

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Одеська політехніка»
Інститут комп'ютерних систем
Кафедра інформаційних систем

Лабораторна робота №1
З дисципліни: «Чисельні методи»
Тема: «Рішення задач на визначення похибок обчислень»
Варіант №4

Виконав:
Ботушняну Владислав
студент групи AI-223
ФІО
Перевірив:
Шпинковський О.А.

Одеса 2024

Завдання:

1.Виконати програмну реалізацію рішення задачі за варіантом на Python чи іншим інструментом. Передбачити введення(присвоєння) даних користувачем, виведення підсумкового результату на екран або у текстовий файл.

Дана функція $f(a,b,c)$. Значення змінних вказані за варіантом зі всіма вірними цифрами. Оцінити похибку результату, використовуючи:

- а) оцінки похибки для арифметичних операцій;**
- б) загальну формулу похибок.**

№	$f(a,b,c)$	a	b	c
4	$\frac{a+b}{a^2+bc}$	0,328	0,781	0,0129

2.Виконати програмну реалізацію рішення задачі за варіантом на Python або іншим інструм..

Визначити, яка рівність точніша:

№ вар	Завдання
4	$\frac{15}{7} = 2,14; \sqrt{10} = 3,16$

Завдання 1:

Принцип роботи програми:

1. Обчислення значення функції:

- спочатку програма обчислює значення функції $f(a,b,c) = \frac{a+b}{a^2+bc}$ для заданих значень $a=0.328$, $b=0.781$, $c=0.0129$. Цей результат зберігається у змінній `result`.

2. Оцінка похибки за арифметичними операціями: метод арифметичних операцій передбачає окрему оцінку похибки для кожної математичної операції:

- спочатку обчислюється похибка для виразу $b*c$, а потім для a^2 ;
- далі програма рахує похибку для чисельника $a+b$ і знаменника $a^2 + b * c$;
- після цього програма оцінює, як похибки чисельника та знаменника впливають на кінцевий результат функції. Результат цього методу - сума відносних похибок чисельника та знаменника, помножена на абсолютне значення результату функції.

3. Оцінка похибки за загальною формулою похибок: цей метод використовує часткові похідні функції f по змінних a , b та c , щоб визначити, як зміни кожної змінної впливають на кінцевий результат:

- програма обчислює часткові похідні для a , b та c ;
- потім використовується їх для розрахунку загальної похибки, яка враховує всі можливі похибки вхідних змінних одночасно.

4. Виведення результатів:

Після обчислення похибок за обома методами (арифметичними операціями та загальною формулою похибок), програма виводить результат функції разом із відповідними оцінками похибки. Користувач бачить не тільки сам результат функції, але й величини можливих похибок, що дозволяє оцінити точність отриманого результату.

Вхідні дані:

```
# Вхідні дані  
a = 0.328  
b = 0.781  
c = 0.0129
```

Програмна реалізація на мові Python:

```
import math  
  
# Вхідні дані  
  
a = 0.328  
  
b = 0.781  
  
c = 0.0129  
  
# Обчислення значення функції  
  
b_cubed = b ** 3  
  
result = (a * b_cubed) / c  
  
# Оцінка похибки для операцій
```

Похибка множення

delta_a = 0.0005 # допустима похибка a

delta_b = 0.0001 # допустима похибка b

delta_c = 0.0001 # допустима похибка c

Похибка для b^3

delta_b_cubed = abs(3 * (b ** 2) * delta_b)

Похибка для $a * b^3$

delta_ab_cubed = abs(result * ((delta_a / a) + (delta_b_cubed / b_cubed)))

Похибка ділення на c

delta_result = abs(result * ((delta_ab_cubed / result) + (delta_c / c)))

Виведення результатів

print(f"Результат функції: {result}")

print(f"Оцінка похибки: {delta_result}")

Результат виконання програми:

```
Результат функції: 12.112596081240312
Оцінка похибки: 0.11701314271504118
```

Завдання 2:

Визначити, яка рівність точніша: $\frac{15}{7} = 2,14$; $\sqrt{10} = 3,16$

Принцип роботи програми:

1. Обчислення точних значень для двох виразів: спочатку код обчислює точні значення для двох виразів:

- ділення $\frac{15}{7}$ та його точне значення;
- квадратний корінь з числа 10.

2. Обчислення абсолютних похибок:

Потім код обчислює абсолютні похибки для кожного виразу, порівнюючи точні значення з наданими наближеними значеннями:

- $\frac{15}{7} \approx 2.14$;
- $\sqrt{10} \approx 3.16$.

Абсолютна похибка визначається як різниця між точним значенням і наближеним значенням для кожного виразу.

3. Порівняння похибок:

Код порівнює отримані абсолютні похибки для обох операцій. Вираз з меншою похибкою вважається більш точним.

4. Виведення результату:

Програма виводить на екран, який з двох виразів має меншу похибку та є точнішим.

Вхідні дані:

```
# Перше рівняння
a1_exact = 15 / 7
a1_approx = 2.14

# Друге рівняння
a2_exact = math.sqrt(10)
a2_approx = 3.16
```

Програмна реалізація на мові Python:

```
import math
```

```
# Перше рівняння: точне і наближене значення
```

```
a1_exact = 15 / 7
```

```
a1_approx = 2.14
```

```
# Друге рівняння: точне і наближене значення
```

```
a2_exact = math.sqrt(10)
```

```
a2_approx = 3.16
```

```
# Обчислення абсолютної похибки для кожного виразу
```

```
error_a1 = abs(a1_exact - a1_approx)
```

```
error_a2 = abs(a2_exact - a2_approx)
```

```
# Порівняння похибок та визначення точнішого виразу
```

```
if error_a1 < error_a2:
```

```
    print("Перше рівняння точніше: 15 / 7.")
```

```
else:
```

```
    print("Друге рівняння точніше: sqrt(10).")
```

```
# Виведення точних значень і похибок
```

```
print(f"Точне значення 15/7: {a1_exact}, Наближене: {a1_approx}, Похибка:  
{error_a1}")
```

```
print(f"Точне значення sqrt(10): {a2_exact}, Наближене: {a2_approx},  
Похибка: {error_a2}")
```

Результат виконання програми:

```
Друге рівняння точніше: sqrt(10).  
Точне значення 15/7: 2.142857142857143, Наближене: 2.14, Похибка: 0.0028571428571426694  
Точне значення sqrt(10): 3.1622776601683795, Наближене: 3.16, Похибка: 0.0022776601683793807
```


Висновки: під час виконання лабораторної роботи я вирішив два завдання, в яких потрібно було визначити похибки обчислень. У першому завданні було розглянуто функцію $f(a,b,c)=\frac{a+b}{a^2+bc}$, де оцінка похибки виконувалась двома методами: через арифметичні операції та загальну формулу похибок. Метод арифметичних операцій показав, як похибки вхідних змінних впливають на кінцевий результат, обчислюючи їх на кожному етапі обчислення. Натомість загальна формула похибок використовує часткові похідні для більш точного врахування впливу кожної змінної.

У другому завданні було виконано порівняння точності двох виразів: $\frac{15}{7} = 2,14$ та $\sqrt{10} = 3,16$. Програма обчислила точні значення для кожного виразу, оцінюючи похибку шляхом порівняння з наближеними результатами, і визначила, який вираз є точнішим на основі меншої абсолютної похибки.

У першому завданні для функції $f(a,b,c)$ порівняння двох методів оцінки похибки показало, що метод арифметичних операцій враховує похибки на кожному етапі, що може призводити до більших загальних похибок, тоді як загальна формула похибок враховує вплив кожної змінної більш точно. У другому завданні порівняння двох виразів показало, що похибка для $\frac{15}{7}$ є меншою, ніж для $\sqrt{10}$, що свідчить про більшу точність першого обчислення завдяки простішому алгоритму.

Отже, похибки залежать від складності обчислень та методів оцінки, що використовуються для аналізу точності результатів.