

Examen: Limbaje formale și automate  
Examenul din 19 Iunie 2025,  
*Universitatea din București*

durata examenului: 2 ore

Nume și prenume:

Grupa:

Varianta **A**

Nota obținută la laborator:

Numele tutorelui de laborator:

Examenul este format din 10 probleme fiecare având câte 10 puncte pentru un total de 100 de puncte.

**1. (10 puncte)** Considerăm numele de familie al dumneavoastră și “spargem” acest cuvânt în grupuri de câte două litere cu un eventual ultim grup de 3 litere în mulțimea  $N$ . Spre exemplu, pentru numele *Ionescu* vom avea  $N = \{io, ne, scu\}$ . Considerăm limbajul  $N^*$ , dați un exemplu de cuvânt de 10 litere care aparține lui  $N^*$  și un cuvânt de 10 litere care nu aparține lui  $N^*$ .

$w_1 \in N^*$  de 10 litere,  $w_1 =$

$w_2 \notin N^*$  de 10 litere,  $w_2 =$

Spuneți dacă următoarele patru afirmații sunt adevărate sau nu, justificați pe scurt răspunsul.

**2.a (5 puncte)** Fie limbajele  $L_1, L_2, L_3, L_4$  cu proprietatea că  $L_1 \cap L_2 = L_3 \cap L_4$  și  $L_1, L_2, L_3 \in REG$ . Avem așadar că  $L_4 \in REG$ . Unde  $REG$  este familia limbajelor regulate (recunoscute de expresii regulate).

Afirmația este ADEVARATĂ/FALSĂ (încercuiți varianta corectă și apoi justificați răspunsul)

**2.b (5 puncte)** Fie limbajele  $L_1, L_2, L_3, L_4$  cu proprietatea că  $L_1 \cap L_2 = L_3 \cap L_4$  și  $L_1, L_2, L_3 \in CF$ . Avem așadar că  $L_4 \in CF$ . Unde  $CF$  este familia limbajelor independente de context (recunoscute de gramatici independente de context).

Afirmația este ADEVARATĂ/FALSĂ (încercuiți varianta corectă și apoi justificați răspunsul)

**3.a (5 puncte)** E decidabil dacă un DFA acceptă toate cuvintele de lungime multiplu de 6 și care încep cu aab.

Afirmația este ADEVARATĂ/FALSĂ (încercuiți varianta corectă și apoi justificați răspunsul)

**3.b (5 puncte)** E decidabil dacă un PDA cu acceptare cu stivă vidă acceptă cel puțin un cuvânt de lungime multiplu de 3 și care se termina în a.

Afirmația este ADEVARATĂ/FALSĂ (încercuiți varianta corectă și apoi justificați răspunsul)

**4. (10 puncte)** a) Construiți un NFA care să nu fie DFA și care are cel puțin 8 stări accesibile din starea inițială dintre care cel puțin 5 să fie finale, are cel puțin 2 bucle și cel puțin un circuit de lungime minim 3 (pot exista și alte circuite mai scurte). Graful să nu poată fi simplificat, adică să nu existe stări inutile (care nu au drum către o stare finală) sau drumuri redundante (mai multe drumuri din graf care acceptă aceleași cuvinte).

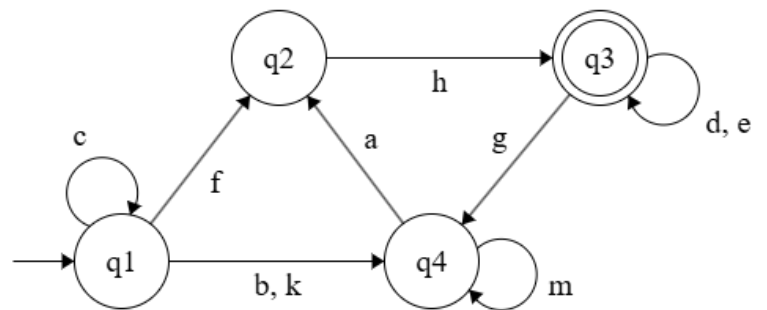
b) Să se construiască un DFA echivalent cu automatul de la punctul a) folosind algoritmul de la curs/seminar (să existe o corespondență între elementele NFA-ului și cele ale DFA-ului).

Nume și prenume:

grupa:

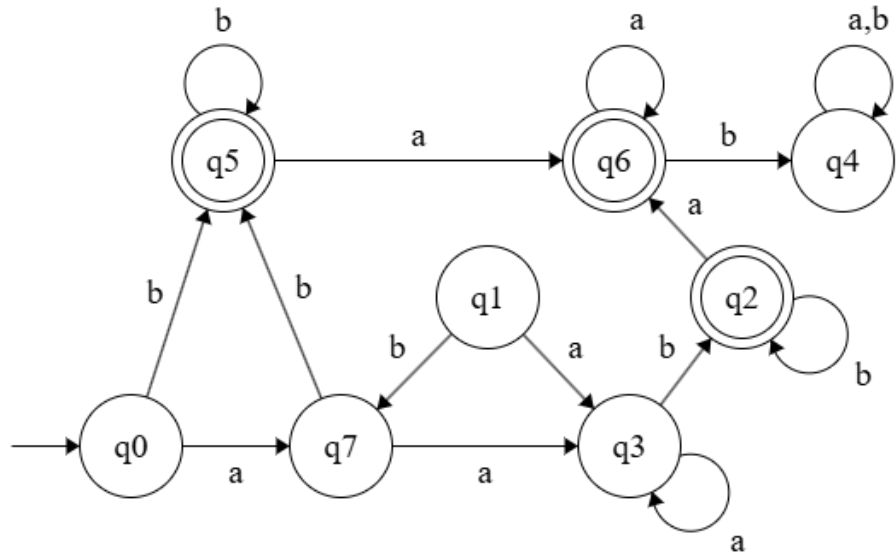
**5. (10 puncte)** Folosind algoritmul de la curs/seminar, transformați următorul automat finit într-o expresie regulată echivalentă (faceți desenele și pentru pașii intermediari).

ALTERNATIV pentru 5 puncte: Desenați o mașină Turing care să inverseze cuvântul de intrare (pentru orice intrare), adică pentru cuvântul de intrare 001122 să accepte cuvântul 221100.



**6.a (5 puncte)** Fie limbajul  $L = \{aa, aabbb\}$ . Dați cât mai multe (preferabil 5) triplete de cuvinte  $(x, y, z)$  astfel încât perechea de cuvinte  $(x, y)$  nu este echivalentă conform  $L$  iar  $z$  este un cuvânt care face diferența pentru  $(x, y)$ . Nu puteți re-folosi un cuvânt în altă tripletă, adică pentru două răspunsuri corecte  $(x_1, y_1, z_1)$  și  $(x_2, y_2, z_2)$  avem  $\{x_1, y_1, z_1\} \cap \{x_2, y_2, z_2\} = \emptyset$ .

**6.b (5 puncte)** Considerați DFA-ul următor, precizați care sunt echivalențele din acest automat și dați automatul minimal echivalent. Precizați pașii din algoritmul prezentat la curs sau seminar.



Nume și prenume:

grupa:

**7. (10 puncte)** Construiți și descrieți funcționarea unui automat pushdown (PDA) pentru limbajul

$$L = \{a^{n+1}b^{3m} \mid n \neq m\} \cup \{a^m \mid m \geq 1\} \cdot \{a^2b^2, a^3b^2, a^4b^2\}$$

ALTERNATIV pentru 5 puncte:  $L = \{0^m 1^{m+2} 2^n \mid m, n \geq 2\} \cup \{0110\}$

**8. (10 puncte)** Spuneți dacă limbajul următor este independent de context sau nu; dacă da, construiți o gramatică independentă de context care să îl genereze, dacă nu, demonstrați folosind eventual lema de pompă că limbajul nu este independent de context.

$L = \{w \mid w \in \{a, b, c\}^*, |w|_a = |w|_b \text{ și lungimea cuvântului } w \text{ este pară}\} \cup \{ab, bbaa\}.$

ALTERNATIV pentru max 5 puncte:  $L = \{0^{2k}1^{3k}0^{5k}11 \mid k \geq 2\}.$

Nume și prenume:

grupa:

**9. (10 puncte)** Spuneți dacă limbajul următor este sau nu regulat. Dacă limbajul este regulat construiți un automat finit determinist care să îl accepte, dacă nu, demonstrați folosind lema de pompare pentru REG că limbajul nu este regulat

$L = \{a^k b^m c^r \mid (k \geq 7, m \leq r) \text{ sau } (k \geq 7, m \geq 2r)\}$ .

ALTERNATIV pentru max 5 puncte:  $L = \{1^k 0^l 1^{2m+3} 0^l \mid k, l, m \geq 3\}$ .

**10. (10 puncte)** Spuneți dacă limbajul următor este independent de context sau nu; dacă da, construiți o gramatică independentă de context care să îl genereze, dacă nu, demonstrați folosind eventual lema de pompare că limbajul nu este independent de context.

$L = \{a^i b^j c^k \mid \text{când } i \text{ par } i < j, i + 2j + 3 < k, \text{ când } i \text{ impar } i = 2j + 4k + 1\}$ .

ALTERNATIV pentru max 5 puncte:  $L = \{w \mid w \in \{0, 1, 2\}^*, |w|_0 \neq 2|w|_1 \text{ și } |w|_2 = |w|_0 + |w|_1\}$ .



CIORNĂ: vA1

Nume și prenume:

grupa:

BONUS. (5 puncte) Spuneti daca urmatoarele limbaje sunt independente de context sau nu, pentru fiecare raspuns corect primiti 1 punct, pentru fiecare raspuns gresit pierdeti 0.5 puncte:

- a.  $L = \{a^p \mid p \text{ prim}\} \cup \overline{\{a^p \mid p \text{ par}\}}$  pentru alfabetul  $\Sigma = \{a\}$  DA NU
- b.  $L = \{a^p \mid p \text{ prim}\} \cup \overline{\{a^p \mid p \text{ par}\}}$  pentru alfabetul  $\Sigma = \{a, b\}$  DA NU
- c.  $L = \{w \mid |w|_a \leq |w|_b \text{ si } b \geq 100\}$  pentru alfabetul  $\Sigma = \{a, b\}$  DA NU
- d.  $L = \{w \mid |w|_a = 2k + 1, |w|_b = 5, 2|w|_c = |w|\}$  pentru alfabetul  $\Sigma = \{a, b, c\}$  DA NU
- e.  $L = \{a^i b^j a^k \mid \text{dacă } j \text{ este impar, atunci } k = i+j; \text{dacă } j \text{ este par, atunci } k = (i+j)^2+1\}$  DA NU



CIORNĂ: vA2

Nume și prenume:

grupa:

