Суперкомпьютерное моделирование и технологии

Отчет

Задача для трехмерного гиперболического уравнения в прямоугольном параллелепипеде

Лазарев Владимир Александрович

2 вариант

15.12.2021

**Оглавление**

[**Математическая постановка задачи** 3](#_Toc90480571)

[**Численный метод решения задачи** 3](#_Toc90480572)

[**Программная реализация** 5](#_Toc90480573)

[**Результаты запусков программ на различных кластерах** 9](#_Toc90480574)

[**Выводы** 13](#_Toc90480575)

**Математическая постановка задачи**

В трехмерной замкнутой области

для требуется найти решение уравнения в частных производных с начальными условиями

**Численный метод решения задачи**

Введем на сетку , где ,

Через обозначим множество внутренних, а через – множество граничных узлов сетки .

Для аппроксимации исходного уравнения воспользуемся следующей системой уравнений:

Здесь – семиточечный разностный аналог оператора Лапласа:

Приведенная выше разностная схема является явной – значения на -ом шаге можно явным образом выразить через значения на предыдущих слоях.

Для начала счета должны быть заданы значения :

# **Программная реализация**

Реализована гибридная параллельная программа (MPI + OpenMP). Принимает входные данные в виде аргументов командной строки. Используются следующие аргументы:

* *-Lx=* – длина параллелепипеда вдоль оси X (по умолчанию 1);
* *-Ly=* – длина параллелепипеда вдоль оси Y (по умолчанию 1);
* *-Lz=* – длина параллелепипеда вдоль оси Z (по умолчанию 1);
* *-T=* – конечное время сетки (по умолчанию 1);
* *-N=* – количество точек пространственной сетки (по умолчанию 128);
* *-K=* – количество точек временной сетки (по умолчанию 2000);
* *-steps=* – количество шагов для решения (по умолчанию 5);
* *-omp=* – количество OpenMP нитей (по умолчанию 1).

Для распараллеливания вся сетка разбивается на области в количестве используемых процессов по следующему алгоритму:

* Начинается разбиение с параллелепипеда , выбирается *X* как начальная ось;
* Если оставшееся количество областей для разбиения равно 1, возвращается обрабатываемый параллелепипед;
* Если размер нечетный, то по текущей оси выбирается область и делается из нее параллелепипед, также продолжается разбиваться область;
* По выбранной оси делим область пополам и рекурсивно запускаем для этих подобластей переходя на следующую ось

**График аналитического и полученного решений**

Решение при

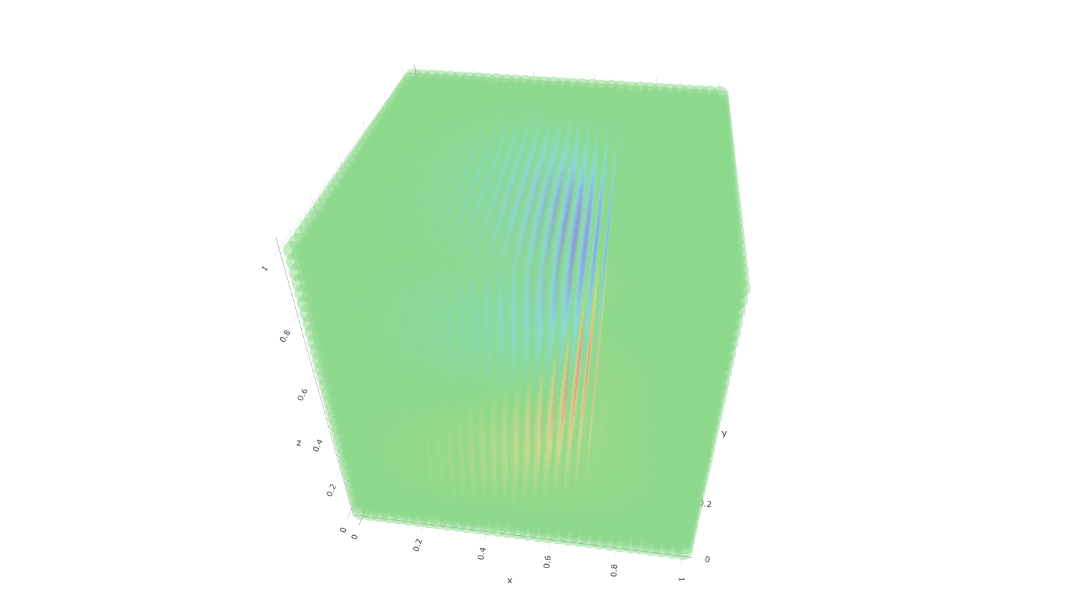


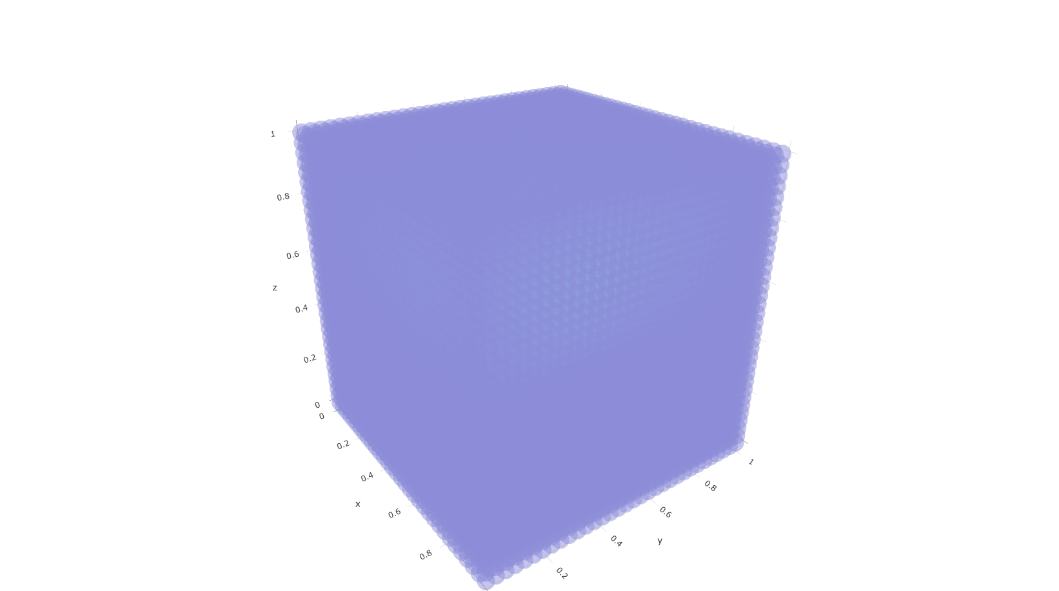
Рисунок . Аналитическое решение

Рисунок Погрешность

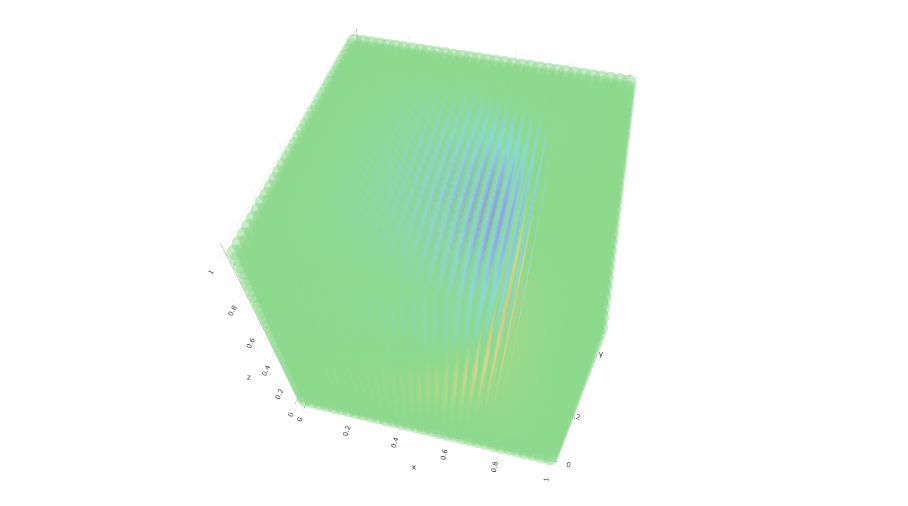


Рисунок 3 Полученное решение

Решение при

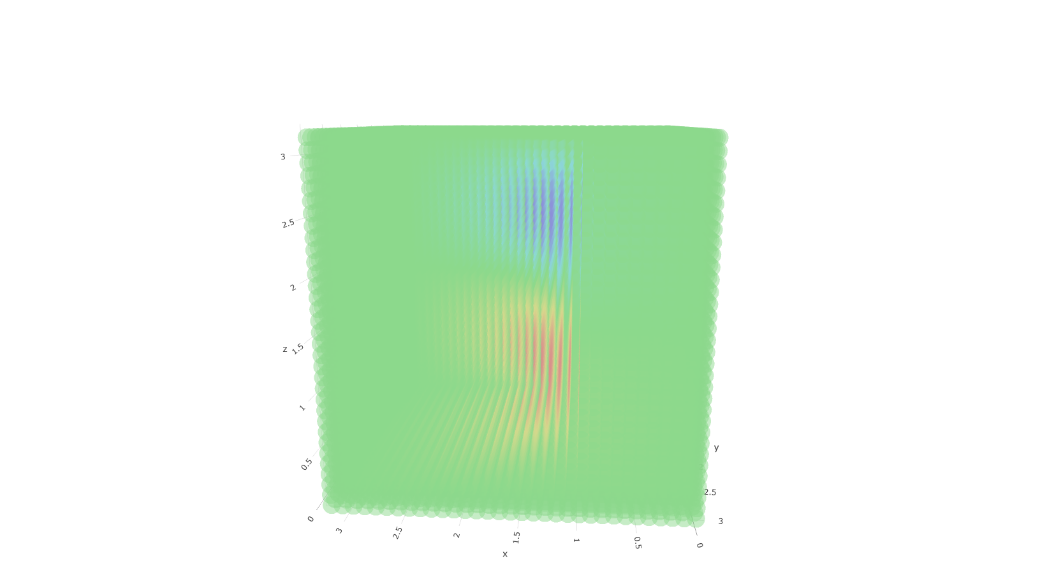


Рисунок 4 Аналитическое решение

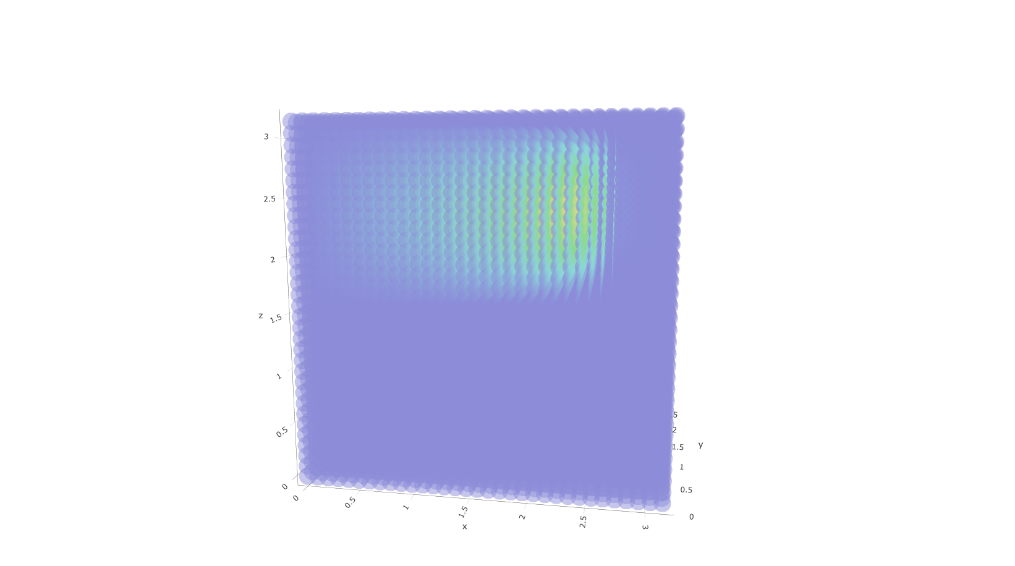


Рисунок 5 Погрешность

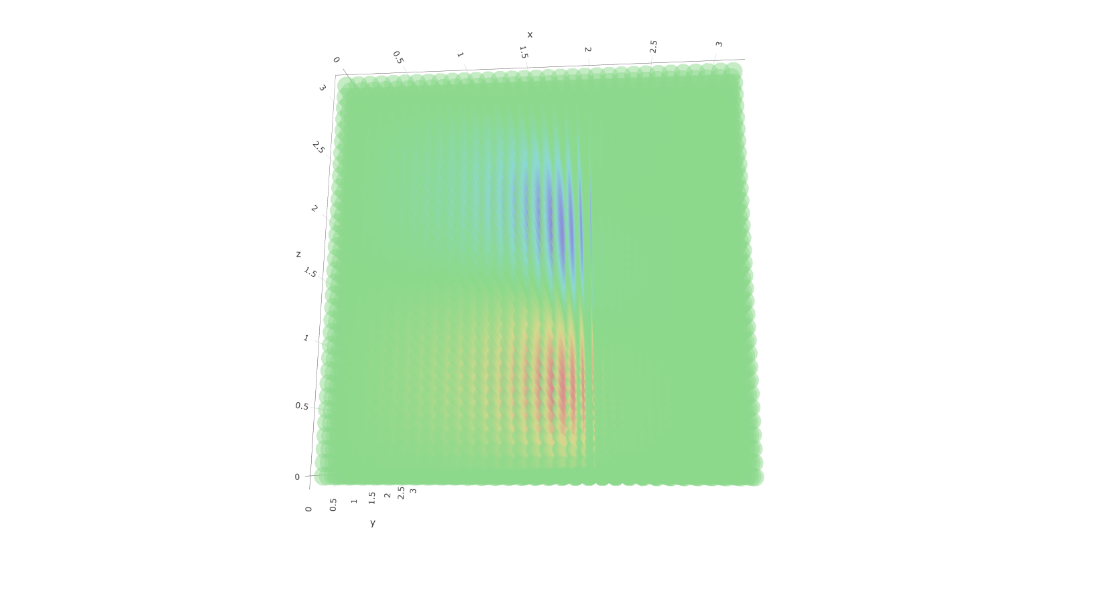


Рисунок 6 Полученное решение

# **Результаты запусков программ на различных кластерах**

**Таблица 1. Результаты расчетов на Blue Gene/P**

**Lx = Ly = Lz = 1, N = 128, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** | **0.88109** | **1** | **2.7637e-08** | **0.664207** | | **1** | **2.7637e-08** | **1.3265** | |
| **128** | **0.458035** | **1.9236** | **2.7637e-08** | **0.357409** | | **1.8583** | **2.7637e-08** | **1.28154** | |
| **256** | **0.243407** | **3.6198** | **2.7637e-08** | **0.203291** | | **3.2672** | **2.7637e-08** | **1.19733** | |

**Lx = Ly = Lz = 1, N = 256, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** | **6.92044** | **1** | **6.73841e-09** | **4.95551** | | **1** | **6.73841e-09** | **1.3965** | |
| **128** | **3.55399** | **1.9472** | **6.73841e-09** | **2.55715** | | **1.9376** | **6.73841e-09** | **1.3898** | |
| **256** | **1.84311** | **3.7547** | **6.73841e-09** | **1.33835** | | **3.7027** | **6.73841e-09** | **1.37715** | |

**Lx = Ly = Lz = 1, N = 512, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** | **54.9187** | **1** | **1.51341e-09** | **38.4149** | | **1** | **1.51341e-09** | **1.4296** | |
| **128** | **28.0821** | **1.9556** | **1.51341e-09** | **19.7548** | | **1.9426** | **1.51341e-09** | **1.4215** | |
| **256** | **14.4007** | **3.9136** | **1.51341e-09** | **10.2014** | | **3.7656** | **1.51341e-09** | **1.4116** | |

**Lx = Ly = Lz = , N = 128, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** | **0.906653** | **1** | **2.82401e-09** | **0.687626** | | **1** | **2.82401e-09** | **1.3185** | |
| **128** | **0.471202** | **1.924** | **2.82401e-09** | **0.369249** | | **1.862** | **2.82401e-09** | **1.276** | |
| **256** | **0.249691** | **3.6311** | **2.82401e-09** | **0.209644** | | **3.2799** | **2.82401e-09** | **1.191** | |

**Lx = Ly = Lz = , N = 256, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** | **7.13104** | **1** | **7.0428e-10** | **5.14782** | | **1** | **7.0428e-10** | **1.3852** | |
| **128** | **3.66111** | **1.9477** | **7.0428e-10** | **2.65251** | | **1.9407** | **7.0428e-10** | **1.3802** | |
| **256** | **1.89584** | **3.7614** | **7.0428e-10** | **1.38544** | | **3.71565** | **7.0428e-10** | **1.3684** | |

**Lx = Ly = Lz = , N = 512, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** | **56.5957** | **1** | **1.74311e-10** | **39.9214** | | **1** | **1.74311e-10** | **1.4176** | |
| **128** | **28.9268** | **1.9565** | **1.74311e-10** | **20.5028** | | **1.9471** | **1.74311e-10** | **1.4108** | |
| **256** | **14.8168** | **3.8196** | **1.74311e-10** | **10.572** | | **3.7761** | **1.74311e-10** | **1.4015** | |

**Таблица 2. Результаты расчетов на Polus**

**Lx = Ly = Lz = 1, N = 128, K = 2000**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** |
| **10** | **0.389413** | **1** | **2.7637e-08** |
| **20** | **0.156115** | **2.4943** | **2.7637e-08** |
| **40** | **0.183659** | **2.1203** | **2.7637e-08** |

**Lx = Ly = Lz = 1, N = 256, K = 2000**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** |
| **10** | **1.23209** | **1** | **6.73841e-09** |
| **20** | **0.878508** | **1.4024** | **6.73841e-09** |
| **40** | **0.811804** | **1.5177** | **6.73841e-09** |

**Lx = Ly = Lz = 1, N = 512, K = 2000**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** |
| **10** | **8.5587** | **1** | **1.51341e-09** |
| **20** | **5.54305** | **1.54404** | **1.51341e-09** |
| **40** | **4.44931** | **1.9236** | **1.51341e-09** |

**Lx = Ly = Lz = , N = 128, K = 2000**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** |
| **10** | **0.192021** | **1** | **2.82401e-09** |
| **20** | **0.137538** | **1.396** | **2.82401e-09** |
| **40** | **0.21486** | **0.885** | **2.82401e-09** |

**Lx = Ly = Lz = , N = 256, K = 2000**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** |
| **10** | **1.04726** | **1** | **7.0428e-10** |
| **20** | **0.852743** | **1.2281** | **7.0428e-10** |
| **40** | **0.739732** | **1.41572** | **7.0428e-10** |

**Lx = Ly = Lz = , N = 512, K = 2000**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** |
| **10** | **7.16041** | **1** | **1.74311e-10** |
| **20** | **4.92263** | **1.4545** | **1.74311e-10** |
| **40** | **3.83267** | **1.87314** | **1.74311e-10** |

# **Выводы**

Как следует из приведенных выше таблиц, задача для трехмерного гиперболического уравнения отлично подходит для распараллеливания. В результате получены программные средства, решающую поставленную задачами гибридным способом при использовании средств MPI и OpenMP. Важную роль в MPI при распараллеливании задачи сеточного метода играет способ разбиения на блоки. Тонким моментом, которое является «бутылочным горлышком», является передача данных и работа с памятью. При замерах на Polus использование 64 процессов было невозможно в силу технических проблем на кластере.