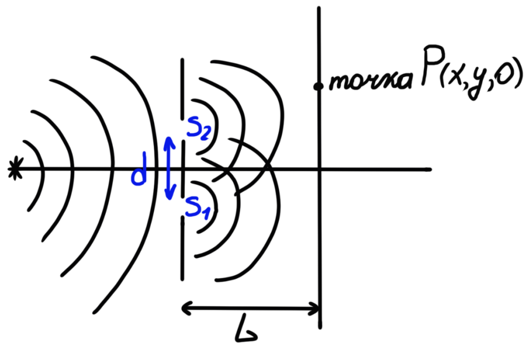
Опты Юнга (продолжение). Идея осуществить интерференцию от различных частей волнового фронта (поделить фронт волны)



$$\vec{E}_1 = |E_0^{\perp}|\frac{L}{r_1}e^{ikr_1 - i\omega_0 t + i\varphi_1(t)}\vec{e}_3, \quad \varphi_1(t) = \varphi_s\left(t - \frac{r_1}{c}\right)$$

$$\vec{E}_2 = |E_0^{\perp}|\frac{L}{r_2}e^{ikr_2 - i\omega_0 t + i\varphi_2(t)}\vec{e}_3, \quad \varphi_2(t) = \varphi_s\left(t - \frac{r_2}{c}\right)$$

$$I^{\perp} = I_1^{\perp} + I_2^{\perp} + I_{12}^{\perp} = \frac{1}{2}\frac{|E_0^{\perp}|^2 L^2}{r_1^2} + \frac{1}{2}\frac{|E_0^{\perp}|L^2}{r_2^2} + \frac{|E_0^{\perp}|^2 L^2}{r_1 r_2}\underbrace{< \cos(k\Delta r + \delta\varphi(t)) >}_{\text{усреднение по } \tau_0 \text{ - прибора}}$$

, где $\delta(t) = \varphi_s\left(t - \dfrac{r_1}{c}\right) - \varphi_s\left(t - \dfrac{r_2}{c}\right) = \varphi_s(t') - \varphi_s\left(t' + \dfrac{\Delta r}{c}\right)$

Если $\dfrac{\Delta r}{c} < \tau_{\text{ког}} = \dfrac{1}{\gamma}$, то $\delta\varphi(t) \approx 0$ и интерференционная картина зависит от Δr и видна.

Если $\dfrac{\Delta r}{c} > \tau_{\text{ког}} = \dfrac{1}{\gamma}$, то $\delta\varphi(t)$ - случайная величина и $< \cos(k\Delta r + \delta\varphi(t)) >= 0 \Rightarrow$ интерференционная картина не наблюдается.

Δr при котором интерференционная картина исчезает называется **продольная длина когерентности**:

$$l_{\parallel} = c\tau_{\text{ког}} = \frac{c}{\gamma} = \left[\Delta\omega\Delta t \sim \pi \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{\Delta\omega} = \frac{\pi}{\gamma}\right] = \frac{c\pi}{\Delta\omega} = \frac{c\pi\lambda^2}{2\pi c\Delta\lambda} = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}$$

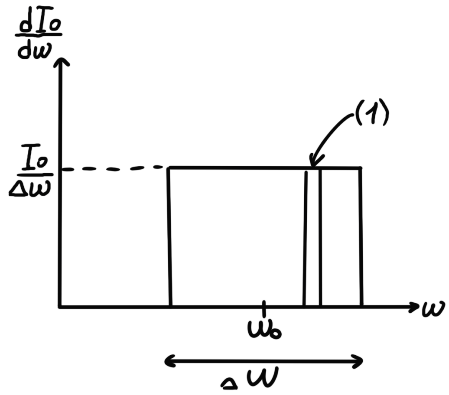
$$\left(\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \Rightarrow |\Delta\omega| = \frac{2\pi c}{\lambda^2}|\Delta\lambda|\right)$$

Для свечения разряженного газа $l_{\parallel} = \dfrac{3\cdot 10^{10}}{10^9} = 30$ см (За счет столкновений атомов $l_{\parallel}$ снижается до $\sim f$ см)

$$\Delta r = \frac{xd}{L} \sim 1 \text{ см} \quad x = 1\cdot\frac{100}{0,1} \sim 10^3 \text{ см}$$

Опыт Юнга (качественный анализ):

Пусть спектр источника - прямоугольный (приближение).



$$\text{(1): ширина } d\omega \text{ такая, чтобы } l'_{\parallel} = \frac{cT}{d\omega} \gg \Delta r \text{ - разность хода в экспоненте}$$

$$dI_0 = dI_1 = dI_2 (\text{т.к } L \gg x, d, y)$$

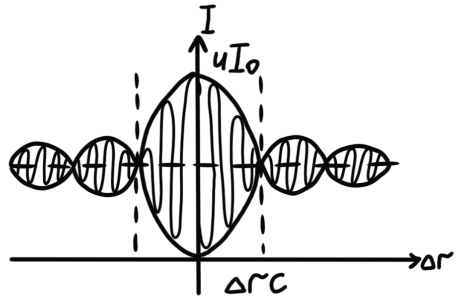
$$dI = dI_1 + dI_2 + \sqrt{dI_1 dI_2} 2\cos(k\Delta r) = 2dI_0 \left(1 + \cos\left(\frac{\omega}{c}\Delta r\right)\right)$$

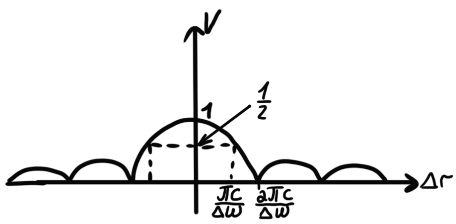
$$I = \int dI = \int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} 2\frac{dI_0}{d\omega}\left(1 + \cos\left(\frac{\omega}{c}\Delta r\right)\right) d\omega = 2\frac{I_0}{\Delta\omega}\left(\Delta\omega + \frac{\sin\left(\frac{\omega}{c}\Delta r\right)}{\frac{\Delta r}{c}}\Bigg|_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}}\right) =$$

$$= 2I_0\left(1 + \frac{2\cos\left(\frac{\Delta r}{c}\omega_0\right)\sin\left(\frac{\Delta r}{c}\frac{\Delta\omega}{2}\right)}{\frac{\Delta r \Delta\omega}{2c}}\right) = 2I_0\left(1 + \underbrace{\mathrm{sinc}\left(\frac{\Delta r}{c}\Delta\omega\right)}_{\text{огибающая}} \underbrace{\cos\left(\frac{\Delta r}{c}\omega_0\right)}_{\text{наполнение}}\right)$$

Видность: $I_{\max} = 2I_0(1 + |\mathrm{sinc}|), \quad I_{\min} = 2I_0(1 - |\mathrm{sinc}|)$

$$V = \frac{2I_0 2|\mathrm{sinc}|}{4I_0} = \left|\mathrm{sinc}\left(\frac{\Delta\omega\Delta r}{2c}\right)\right|$$





Если $\Delta r > \dfrac{\pi c}{\Delta\omega}$ - картина интерференции исчезает;

Если $\Delta r < \dfrac{\pi c}{\Delta\omega}$ - картина видна.

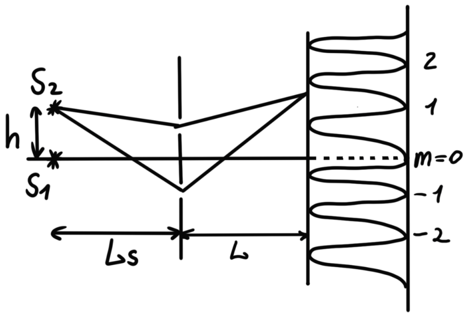
$$\Delta r_m = \frac{x_m d}{L} = m\lambda \quad \text{(условие максимума интенсивности)}$$

$$\frac{\Delta r_m \omega_0}{c} = 2\pi m$$
$$\frac{\Delta r_m}{\lambda} = m$$
$$\Delta r_m = \lambda m$$
$$x_m = \frac{L}{d} m\lambda$$
$$x_{m+1} - x_m = \Delta x_m = \frac{\lambda L}{d}$$

Размер интерференционной картины $l_{\parallel} = \Delta r = \dfrac{x_{\max} d}{L}$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{L}{d} l_{\parallel} = \frac{L}{d}\frac{\pi c}{\Delta\omega}$$
$$2x_{\max} = \frac{L}{d}\frac{2\pi c}{\Delta\omega}, \text{ число полос:}$$
$$\frac{x_{\max}}{\Delta x_m} = \frac{d}{\lambda L}\frac{L}{d}\frac{2\pi c\omega_0}{\Delta\omega\omega_0} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

Влияние размера источника на интерференционную картину:



$$\Delta r(\text{смещенного на } h \text{ источника}) = r_1' + r_1 - r_2 - r_2'; \quad r_1' - r_2' = \frac{h}{L_s} d$$
$$d\alpha \approx \frac{h}{L_s} d = \Delta_1; \quad r_1 - r_2 = \frac{x}{L} d = \Delta_2$$
$$\Delta r_m = \Delta_1 + \Delta_2 = \frac{h}{L_s} d + \frac{x}{L} d = m'\lambda$$

, где m' - порядок второго источника.

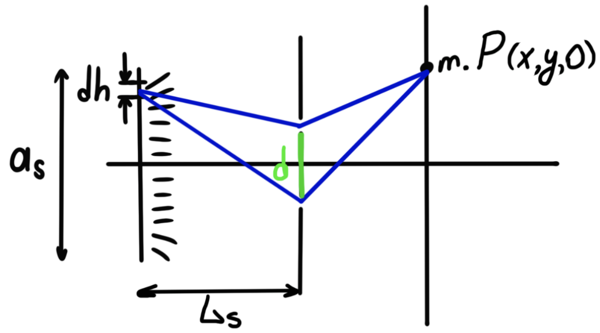
$$\frac{h}{L_s} + \frac{x_0}{L} = 0$$

Первый раз когда исчезнет (при увеличении h) интерференционная картина:

$$\left(\frac{h^*}{L_s} + \frac{0}{L}\right) d = \frac{\lambda}{2}, \quad h^* = \frac{\lambda L_s}{2d}$$

но потом периодически появляется и исчезает, так как интерференционные картины двух источников,то синфазны, то наблюдаются в противофазе.

Каждый участок источника является скоплением случайно излучающих атомов и не интерферирует с соседним участком ⇒ складываем интерференционные картины от разных участков.

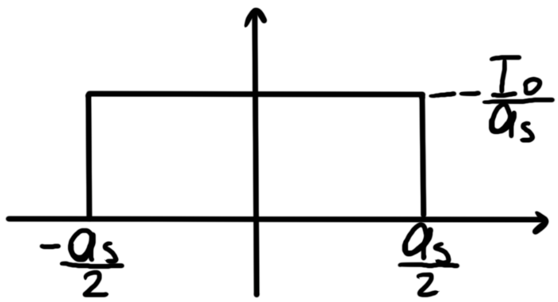


Рассмотрим только центр интерференционной картины, где

$$\frac{\Delta r \Delta \omega}{2c} \ll \pi \quad (\Delta r \ll l_{\|})$$

$$dI_0 = dI_1 = dI_2 \quad L_s,\ L \gg d, h, x, y$$

$$dI_0 = \frac{I_0}{a_s}$$



$$dI = 2dI_0(1 + \cos \omega_0 k \Delta r) = \frac{2dI_0}{dh} dh \left(1 + \cos\left[kd\left(\frac{x}{L} + \frac{h}{L_s}\right)\right]\right) \Bigg| \cdot \int_{-\frac{a_s}{2}}^{\frac{a_s}{2}}$$

$$I = \frac{2I_0}{a_s}\left(a_s + \frac{\sin\left(kd\left(\frac{x}{L} + \frac{h}{L_s}\right)\right)}{k\frac{d}{L_s}}\Bigg|_{-\frac{a_s}{2}}^{\frac{a_s}{2}}\right)$$