1 Exercice 1

Soit le problème de Cauchy suivant :

$$\forall t > 0, \quad y'(t) = t + y(t)$$

{#eq:edo} avec la condition initiale

$$y(0) = 1.$$

{#eq:ci}

1. Trouver la solution exacte de ce problème.
2. Appliquer la méthode explicite d'Euler à ce problème, avec $\tau = 0.1$ puis évaluer la solution en $t = 0.3$. Comparer à la solution exacte.

2 Exercice 2

Soit le problème de Cauchy suivant :

$$\forall t > 0, \quad y'(t) = 2t - y(t)$$

avec la condition initiale

$$y(0) = 1.$$

1. Trouver la solution exacte de ce problème.
2. Appliquer le schéma implicite d'Euler à ce problème, avec $\tau = 0.1$ puis évaluer la solution en $t = 0.3$. Comparer à la solution exacte.
3. Quelle difficulté rencontre t'on avec ce schéma pour l'équation suivante

$$\forall t > 0, \quad y'(t) = 2t - y(t)^2 \quad ?$$

3 Exercice 3

Soit l'équation différentielle ordinaire

$$\forall t > 0, \quad y'''(t) - y''(t) + 2y'(t) - y(t) + 2 = 0$$

où la solution est soumise aux conditions initiales

$$\begin{cases} y(0) = 0, \\ y'(0) = 1, \\ y''(0) = 2. \end{cases}$$

1. Transformer cette équation en un système d'équations différentielles ordinaires d'ordre 1.

2. Modifier la fonction `julia` suivante (qui correspond au système du pendule simple avec une pulsation unitaire) en fonction de la réponse à la question précédente :

   ```
   rhs(t, y1, y2) = (y2, -sin(y1))
   ```