Суперкомпьютерное моделирование и технологии

Отчет

Задача для трехмерного гиперболического уравнения в прямоугольном параллелепипеде

Лазарев Владимир Александрович

2 вариант

15.12.2021

**Оглавление**

[**Математическая постановка задачи 3**](#_Toc90425570)

[**Численный метод решения задачи 3**](#_Toc90425571)

[**Программная реализация 5**](#_Toc90425572)

[**Результаты запусков программ на различных кластерах 8**](#_Toc90425573)

[**Время запусков на различных кластерах 12**](#_Toc90425574)

[**Ускорение на различных кластерах 13**](#_Toc90425575)

[**Выводы 13**](#_Toc90425576)

**Математическая постановка задачи**

В трехмерной замкнутой области

для требуется найти решение уравнения в частных производных с начальными условиями

**Численный метод решения задачи**

Введем на сетку , где ,

Через обозначим множество внутренних, а через – множество граничных узлов сетки .

Для аппроксимации исходного уравнения воспользуемся следующей системой уравнений:

Здесь – семиточечный разностный аналог оператора Лапласа:

Приведенная выше разностная схема является явной – значения на -ом шаге можно явным образом выразить через значения на предыдущих слоях.

Для начала счета должны быть заданы значения :

# **Программная реализация**

Реализована гибридная параллельная программа (MPI + OpenMP). Принимает входные данные в виде аргументов командной строки. Используются следующие аргументы:

* *-Lx=* – длина параллелепипеда вдоль оси X (по умолчанию 1);
* *-Ly=* – длина параллелепипеда вдоль оси Y (по умолчанию 1);
* *-Lz=* – длина параллелепипеда вдоль оси Z (по умолчанию 1);
* *-T=* – конечное время сетки (по умолчанию 1);
* *-N=* – количество точек пространственной сетки (по умолчанию 128);
* *-K=* – количество точек временной сетки (по умолчанию 2000);
* *-steps=* – количество шагов для решения (по умолчанию 5);
* *-omp=* – количество OpenMP нитей (по умолчанию 1).

Для распараллеливания вся сетка разбивается на области в количестве используемых процессов по следующему алгоритму:

* Начинается разбиение с параллелепипеда , выбирается *X* как начальная ось;
* Если оставшееся количество областей для разбиения равно 1, возвращается обрабатываемый параллелепипед;
* Если размер нечетный, то по текущей оси выбирается область и делается из нее параллелепипед, также продолжается разбиваться область;
* По выбранной оси делим область пополам и рекурсивно запускаем для этих подобластей переходя на следующую ось

**График аналитического и полученного решений**

# **Результаты запусков программ на различных кластерах**

**Таблица 1. Результаты расчетов на Blue Gene/P**

**Lx = Ly = Lz = 1, N = 128, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **128** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **256** |  |  |  |  | |  |  |  | |

**Lx = Ly = Lz = 1, N = 256, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **128** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **256** |  |  |  |  | |  |  |  | |

**Lx = Ly = Lz = 1, N = 512, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **128** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **256** |  |  |  |  | |  |  |  | |

**Lx = Ly = Lz = , N = 128, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **128** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **256** |  |  |  |  | |  |  |  | |

**Lx = Ly = Lz = , N = 256, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **128** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **256** |  |  |  |  | |  |  |  | |

**Lx = Ly = Lz = , N = 512, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **128** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **256** |  |  |  |  | |  |  |  | |

**Таблица 2. Результаты расчетов на Polus**

**Lx = Ly = Lz = 1, N = 128, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **10** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **20** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **40** |  |  |  |  | |  |  |  | |

**Lx = Ly = Lz = 1, N = 256, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **10** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **20** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **40** |  |  |  |  | |  |  |  | |

**Lx = Ly = Lz = 1, N = 512, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **10** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **20** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **40** |  |  |  |  | |  |  |  | |

**Lx = Ly = Lz = , N = 128, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **10** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **20** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **40** |  |  |  |  | |  |  |  | |

**Lx = Ly = Lz = , N = 256, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **128** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **256** |  |  |  |  | |  |  |  | |

**Lx = Ly = Lz = , N = 512, K = 2000**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Число MPI-процессов** | **MPI** | | | | **MPI + OpenMP** | | | | **Ускорение** | |
| **Время решения (с)** | **Ускорение** | **Погрешность** | **Время решения (с)** | | **Ускорение** | **Погрешность** |  | |
| **64** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **128** |  |  |  |  | |  |  |  | |
| **256** |  |  |  |  | |  |  |  | |

# **Время запусков на различных кластерах**

График 1. Время работы на Blue Gene/P от количества процессов.

График 2. Время работы на Polus от количества процессов.

# **Ускорение на различных кластерах**

График 3. Ускорение на Blue Gene/P от количества процессов.

График 4. Ускорение на Polus от количества процессов.

# **Выводы**

Как следует из приведенных выше таблиц, задача для трехмерного гиперболического уравнения отлично подходит для распараллеливания. В результате получены программные средства, решающую поставленную задачами гибридным способом при использовании средств MPI и OpenMP. Важную роль в MPI при распараллеливании задачи сеточного метода играет способ разбиения на блоки. Тонким моментом, которое является «бутылочным горлышком», является передача данных и работа с памятью. При замерах на Polus использование 64 процессов было невозможно в силу технических проблем на кластере.