

Structuri de Date

Seminar 1

Reminder!

* **N^2** : Bubble Sort, Insertion Sort, Selection Sort, etc

* **$N \log N$** : Heap Sort, Merge Sort, Tim Sort, etc.

* **$N + \text{Max}$** : Counting Sort

Problema 1:

a) Se dau N numere sortate. Câte perechi de numere au suma S ?

Idee naivă:

Parcurgem toate perechile posibile (*for în for*) $\Rightarrow O(N^2)$

Idee:

Ne punem întrebarea „Cum facem să ne folosim de faptul că nr. sunt sortate?”

Parcurgem numerele, și pentru fiecare număr X folosim căutare binară să descoperim aparițiile lui $(S-X)$. Căutare binară $= \log N$; o facem pentru fiecare element din cele $N \Rightarrow O(N \log N)$

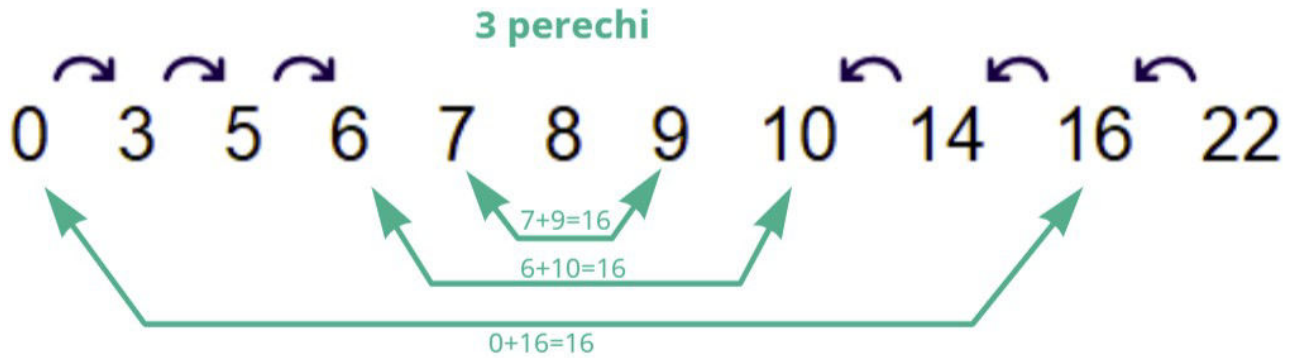
Idee îmbunătățită:

Folosim doi pointeri i (pornește din stânga) și j (pornește din dreapta); comparăm numerele aflate la indicii i și j , și scădem j sau creștem i corespunzător:

- $a[i] + a[j] < S \Rightarrow$ creștem i
- $a[i] + a[j] > S \Rightarrow$ scădem j

$\Rightarrow O(N)$

Exemplu: $N = 11, S = 16$



b) Cum procedăm dacă numerele nu sunt sortate?

- Cu două for-uri $\Rightarrow O(N^2)$
- Sortăm și facem ca la a) $\Rightarrow O(N \log N)$
- Vector de frecvențe $\Rightarrow O(N + \text{Max})$
- Hash Tables $\Rightarrow O(N)$

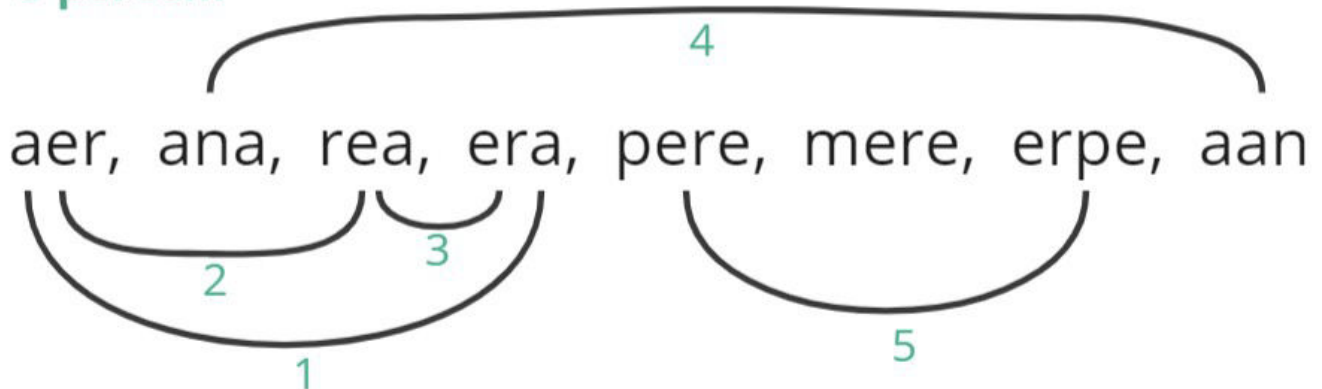
Pentru acasă: Se dă un vector sortat și un număr x . De câte ori apare x în vector?

Problema 2:

Se dau N cuvinte. Câte perechi de anagrame sunt?

Exemplu: $N = 8$

5 perechi



Considerăm L = lungimea maximă a unui cuvânt.

Pasul 1:

Sortăm fiecare cuvânt crescător.

- $O(N*L*\log L)$ pentru sortări bazate pe comparare
- $O(N*L)$ pentru counting sort (maximul în acest caz este 26, o constantă, deci complexitatea sortării unui cuvânt va fi $O(L)$ în loc de $O(L+Max)$).

Pasul 2:

Ținem un dicționar de frecvențe să reținem pentru fiecare cuvânt (sortat) de câte ori apare. Să hash-uim un cuvânt durează $O(L)$, așadar pentru N cuvinte va dura $O(N*L)$.

Complexitate finală:

$$O(N*L + N*L) = O(2*N*L) = O(N*L)$$

Problema 3:

Se dă un vector care era sortat și a fost rotit circular. Găsiți valoarea maximă din vector.

Exemplu:



Idee naivă:

Parcurgem toate elementele și găsim maximul. => $O(N)$

Idee :

Folosim o căutare binară modificată, astfel încât să găsim elementul pentru care vecinul din dreapta lui este mai mic decât el (înseamnă că acolo a avut loc rotația).

=> $O(\log N)$

Căutare binară îmbunătățită (pe biți)

```
int binary_search(const vector<int>& v, int target)
{
    int step = 1 << 20; // 2^20

    int position = 0;
    while (step) {

        // dacă această condiție este evaluată la True, înseamnă că
        // valoarea căutată este mai în dreapta decât position+step,
        // așadar creștem poziția la care căutăm
        if (position + step < v.size()
            && v[position + step] <= target)
            position += step;

        step >>= 1; // step = step / 2;
    }

    // dacă am găsit => returnează poziția, altfel returnează -1
    return v[position] == target ? position : -1;
}
```

Pentru acasă: *Se dă un vector cu N elemente. Câte inversiuni are acesta?*

Inversiune = pereche (i, j) unde $i < j$ && $v[i] > v[j]$