Посилання

<https://astrograv.soft32.com/>

Програмне забезпечення для моделювання орбіт і гравітаційних систем. Воно підтримує різні типи імітацій і дозволяє вивчати динаміку небесних тіл.

<https://www.orbitsimulator.com/>

Онлайн-симулятор орбіт, який дозволяє вивчати орбіти планет і супутників, а також створювати власні моделі руху небесних тіл.

<https://rebound.readthedocs.io/en/latest/>

Pyton or C++

Це пакет для чисельного моделювання динаміки небесних тіл. Він використовується для моделювання руху планет, астероїдів, комет і зірок. Rebound підтримує різноманітні чисельні методи для інтеграції орбіт.

<https://stellarium.org/>

Безкоштовний астрономічний симулятор, який дозволяє користувачам спостерігати нічне небо з будь-якої точки на Землі та в будь-який час. Містить функції для моделювання руху планет і зірок.

<https://celestiaproject.space/>

3D

Це вільне програмне забезпечення для тривимірного моделювання та візуалізації космосу. Celestia дозволяє досліджувати планети, зірки, галактики та інші небесні тіла в реальному часі.

[My Solar System - Astronomy | Orbits | Gravitational Force - PhET Interactive Simulations (colorado.edu)](https://phet.colorado.edu/en/simulations/my-solar-system)

**Завдання 1**

Створити систему зірка-планета, так щоб планета була на заданій відстані і рухалась по круговій орбіті.

Вирішення

Щоб планета рухалася по колу навкруги нерухомої зірки, маса планети має бути малою відносно маси зірки. Рух по колу потребує щоб відцентрова сила врівноважувалася силою тяжіння, тобто

З (1.1) витікає (1.2).

Приклад.

    [{"name":"Sun","m":10000,"r":25,"x":0,"y":0,"vx":0,"vy":0,"color":"yellow"},{"name":"Earth","m":10,"r":8,"x":400,"y":0,"vx":0,"vy":5,"color":"lightblue"}]

**Завдання 2**

Створити систему зірка-планета. Маса зірки M, найбільша відстань від планети до зірки (відстань в афелію) становить . Визначити тангенціальну швидкість планети так, щоб велика вісь орбіти дорівнювала r.

Вирішення

Потенційна енергія тяжіння планети масою m на відстані від зірки r дорівнює . Знак «мінус» пояснюється тим, що потенційна енергія тим більша, чим більша відстань між масами (на кшталт розтягуванню пружини). На нескінченній відстані енергія найбільша і в той же час прагне до нуля, що витікає з вигляду самого дробу.

Якщо задана тангенціальна швидкість становить повну швидкість планети, тобто нормальну частину швидкості будемо вважати нульовою, то із закону збереження енергії сума кінетичної і потенційної енергії планети в афелії і в перигелії однакові.

В той же час із закону збереження кутового моменту

тобто

Підставляємо (2) в (1) і знаходимо .

Приклад.

[{"name":"Sun","m":10000,"r":20,"x":0,"y":0,"vx":0,"vy":0,"color":"yellow"},{"name":"Earth","m":1,"r":6,"x":300,"y":0,"vx":0,"vy":5.164,"color":"lightblue"}]

**Завдання 3**

Створити систему подвійної зірки з масами m1 і m2 і відстанню між центрами – r. Обрати швидкість окремих зірок, яка б забезпечила існування подвійної зірки.

Вирішення

Подвійна зірка буде існувати, коли зірки будуть обертатися навколо центра мас по еліпсам згідно з першим законом Кеплера, а не розлетяться на нескінченну відстань і не впадуть одна на одну.

Розглянемо спрощений випадок, коли маси зірок однакові і швидкості в початковому стані також однакові і протилежно направлені.

В будь-який момент часу система має потенційну енергію тяжіння

і кінетичну енергію

Надали зірки можуть зближуватися, розходитися або зберігати початкову відстань.

Останнє можливе коли зірки обертаються навкруги центра мас по колу (рис а). В цьому випадку доцентрова сила є силою тяжіння до протилежної зірки і справедливе співвідношення

Наприклад, , 1.581. Нагадуємо, що в нашій моделі G = 1.

Зірки можуть розходитися і при певних значеннях швидкості v розлетяться зовсім. Коли зірки розходяться, кінетична енергія перетікає в потенційну, і якщо запас кінетичної енергії достатній, щоб потенційна енергія сягнула нуля, тобто E >= -H, то відстань між зірками зможе зростати до нескінченності.

Наприклад, m = 1000, r = 100. Тоді при планети не будуть розходитися на нескінченність.

Зірки можуть зближуватися і якщо відстань між центрами стане дуже малою, модель не буде працювати правильно.

Обертання зірки навкруги центра мас схоже на рух планети в центральному полі тяжіння. Різниця полягає в тому, що відстані до центу мас вдвічі менші за відстані від однієї зірки до іншої, тому формула для швидкості буде такою

Тут - відстань від зірки до центру мас, коли зірка по відношенню до центра знаходиться в афелії, – теж саме в перигелії. Найменша відстань між зірками дорівнює .

Наприклад, припустимо, що мінімальна відстань між зірками – 60.

Всі швидкості, менші за призводять, якщо не до стиканню зірок, то принаймні до похибок в моделі.

**Завдання 4.**

Створити систему зірка-планета-супутник

В цьому завданні перед нами повстає славнозвісна проблема трьох тіл, але окремі випадки цієї проблеми вирішуються просто. Зараз «окремість» полягає в тому, що , де

Спочатку змусимо планету обертатися навкруги зірки без супутника, так, як у першому завданні. Швидкість планети вирахуємо за формулою (1.2) .

Потім, дамо планеті супутник, який буде кружляти навкруги планети, як планета кружляє навкруги зірки. При визначенні швидкості супутника врахуємо, що планета, на відміну від зірки, також рухається

Приклад.

*Питання 1*. На відміну від Місяця, який за рік обертається навкруги Землі приблизно 12 разів, наш супутник обертається приблизно 7.5 разів.

Спираючись на третій закон Кеплера, можна відкоригувати систему так, щоб супутник також робив приблизно 12 обертів за один оберт планети.

*Питання 2*. Що потрібно змінити, щоб супутник обертався навколо планети в протилежному напрямку?

*Питання 3*. Можна спостерігати, що система в цілому потихеньку дрейфує в напряму осі Oy. Чому це відбувається і як цього позбутися?

[{"name":"Sun","m":10000,"r":25,"x":0,"y":0,"vx":0,"vy":0,"color":"yellow"},

{"name":"Earth","m":10,"r":5,"x":400,"y":0,"vx":0,"vy":5,"color":"lightblue"},

{"name":"Moon","m":0.1,"r":2,"x":410,"y":0,"vx":0,"vy":6,"color":"white"}]

**Завдання 5.**

Перша космічна швидкість.

Балістичний політ тіла – це просто падіння його на Землю. Чим більша початкова швидкість тіла, тим віддаленіш точка зустрічі тіла з поверхнею планети. При достатньої швидкості тіло зовсім не зустрінеться з поверхнею, а буде кружляти навколо Землі. Саме це відобразив Ісаак Ньютон на своєму знаменитому малюнку в книзі «Трактат про систему світу».

Мінімальна швидкість, що забезпечить кружляння, зветься першою космічною.

Задана планета і висота над поверхнею планети. З цієї висоти робить горизонтальний постріл гармата Ньютона. Оберіть швидкість снаряду, яка забезпечить його політ по колу навкруги планети. Роль снаряду хай виконує планета-супутник.

Маса планети - M, радіус планети - r, висота над поверхнею - h, швидкість снаряду – v.

Для польоту по колу радіусом R = r + h нам відома формула

Приклад. .

[{"name":"Sun","m":10000,"r":300,"x":0,"y":0,"vx":0,"vy":0,"color":"green"},

{"name":"Noname","m":1,"r":5,"x":0,"y":310,"vx":5.68,"vy":0,"color":"white"}]

Також цікаво знати швидкість, яка дозволить вразити ціль на протилежній стороні планети (на найдовшій відстані від гармати. Тут снаряд має летіти по еліпсу з великою піввіссю D = 2r +h і відстанню в афелії

Ra=r +h.

[{"name":"Noname","m":1,"r":0.001,"x":0,"y":320,"vx":5.493,"vy":0,"color":"white"},

{"name":"Sun","m":10000,"r":300,"x":0,"y":0,"vx":0,"vy":0,"color":"green"}]

З ракетами

Запустити ракету з землі до сонця

Запуск штучного супутника Землі (перша космічна)

Скористатися гравітацією для прискорення ракети

Запустити ракету з Землі до Місяця

З