Métodos Cuantitativos

Valor del Dinero en el Tiempo

Vladimiro González-Zelaya Semestre 2023-2

Universidad Panamericana — Campus México Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales Academia de Matemáticas



Reglas de los Exponentes



1.
$$a^0 = 1$$

2.
$$a^1 = a$$

3.
$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$4. \ \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

5.
$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

6.
$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

7.
$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$8. \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Reglas de los Logaritmos



1.
$$\log_b 1 = 0$$

2.
$$\log_b b = 1$$

3.
$$\log_b(m \times n) = \log_b m + \log_b n$$

4.
$$\log_b\left(\frac{m}{n}\right) = \log_b m - \log_b n$$

5.
$$\log_b m^n = n \times \log_b m$$

6.
$$\log_b b^{x} = x$$

7.
$$b^{\log_b x} = x$$

8.
$$\log_b a = \log_b c \quad \Rightarrow \quad a = c$$

Valor Futuro vs. Valor Presente



Valor Futuro o Monto (F) Cantidad resultante de un proceso de interés

Valor Presente o Capital (P) Equivalente en precios actuales del valor futuro

Interés Simple



$$F = P(1 + it)$$

F Monto

P Capital

i Tasa de interés

t Tiempo



Sofía compra un televisor que cuesta \$14 600 de contado. Da un anticipo de 10 % del precio de contado y acuerda pagar \$14 569 tres meses después. ¿Qué tasa de interés simple anual paga?

Enganche: 10 % de 14 600 = \$1 460

Saldo: 14600 - 1460 = \$13140



Sofía compra un televisor que cuesta \$14 600 de contado. Da un anticipo de 10 % del precio de contado y acuerda pagar \$14 569 tres meses después. ¿Qué tasa de interés simple anual paga?

Enganche: 10 % de 14 600 = \$1 460

Saldo: 14600 - 1460 = \$13140



Sofía compra un televisor que cuesta \$14 600 de contado. Da un anticipo de 10 % del precio de contado y acuerda pagar \$14 569 tres meses después. ¿Qué tasa de interés simple anual paga?

Enganche: 10 % de 14 600 = \$1 460

Saldo: 14600 - 1460 = \$13140



Sofía compra un televisor que cuesta \$14 600 de contado. Da un anticipo de 10 % del precio de contado y acuerda pagar \$14 569 tres meses después. ¿Qué tasa de interés simple anual paga?

Enganche: 10 % de 14 600 = \$1 460

Saldo: 14600 - 1460 = \$13140

Interés Simple — Ejemplo 2 (Valor Presente)



Calcule el valor presente de \$16 000 que vencen dentro de 5 meses, si la tasa de interés es de 27.48 %.

$$P = \frac{16\,000}{1 + \frac{0.2748}{12} \times 5} = \$14\,356.2^{\circ}$$

Interés Simple — Ejemplo 2 (Valor Presente)



Calcule el valor presente de \$16 000 que vencen dentro de 5 meses, si la tasa de interés es de 27.48 %.

$$P = \frac{16\,000}{1 + \frac{0.2748}{12} \times 5} = \$14\,356.21$$



En un préstamo con descuento, **la cantidad solicitada es** *F*, es decir, los intereses van incluidos en dicha cantidad. Dependiendo del problema, habrá que resolver para *P*, *i* o *t*.

Descuento — Ejemplo



Sandra solicita un préstamo por \$135 000 a un plazo de 60 días, siendo 25 % la tasa de descuento. Calcule a cuánto ascenderá el descuento y cuál es el valor efectivo, usando el año comercial.

$$D=135\,000 imesrac{60}{360} imes0.25=\$5\,625$$

Valor efectivo =
$$135\,000 - 5\,625 = $129\,375$$

Descuento — Ejemplo



Sandra solicita un préstamo por \$135 000 a un plazo de 60 días, siendo 25 % la tasa de descuento. Calcule a cuánto ascenderá el descuento y cuál es el valor efectivo, usando el año comercial.

$$D = 135\,000 \times \frac{60}{360} \times 0.25 = \$5\,625$$

Valor efectivo =
$$135\,000 - 5\,625 = $129\,375$$

Descuento — Ejemplo



Sandra solicita un préstamo por \$135 000 a un plazo de 60 días, siendo 25 % la tasa de descuento. Calcule a cuánto ascenderá el descuento y cuál es el valor efectivo, usando el año comercial.

$$D = 135\,000 \times \frac{60}{360} \times 0.25 = \$5\,625$$

Valor efectivo =
$$135\,000 - 5\,625 = $129\,375$$

Interés Compuesto



$$F = P\left(1 + \frac{i}{k}\right)^{Rt}$$

F Monto

P Capital

i Tasa de interés

k Periodos

t Tiempo

Interés Compuesto — Ejemplo



Tomás invierte \$500 000 al 15 % anual capitalizable cada mes, a un plazo de seis meses. Calcule:

- El monto compuesto al final de los seis meses.
- 2. El interés compuesto ganado.
- 3. Compare el monto compuesto con el monto simple.

1.
$$F = 500\,000\left(1 + \frac{0.15}{12}\right)^6 = $538\,692$$

$$2. \ I = 538692 - 500,000 = $38692$$

3.
$$F = 500\,000(1 + 0.15 \times 0.5) = $537\,500$$

Interés Compuesto — Ejemplo



Tomás invierte \$500 000 al 15 % anual capitalizable cada mes, a un plazo de seis meses. Calcule:

- El monto compuesto al final de los seis meses.
- 2. El interés compuesto ganado.
- 3. Compare el monto compuesto con el monto simple.

1.
$$F = 500\,000\left(1 + \frac{0.15}{12}\right)^6 = $538\,692$$

2.
$$I = 538692 - 500,000 = $38692$$

3.
$$F = 500\,000(1 + 0.15 \times 0.5) = $537\,500$$

Interés Compuesto — Ejemplo



Tomás invierte \$500 000 al 15 % anual capitalizable cada mes, a un plazo de seis meses. Calcule:

- El monto compuesto al final de los seis meses.
- 2. El interés compuesto ganado.
- 3. Compare el monto compuesto con el monto simple.

1.
$$F = 500\,000\left(1 + \frac{0.15}{12}\right)^6 = $538\,692$$

$$2. \ I = 538692 - 500,000 = $38692$$

3.
$$F = 500\,000(1 + 0.15 \times 0.5) = $537\,500$$

Interés Continuo



$$F = P \times e^{it}$$

F Monto

P Capital

 $e \approx 2.718...$

i Tasa de interés

t Tiempo



Se invierten \$100 000 al 20 % anual. Calcule el monto compuesto a de tres años si el interés se capitaliza:

- 1. Trimestralmente.
- 2. Mensualmente.
- 3. Semanalmente.
- 4. Continuamente.

$$F = 100\,000 \times \left(1 + \frac{0.2}{4}\right)^{4 \times 3} = \$179\,586$$

$$F = 100\,000 \times \left(1 + \frac{0.2}{12}\right)^{12 \times 3} = \$181\,313$$

3.
$$F = 100\,000 \times \left(1 + \frac{0.2}{52}\right)^{5.2 \times 3} = $182\,002$$

4. $F = 100\,000 \times e^{0.2 \times 3} = $182\,212$



Se invierten \$100 000 al 20 % anual. Calcule el monto compuesto a de tres años si el interés se capitaliza:

- 1. Trimestralmente.
- 2. Mensualmente.
- 3. Semanalmente.
- 4. Continuamente.

$$F = 100\,000 \times \left(1 + \frac{0.2}{4}\right)^{4 \times 3} = \$179\,586$$

2.
$$F = 100\,000 \times \left(1 + \frac{0.2}{12}\right)^{12 \times 3} = \$181\,313$$

3.
$$F = 100\,000 \times \left(1 + \frac{0.2}{52}\right)^{52 \times 3} = $182\,002$$

4.
$$F = 100\,000 \times e^{0.2 \times 3} = $182\,212$$



Se invierten \$100 000 al 20 % anual. Calcule el monto compuesto a de tres años si el interés se capitaliza:

- 1. Trimestralmente.
- 2. Mensualmente.
- 3. Semanalmente.
- 4. Continuamente.

1.
$$F = 100\,000 \times \left(1 + \frac{0.2}{4}\right)^{4 \times 3} = \$179\,586$$

2.
$$F = 100\,000 \times \left(1 + \frac{0.2}{12}\right)^{12 \times 3} = \$181313$$

3.
$$F = 100\,000 \times \left(1 + \frac{0.2}{52}\right)^{52 \times 3} = $182\,002$$

4.
$$F = 100\,000 \times e^{0.2 \times 3} = $182\,212$$



Se invierten \$100 000 al 20 % anual. Calcule el monto compuesto a de tres años si el interés se capitaliza:

- 1. Trimestralmente.
- 2. Mensualmente.
- 3. Semanalmente.
- 4. Continuamente.

$$F = 100\,000 \times \left(1 + \frac{0.2}{4}\right)^{4 \times 3} = \$179\,586$$

2.
$$F = 100\,000 \times \left(1 + \frac{0.2}{12}\right)^{12 \times 3} = \$181\,313$$

3.
$$F = 100\,000 \times \left(1 + \frac{0.2}{52}\right)^{52 \times 3} = $182\,002$$

4.
$$F = 100\,000 \times e^{0.2 \times 3} = $182\,212$$



$$\lambda = \frac{I_2}{I_1} - 1$$

λ Inflación en el periodo
I₁ Primer índice de precios
I₂ Segundo índice de precios



- 1. La tasa de inflación en el segundo semestre de 2009.
- 2. La tasa promedio de inflación mensual para el segundo semestre de 2009.

$$\lambda = \frac{138.541}{135.467} - 1 \approx 0.0227 = 2.27 \%$$

nflación Mensual Promedio
$$\approx \frac{0.0227}{6} \approx 0.378 \%$$



- 1. La tasa de inflación en el segundo semestre de 2009.
- 2. La tasa promedio de inflación mensual para el segundo semestre de 2009.

$$\lambda = \frac{138.541}{135.467} - 1 \approx 0.0227 = 2.27 \%$$

Inflación Mensual Promedio
$$pprox rac{0.0227}{6}pprox 0.378\,\%$$



- 1. La tasa de inflación en el segundo semestre de 2009.
- 2. La tasa promedio de inflación mensual para el segundo semestre de 2009.

$$\lambda = \frac{138.541}{135.467} - 1 \approx 0.0227 = 2.27 \%$$

Inflación Mensual Promedio
$$pprox rac{0.0227}{6}pprox 0.378\,\%$$



- 1. La tasa de inflación en el segundo semestre de 2009.
- 2. La tasa promedio de inflación mensual para el segundo semestre de 2009.

$$\lambda = \frac{138.541}{135.467} - 1 \approx 0.0227 = 2.27 \%$$

Inflación Mensual Promedio
$$\approx \frac{0.0227}{6} \approx 0.378 \%$$

Monto de Anualidad Compuesta



$$F = A\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

$$P = A\left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}\right)$$

F Valor futuro

P Valor presente

A Anualidad

i Tasa de interés

n Periodos

Anualidad Compuesta — Ejemplo



El padre de un niño de 10 años empieza a ahorrar para su carrera universitaria. Planea depositar \$3 000 en una cuenta de ahorro cada mes durante los próximos 8 años. Si la tasa de interés es de 8.4 % anual,

- 1. ¿Cuál será el monto de la cuenta al cabo de 8 años?
- 2. ¿De cuánto serán los intereses?

$$F = 3\,000 \times \frac{\left(1 + \frac{0.084}{12}\right)^{8*12} - 1}{\frac{0.084}{12}} \approx $408\,673$$

$$I \approx 408\,673 - (3\,000 \times 8 \times 12) = \$120\,673$$

Anualidad Compuesta — Ejemplo



El padre de un niño de 10 años empieza a ahorrar para su carrera universitaria. Planea depositar \$3 000 en una cuenta de ahorro cada mes durante los próximos 8 años. Si la tasa de interés es de 8.4 % anual,

- 1. ¿Cuál será el monto de la cuenta al cabo de 8 años?
- 2. ¿De cuánto serán los intereses?

$$F = 3\,000 \times \frac{\left(1 + \frac{0.084}{12}\right)^{8*12} - 1}{\frac{0.084}{12}} \approx $408\,673$$

$$I \approx 408\,673 - (3\,000 \times 8 \times 12) = \$120\,673$$

Anualidad Compuesta — Ejemplo



El padre de un niño de 10 años empieza a ahorrar para su carrera universitaria. Planea depositar \$3 000 en una cuenta de ahorro cada mes durante los próximos 8 años. Si la tasa de interés es de 8.4 % anual,

- 1. ¿Cuál será el monto de la cuenta al cabo de 8 años?
- 2. ¿De cuánto serán los intereses?

$$F = 3\,000 \times \frac{\left(1 + \frac{0.084}{12}\right)^{8*12} - 1}{\frac{0.084}{12}} \approx $408\,673$$

$$I \approx 408673 - (3000 \times 8 \times 12) = $120673$$

Monto de Anualidad Continua



$$F = A\left(\frac{e^{in} - 1}{e^i - 1}\right)$$

$$P = A\left(\frac{1 - e^{-in}}{e^i - 1}\right)$$

F Valor futuro

P Valor presente

A Anualidad

 $e \approx 2.718...$

i Tasa de interés

n Periodos

Anualidad Continua — Ejemplo



Una persona compra una camioneta cuyo precio de contado es \$385 000. Da un enganche de \$50 000 y el resto a pagar en 36 mensualidades. Si la tasa de interés es de 1.4 % mensual capitalizable en forma continua, ¿cuál es el valor de los pagos mensuales?

$$385\,000 - 50\,000 = \$335\,000$$

$$A = \frac{335\,000}{1 - e^{-0.014 \times 36}} \approx \$11\,930$$

Anualidad Continua — Ejemplo



Una persona compra una camioneta cuyo precio de contado es \$385 000. Da un enganche de \$50 000 y el resto a pagar en 36 mensualidades. Si la tasa de interés es de 1.4 % mensual capitalizable en forma continua, ¿cuál es el valor de los pagos mensuales?

$$385\,000 - 50\,000 = \$335\,000$$

$$A = \frac{335\,000}{\frac{1 - e^{-0.014 \times 36}}{e^{0.014} - 1}} \approx \$11\,930$$

Anualidad Continua — Ejemplo



Una persona compra una camioneta cuyo precio de contado es \$385 000. Da un enganche de \$50 000 y el resto a pagar en 36 mensualidades. Si la tasa de interés es de 1.4 % mensual capitalizable en forma continua, ¿cuál es el valor de los pagos mensuales?

$$385\,000 - 50\,000 = \$335\,000$$

$$A = \frac{335\,000}{\frac{1 - e^{-0.014 \times 36}}{e^{0.014} - 1}} \approx \$11\,930$$

Tarea OpenClass



Para cada una de las fórmulas presentadas:

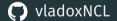
- ► Interés simple
- ► Interés compuesto
- ► Interés continuo

- ► Inflación
- Anualidad compuesta
- ► Anualidad continua
- 1. Determine cuáles variables es posible despejar.
- 2. Escriba las fórmulas despejadas correspondientes.

Enviar su tarea en un archivo PDF con nombre y ID antes del próximo lunes.

¿Preguntas?

cvgonzalez@up.edu.mx





@vladoxNCL



@v1ad0x

