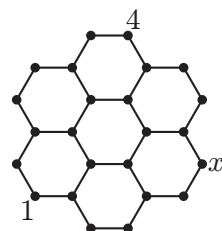


Qüestions de 3 punts:

1. En la figura de la dreta s'ha de col·locar un nombre en cadascun dels punts •, de manera que la suma dels nombres que es troben en els extrems de cada segment sigui la mateixa. Ja hi ha col·locats dos d'aquests nombres. Quin valor tindrà  $x$  ?



- A) 1      B) 3      C) 4      D) 5      E) 24

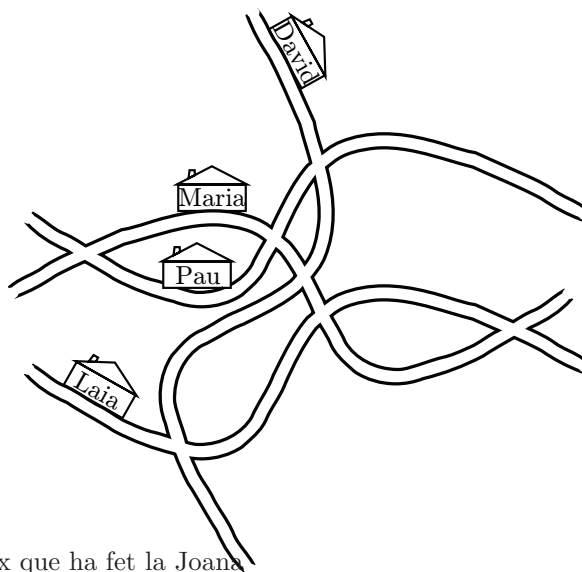
2. Tres esportistes, la Isabel, l'Agnès i la Hana, van participar en una cursa. Just després de la sortida, la Isabel anava primera, l'Agnès segona i la Hana tercera. Durant la cursa la Isabel i l'Agnès es van avançar l'una a l'altra nou vegades, l'Agnès i la Hana deu vegades, i la Isabel i la Hana onze vegades. En quin ordre van arribar a la meta?

- A) Agnès, Hana, Isabel  
B) Isabel, Agnès, Hana  
C) Hana, Isabel, Agnès  
D) Hana, Agnès, Isabel  
E) Agnès, Isabel, Hana

3. Si  $2^x = 15$  i  $15^y = 32$  aleshores  $x \cdot y$  és igual a:

- A) 5      B)  $\log_2 15 + \log_{15} 32$       C)  $\log_2 47$       D) 7      E)  $\sqrt{47}$

4. La Joana, encara que no sap dibuixar gaire bé, ha intentat esbossar un mapa del seu poble. Ha dibuixat quatre avingudes amb els set encreuaments corresponents i les cases dels seus amics, però, en realitat, l'avinguda Fletxa, l'avinguda Clau i l'avinguda Regla són totes avingudes rectes. La quarta avinguda és l'avinguda Corba. Quin dels amics de la Joana viu a l'avinguda Corba?

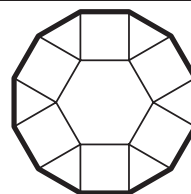


- A) La Laia  
B) En Pau  
C) La Maria  
D) En David  
E) No ho podem saber només mirant el dibuix que ha fet la Joana

5. Fem una llista, en ordre descendent, de tots els números de quatre xifres pels quals la suma de les seves xifres és igual a 4. En quina posició d'aquesta llista hi ha el número 2011?

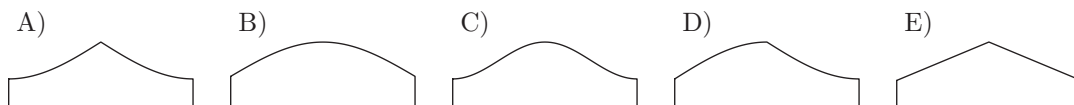
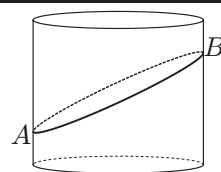
- A) 6a      B) 7a      C) 8a      D) 9a      E) 10a

6. El dibuix mostra una figura formada per un hexàgon regular en què cada costat fa una unitat, sis triangles i sis quadrats. Quin és el perímetre de la figura?

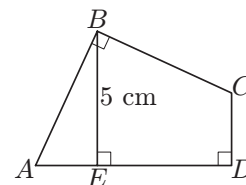


- A)  $6(1 + \sqrt{2})$       B)  $6\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$       C) 9      D)  $6 + 3\sqrt{2}$       E) 12

7. Un tros de paper rectangular està enrotllat al voltant d'un cilindre i hi ha un pla que el talla pels punts  $A$  i  $B$ , com es mostra en la figura. La part inferior del paper es desenrotlla. Quina de les figures següents en pot ser la resultant?



8. Trobeu l'àrea del quadrilàter  $ABCD$  (segons el dibuix) en el qual  $AB = BC$ ,  $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ,  $BE$  és perpendicular a  $AD$  i  $BE = 5$  cm.



- A)  $20 \text{ cm}^2$    B)  $22,5 \text{ cm}^2$    C)  $25 \text{ cm}^2$    D)  $27,5 \text{ cm}^2$    E)  $30 \text{ cm}^2$

9. L'Andreu escriu els nombres imparells de l'1 al 2011 en una pissarra i, a continuació, en Pere esborra tots els múltiples de 3. Quants nombres queden a la pissarra?

- A) 335   B) 336   C) 671   D) 1005   E) 1006

10. En Marc i l'Hug llancen uns daus per decidir qui ha de ser el primer en entrar a l'aigua d'un llac fred. Si no surt cap sis, en Marc serà el primer a banyar-se. Si només surt un sis, l'Hug entrarà a l'aigua en primer lloc i, si hi ha més sisos, cap dels dos no es banyarà. Quants daus han de llançar si volen que la probabilitat d'entrar a l'aigua en primer lloc sigui la mateixa?

- A) 3   B) 5   C) 8   D) 9   E) 17

## Qüestions de 4 punts:

11. Ajuntem, sense superposició, tres rectangles de dimensions  $7 \times 11$ ,  $4 \times 8$  i  $x \times y$  per fer un altre rectangle. Quines han de ser les dimensions  $x \times y$  del tercer rectangle si volem que l'àrea del rectangle gran així format sigui màxima?

- A)  $1 \times 11$    B)  $3 \times 4$    C)  $3 \times 8$    D)  $7 \times 8$    E)  $7 \times 11$

12. En Miquel vol escriure nombres enters i positius en les cel·les de la taula  $3 \times 3$  de manera que la suma dels quatre nombres de cada quadrat  $2 \times 2$  sigui 10. Ja ha escrit quatre nombres a la taula, tal com es mostra en la figura. Quin dels nombres següents podria ser la suma dels cinc restants?

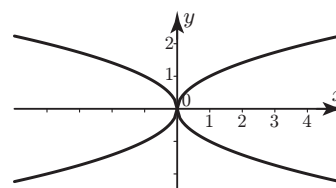
	2	
1		3
	4	

- A) 9   B) 10   C) 12   D) 13   E) Cap dels anteriors és possible.

13. 48 nens d'una escola han anat a esquiar. Sis nens tenen exactament un germà que també hi és, nou nens hi són amb dos germans més, i quatre nens hi són amb tres germans més. Els altres nens no tenen cap germà en aquesta esquuada. Quantes famílies hi ha en l'esquiada?

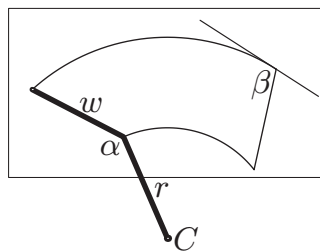
- A) 19   B) 25   C) 31   D) 36   E) 48

14. Quants gràfics de les funcions  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$ ,  $y = +\sqrt{x}$ ,  $y = -\sqrt{x}$ ,  $y = +\sqrt{-x}$ ,  $y = -\sqrt{-x}$ ,  $y = +\sqrt{|x|}$  i  $y = -\sqrt{|x|}$  hi ha representats en el diagrama següent?



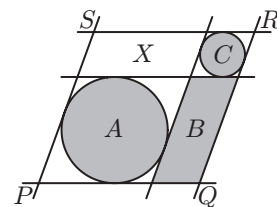
- A) Cap   B) 2   C) 4   D) 6   E) Tots 8

15. L'eixugaparabrises del darrere d'un cotxe s'ha construït de manera que l'escombreta  $w$  i el braç  $r$  són d'igual longitud i s'uneixen formant un angle  $\alpha$ . L'eixugaparabrises pivota en el centre  $C$  i escombra la zona, com es mostra en la figura. Determineu l'angle  $\beta$  entre la vora dreta de l'àrea escombrada i la tangent de la vora superior corbada.



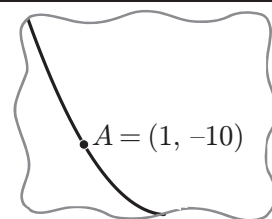
- A)  $\frac{3\pi - \alpha}{2}$     B)  $\pi - \frac{\alpha}{2}$     C)  $\frac{3\pi}{2} - \alpha$     D)  $\frac{\pi}{2} + \alpha$     E)  $\pi + \frac{\alpha}{2}$

16. Tenim tres línies horitzontals i tres línies inclinades paral·leles entre elles. Els dos cercles són tangents a quatre de les línies.  $A$ ,  $B$  i  $C$  són les àrees de les figures ombrejades. Quines àrees, entre les  $A$ ,  $B$  i  $C$ , cal conèixer per a poder saber l'àrea del paral·lelogram  $X$ ?



- A)  $A$     B)  $B$     C)  $C$     D)  $A$  i  $C$     E)  $X$  no es pot calcular a partir d' $A$ ,  $B$  i  $C$ .

17. En el pla  $XY$ , amb els eixos cartesianes habituals, el punt  $A = (1, -10)$  es marca sobre la paràbola  $y = ax^2 + bx + c$ . Després s'esborren els eixos coordenats i quasi tota la paràbola, la qual, això sí, sabem que estava dibuixada en uns eixos paral·lels a les vores del full. Analitzeu bé tots els aspectes del gràfic i digueu quina de les afirmacions següents pot ser falsa.



- A)  $a > 0$     B)  $b < 0$     C)  $a + b + c < 0$     D)  $b^2 > 4ac$     E)  $c < 0$

18. En l'expressió

$$\frac{K \cdot A \cdot N \cdot G \cdot A \cdot R \cdot O \cdot O}{G \cdot A \cdot M \cdot E}$$

cada lletra representa un nombre enter i positiu d'una sola xifra, i lletres diferents corresponen a nombres diferents. Quin és el mínim valor enter de l'expressió?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 5    E) 7

19. Trobeu la suma de tots els nombres enters positius  $x$  menors que 100 de manera que  $x^2 - 81$  sigui un múltiple de 100.

- A) 200    B) 100    C) 90    D) 81    E) 50

20. Els germans Andreu i Bru contesten correctament les preguntes sobre la quantitat de membres que formen el seu club d'escacs. L'Andreu diu: «Tots els membres del nostre club, excepte cinc, són homes». En Bru diu: «En cada equip de sis membres hi ha, com a mínim, quatre dones». Quants membres té el club d'escacs?

- A) 6    B) 7    C) 8    D) 12    E) 18

## Qüestions de 5 punts:

21. En cadascuna de les boles que s'utilitzen per a fer un sorteig hi ha escrit un nombre enter positiu, i cadascuna té un nombre diferent. 30 boles tenen escrit un nombre divisible per 6; 20 boles tenen un nombre divisible per 7, i 10 boles tenen un nombre divisible per 42. Quantes boles hi ha, com a mínim?

- A) 30    B) 40    C) 53    D) 54    E) 60

22. Considereu les dues progressions aritmètiques  $5, 20, 35, 50, 65, \dots$  i  $35, 61, 87, 113, 139, \dots$ . Quantes progressions aritmètiques de nombres enters i positius diferents hi ha que continguin les dues progressions anteriors com a subsuccessions?

- A) 1    B) 3    C) 5    D) 26    E) Infinites

---

**23.** La successió de funcions  $f_1(x), f_2(x), \dots$  satisfà les condicions següents:

$$\begin{cases} a) f_1(x) = x \\ b) f_{n+1}(x) = \frac{1}{1 - f_n(x)} \end{cases}$$

Determineu el valor de  $f_{2011}(2011)$ .

- A) 2011      B)  $-\frac{1}{2010}$       C)  $\frac{2010}{2011}$       D) 1      E)  $-2011$
- 

**24.** Una caixa conté unes quantes boles vermelles i unes quantes boles verdes. Si escollim aleatòriament dues boles de la caixa, són del mateix color amb una probabilitat de  $\frac{1}{2}$ . Quina de les quantitats següents pot ser el nombre total de boles que hi ha a la caixa?

- A) 81      B) 101      C) 1000      D) 2011      E) 10001
- 

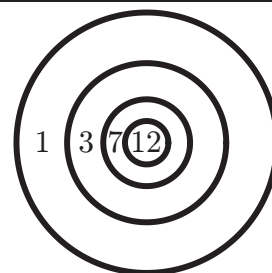
**25.** Una companyia aèria no cobra cap recàrrec per les maletes si el pes es troba dins un límit. Per cada kg extra es cobra una taxa. L'equipatge del senyor i la senyora Trip pesa 60 kg i han pagat 3 euros. L'equipatge del senyor Wander pesa el mateix però ha pagat 10,50 euros. Quin és el pes màxim que pot portar un passatger sense cap cost addicional?

- A) 10      B) 18      C) 20      D) 25      E) 39
- 

**26.** Els costats  $AB, BC, CD, DE, EF$  i  $FA$  d'un hexàgon són tots tangents a una certa circumferència. La longitud dels costats  $AB, BC, CD, DE, EF$  és 4, 5, 6, 7 i 8, respectivament. Per tant, la longitud del costat  $FA$  és:

- A) 9    B) 8    C) 7    D) 6    E) No es pot calcular la longitud de  $FA$  només amb aquesta informació
- 

**27.** Robin Hood dispara i clava tres fletxes en aquesta diana. Quantes puntuacions totals diferents pot aconseguir?



- A) 13      B) 21      C) 17      D) 20      E) 19
- 

**28.**  $a, b$  i  $c$  són nombres enters i positius de manera que  $a^2 = 2b^3 = 3c^5$ . Quin és el menor nombre de divisors de  $a \cdot b \cdot c$  (incloent-hi 1 i  $a \cdot b \cdot c$ )?

- A) 30      B) 49      C) 60      D) 77      E) 1596
- 

**29.** Escrivim vint nombres enters, positius i diferents en una taula  $4 \times 5$ . Qualsevol parell de nombres veïns (en cel·les amb un costat comú) tenen un divisor comú més gran que 1. Si  $n$  és el nombre més gran de la taula, trobeu el valor més petit possible de  $n$ .

- A) 21      B) 24      C) 26      D) 27      E) 40
- 

**30.** Un cub  $3 \times 3 \times 3$  està fet amb petits cubs idèntics. Hi ha un pla que és perpendicular a la diagonal del cub gros i que passa pel seu centre. Quants cubs petits interseca aquest pla?

- A) 18      B) 21      C) 20      D) 17      E) 19
- 
-