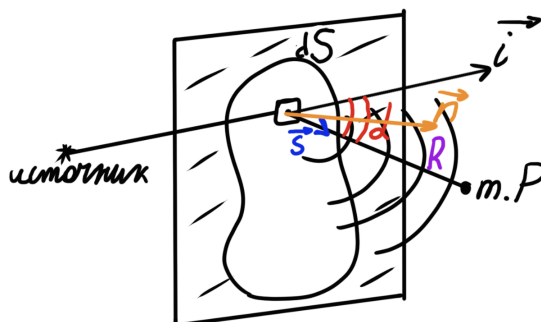


1. Продолжение теории Гюйгаса-Френеля



\vec{i}, \vec{s} - единичные вектора, \vec{n} - нормаль к поверхности, а $\alpha = \widehat{\vec{i}, \vec{s}}$

$$E_p = \int \mathbb{K}(\alpha) E(S) \frac{e^{ikR}}{R} dS_n$$

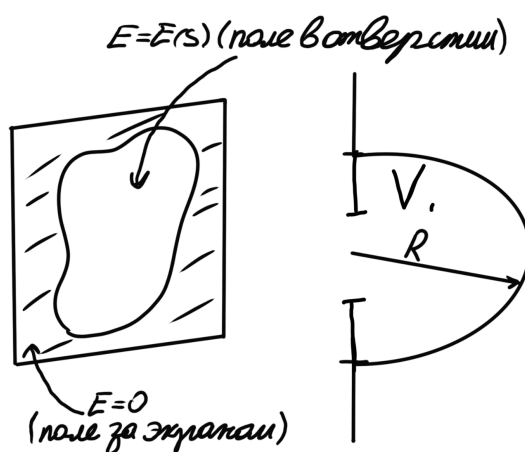
Основные допущения теоремы Гюйгаса-Френеля:

- 1) поле в отверстии экрана такое же как и в его отсутствии;
- 2) экран абсолютно поглощающий, поле непосредственно за экраном поле равно нулю;
- 3) существенна только форма отверстия, несущественна форма его края и материал.

Математическая постановка задачи и нахождение $\mathbb{K}(\alpha)$ - Кирхгоф.

$$\Delta E(\vec{r}) + k^2 E(\vec{r}) = 0 - \text{скалярное волновое уравнение}$$

Граничные условия:

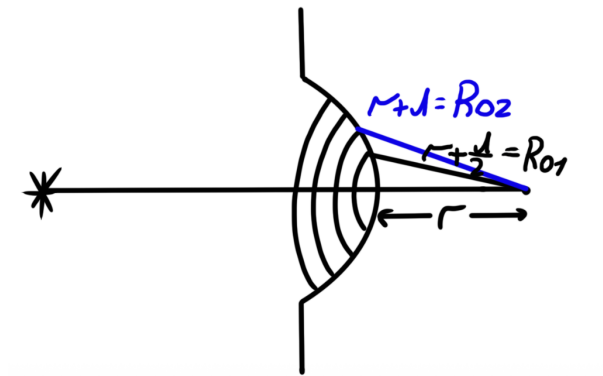
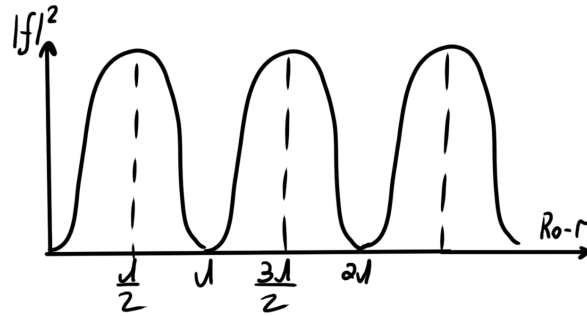


условие излучения (все волны покидают этот объем V)

$$E_p = \frac{k}{4\pi i} \int dS_n (1 + \cos \alpha) \frac{e^{ikR}}{R} E(S)$$

, где $I = \frac{|E_p|^2}{2}$

$$|f(R_0 - r)|^2 = (e^{ik(R_0 - r)} - 1)(e^{-ik(R_0 - r)} - 1) = 2 - 2\cos(k(R_0 - r)) = 4\sin^2\left(\frac{k(R_0 - r)}{2}\right)$$



$$\frac{k(R_{01} - r)}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$R_{01} - r = \frac{\lambda}{2}$$

$$R_{0m} - r = m\frac{\lambda}{2}$$

Устремим радиус отверстия к ∞ и учтем спад $\mathbb{K}(\alpha)$ с ростом $\alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow E_{p_0} = \frac{\mathbb{K}(0)2\pi}{k} E_{p_0} i \Rightarrow \mathbb{K}(0) = \frac{k}{2\pi i} = \frac{1}{i\lambda}$$

$$R_{0m}^2 = \left(r + m\frac{\lambda}{2}\right)^2 \stackrel{(*)}{=} (r + r_0)^2 + r_0^2 - 2(r_0 + r)r_0 \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)$$

, где $(*)$ - из теоремы косинусов.

С учетом, что $\theta \approx \sin \theta = \frac{a_m}{r_0}$:

$$r^2 + rm\lambda + \left(\frac{m\lambda}{2}\right)^2 \stackrel{0(\text{мало})}{=} 2r_0^2 + 2rr_0 + r^2 - 2r_0^2 - 2rr_0 + (r_0 + r)\frac{a_m^2}{r_0^2}r_0$$

$$a_m^2 = \frac{r_0 r m \lambda}{r_0 + r} = \frac{m \lambda}{\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r}}$$

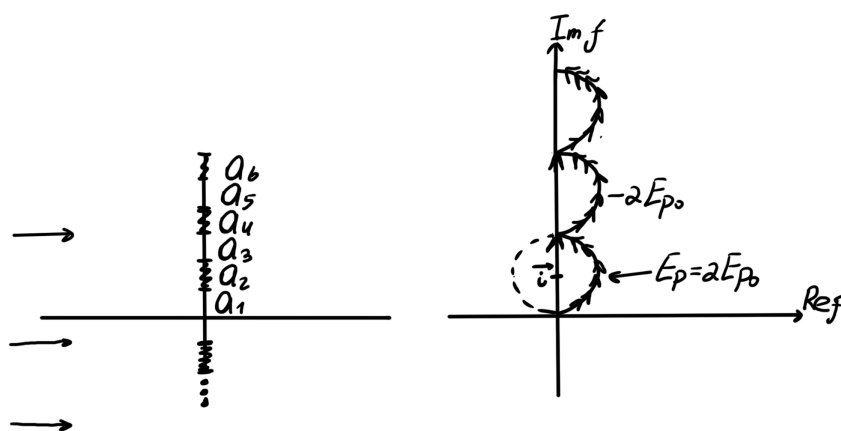
$$\pi a_{m+1}^2 - \pi a_m^2 = \frac{\pi \lambda}{\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r}} = \text{const} \Rightarrow$$

\Rightarrow площадь колец между зонами Френеля - есть постоянная величина.

Если $r_0 \rightarrow \infty$, то падает плоская волна $\Rightarrow a_m = \sqrt{r m \lambda}$

Зонные пластинки:

1) Нечетные зоны открыты, четные закрыты:



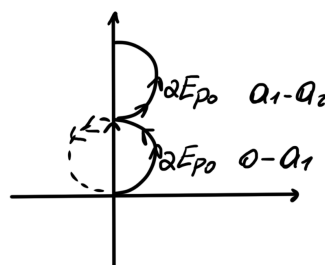
$$E_p = \frac{k}{2\pi i} \frac{2\pi}{k} E_{p0} \frac{1}{i} (e^{ik(R_0-r)} - 1) \Rightarrow E_p = E_{p0} (1 - e^{ik(R_0-r)})$$

$$E_{p\Sigma} = E_p (\text{от всех нечетных зон}) = N \cdot E_{p0} 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{p\Sigma} = \frac{|E_{p\Sigma}|^2}{2} = 4N^2 \frac{|E_{p0}|^2}{2} = 4N^2 I_0$$

, где N - число нечетных зон.

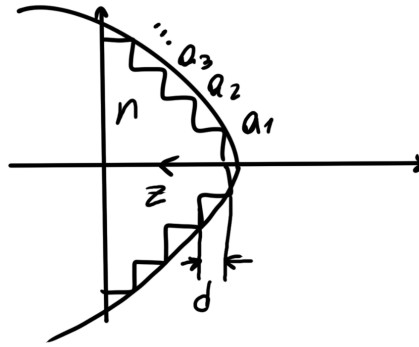
2) Нечетные открыты, в четных стоят пластинки, сдвигающие фазу на π :



$$E_{p\Sigma} = 2N E_p \Rightarrow I_{p\Sigma} = 4N^2 I_0$$

, где N - число всех зон.

3) какой то прикол:

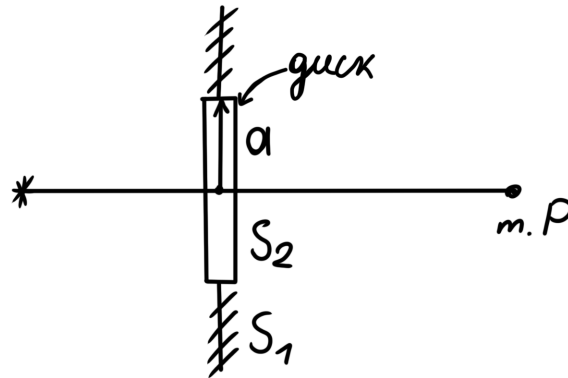


$$(n-1)d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \text{сдвиг волн в соседних четных и нечетных зонах} = \pi$$

$$a_m = \sqrt{m\lambda r} \quad z_m = (m-1)d = (m-1)\frac{\lambda}{2(n-1)}$$

$$z_m = \frac{\lambda}{2(n-1)} \left(\frac{a_m^2}{\lambda r} - 1 \right) - \text{парабола.}$$

2. Пятно Пуассона и принцип Бабине



$$E_p = \frac{k}{2\pi i} \int_{S_1} E(S) \frac{e^{ikR}}{R} dS_n = \int_{(*)} - \int_{S_2}$$

, где $(*)$ в отсутствии отверстия. И $\int_{(*)} = E_{p0}$, $\int_{S_2} = E_{p0}(1 - e^{ik(R_0-r)})$

$$\int_a^\infty = \int_0^\infty - \int_0^a = E_{p0} e^{ik(R_0-r)} \Rightarrow I_p = \frac{|E_{p0}|^2}{2} = I_{p0}$$