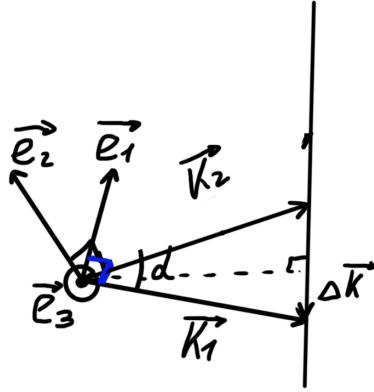


$$I = \frac{|\vec{E}_1(\vec{r})|^2}{2} + \frac{|\vec{E}_2(\vec{r})|^2}{2} + \underbrace{\text{Re}(\vec{E}_1(\vec{r}), \vec{E}_2^*(\vec{r}))}_{\text{интерференционное слагаемое}} = I_1 + I_2 + I_{12}$$

Закон сохранения энергии не нарушается, поскольку интерференция приводит к перераспределения потоков энергии в пространстве.

Если $I_{12} = 0$, то волны не интерферируют, например, в случае $\vec{E}_1(\vec{r}) \perp \vec{E}_2(\vec{r})$ - перпендикулярных поляризаций волн.

Интерференция двух плоских монохроматических волн с эллиптической поляризацией.



$$k_1 = \frac{\omega}{c}, \quad k_2 = \frac{\omega}{c}$$

$$\vec{e}_1 \in \vec{k}_1 \vec{k}_2 - \text{плоскости}, \quad \vec{e}_1 \perp \vec{k}_1$$

$$\vec{e}_2 \in \vec{k}_1 \vec{k}_2 - \text{плоскости}, \quad \vec{e}_2 \perp \vec{k}_2$$

$$\vec{e}_3 \perp \vec{k}_1 \vec{k}_2 - \text{плоскости}, \quad \vec{e}_3 \perp \vec{k}_1, \quad \vec{e}_3 \perp \vec{k}_2$$

$$\vec{E}_1(\vec{r}) = (\vec{e}_1 E_1^{\parallel} + \vec{e}_3 E_1^{\perp}) e^{i(\vec{k}_1, \vec{r})}, \quad E_1^{\parallel}, E_1^{\perp} \in \mathbb{C}$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}) = (\vec{e}_2 E_2^{\parallel} + \vec{e}_3 E_2^{\perp}) e^{i(\vec{k}_2, \vec{r})}$$

$$I_1 = \frac{(\vec{E}_1(\vec{r}), \vec{E}_1^*(\vec{r}))}{2} = \frac{1}{2} [|E_1^{\parallel}|^2 + |E_1^{\perp}|^2], \quad I_2 = \frac{1}{2} [|E_2^{\parallel}|^2 + |E_2^{\perp}|^2]$$

$$I_{12} = \text{Re}[(\vec{e}_1, \vec{e}_2) E_1^{\parallel} E_2^{\parallel*} + E_1^{\perp} E_2^{\perp*}] e^{i((\vec{k}_1 - \vec{k}_2), \vec{r})}$$

$$E_1^{\parallel} E_1^{\parallel*} = |E_1^{\parallel}| |E_2^{\parallel}| e^{i\varphi_1} = |E_1^{\parallel}| e^{i \arg E_1^{\parallel}} \cdot |E_2^{\parallel}| e^{-i \arg E_2^{\parallel}} \quad (\varphi_1 = \arg E_1^{\parallel} - \arg E_2^{\parallel})$$

$$E_1^{\perp} E_2^{\perp*} = |E_1^{\perp}| |E_2^{\perp}| e^{i\varphi_2}, \quad I_{12} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2) |E_1^{\parallel}| |E_2^{\parallel}| \cos((\Delta \vec{k}, \vec{r}) + \varphi_1) + |E_1^{\perp}| |E_2^{\perp}| \cos((\Delta \vec{k}, \vec{r}) + \varphi_2)$$

$$I = I^{\parallel} + I^{\perp}$$

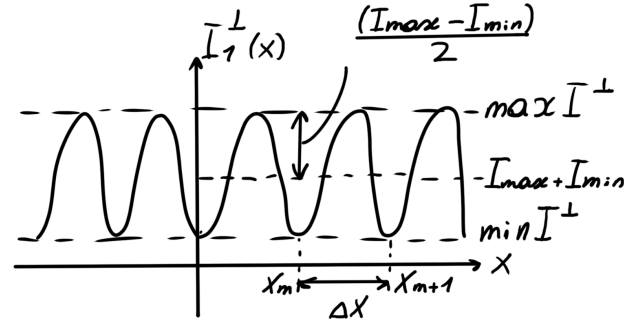
$$I^{\parallel} = \frac{1}{2}|E_1^{\parallel}|^2 + \frac{1}{2}|E_2^{\parallel}|^2 + (\vec{e}_1, \vec{e}_2)|E_1^{\parallel}||E_2^{\parallel}|\cos((\Delta\vec{k}, \vec{r}) + \varphi_1)$$

$$I^{\perp} = \underbrace{\frac{1}{2}|E_1^{\perp}|^2}_{I_1^{\perp}} + \underbrace{\frac{1}{2}|E_2^{\perp}|^2}_{I_2^{\perp}} + \underbrace{|E_1^{\perp}||E_2^{\perp}|}_{2\sqrt{I_1^{\perp}I_2^{\perp}}}\cos((\Delta\vec{k}, \vec{r}) + \varphi_2)$$

Пример: $E_1^{\parallel} = E_2^{\parallel} = 0$

$$I^{\perp} = I_1^{\perp} + I_2^{\perp} + 2\sqrt{I_1^{\perp}I_2^{\perp}}\cos(\underbrace{(\Delta\vec{k}, \vec{r})}_{\Delta k \cdot x} + \varphi_2)$$

$$\max I^{\perp} = I_1^{\perp} + I_2^{\perp} + 2\sqrt{I_1^{\perp}I_2^{\perp}} = (\sqrt{I_1^{\perp}} + \sqrt{I_2^{\perp}})^2, \quad \min I^{\perp} = I_1^{\perp} + I_2^{\perp} - 2\sqrt{I_1^{\perp}I_2^{\perp}} = (\sqrt{I_1^{\perp}} - \sqrt{I_2^{\perp}})^2$$



Δx - период интерференционной картины

$$\Delta x \cdot \Delta k = 2\pi$$

$$\begin{cases} x_m \Delta k = 2m\pi + \pi \\ x_{m+1} \Delta k = 2(m+1)\pi + \pi \end{cases} \Rightarrow \Delta x \cdot \Delta k = x_{m+1} - x_m = 2\pi$$

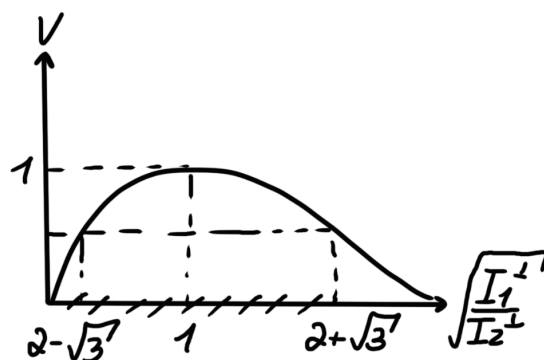
$$\Delta x = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{2\pi}{2|\vec{k}_1| \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\text{Если } \alpha \ll 1, \Delta x \approx \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{0,5 \text{ мкм}}{\alpha} \sim 1 \text{ мм} \Rightarrow \alpha \sim 10^{-3} \text{ рад}$$

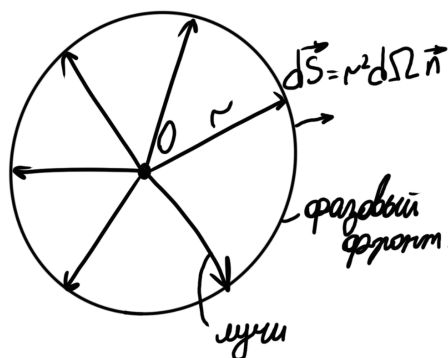
Видность: $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$

Для человеческого глаза $\min V$, при которой видна интерференционная картина, $= 0,5$

$$V = \frac{4(I_1^{\perp}I_2^{\perp})}{2(I_1^{\perp} + I_2^{\perp})} = \frac{2(I_1^{\perp}I_2^{\perp})}{I_1^{\perp} + I_2^{\perp}} = \frac{2\sqrt{I_1^{\perp}I_2^{\perp}}}{\frac{I_1^{\perp}}{I_2^{\perp}} + 1}$$



1. Интерференция волн двух точечных источников (сферических волн)

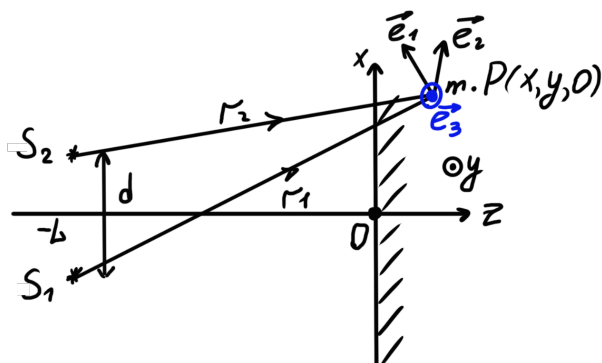


$$\psi(\vec{r}) = \int_0^r n ds = nr$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \frac{L}{r} e^{ik_0 \psi(\vec{r}) - i\omega t} = \vec{E}_0 \frac{L}{r} e^{ikr - i\omega t}$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 \frac{L}{r} e^{ikr - i\omega t}$$

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{c}{8\pi} \text{Re}[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}^*(\vec{r})]_{\Gamma} \sim \frac{A}{r^2} \vec{e}_r \Rightarrow \int_{\text{сфера } r} (\langle \vec{S} \rangle \cdot d\vec{s}) = \int \frac{A}{r^2} r^2 d\Omega = \text{const}$$



S_1 и S_2 в плоскости (x, z)

$$\vec{E}_1(\vec{r}_1) \perp \vec{r}_1, \quad \vec{E}_2(\vec{r}_2) \perp \vec{r}_2$$

$$\vec{E}_1(\vec{r}_1) = \frac{L}{r_1} (E_1^{\parallel} \vec{e}_1 + E_1^{\perp} \vec{e}_3) e^{ikr_1}, \quad E_1^{\parallel}, E_1^{\perp} \in \mathbb{C}$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}_2) = \frac{L}{r_2} (E_2^{\parallel} \vec{e}_2 + E_2^{\perp} \vec{e}_3) e^{ikr_2}, \quad E_2^{\parallel}, E_2^{\perp} \in \mathbb{C}$$

$$I_1 = \frac{1}{2} \frac{L^2}{r_1^2} (|E_1^{\parallel}|^2 + |E_1^{\perp}|^2)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \frac{L^2}{r_2^2} (|E_2^{\parallel}|^2 + |E_2^{\perp}|^2)$$

$$I_{12} = \text{Re}(\vec{E}_1(\vec{r}_1), \vec{E}_2^*(\vec{r}_2)) = \frac{L^2}{r_1 r_2} \text{Re}[(\vec{e}_1, \vec{e}_2) E_1^{\parallel} E_2^{\perp*} + E_1^{\perp} E_2^{\parallel*}] e^{ikr_1 - ikr_2} =$$

$$= \frac{L^2}{r_1 r_2} [\cos \alpha |E_1^{\parallel}| |E_2^{\parallel}| \cos(\Delta kr + \varphi_1) + |E_1^{\perp}| |E_2^{\perp}| \cos(\Delta kr + \varphi_2)] \Rightarrow I = I^{\parallel} + I^{\perp}$$

$$I^{\perp} = \underbrace{\frac{L^2}{2r_1^2} |E_1^{\perp}|^2}_{I_1^{\perp}} + \frac{L^2}{2r_2^2} |E_2^{\perp}|^2 + \frac{L^2}{r_1 r_2} |E_1^{\perp}| |E_2^{\perp}| \cos(k\Delta r + \varphi_2)$$

I_1 - интенсивность излучения от s_1 в точке P

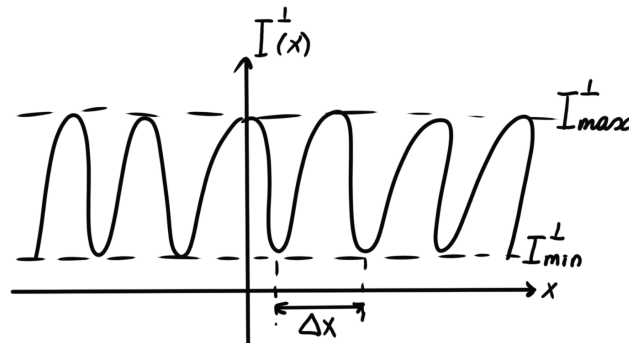
$$I^{\perp} = I_1^{\perp} + I_2^{\perp} + 2\sqrt{I_1^{\perp} I_2^{\perp}} \cos(k\Delta r + \varphi_2)$$

Обычно в интерференционных схемах используют параксиальное приближение
 $\Rightarrow x, y, d \ll L$

$$\Delta r = r_1 - r_2 = \frac{(r_1 - r_2)(r_1 + r_2)}{r_1 + r_2} = \frac{r_1^2 - r_2^2}{r_1 + r_2}, \quad r_1^2 = \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2 + L^2, \quad r_2^2 = \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2 + L^2$$

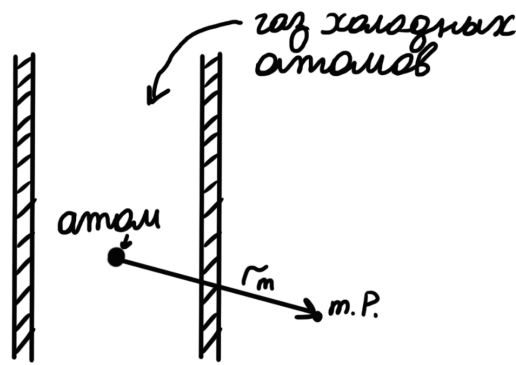
$$\Delta r = \frac{xd}{\frac{r_1 + r_2}{2}} = \frac{xd}{r} \approx \frac{xd}{L}$$

$$I^{\perp} = I_1^{\perp} + I_2^{\perp} + 2\sqrt{I_1^{\perp} I_2^{\perp}} \cos\left(\frac{kxd}{L} + \varphi_2\right)$$



$$\frac{k\Delta x d}{K} = 2\pi \Rightarrow \Delta x = \lambda \frac{L}{d}$$

2. Излучение скопления спонтанно излучающихся атомов



$$\vec{E}_a(\vec{r}, t) = \begin{cases} \vec{E}_0 \frac{L}{r} e^{ikr - i\omega_0 t} e^{-\gamma t}, & t > \frac{r}{c} \\ 0, & t < \frac{r}{c} \end{cases}$$

Если атом начинает излучать в момент t_{m0} :

$$\vec{E}_m(\vec{r}_m, t) = \begin{cases} \vec{E}_0 \frac{L}{r_m} e^{-i\omega_0(t-t_m)} e^{-\gamma(t-t_m)}, & t > t_m \\ 0, & t < t_m \end{cases}$$

$$t_m = t_{m0} + \frac{r_m}{c}$$

Пусть $L \gg$ размер кюветы $\Rightarrow \frac{L}{r_m} \approx 1$

$$\text{В точке P: } \vec{E}_\Sigma(t) = \sum_{m=1}^{M_0} \vec{E}_m = \sum_{m=1}^{M_0} \vec{E}_0 e^{-i\omega_0(t-t_m) - \gamma(t-t_m)}$$

