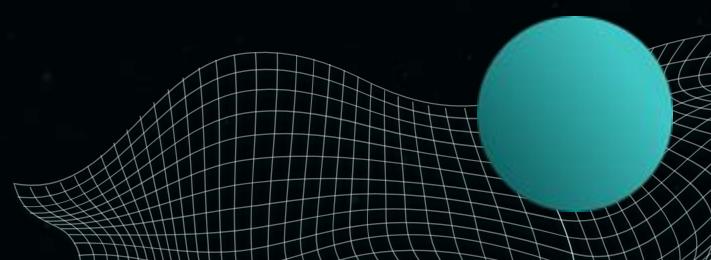


Симуляция перехвата воздушной цели

Кузьмин Дмитрий Анатольевич
Ларионов Владислав Васильевич



Введение

01

Целью данного проекта является разработка программного комплекса для симуляции полета ракеты-перехватчика и поражения движущейся воздушной цели.

02

Ключевой особенностью системы является модель, учитывающая переменную массу, аэродинамическое сопротивление, ветер и вращение Земли.

03

Проект реализован в виде веб-приложения, где серверная часть выполняет сложные баллистические расчеты, а клиентская часть обеспечивает 3D-визуализацию в реальном времени.

Технологический стек

Backend

Python (FastAPI). Отвечает за физические вычисления, численное интегрирование и поиск оптимальной траектории.

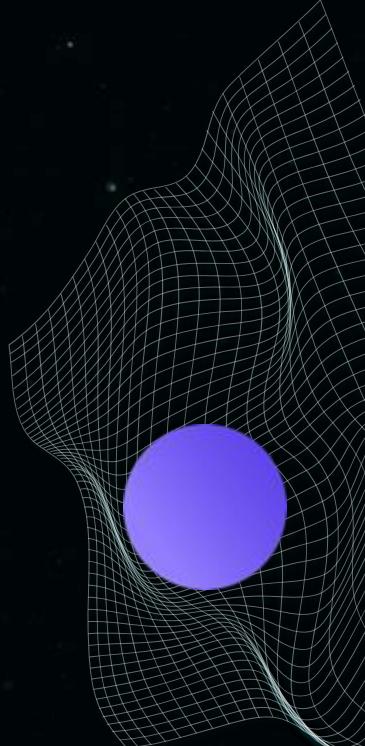
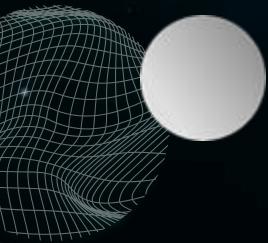
Frontend

JavaScript, HTML5, CSS. Использует библиотеку Plotly.js для построения трехмерных графиков траекторий.

Протокол

WebSockets (JSON). Обеспечивает потоковую передачу состояния симуляции (координаты, скорость, ветер).

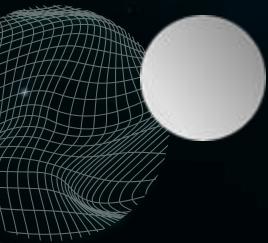
Логика работы



Процесс разделен на 2 этапа

- Расчет: Сервер получает параметры цели и ветра, после чего выполняет поиск оптимального вектора запуска ($\vec{n_{\text{пуска}}}$), который обеспечит попадание.
- Симуляция: Запуск ракеты с рассчитанным вектором. На этом этапе пользователь может менять параметры ветра в реальном времени, наблюдая отклонение ракеты от идеальной траектории.

Уравнение динамики



$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\overrightarrow{F_{\text{тяги}}} + \overrightarrow{F_{\text{тяж}}} + \overrightarrow{F_{\text{сопр}}} + \overrightarrow{F_{\text{Кор}}}}{m(t)}$$

$\frac{01}{\overrightarrow{F_{\text{тяги}}}}$

Сила тяги

$\frac{02}{\overrightarrow{F_{\text{тяж}}}}$

Сила тяжести

$\frac{03}{\overrightarrow{F_{\text{сопр}}}}$

Аэродинамическое
сопротивление

$\frac{04}{\overrightarrow{F_{\text{кор}}}}$

Сила Кориолиса

01

$\overrightarrow{F_{\text{тяги}}}$ - сила тяги

Тяга создается реактивным двигателем. В модели принята активная стабилизация вектора тяги относительно точки старта.

$$\overrightarrow{F_{\text{тяги}}} = \begin{cases} F_{\text{дв}} \cdot \overrightarrow{n_{\text{пуска}}}, & \text{при } t < t_{\text{гор}} \text{ и } m_{\text{топл}} > 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$F_{\text{дв}}$ – номинальная сила тяги

$\overrightarrow{n_{\text{пуска}}}$ – единичный вектор направления запуска

02

$\overrightarrow{F_{\text{тяж}}}$ - сила тяжести

Действует вертикально вниз.

$$\overrightarrow{F_{\text{тяж}}} = m(t) \cdot \vec{g}$$

$$\vec{g} = (0, 0, -9.81) \text{ м/с}^2$$

Вектор направлен строго вертикально вниз



03 $\overrightarrow{F_{\text{сопр}}}$ - аэродинамическое сопротивление

Сила сопротивления направлена против вектора относительной скорости.
Именно через эту силу реализовано влияние ветра.

$$\overrightarrow{F_{\text{сопр}}} = -\frac{1}{2} C_d A \rho |\overrightarrow{v_{\text{отн}}}| \overrightarrow{v_{\text{отн}}}$$

$$\overrightarrow{v_{\text{отн}}} = \overrightarrow{v_{\text{ракеты}}} - \overrightarrow{W_{\text{ветра}}}$$

$$\rho = 1.225 \text{ кг/м}^3$$

C_d – коэффициент лобового сопротивления

A – площадь миделя (поперечного сечения)

04

\overrightarrow{F} кор - сила Кориолиса

Учитывает эффекты вращения Земли для заданной широты.

$$\overrightarrow{F_{\text{кор}}} = -2m(t)(\vec{\Omega} \times \vec{v})$$

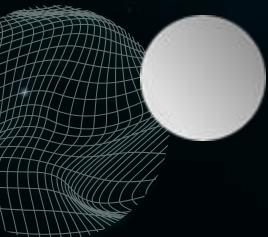
$$\overrightarrow{v_{\text{отн}}} = \overrightarrow{v_{\text{ракеты}}} - \overrightarrow{W_{\text{ветра}}}$$

$$\vec{\Omega} = [0, \omega \cos \phi, \omega \sin \phi]$$

$\vec{\Omega}$ – вектор угловой скорости Земли

$$\omega \approx 7.2921 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с}$$

Переменная масса



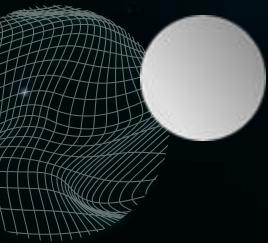
Масса ракеты уменьшается по мере выгорания топлива

$$m(t) = m_{\text{пуст}} + m_{\text{топл}}(t)$$

Скорость расхода топлива считается постоянной в полете

$$\frac{dm}{dt} = - \frac{m_{\text{топл_всего}}}{t_{\text{гор}}}$$

Модель движения цели



Общая информация

В отличие от ракеты-перехватчика, для воздушной цели принята кинематическая модель равномерного прямолинейного движения.

Имитация управляемого полета

Цель рассматривается как летательный аппарат с активной системой автоматического управления (САУ). Предполагается, что САУ компенсирует внешние возмущения для удержания заданного курса и скорости.

Оптимизация вычислительной сложности

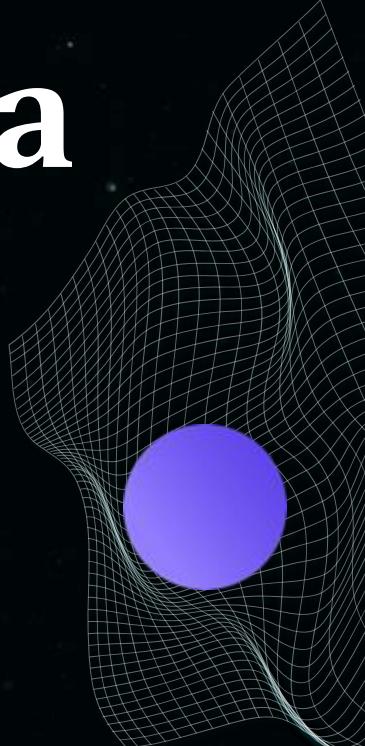
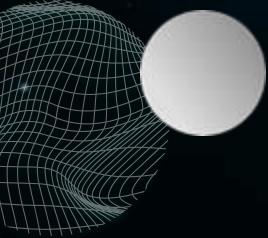
Интегрирование уравнений движения двух тел с учетом всех сил привело бы к увеличению времени расчета. В рамках проекта приоритет был отдан скорости, в отличие от реальных комплексов ПВО, где важна точность.

Метод интегрирования

Метод Рунге-Кутты 4 порядка

- Для решения системы дифференциальных уравнений используется метод Рунге-Кутты 4-го порядка.
- В отличие от метода Эйлера, метод Рунге-Кутты обеспечивает высокую точность расчетов даже при относительно большом шаге по времени (dt).
- Состояние системы на шаге i описывается вектором $S_i = \{\vec{r}, \vec{v}, m_{\text{топл}}\}$.
- На каждом шаге вычисляются четыре коэффициента ($k1, k2, k3, k4$) для координат и скоростей, что позволяет аппроксимировать нелинейное поведение аэродинамических сил.

Алгоритм поиска траектории



- Грубый поиск
 - Сканирование сферической сетки углов (азимут $0 \dots 360^\circ$, угол места $-20 \dots 85^\circ$) с большим шагом.
- Локальное уточнение
 - Итеративное уменьшение области поиска вокруг лучшего кандидата с уменьшением шага.
- Координатный спуск
 - Тонкая настройка углов для минимизации ошибки.
- Метод Нелдера-Мида
 - Финальная оптимизация для нахождения глобального минимума функции промаха.

Заключение

01

В ходе работы был создан полноценный симулятор перехвата.

02

Реализованная физическая модель описывает поведение тела в атмосфере, учитывая снос ветром.

03

Применение метода Рунге-Кутты и алгоритмов оптимизации позволило добиться высокой точности попадания.

04

Упрощение модели движения цели позволило сохранить баланс между физической достоверностью перехвата и производительностью системы.