# Домашнее задание 11.

**1.** Имеются окрашенные прямоугольные таблички трёх типов: черный квадрат размера $2 \times 2$, белый квадрат того же размера и серый прямоугольник $2 \times 1$ (последний можно поворачивать на $90^\circ$). Нужно подсчитать число способов $F_n$ замостить полосу размера $2 \times n$. Найдите явную аналитическую формулу для $F_n$ и вычислите $F_{30000}$ по модулю 31.

**2.** Выполните задачи 1, Д-1 из приложенного файла (все по 1 баллу).

**3.** а) Верно ли, что существует такая функция $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, для любых констант $\forall\, c, d > 0$ выполнено

$$f(n) = \omega(n^c),\ \ f(n) = o(2^{nd}),$$

т. е. функция $f(n)$ растет быстрее любого заданного полинома, но медленнее любой заданной экспоненты?

б) Некто анонсировал теорему (т. е. утверждение может быть и неверно), что любой МТ требуется $\Omega(n \log_2^{\log_2 n} n)$ тактов для того, чтобы проверять тавтологичность формул, заданных в формате 4-ДНФ, т. е. дизъюнктивных нормальных форм, в каждый конъюнкт которых входит не более четырех переменных (здесь $n$ — длина входа). Считаем, что теорема верна. Верно ли, что из этого вытекает, что $\mathcal{P}$ не совпадает с $co - \mathcal{NP}$?

**4 (по 0,5 балла).** а) Делится ли $4^{1356} - 9^{4824}$ на 35? Делится ли $5^{30000} - 6^{123456}$ на 31?

б) Найдите обратные $20 \pmod{79}$, $3 \pmod{62}$.

в) Найдите все решения уравнения $35x = 10 \pmod{50}$.

г) Имеет ли решение сравнение $x^2 = 1597$

д) Найдите наименьшее натуральное число, имеющее остатки 2, 3, 1 от деления на 5, 13 и 7 соответственно.

**5.** Предложите полиномиальный алгоритм нахождения количества натуральных решений диофантова уравнения $ax + by = c$.

*По какому параметру он полиномиальный?...*