

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)



ОПТИКА.
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ.

Лабораторная работа № 4.4.1
Амплитудная дифракционная решётка

Выполнили:
Рябых Владислав,
Исыпов Илья
группа Б05-905

11 мая 2021 г.

Цель работы:

знакомство с работой и настройкой гониометра Г5, определение спектральных характеристик амплитудной решетки.

Оборудование:

гониометр, дифракционная решетка, ртутная лампа.

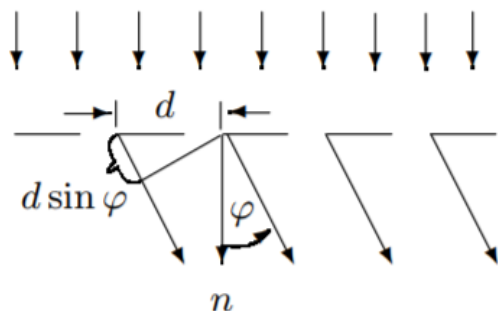
Теория

Рис. 1: дифракция световых волн на решётке

Амплитудную решетку можно представить в виде непрозрачного экрана, в котором прорезано большое число N параллельных щелей - штрихов, расстояние между которыми d (шаг или период решетки).

Пусть на решетку падает излучение с длиной волны λ по нормали к плоскости решетки. Вследствие дифракции лучи, прошедшие через щель в решетке, отклоняются от своего первоначального направления. Рассмотрим лучи, отклонившиеся на угол φ . Разность хода лучей от эквивалентных точек двух соседних штрихов равна

$$\Delta = d \sin \varphi. \quad (1)$$

Если эта величина равна целому числу длин волны:

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

то волны взаимно усиливают друг друга.

В соответствии с принципом Гюйгенса–Френеля распределение интенсивности в дифракционной картине определяется суперпозицией волн, приходящих в точку наблюдения от различных щелей решётки. При этом амплитуды всех интерферирующих волн при заданном угле φ практически одинаковы, а фазы составляют арифметическую прогрессию.

$$I = I_0 \frac{\sin^2[N(kd \sin \varphi)/2]}{\sin^2[(kd \sin \varphi)/2]},$$

где k – волновое число, I_0 – интенсивность волны, идущей от одного штриха.

При большом числе щелей свет, прошедший через решётку, распространяется по ряду резко ограниченных направлений. Если на дифракционную решётку падает свет сложного спектрального состава, то после решётки образуется спектр, причём фиолетовые лучи отклоняются решёткой меньше, чем красные (чем больше длина волны, тем сильнее лучи отклоняются решёткой).

Входящая в формулу (1) величина m носит название *порядка спектра*. При $m = 0$ максимумы интенсивности для всех длин волн располагаются при $\varphi = 0$ и накладываются друг на друга. При освещении белым светом нулевой максимум, в отличие от всех прочих, оказывается поэтому неокрашенным. Спектры первого, второго и т.д. порядков располагаются симметрично по обе стороны от нулевого.

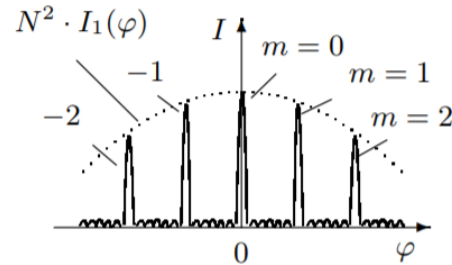


Рис. 2: распределение интенсивности света при дифракции Фраунгофера на решётке

Угловая дисперсия

Угловая дисперсия D характеризует угловое расстояние $d\varphi$ между спектральными линиями, отстоящими по длине волны на $d\lambda$:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - (m\lambda)^2}}$$

Разрешающая способность дифракционной решетки

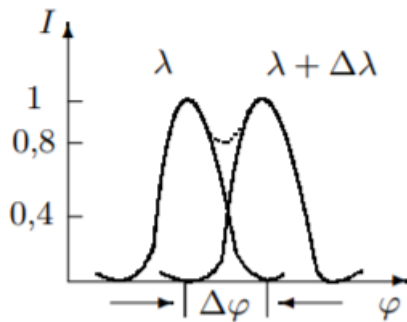


Рис. 3: к определению разрешающей способности дифракционной решётки

Возможность разрешения двух близких спектральных линий зависит от их ширины и от расстояния между ними. Угловое расстояние между двумя близкими спектральными компонентами с длинами волн λ и $(\lambda + \Delta\lambda)$ равно:

$$\Delta\varphi = Dd\lambda = \frac{m\Delta\lambda}{d \cos \varphi}.$$

Согласно критерию Рэлея линии становятся неразличимыми, когда расстояние между ними меньше, чем расстояние от максимума одной линии до её первого минимума. Пусть решетка имеет N штрихов. Выберем главный максимум m -го порядка для компоненты λ . Направление на первый дифракционный минимум дается равенством

$$d \sin \varphi = \left(m + \frac{1}{N}\right) \lambda.$$

По критерию Рэлея это же направление должно соответствовать главному дифракционному максимуму для второй компоненты $\lambda + \Delta\lambda$:

$$d \sin \varphi = m(\lambda + \Delta\lambda).$$

Из последних двух равенств находим

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{mN}.$$

По определению *разрешающая способность спектрального прибора* $R = \lambda/\Delta\lambda$ – это отношение длины волны к разности длин волн двух линий, разрешаемых по критерию Рэлея.

Таким образом, приходим к следующему выражению для разрешающей способности дифракционной решетки:

$$R = \lambda/\Delta\lambda = mN.$$

Дисперсионная область

При достаточно широком спектральном интервале падающего света спектры разных порядков могут накладываться друг на друга. Предельная ширина спектрального интервала $\Delta\lambda$, при которой спектры соседних порядков (m и $m + 1$) перекрываются только своими границами, называется *дисперсионной областью* G . При этом

$$d \sin \varphi = m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda$$

и дисперсионная область

$$G = \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}.$$

Экспериментальная установка

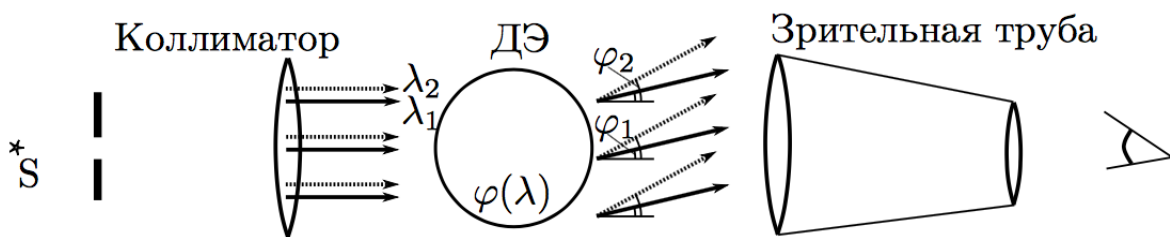


Рис. 4: схема прибора: источник-коллиматор – диспергирующий элемент – зрительная труба

Исследование спектра ртутной лампы, определение периода и спектральных характеристик решетки проводится с помощью гониометра Г5.

Ход работы

1. Подберем ширину входной щели коллиматора так, чтобы ширина линий жёлтого дублета была чуть больше промежутка между линиями двойного штриха окуляра зрительной трубы. Установим высоту щели, удобную для измерений. Измерим угловые координаты спектральных линий ртути для ± 1 порядка

Порядок	Цвет	λ , нм	φ	$\sin \varphi$	$\delta(\sin \varphi)$
1	Фиолетовый	404.7	$168^{\circ}22'18''$	0.202	0.0012
1	Синий	435.8	$167^{\circ}26'54''$	0.217	0.0013
1	Голубой	491.6	$165^{\circ}48'54''$	0.245	0.0015
1	Зеленый	546.1	$164^{\circ}12'8''$	0.272	0.0016
1	Желтый 1	577	$163^{\circ}16'22''$	0.288	0.0017
1	Желтый 2	579.1	$163^{\circ}12'12''$	0.289	0.0018
-1	Фиолетовый	404.7	$191^{\circ}40'32''$	-0.202	0.0012
-1	Синий	435.8	$192^{\circ}32'32''$	-0.217	0.0013
-1	Голубой	491.6	$194^{\circ}12'58''$	-0.246	0.0015
-1	Зеленый	546.1	$195^{\circ}50'50''$	-0.273	0.0017
-1	Желтый 1	577	$196^{\circ}45'9''$	-0.288	0.0017
-1	Желтый 2	579.1	$196^{\circ}48'55''$	-0.289	0.0018

Таблица 1: угловые координаты спектральных линий ртути для ± 1 порядка

По полученным данным таблицы 1 построим график зависимости $\sin \varphi(\lambda)$ для разных порядков: рис. 5 и рис. 6

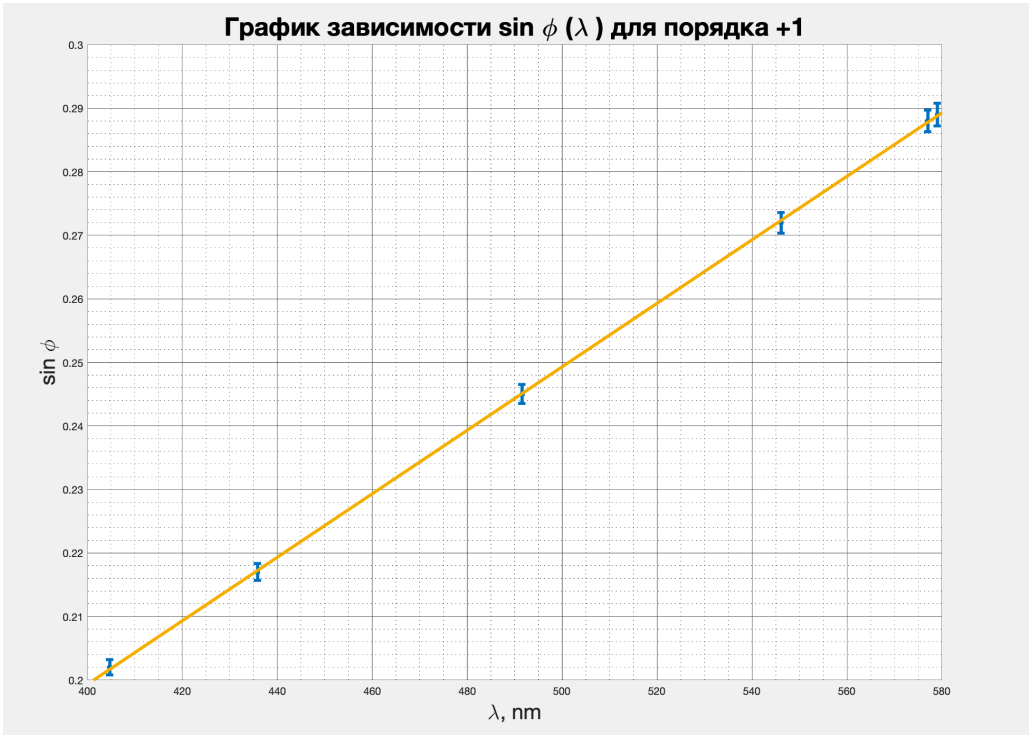
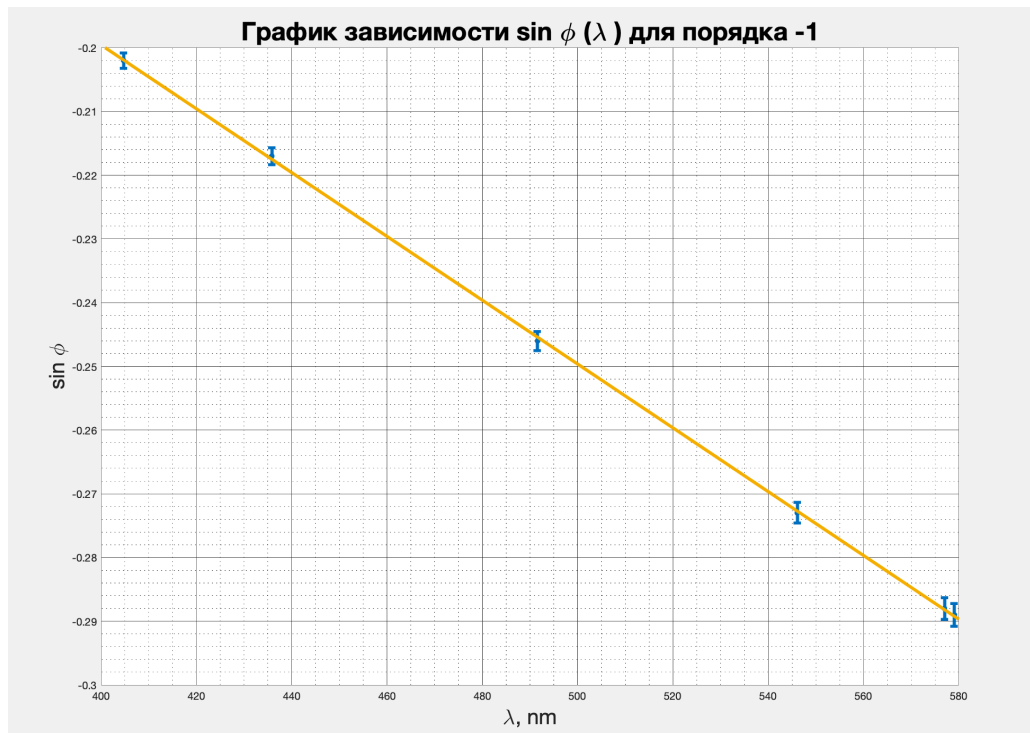


Рис. 5: график зависимости $\sin \varphi(\lambda)$ для 1-го порядка

Рис. 6: график зависимости $\sin \varphi(\lambda)$ для -1го порядка

2. Определим по графикам коэффициент наклона и с помощью него найдем шаг решетки:

$$k_+ = (2.00 \pm 0.03)_{\text{мкм}}$$

$$k_- = (1.99 \pm 0.06)_{\text{мкм}}$$

$$d = \pm \frac{\lambda}{\sin \varphi}$$

Итого: $(d = 2.00 \pm 0.04)_{\text{мкм}}$

3. Для оценки угловой дисперсии решетки определим угловые координаты линий желтой пары во всех видимых порядках спектра, положительных и отрицательных и занесём в таблицу 2
4. Рассчитаем экспериментальную угловую дисперсию для желтой пары в спектрах разных порядков по формуле:

$$D = \frac{\Delta \varphi}{\Delta \lambda},$$

где $\Delta \lambda = 21 \text{ \AA}$.

5. По полученным данным таблицы 2 построим график зависимости $D = f(m)$: см. рис. 7

Цвет	Порядок	φ	$\Delta\varphi$, угл. сек	D , угл.сек/ангстрем
Желтый 1	1	$163^{\circ}16'22''$	250	11.90
Желтый 2	1	$163^{\circ}12'12''$		
Желтый 1	-1	$196^{\circ}45'9''$	-226	-10.76
Желтый 2	-1	$196^{\circ}48'55''$		
Желтый 1	2	$144^{\circ}47'50''$	576	27.43
Желтый 2	2	$144^{\circ}38'14''$		
Желтый 1	-2	$215^{\circ}14'31''$	-549	-26.14
Желтый 2	-2	$215^{\circ}23'40''$		

Таблица 2: угловые координаты линий желтой пары во всех видимых порядках спектра

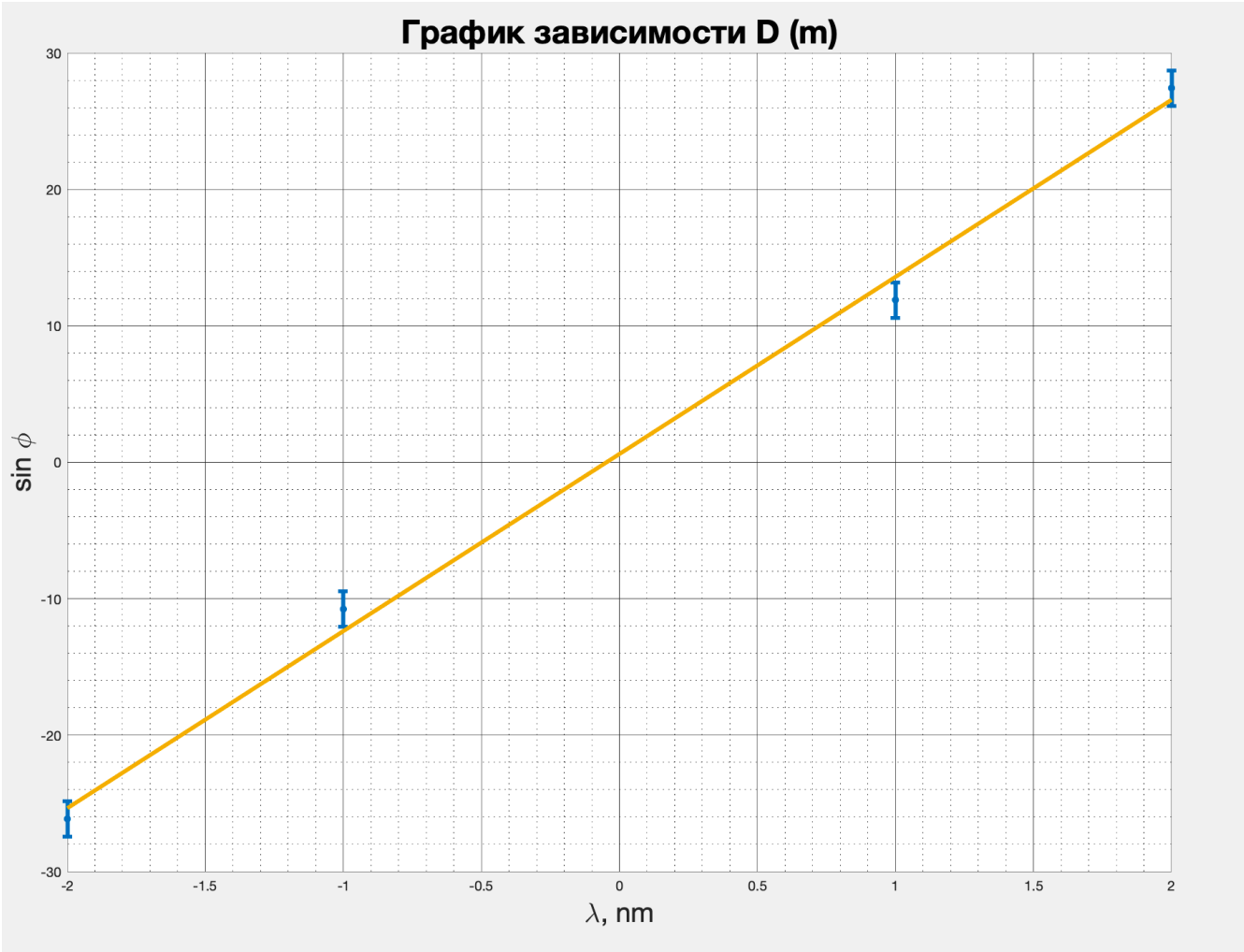


Рис. 7: график зависимости $D = f(m)$

6. По графику определяем коэффициент пропорциональности между D и m :

$$k_{\text{эксп}} = (12.9 \pm 0.6) \text{ угл.сек/ангстрем} = (0.63 \pm 0.03) \text{ мкм}^{-1}$$

$$k_{\text{теор}} \approx \frac{1}{d} = (0.50 \pm 0.02) \text{ мкм}^{-1}$$

7. Определим теоретическую разрешающую способность по формуле:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{D\lambda}{\delta\varphi} = 274.8$$

8. Сравнив её с теоретической, рассчитанной по формуле $R = mN$, оценим число эффективно работающих штрихов $N \approx 275$. Тогда размер освещенной части решетки ≈ 0.55 мм.

9. Рассчитаем порядок спектра, при котором фиолетовая линия наложится на желтую. Используя формулу $d \sin \varphi = m\lambda$, получаем

$$\frac{m_{\text{ф}}}{m_{\text{ж}}} = \frac{\lambda_{\text{ж}}}{\lambda_{\text{ф}}} = 1.43 \approx 10/7$$

Вывод

В ходе эксперимента мы ознакомились с принципами работы гониометра – оптического прибора для точного измерения углов. В результате измерения угловых координат спектральных линий ртути нашли экспериментально шаг решетки $d = (2.00 \pm 0.04) \text{ мкм}$, который довольно точно совпадает с приборным значением $d = 2 \text{ мкм}$. С помощью измерения угловой полуширины желтого дублета, мы экспериментально нашли угловые дисперсии для разных порядков. И убедились в верности теоретической зависимости $D(m)$ для малых порядков.