

### Punctaj

- **Partea 1 1.5p (0.5 \* 3) MINIM 2 corecte pentru a trece**
- **Partea 2 (12 grile cu raspunsuri multiple) 12 \* 0.2 = 2.4p**
- **Partea 3 5 întrebări 5 \* 0.2 = 1p**
- **Partea 4 Răspuns scurt 5 întrebări 5 \* 0.2 = 1p**
- **Partea 5 Probleme 4 probleme (3\*1 + 1\*1) 4.1 p**
- **Total 10p + Oficiu = 11p**
- **Minim 5 (Anul 3, minim 4.50)**

### Partea 1

1 Într-un max-heap faceți operațiile I(9), I(14), I(11), I(2), delete max, I(197), I(5), I(11), I(262) delete max, delete max. **Aratati arborele după fiecare operație.**

2) Care dintre următoarele afirmații despre arborii binari de căutare (BST - Binary Search Tree) cu **valori distincte** este **falsă**? **Argumentați!**

1. Înălțimea unui arbore binar de căutare echilibrat cu n noduri este întotdeauna  $O(\log n)$ .
2. Cel mai mic element dintr-un arbore binar de căutare se află întotdeauna în cel mai din stânga nod al arborelui.
3. Inserarea unui nou element într-un arbore binar de căutare are întotdeauna complexitatea  $O(\log n)$ .
4. Parcurgerea în inordine a unui arbore binar de căutare produce întotdeauna o secvență sortată crescător a elementelor.

3) Inserați într-un hash valorile 20, 2, 19, 23, 1, 42, 81, 67, 64, 192, 87 folosind funcția de dispersie  $x\%11$  și **adresare directă** pentru coliziuni.

### Partea 2

4) Într-un arbore binar complet și plin cu n noduri, numărul de noduri de pe ultimul nivel poate fi:

- a)  $n/2$
- b)  $(n+1)/2$
- c)  $(n+1)/4$
- d)  $(n-1)/2$

5) Într-un arbore binar de căutare, elementul maxim se găsește:

- a) În rădăcină
- b) În cel mai din stânga nod
- c) În cel mai din dreapta nod
- d) În orice nod frunză

6) Ce este adevărat despre un heap?

- a) Este o structură de date liniară.
- b) Poate fi implementat folosind un vector.
- c) Operația de inserare are o complexitate logaritmică.
- d) Operația de ștergere are o complexitate constantă.

7) Ce este adevărat despre o listă dublu înlănțuită?

- a) Permite accesarea nodurilor în ambele direcții.
- b) Inserarea unui nod la începutul listei are o complexitate constantă.
- c) Ștergerea unui nod din mijlocul listei are o complexitate logaritmică.
- d) Poate fi folosită pentru a implementa o coadă cu prioritate.

8) Care dintre următoarele structuri de date sunt potrivite pentru implementarea unui algoritm de sortare cu complexitate  $O(n \log n)$ ?

- a) Heap
- b) Arbore binar de căutare
- c) Listă liniară
- d) Skip List
- e) Hash Table

9) Care dintre următoarele structuri de date NU garantează un timp de căutare de  $O(\log n)$  în cazul cel mai rău caz?

- a) Arbore binar de căutare echilibrat (AVL)
- b) B-Arbore
- c) Lista dublu înlănțuită
- d) Arbore roșu-negru
- e) Arbore binar de căutare neechilibrat
- f) Heap

10) Doriți să implementați o coadă cu priorități care să suporte operațiile Insert și Extract-Min în timp logaritm. Ce structură de date ar fi potrivită?

- a) Listă înlănțuită
- b) Coadă
- c) Stivă
- d) Heap binar
- e) Arbore binar de căutare echilibrat

11) Să presupunem că avem un arbore binar de căutare cu 1000 de noduri. Care este înălțimea minimă posibilă a arborelui? (Presupunem că un arbore binar de căutare cu 2 noduri are înălțimea 1).

- a) 9
- b) 10
- c) 500
- d) 1000
- e) 999

12) Ce complexitate are, în cazul cel mai rău caz, operația de găsim a elementului maxim într-un arbore binar de căutare cu  $n$  noduri?

- a)  $O(1)$
- b)  $O(\log n)$
- c)  $O(n)$
- d)  $O(n \log n)$
- e)  $O(n^2)$

13) Să presupunem că avem un arbore binar de căutare cu 10 noduri. Care este numărul maxim de noduri care pot fi examinați în timpul căutării unei valori care nu se află în arbore?

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 9
- e) 10

14) Fie  $H$  un max-heap care conține 255 de valori distincte. În ce poziții se poate afla al treilea cel mai mare element? (Rădăcina e pe poziția 0)

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5
- f) 6
- g) 7

15) Să presupunem că avem numerele de la 1 la 1000 inserate într-un arbore binar de căutare echilibrat (AVL). Care dintre următoarele secvențe NU ar putea fi secvențe de noduri examinate în timpul căutării valorii 500?

- a) 400, 300, 500
- b) 50, 250, 400, 450, 550, 500
- c) 750, 375, 625, 562, 531, 500
- d) 100, 200, 300, 400, 600, 500
- e) 1001, 500
- f) 755, 375, 625, 562, 331, 500

- **Partea 3**

- 16) Inserați următoarele chei și priorități într-un heap Fibonacci: 25, 5, 17, 3, 9, 1, 30, 14.
- 17) Construiți sparse table-ul (matricea din algoritmul RMQ) pentru șirul: 7, 2, 10, 3, 1, 8, 5, 11, 4. Presupunem ca în cadrul unui query am vrea să determinăm maximum pe un interval.
- 18) Inserați într-un trie cuvintele: program, programare, programator, proces, procesor, proiect, proiectil.
- 19) Construiți un max-heap cu 10 noduri în care pe ultimul nivel se află printre altele valorile 3, 7 și 99.
- 20) Inserați în skip list următoarele valori: 15, 2, 9, 20, 7, 11, 4, 18, 1. La aruncarea banului obțineți următoarele valori: S, B, S, S, B, S, B, S, B, S, S, B, S, S, B, B, B, S, S, B. Când obțineți B vă opriți și inserați până la acel nivel. Când obțineți S continuați la nivelul următor.

- **Partea 4**

- 21) Un arbore binar are  $n$  noduri, dintre care  $k$  sunt frunze. Care este numărul maxim de noduri cu exact un fiu?
- 22) Care este complexitatea în timp a algoritmului de sortare "Bubble Sort" în cazul cel mai favorabil? Dar în cazul cel mai defavorabil?
- 23) Care este complexitatea operației de ștergere a unui element dintr-o listă dublu înlănțuită? Argumentați (ștergere de la început/mijloc/sfârșit). Care este complexitatea operației de inserare a unui element într-o deque? Argumentați (inserare la început/mijloc/sfârșit)
- 24) Un arbore binar are  $n$  noduri. Care este numărul minim de frunze pe care le poate avea?
- 25) Cati arbori binari distincti cu valorile 1, 2, 5, 6 putem avea? Justificați.

- **Partea 5**

- 26) Se da o mulțime  $S$  inițial vidă. Să se proceseze cât mai eficient operații de 3 tipuri:  
ADD  $x$   
DEL  $x$   
MEDIAN  $\rightarrow$  Cere medianul din șirul  $S$
- 27) Se da un vector cu  $n$  valori nule. Să se proceseze  $m$  operații:  
 $U \mid r \mid t \rightarrow V[l \dots r] += t$   
 $Q \ x \rightarrow V[x] = ?$

28) Se dau două șiruri  $s_1, s_2$  de lungime  $n$  și  $m$ . Să se găsească cea mai lungă subsecvență comună care este și palindrom. Exemplu: "cabac" "abracadaba" -> "aba".

29) Se da un sir  $A[1 \dots n]$  de numere naturale și un număr  $k$ . Aflați câte subsecvențe (poziții consecutive) au lungimea exact  $k$  și conțin cel puțin un element par.