}\,dy = \frac{3}{14}\left(\frac{\sqrt{y^3}\cdot 2}{3}\right)\Bigg|_1^x =$$

$$= \frac{1}{7}\cdot\sqrt{x^3} - \frac{1}{7} = \frac{1}{7}\left(\sqrt{x^3} - 1\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 1, \\ \frac{1}{7}\left(\sqrt{x^3}-1\right), & \text{при } 1 \le x \le 4, \\ 1, & \text{при } x > 4. \end{cases}}$$

Пункт 2.

$$P(2 < x < 3) = F(3) - F(2) = \frac{1}{7}\left(\sqrt{27} - 1\right) - \frac{1}{7}\left(\sqrt{8} - 1\right) = \frac{1}{7}\left(\sqrt{27} - 1 - \sqrt{8} + 1\right) = \frac{1}{7}\left(\sqrt{27} - \sqrt{8}\right)$$

$$= \frac{1}{7}\left(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}\right)$$

③ $p(x) = \dfrac{c}{e^x + e^{-x}}$

$c - ?$ $P(-\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) - ?$

1) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,dt = 1,\ f(t) \geq 0\ \forall t$

$\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \dfrac{c}{e^x + e^{-x}} dx = 1$

$\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \dfrac{1}{e^x + e^{-x}} dx = \left| \begin{array}{l} e^x = t \\ e^x dx = dt \\ dx = e^x dt \\ dx = \frac{1}{t} dt \end{array} \right| = \int_{-\infty}^{+\infty} \dfrac{1}{t^2 + 1^2} dt = \dfrac{1}{1} \operatorname{arctg}\left(\dfrac{t}{1}\right) + C =$

$= \operatorname{arctg} t + C$

$\Rightarrow$ Если $t = e^x$, то:

$\operatorname{arctg} e^x + C$

$\Rightarrow$ $C \cdot \operatorname{arctg} e^x = 1$

$C = \dfrac{1}{\operatorname{arctg} e^x}$

~~2) $P(-\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) = \int_{-\sqrt{\pi}}^{\sqrt{\pi}} \frac{C}{\ldots} dx = C \operatorname{arctg} e^x \Big|_{-\sqrt{\pi}}^{\sqrt{\pi}} =$~~

2) $P(-\sqrt{\pi} < x < \sqrt{\pi}) = \int_{-\sqrt{\pi}}^{+\sqrt{\pi}} \frac{1}{\operatorname{arctg} e^x \cdot (e^x + e^{-x})} dx =$

$= \ln(\operatorname{arctg} e^x) \Big|_{-\sqrt{\pi}}^{\sqrt{\pi}} = \ln(\operatorname{arctg} e^{\sqrt{\pi}}) - \ln(\operatorname{arctg} e^{-\sqrt{\pi}}) \approx$

$\approx 3{,}5659$

F(x) не попадает в интервал от 0 до 1 для промежутка $(-\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$, т.к. >0, => вероятность для $(-\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$ не рассчитать?

Не понимаю, в чём ошибка...