

МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)



ОПТИКА.  
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ.

---

Лабораторная работа № 4.3.3  
Исследование разрешающей способности  
микроскопа методом Аббе.

---

Выполнили:  
Рябых Владислав,  
Исыпов Илья  
группа Б05-905

19 марта 2021 г.

**Цель работы:**

изучение дифракционного предела разрешения объектива микроскопа.

**Оборудование:**

лазер, кассета с набором сеток разного периода, линзы, щель с микрометрическим винтом, экран, линейка.

**Теория**

Метод Аббе оценки разрешающей способности прибора основан на принципе Гюйгенса-Френеля: сначала рассматривается первичное изображение, или фурье-образ, предмета, получаемое в задней фокальной плоскости  $F$  объектива; затем первичное изображение представляется источником волн, формирующих вторичное изображение в сопряженной плоскости  $P_2$ . Рисунок 1 иллюстрирует образование изображения в объективе микроскопа. На рисунке  $P_1$  - предметная плоскость.

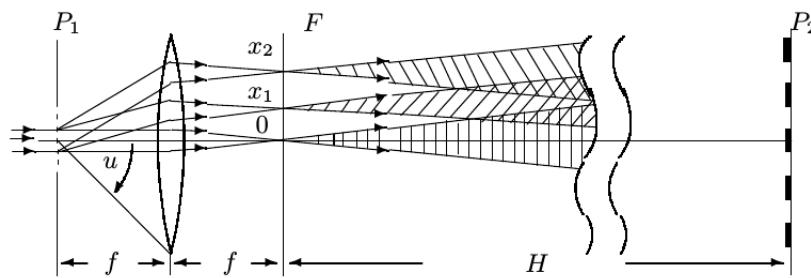


Рис. 1: Образование изображение в объективе микроскопа

Первичное изображение является картиной дифракции Фраунгофера на объекте (в работе - на дифракционной решетке). Для одномерной решетки периода  $d$  направление  $\varphi_m$  на максимум интенсивности  $x_m$  задается условием:

$$d \sin \varphi_m = m\lambda \quad (1)$$

Здесь  $\lambda$  - длина световой волны.

В плоскости  $P_2$  наблюдается результат интерференции от когерентных точечных источников в  $F$ , создается изображение объекта. Согласно геометрической оптике, изображение в сопряженной плоскости имеет период:

$$d' \approx \frac{H+f}{f} \cdot d = \Gamma d \quad (2)$$

Здесь  $\Gamma = \frac{H+f}{f}$  - увеличение, даваемое системой, соответствующие величины указаны на рисунке 1.

Для образование в  $P_2$  периодичной структуры необходимо:  $\varphi_m \leq u$ , где  $u$  - апертурный угол. Откуда из формулы (1):

$$\sin u \geq \lambda/d$$

Обозначим диаметр рабочей части линзы объектива  $D$ , тогда  $\sin u = \frac{D}{2f}$ .

Таким образом, оценено разрешимое объективом расстояние  $d$ :

$$d \geq \frac{\lambda}{\sin u} = \frac{2\lambda f}{D} \quad (3)$$

В работе используется двумерная дифракционная решетка, которую можно рассматривать как скрещенные одномерные. Контролируя размер диафрагмы, устанавливаемой в фурье-плоскости  $F$ , можно пропустить только вертикальные или горизонтальные максимумы и получить одномерное вторичное изображение.

## Определение периода решеток по их пространственному спектру

Схема установки, используемой в работе, изображена на рисунке 2. Лазер светит перпендикулярно на двумерную решетку  $C$  (в кассете их 5 штук), расположенную вблизи фокальной плоскости длиннофокусной линзы  $L_1$ . Вторичное изображение в плоскости  $P_2$  проецируется на экран  $\mathcal{E}$  короткофокусной линзой  $L_2$ . В фурье-плоскости  $F$  ставится диафрагма диаметром  $D$ . Параметры установки: длина волны излучения лазера  $\lambda = 532$  нм.

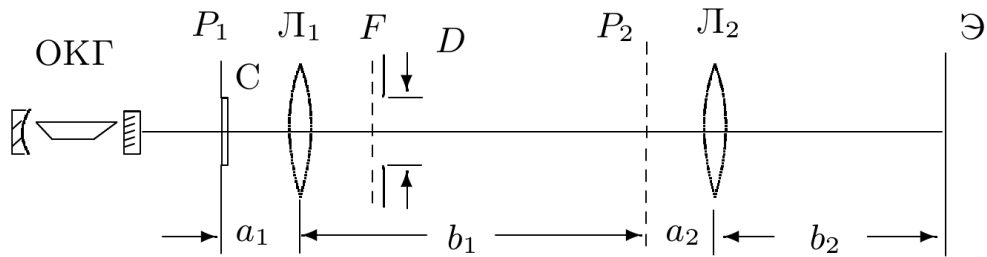


Рис. 2: Схема экспериментальной установки - модель проекционного микроскопа

Для выполнения данного пункта частично соберем схему: установим на пути луча сетку и добьемся четкого изображения решеток на экране. Расстояние от сетки до экрана равно  $L = (144.1 \pm 0.5)$  см.

По количеству отмеченных максимумов  $m$  и их общей длине  $l$  (ошибку примем равной 2 мм) определим период решеток  $d$  из формулы (1). С учетом условия  $\varphi = l/L$ , получим:

$$d = \frac{(m-1)\lambda}{l/L}$$

Вычисления содержатся в таблице 1.

№ решётки	$l$ , мм	$n$	$d$ , мм	$\Delta d$ , мм
1	111	23	0.159	0.004
2	134	21	0.12	0.003
3	153	12	0.06	0.002
4	180	7	0.03	0.001
5	190	5	0.02	0.001

Таблица 1: Измерение периода дифракционных решеток по их пространственному спектру

## Определение периода решеток по изображению, увеличенному при помощи модели микроскопа

Соберем модель проекционного микроскопа без диафрагмы в соответствии с изображенной на рисунке 2; отцентрируем систему. Добьемся хорошей резкости картинки на экране для всех решеток. Измерим расстояния между сеткой и длиннофокусной линзой  $L_1$   $a_1 = (14.5 \pm 0.5)$  см, между короткофокусной линзой  $L_2$   $b_2 = (17.0 \pm 0.5)$  см и "длину тубуса"  $b_1 + a_2 = (103.0 \pm 0.5)$  см (указаны на рисунке 2). Расстояние  $a_2$  приблизительно равно фокусному расстоянию линзы  $L_2$  и указано на установке  $a_2 = 2.5$  см. Увеличение системы задается формулой:

$$\Gamma = \frac{b_1 b_2}{a_1 a_2} = 47.1 \pm 1.3$$

Погрешность увеличения  $\Gamma$  рассчитана в соответствии с правилом для погрешности произведения.

Определим период изображения  $d' = l/(m-1)$  и по формуле (2), где  $\Gamma = (47.1 \pm 1.3)$ , пересчитаем период решеток  $d$ . Вычисления содержатся в таблице 2.

№ решетки	$n$	$l$ , мм	$d'$ , мм	$\Delta d'$ , мм	$d$ , мм	$\Delta d$ , мм
1	10	87	9.7	0.2	0.205	0.007
2	13	87	7.25	0.17	0.154	0.005
3	22	70	3.33	0.10	0.071	0.003
4	27	44	1.69	0.08	0.036	0.002
5	28	30	1.11	0.07	0.024	0.002

Таблица 2: Измерение периода дифракционных решеток по увеличенному изображению

Измерения, выполненные в данном пункте, могут быть неточны, так как положение сетки лишь приближенно соответствует законам геометрической оптики. В кассете не было решетки с проволокой, по резкому изображению которой проводится правильная настройка.

## Определение периода решеток по оценке разрешающей способности микроскопа

Поместим диафрагму в фокальную плоскость  $F$ , как это показано на рисунке 2. Для каждой решетки определим минимальное размер щели  $D_{min}$  (измеряется микрометрическим винтом с ошибкой 0.02 мм), при котором появляется двумерная структура, что соответствует открытию первых максимумов во втором направлении.

По формуле (3) при подстановке значения  $D_{min}$  вычислим наименьшее разрешаемое микроскопом расстояние  $d$  - период дифракционной решетки:

$$d = \frac{2\lambda f}{D_{min}}$$

Здесь  $f$  - фокус линзы  $L_1$ :  $f = 110$  мм.

Вычисления содержатся в таблице 3.

№ решетки	$D_{min}$ , мм	$d$ , мм	$\Delta d$ , мм
1	0.57	0.205	0.007
2	0.76	0.154	0.004
3	1.15	0.102	0.002
4	2.46	0.46	0.001

Таблица 3: Измерение периода дифракционных решеток по оценке разрешающей способности микроскопа

Проверим теорию Аббе. Для этого построим график зависимости  $d(1/D_{min})$ , где значения  $d$  возьмем из первой части работы (определенные по спектру). Необходимые величины сведены в таблицу 4.

$1/D_{min}$ , мм <sup>-1</sup>	1.75	1.32	0.87	0.41
$\Delta 1/D_{min}$ , мм <sup>-1</sup>	0.06	0.03	0.02	0.01
$d$ , мм	0.159	0.118	0.059	0.034
$\Delta d$ , мм	0.004	0.002	0.001	0.001

Таблица 4: Измерение зависимости периода решетки  $d$  (взят по спектру) от размера щели  $D_{min}$ , при котором проявляется двумерная структура

По таблице 4 построен график зависимости  $d(1/D_{min})$ , изображенный на рисунке 3. Получаем коэффициент наклона прямой  $b = (0.108 \pm 0.012)$  мм<sup>2</sup>. В пределах погрешности значение коэффициента наклона совпадает с теоретическим  $b = 2\lambda f \approx 0.117$  мм<sup>2</sup>.

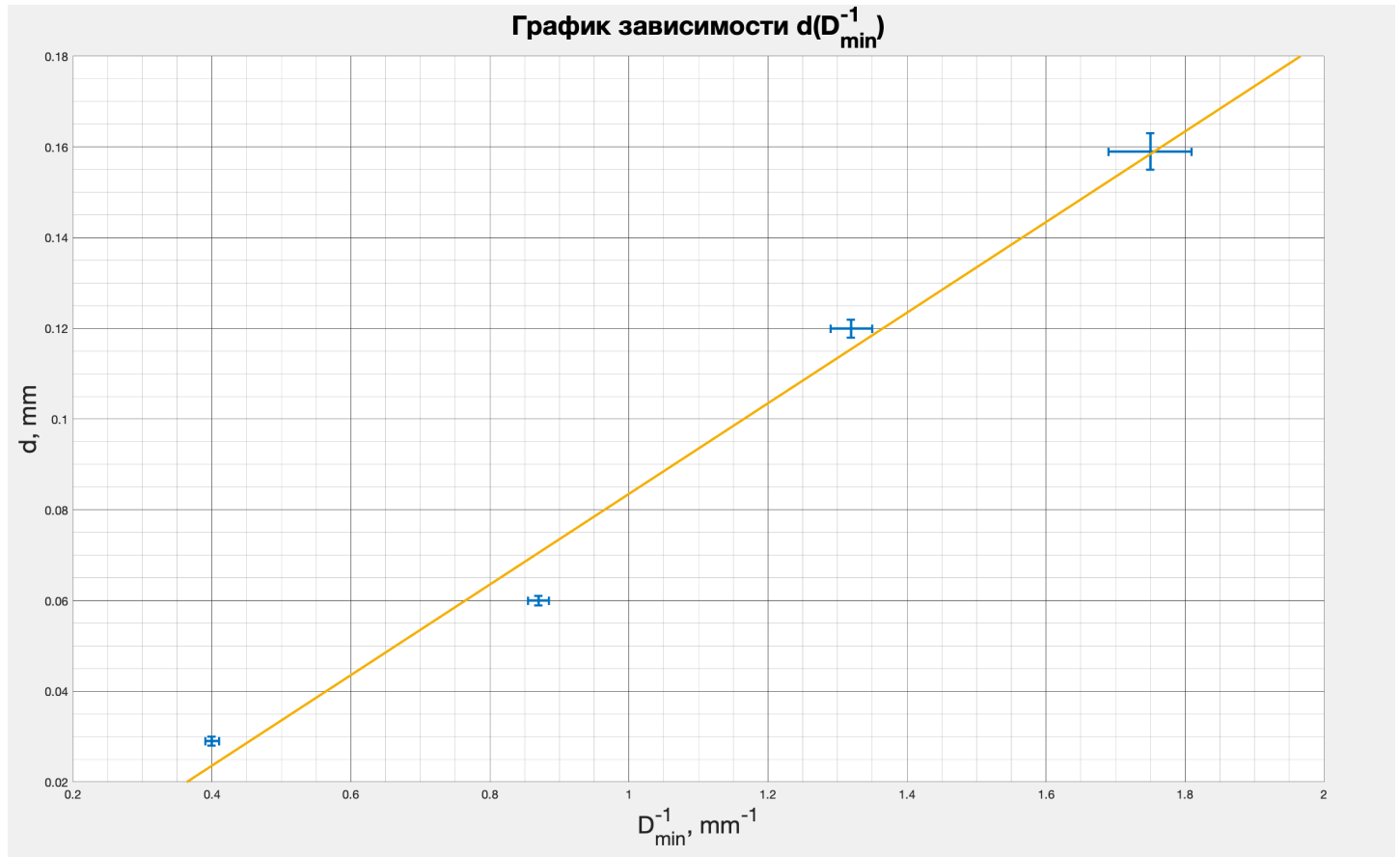


Рис. 3: График зависимости периода решетки, взятого по спектру, от диаметра диафрагмы  $d(1/D_{\min})$

## Наблюдение пространственной фильтрации

В этой части работы будем работать с решеткой №2.

Максимумы, создаваемые двумерной решеткой в фокальной плоскости объектива  $F$  (см. рисунок 1), представляют картину дифракции Фраунгофера и будут рассмотрены как первичное изображение. Они изображены на рисунке 4.

Отфильтруем максимумы в одном из направлений решетки. Для этого подберем ширину щели таким образом, чтобы она пропускала только максимум нулевого порядка в перпендикулярном направлении. Поворачивая щель относительно оси системы, пронаблюдаем, как изменяется картина на экране, демонстрируя пространственную фильтрацию.

При вертикальной щели пропускаются максимумы  $(0, m_x)$ , и на экране наблюдается вертикальная "полоса" размытых максимумов. При горизонтальной щели, наоборот, пропускаются максимумы  $(m_y, 0)$ , и на экране видна горизонтальная "полоса". При положении щели под углом  $45^\circ$  к вертикали наблюдается полоса максимумов  $m_x = m_y$ . Фотографии эффекта приведены на рисунке 5.

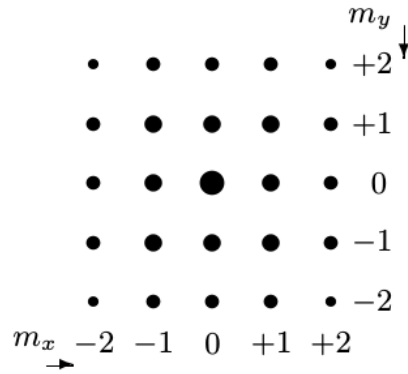
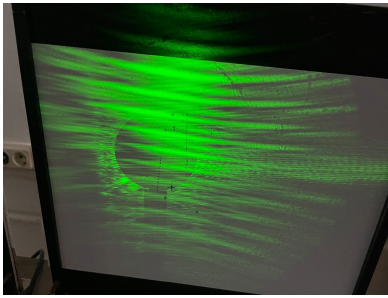
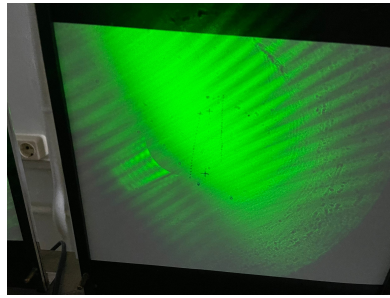


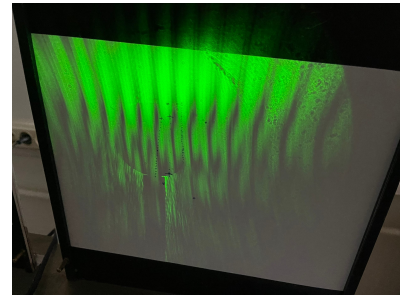
Рис. 4: Дифракция Фраунгофера на двумерной решетке



a)



b)



c)

Рис. 5: Наблюдаемая картинка пространственной фильтрации: (a) при вертикальной щели, (b) при наклонной на  $45^\circ$  щели, (c) горизонтальной щели

## Вывод

В работе определены периоды исследуемых решеток тремя методами: по пространственному спектру, по увеличенному микроскопом изображению и по оценке разрешающей способности микроскопа (указаны в таблицах 1-3). Полученные значения изменяются в пределах 20%. Более достоверными являются измерения в первой части работы (по спектру), так как они в меньшей степени зависят от качества установки и настройки системы.

Проверена теория Аббе разрешающей способности микроскопа, для чего построен график зависимости  $d(1/D_{min})$ , теоретически являющейся линейной. Действительно, экспериментальные точки хорошо легли на прямую, и коэффициент ее наклона, определенный по графику  $b_{exp} = (0.108 \pm 0.012)$  мм<sup>2</sup> соотносится с теоретической константой  $b_{theor} \approx 0.117$ , что подтверждает состоятельность метода Аббе.

Изучены эффекты пространственной фильтрации.