# Лабораторна робота №2

з Чисельних методів

Варіант №10

Петрів Владислав

# 

Зміст

[Лабораторна робота №2 1](#_Toc68195692)

[Завдання 1 3](#_Toc68195693)

[1) Умова завдання 3](#_Toc68195694)

[2) Теоретичні відомості 3](#_Toc68195695)

[3) Необхідні обчислення 3](#_Toc68195696)

[4) Результат роботи програми 5](#_Toc68195697)

[Завдання 2 6](#_Toc68195698)

[1) Умова завдання 6](#_Toc68195699)

[2) Теоретичні відомості 6](#_Toc68195700)

[3) Необхідні обчислення 7](#_Toc68195701)

[4) Результат роботи програми 7](#_Toc68195702)

# Завдання 1

## 1) Умова завдання

Методом Гаусса з вибором головного елемента розв’язати систему рівнянь,

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 4 | 3 | 1 | 0 | х | Х1 | = | 29 |
| -2 | 2 | 6 | 1 | Х2 | 38 |
| 0 | 5 | 2 | 3 | Х3 | 48 |
| 0 | 1 | 2 | 7 | Х4 | 56 |

## 2) Теоретичні відомості

Метод Гаусса з вибором головного елемента застосовують тоді, коли головний елемент на *k*-му кроці . На кожному кроці виключають чергове невідоме за допомогою рівняння з найбільшим за модулем коефіцієнтом при відповідному невідомому. Головний елемент можна вибирати такими способами:

1. За рядком —   
   у цьому разі на кожному кроці потрібно відповідно перенумерувати змінні;
2. За стовпцем —  
   тоді на кожному кроці потрібно відповідно перенумерувати рівняння;
3. За всією матрицею.

У матричному вигляді *k*-ий крок методу Гаусса можна подати у вигляді  
де , а  
де

Метод Гаусса можна подати в матричному вигляді:  
де — нижня трикутна матриця, а — верхня трикутня з одиничною головною діагоналлю. Отже, метод Гаусса базується на можливості розкласти матрицю *A* на дві трикутні матриці.

## 3) Необхідні обчислення

=

Крок 1. Знайдемо максимальний за модулем елемент першого стовбця :

Відповідний цьому елементові рядок вже стоїть на потрібній, k-й, позиції, тому перестановок не відбувається – матриця перестановок дорівнює одиничній: . Відповідно

Тепер складемо матрицю переходу за правилами

де — номер кроку, — максимальний елемент у матриці на даному кроці, всі відмінні від діагональні елементи дорівнюють 1, інші від усіх згаданих елементи матриці нульові.

Тепер для переходу до наступного кроку помножимо матрицю на матрицю зліва:

Крок 2. Знайдемо максимальний за модулем елемент другого стовбця :

Поміняємо відповідний рядок місцями з першим – тобто домножимо на відповідну матрицю перестановок :

Крок 3. Знайдемо максимальний за модулем елемент третього стовбця :

Відповідний цьому елементові рядок вже стоїть на потрібній, k-й, позиції, тому перестановок не відбувається – матриця перестановок дорівнює одиничній: . Відповідно

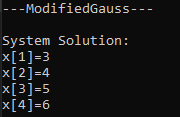
Крок 4. Знайдемо максимальний за модулем елемент:

Відповідний цьому елементові рядок вже стоїть на потрібній, k-й, позиції, тому перестановок не відбувається – матриця перестановок дорівнює одиничній: . Відповідно

Тепер розв’язуємо отриману систему:

Відповідь:

## 4) Результат роботи програми



# Завдання 2

## 1) Умова завдання

Методом квадратного кореня розв’язати систему рівнянь

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 0 | х | Х1 | = | 5 |
| 2 | 2 | 4 | Х2 | 22 |
| 0 | 4 | 3 | Х3 | 20 |

## 2) Теоретичні відомості

Метод квадратного кореня застосовують для розв’язання СЛАР із неособливою симетричною матрицею . Цей метод базується на тому, що симетричну матрицю можна подати у вигляді

,

де — права трикутна матриця

а *D —* діагональна матриця з елементами   
Елементи матриці  *S* та *D* обчислюють за формулами

Тоді розв’язання СЛАР зводиться до розв’язання наступних двох СЛАР:

Матриця *D* — ліва трикутна. Це дає змогу знайти розв’язок системи, виконавши зворотний хід методу Гаусса зверху вниз, а після цього розв’язати систему, виконавши як в методі Гаусса зворотний хід знизу вгору (тобто починаючи з останнього рівняння).  
 Отже, алгоритм методу квадратного кореня можна подати так:

1. Перевірити чи симетрична матриця *A*;
2. Обчислити елементи матриць *S* і *D* за формулами;
3. Розв’язати СЛАР і знайти вектор *y*;
4. Розв’язати СЛАР і знайти шуканий розв’язок системи;

Загальна кількість арифметичних операцій, які потрібно для реалізації методу квадратного кореня, має порядок

## 

## 3) Необхідні обчислення

Знайдемо розклад матриці , де – права трикутна матриця, а – діагональна матриця з елементами на діагоналі. Згідно з формулами методу квадратних коренів отримаємо:

Розв’яжемо систему

Нижня трикутна матриця. Виконавши зворотній хід методу Гаусса згори вниз, отримаємо:

Розв’яжемо систему з верхньою трикутною матрицею . Виконавши зворотний хід методу Гаусса знизу вгору, отримаємо:

Відповідь:

## 4) Результат роботи програми

