UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

DEPARTAMENTO DE CÓMPUTO

CIENTÍFICO Y ESTADÍSTICA

Cálculo Numérico CO-3211

Laboratorio #2

Cancelación y Estabilidad

1. Las raíces de la ecuación cuadrática $p(x) = ax^2 + bx + c$ vienen dadas por las ecuaciones:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{1}$$

(a) Demuestre que (1) y (2) son equivalentes, donde (2) viene dada por:

$$x_{1,2} = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}} \tag{2}$$

(b) Realice dos funciones en Matlab que calculen las raíces de p(x) mediante las ecuaciones (1) y (2), respectivamente.
(c) Realice un script en Matlab que evalúe las funciones programadas anteriormente para a = 1, b = 3.000,001 y c = 3. Compare los valores obtenidos con las raíces reales $x_1 = -0{,}001$ y $x_2 = -3.000$, para ello evalúe el error absoluto y el error relativo porcentual, ¿qué concluye?, ¿cuál aproximación considera ud. mas adecuada para el problema a resolver?. Compare el valor de b^2 con respecto a $4ac$.

2. En estadística, la *varianza* de *n* números $x_1, x_2, ..., x_n$ está definida como

$$V = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \ , \quad donde \ \ \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{3}$$

El cálculo la varianza usando esta fórmula requiere recorrer los datos dos veces, una para calcular la media aritmética $\bar{x}$ y otra para calcular la suma de los cuadrados de los datos. Esto puede ser indeseable cuando se tiene una gran cantidad de datos (es decir, cuando *n* es muy grande).

Una fórmula alternativa que usa aproximadamente la misma cantidad de operaciones que (3), pero que requiere pasar una sola vez por los datos, es la siguiente:

$$V = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right) \tag{4}$$

(a) Considere los datos 10000000000, 10000000001, 10000000002. Calcule la varianza según la fórmula (3).
(b) Calcule de nuevo la varianza, utilizando la fórmula (4), ¿obtuvo el mismo resultado? De no ser así, ¿a qué se debe la diferencia? ¿Cuál es la varianza exacta? Justifique sus respuestas.
(c) Considere ahora las siguientes fórmulas recursivas:

$$M_1 = x_1, \qquad M_k = M_{k-1} + \frac{x_k - M_{k-1}}{k}, \ \ para\ k = 2,3,...,n$$

$$Q_1 = 0, \qquad Q_k = Q_{k-1} + \frac{(k-1)(x_k - M_{k-1})^2}{k}, \ \ para\ k = 2,3,...,n \tag{5}$$

$$V = \frac{Q_n}{n-1}$$

Calcule de nuevo la varianza de los datos dados en (a), pero utilizando ahora estas fórmulas recursivas. Compare los resultados obtenidos en (a), (b) y (c) con la varianza exacta. ¿Qué puede concluir?.