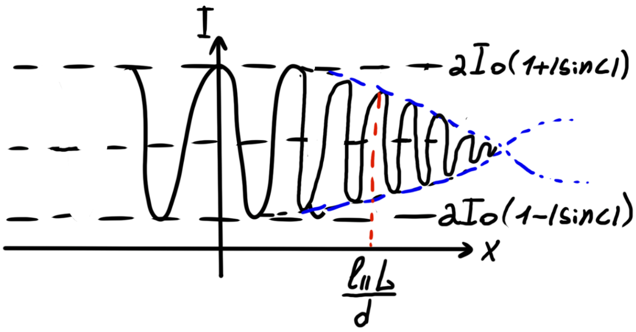
$$I = 2\frac{I_0}{a_s}\left(a_s + \frac{\sin\left(\frac{\omega_0 d}{c}\left[\frac{x_s}{L_s}+\frac{x}{L}\right]\right)\Big|_{-\frac{a_s}{2}}^{\frac{a_s}{2}}}{\frac{\omega_0 d}{cL_s}}\right) = 2I_0\left(1+\cos\left[\frac{\omega_0}{c}\frac{xd}{L}\right]\frac{\sin\left[\frac{\omega_0 d}{c}\frac{a_s}{2L_s}\right]}{\frac{\omega_0 d a_s}{2cL_s}}\right) =$$

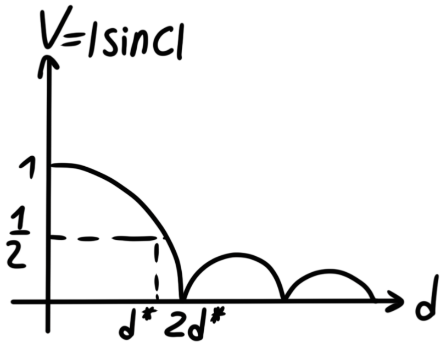
$$= 2I_0\left(1+\underbrace{\cos\left[\frac{\omega_0}{c}\frac{xd}{L}\right]}_{k\Delta r}\underbrace{\operatorname{sinc}\left[\frac{\omega_0}{c}\frac{da_s}{2L_s}\right]}_{\text{верно, если } \Delta r \ll l_{\parallel}}\right)$$

$$V = \frac{2I_0(1+|\operatorname{sinc}|)-2I_0(1-|\operatorname{sinc}|)}{2I_0(1+|\operatorname{sinc}|)+2I_0(1-|\operatorname{sinc}|)} = \left|\operatorname{sinc}\left(\frac{\omega_0}{c}\frac{da_s}{2L_s}\right)\right|$$

- вычислена в центре интерференционной картине.



Видность с ростом Δr падает от 1 до 0.



$$\frac{\omega_0}{c}\frac{d^* a_s}{2L_s} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow d^* = \frac{\pi\lambda}{2\pi\frac{a_s}{L_s}} = \frac{\lambda}{2\frac{a_s}{L_s}} = \frac{\lambda}{2\theta}$$

, где θ - угол под которым виден источник излучения из отверстия в экране, а $d^* = l_\perp$ - поперечная длина когерентности протяженного источника.

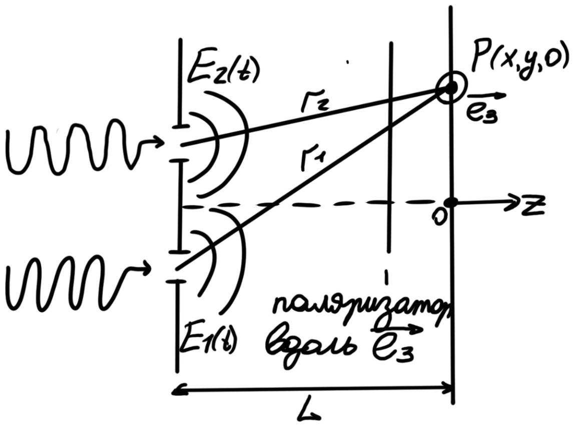
$$\Delta r_s^* = \frac{d^* a_s}{2L_s} = \frac{\lambda}{4}$$

Вывод:

1) Немонохроматичность источника приводит к пространственному ограничению области, в которой наблюдается интерференционная картина ($\Delta r < l_\parallel$);

2) Протяженность источника приводит к "размыванию"интерференционных полос, снижая их видность.

1. Корреляционная функция случайного стационарного волнового поля



$$\vec{E}_1(t) \text{ и } \vec{E}_2(t) \text{ - вещественные поля}$$

$$\vec{E}_\Sigma = \vec{e}_3 \left(\frac{\alpha}{r_1} E_1 \left(t - \frac{r_1}{c} \right) + \frac{\alpha}{r_2} E_2 \left(t - \frac{r_2}{c} \right) \right) \text{ в точке } P$$

$$I =< (\vec{E}_\Sigma, \vec{E}_\Sigma) >= \frac{\alpha^2}{L^2} \left[\underbrace{< E_1^2 \left(t - \frac{r_1}{c} \right) >}_{I_1} + \underbrace{< E_2^2 \left(t - \frac{r_2}{c} \right) >}_{I_2} + \underbrace{2 < E_1 \left(t - \frac{r_1}{c} \right) E_2 \left(t - \frac{r_2}{c} \right) >}_{I_{12}} \right]$$

$$< E_1 \underbrace{\left(t - \frac{r_1}{c} \right)}_{t'} E_2 \left(t - \frac{r_2}{c} \right) >=< E_1(t) E_2 \left(t' + \underbrace{\frac{\Delta r}{c}}_{\Delta t} \right) >=< E_1(t') E_2(t' + \Delta t) >= G_{12}^{(0)}(\Delta t)$$

, где $G_{12}^{(0)}$ - корреляционная функция $\left(\Delta t = \dfrac{\Delta r}{c} \right)$.

$$I = \frac{\alpha^2}{L^2} (G_{11}^{(0)}(0) + G_{22}^{(0)}(0) + 2G_{12}^{(0)}(\Delta t)) = \frac{\alpha^2}{L^2} (G_{11}^{(0)} + G_{22}^{(0)} + 2\sqrt{G_{11}^{(0)} G_{22}^{(0)}} \gamma_{12}^{(0)}(\Delta t))$$

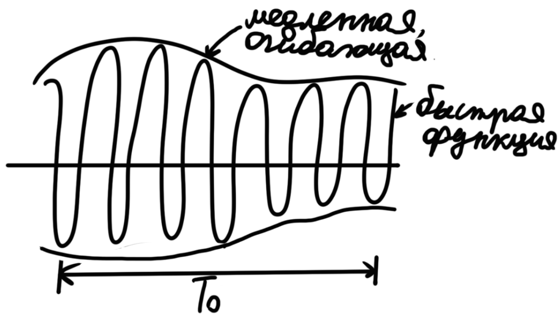
, где $\gamma_{12}(\Delta t)$ - степень когерентности полей.

$$\gamma_{12}^{(0)} = \frac{< E_1(t) E_2(t + \Delta t) >}{\sqrt{< E_1^2(t) >< E_2^2(t) >}}$$

Рассмотрим квазимонохроматические поля $E_1(t) = u_1(t) e^{-i\omega t}$, $E_2(t) = u_2(t) e^{-i\omega t}$, где $u_1(t)$ и $u_2(t) \in \mathbb{C}$ медленно меняются от времени.

$$< \mathrm{Re} E_1(t) \mathrm{Re} E_2(t + \Delta t) >= \left\langle \frac{u_1(t) e^{-i\omega t} + u_1^*(t) e^{i\omega t}}{2} \cdot \frac{u_2(t + \Delta t) e^{-i\omega (t + \Delta t)} + u_1^*(t + \Delta t) e^{i\omega (t + \Delta t)}}{2} \right\rangle =$$

$$\frac{< u_1(t) u_2^*(t + \Delta t) > e^{i\omega \Delta t} + u_1^* u_2(t + \Delta t) e^{-i\omega \Delta t}}{4} = \frac{1}{2} \mathrm{Re} < u_1(t) u_2^*(t + \Delta t) > e^{i\omega \Delta t}$$



$G_{12}(\Delta t) = < u_1(t) u_2^*(t+\Delta t) >$ - корреляционная функция амплитуд полей.

$$I = \frac{\alpha^2}{2L^2}\left[< |u_1(t)|^2 > + < |u_2(t)|^2 > + 2\mathrm{Re} < u_1(t) u_2^*(t+\Delta t) > e^{i\omega\Delta t}\right] =$$
$$= \frac{\alpha^2}{2L^2}\left[G_{11}(0) + G_{22}(0) + 2\sqrt{G_{11}(0)G_{22}(0)} \cdot \mathrm{Re}\left(\underbrace{\frac{G_{12}(\Delta t)e^{i\omega\Delta t}}{\sqrt{G_{11}(0)G_{22}(0)}}}_{\gamma_{12}^{(0)}(\Delta t)}\right)\right]$$

$$\gamma_{12}^{(0)}(\Delta t) = \frac{|G_{12}(\Delta t)|\cos(\omega\Delta t + \arg G_{12}(\Delta t))}{\sqrt{G_{11}(0)G_{22}(0)}},\ \gamma_{12}(\Delta t) = \frac{G_{12}(\Delta t)}{\sqrt{G_{11}(0)G_{22}(0)}}$$

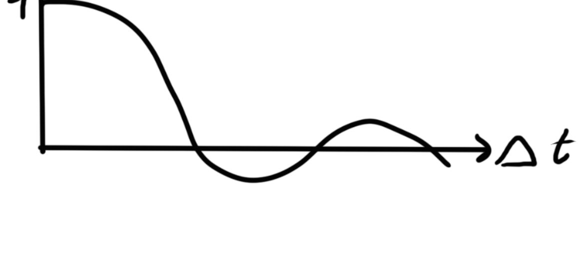
, где $\gamma_{12}(0)$ - комплексная степень когерентности амплитуд полей.

$$\gamma_{12}^{(0)}(\Delta t) = |\gamma_{12}(\Delta t)|\cos(\omega\Delta t + \arg(\gamma_{12}(\Delta t)))$$

Для точечного квазимонохроматического источника в схеме Юнга:

$$I(\Delta t) = 2I_0\left(1 + \cos(\omega_0\Delta t)\mathrm{sinc}\left(\frac{\Delta\omega}{2}\Delta t\right)\right), \quad I_1 = I_2,\ \frac{\Delta r}{c} = \Delta t$$
$$I(\Delta t) = \frac{\alpha^2}{L^2}G_{11}(0)\left[1 + Re\left\{|\gamma_{11}(\Delta t)|\cos(\omega\Delta t + \arg\{\gamma_{11}(\Delta t)\})\right\}\right]$$
$$\Rightarrow \gamma_{11}(\Delta t) = \mathrm{sinc}\left(\frac{\Delta\omega}{2}\Delta t\right)$$

Случай протяженного источника:



$$I(\Delta t) = 2I_0\left(1 + \cos(\omega_0 \Delta t)\mathrm{sinc}\left(\frac{\omega_0}{c}\frac{da_s}{2L_s}\right)\right) = 2I_0[1 + \cos(\omega_0\Delta t + \arg(\mathrm{sinc})|\mathrm{sinc}(\ )|)]$$

$$\gamma_{11}(\Delta t \to 0) = \mathrm{sinc}\left(\frac{\omega_0}{c}\frac{da_s}{2L_s}\right)$$

Модель цугов со случайными фазами $\varphi_0,\ \varphi_1,\ \varphi_2, ...$