## Вступ

Вивчення фізики захоплююче заняття, особливо якщо учень сам може ставити фізичні експерименті. Однак далеко не всі розділи підручника можна підкріпити практичною діяльністю. Дуже малі і дуже великі об’єкти можна тільки уявляти, їх не можна встановлювати, рухати, і навіть, спостерігати. Тут на допомогу викладачу приходить моделювання, а саме комп’ютерні імітаційні моделі, які завдяки тотальній комп’ютеризації нашого життя, доступні майже кожному.

В роботі пропонується інтерактивна модель небесної механіки з можливістю як вирішувати, так і створювати навчальні завдання. Модель реалізована програмною системою, якою можна користатися як індивідуально, так і з класом.

Учбові моделюючі програми мають відрізнятися простим користувацьким інтерфейсом, інтерактивністю, малим часом реакції на дії користувача, що не знімає з них відповідальності за правдивість відображення реальних явищ. Одночасне задоволення усіх перерахованих потреб іноді вимагає неабияких зусиль і винахідливості.

## Модель

Модель імітує поведінку масивних тіл, які рухаються у просторі, підкоряючись закону тяжіння Ісака Ньютона. Простір, в якому рухаються тіла, тривимірний. Саме в тривимірному просторі напруга поля гравітації зворотно пропорційна квадрату відстані від точкової маси, у двовимірному просторі залежність напруги і, відповідно, закон тяжіння мали б інший вигляд. Але модельні сценарії побудовані так, що всі вектори положення і вектори швидкості рухомих тіл розташовані в одній площині, тому стан моделі природно відображується на площині екрану.

В кожному модельному сценарії чисельно вирішується задача n тіл. Одночасно з побудовою траєкторій тіл стан моделі відображується на екрані, що створює ілюзію руху тіл.

Модельний час, на відміну від природного, дискретний. При виконанні обчислень одиницею виміру часу вважається один такт, одиницею виміру простору – один піксель, одиниця виміру маси обрана такою, щоб стала тяжіння в законі Ньютона дорівнювала 1. При відображенні моделі одиницям виміру можна дати інші назви, наприклад, один такт часу це один день, один піксель це мільйон кілометрів, одиниця маси – маса Землі. Інший підхід полягає в тому, щоб не надавати одиницям ніяких назв при їх відображенні, саме його і було обрано.

Чисельне вирішення диференційних рівнянь потребує, щоб за один такт дискретного часу ніякі параметри моделі не зазнавали значних змін. На практиці це виглядає як обмеження напруженості поля тяжіння, бо прискорення тіла в полі тяжіння це власне і є напруженість, швидкості це суми прискорень, а відстані, які тіла долають за одиницю дискретного часу, кількісно дорівнюють швидкостям. Якщо ці відстані будуть великими орбіти планет не будуть гладкими. Якщо прискорення великі, то чисельне інтегрування стає неточним і поведінка системи не підкоряється законам механіки.

## Планети

Планета – основний елемент моделі. Він уособлює не тільки власне планети, а і зірки, астероїди, комети і навіть ракети, які є об’єктами, похідними від планети.

Основні властивості планети це маса, розмір, положення і швидкість. З двовимірності модельного простору витікає що положення і швидкість задаються двома компонентами. Планета має форму кола, тому розмір планети задається радіусом кола. Для ідентифікації планета слугує її унікальне ім’я. Для відображення планети є додаткові властивості - колір і траєкторія. Траєкторія зберігається як колекція точок простору, в яких планета побувала в минулому.

Планети взаємодіють між собою через силу тяжіння, яка визначається за законом Ньютона. На малих відстанях від центру напруженість поля тяжіння планети стає надто великою і, якщо інші тіла наближаються до центру планети на таку або меншу відстань, обчислювальна схема працює не коректно.

Критичну відстань можна визначити з формули для напруженості .

Запобігти наближенню на критичну відстань може розмір самої планети, тому що, коли тіла стикаються, тобто відстань між центами тіл стає менше за суму їх радіусів, більш масивна планета поглинає планету з меншою масою.

Радіус планети можна зробити яким завгодно, але зі сказаного ясно, що для безпечної роботи системі він не має бути менше критичної відстані. З дослідів визначено, що критичнім значення напруженості поля для нашої моделі , тому, з огляду на модельне значення G=1 , мінімально можливий радіус планети масою m буде . Втім, ніщо не забороняє робити радіус планети більшим за критичний, якщо цього потребує сценарій досліду.

## Ракети

Ракети демонструють, як можна пересуватися в космічному просторі і здійснювати міжпланетні подорожі.

Ракета є космічним тілом малої маси і розміру. Ракета стартує з обраної планети, отримує миттєвий імпульс під час старту і далі рухається по балістичній траєкторії без можливості її корекції. Відносно ракет діють два припущення: 1) траєкторія ракети починається з центру материнської планети, 2) тяжіння материнської планети ніяк не впливає на ракету. Такі припущення суттєво спрощують розрахунки і роблять їх доступними навіть для школярів.

Як і інші небесні тіла, ракети можуть стикатися з планетами, і це є закінченням їх життєвого шляху.

## Туманності

Туманності є повноправним учасниками космічного руху, і хоча передбачення їх руху не така проста річ, як розрахунки орбіт планет і траєкторій ракет, повчальним є спостереження за еволюцією і взаємодією з іншими туманностями і планетами.

Туманність моделюється сукупністю великої кількості однакових часток малої маси. Внаслідок взаємного тяжіння частки прагнуть злитися в одне і запобігти надто швидкому злиттю можуть тепловий рух і/або відцентрова сила, якщо туманність обертається. Моделювання теплового руху потребує додаткових обчислень, що може зменшити швидкодію рушія до неприпустимо малої, тому для стабілізації туманності використане лише обертання.

Туманність в своєму початковому стані має такі параметри: загальна кількість часток, маса однієї частки, координати центра мас, радіус кола, я якому розташовуються частки, закон розподілення часток по площі туманності, колір часток, їх розмір. Щоб не вантажити користувача задаванням такої кількості даних, туманність створюється з вже існуючої планети. В такому разі треба додатково задати лише кількість часток, радіус кола, в якому вони розташуються і швидкість обертання, а всі інші параметри будуть запозичені у планети або обчислені. Так маса однієї частки є маса планети, поділена на кількість часток, координати центра туманності є координатами центра планети, розподіл часток рівномірний вздовж радіусів і по куту напряму, колір часток такий як колір планети тощо.

Що стосується обертання туманності, тут критичною є така швидкість часток з якою вони будуть рухатися по круговим орбітам навколо центра мас. За такої умови частки не будуть наближатися одна до одної а хаотична складова руху часток призведе до розпаду туманності. Щоб спостерігати за концентрацією часток и створенням з туманності планетної системи, орбіти часток мають бути еліптичними. Емпірично знайдено що злиття часток відбувається, коли їх початкова швидкість знаходиться в межах 10 - 50% від кругової швидкості.

## Конструктор сцен

Конструктор сцен являє собою веб-сторінку, головним елементом якої є канвас, що відображує космічний простір. В тому просторі користувач будує бажану сцену, тобто створює зірки і планети, надає їм бажані параметри, такі як маса, розмір положення, початкова швидкість тощо.

Під час створення сцени вона статична, в ній ніщо не рухається. Коли сцена створена, можна увімкнути плин часу, і всі елементи сцени почнуть рухатися відповідно до законів класичної механіки. В будь-який момент модельний час можна зупинити або продовжити. Можна також рухати час покроково, щоб бачити малі зміни в стані моделі.

Сцену можна зберегти у вигляді тексту, щоб потім знову завантажити у простір, коли в тому виникне потреба. Треки руху елементів сцени можна показати або приховати. Масштаб зображення можна змінювати в широких межах. Все перелічене здійснюється за допомогою панелі керування, яка знаходиться в правому верхньому куті канвасу. Панель можна приховати, якщо вона заважає астрономічним спостереженням.

Будь-який елемент сцени можна зробити обраним. Обраний елемент підсвічується, а в правому верхньому куті канвасу з’являється панель, на якій можна бачити і змінювати всі параметри обраного елемента.

З обранням елементу з’являється можливість планування дій, що пов’язані з певною планетою. До них відносяться запуск ракет і перетворення планети на туманність. Такі дії можуть бути відкладені у часі, тобто ракета або туманність виникне не одразу, а через заплановану кількість тактів модельного часу.

## Учбові завдання

Учбове завдання полягає в тому, що користувач отримує певну сцену і повинен так змінити її, щоб результат відповідав вимогам, викладеним в завданні. Наприклад, в завданні надається сцена в якій є масивна зірка і планета на певній відстані від неї. Маса зірки набагато більше за масу планети. Вимога полягає в тому щоб надати планеті таку початкову швидкість, яка б змусила її обертатися навкруги зірки по круговій орбіті.

Користувач має можливість дослідити сцену і отримати будь-які параметри її елементів, як от їх координати, швидкості, маси, розміри. На основі параметрів він може обчислити швидкість планети, встановити її і побачити результат своїх зусиль, запустивши модельний час. Якщо результат не відповідає вимогам – планета рухається по еліпсу, або впала на зірку, або зовсім покинула її, користувач може виправити свої розрахунки і спробувати знову. Якщо досягти мети не вдається, можна отримати підказку, як провести обчислення. Нарешті, можна отримати остаточне вирішення завдання разом зі сценою, яка точно відповідає вимогам завдання.

Певний пул учбових завдань вже знаходиться в системі. Ці завдання активізуються кнопками, які розташовані над канвасом.

Опис завдання має текстову форму і повністю відокремлений від програмного коду. Завдяки тому, викладач може створювати власні завдання і додавати їх до тих, що вже є. Питання про те, чи буде підказка і чи буде доступна правильна відповідь, вирішує викладач.

**Посилання**

<https://astrograv.soft32.com/>

Програмне забезпечення для моделювання орбіт і гравітаційних систем. Воно підтримує різні типи імітацій і дозволяє вивчати динаміку небесних тіл.

<https://www.orbitsimulator.com/>

Онлайн-симулятор орбіт, який дозволяє вивчати орбіти планет і супутників, а також створювати власні моделі руху небесних тіл.

<https://rebound.readthedocs.io/en/latest/>

Pyton or C++

Це пакет для чисельного моделювання динаміки небесних тіл. Він використовується для моделювання руху планет, астероїдів, комет і зірок. Rebound підтримує різноманітні чисельні методи для інтеграції орбіт.

<https://stellarium.org/>

Безкоштовний астрономічний симулятор, який дозволяє користувачам спостерігати нічне небо з будь-якої точки на Землі та в будь-який час. Містить функції для моделювання руху планет і зірок.

<https://celestiaproject.space/>

3D

Це вільне програмне забезпечення для тривимірного моделювання та візуалізації космосу. Celestia дозволяє досліджувати планети, зірки, галактики та інші небесні тіла в реальному часі.

[My Solar System - Astronomy | Orbits | Gravitational Force - PhET Interactive Simulations (colorado.edu)](https://phet.colorado.edu/en/simulations/my-solar-system)