UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE CÓMPUTO
CIENTÍFICO Y ESTADÍSTICA
Cálculo Numérico CO-3211

LABORATORIO 5

Métodos Iterativos.

Los fenómenos de transferencia de calor en un medio no homogéneo pueden ser modelados mediante las ecuaciones:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \left(K(\vec{x}) \nabla u \right) + F(\vec{x}, t), \quad \vec{x} \in \Omega \tag{1}$$

$$\alpha(\vec{x})u + \beta(\vec{x})K(\vec{x})\frac{\partial u}{\partial \vec{n}} = g(\vec{x}, t), \quad u(\vec{x}, 0) = u_0(\vec{x}) \tag{2}$$

Al discretizar el modelo mediante métodos conservativos se obtienen sistemas de ecuaciones lineales cuyas dimensiones dependen del número de nodos escogidos. La eficiencia en la resolución de tales sistemas es un tópico de gran interés en el cálculo numérico y el presente laboratorio tiene la finalidad de brindar un aporte en este sentido.

En la carpeta de laboratorio de A.V. encontrará dos set de datos, a saber: 'datos01.mat', 'y 'datos02.mat', cada uno de ellos corresponden a la discretización de las ecuaciones usando 5 x 5 y 75 x 75 nodos, respectivamente. Estos archivos contienen una matriz *A* de dimensiones *n x n* y una matriz *b* de dimensiones *n x 3*, donde el parámetro *n* depende del número de nodos. El laboratorio consistirá en la resolución de tres sistemas de ecuaciones dados por:

$$\begin{aligned} A_{(1:n,1:n)} x_{1(1:n,1)} &= b_{(1:n,1)} \\ A_{(1:n,1:n)} x_{2(1:n,1)} &= b_{(1:n,2)} \\ A_{(1:n,1:n)} x_{3(1:n,1)} &= b_{(1:n,3)} \end{aligned} \tag{3}$$

Nótese que la matriz *A* es invariante y que solo debe resolverse el sistema de ecuaciones para cada una de las columnas de la matriz *b*. Resuelva este problema siguiendo los pasos:

1. Programe en matlab los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel como **funciones** que reciban una matriz *A*, un vector de lado derecho *b,* una tolerancia *tol* y un iterado inicial *x0,* mientras que el parámetro de retorno será la solución *x* del sistema de ecuaciones. Valide sus resultados con alguna matriz y vectores de prueba dados por ud.
2. Si no lo hizo en el lab.anterior , programe la resolución de un sistema de ecuaciones usando factorización LU con sustitución hacia delante y hacia atrás. Cada una de estas acciones en una función.
3. Construya un script o programa principal en el cual resuelva los 3 sistemas de ecuaciones, uno por cada columna de la matriz *b*, mediante los métodos LU, Jacobi y Gauss-Seidel, para una tolerancia de 1x10ˆ(-5) y un iterado inicial x0 = (1,..,1). Mida los tiempos que toma cada resolvedor (use la función cputime de matlab) y las iteraciones (en el caso de Jacobi y Gauss) para cada método y para cada sistema de ecuaciones.
4. Elabore una tabla con los resultados obtenidos en 2 y escriba sus conclusiones de manera concisa y analítica, interprete los resultados que observa y diga el método que ud emplearía y por qué.