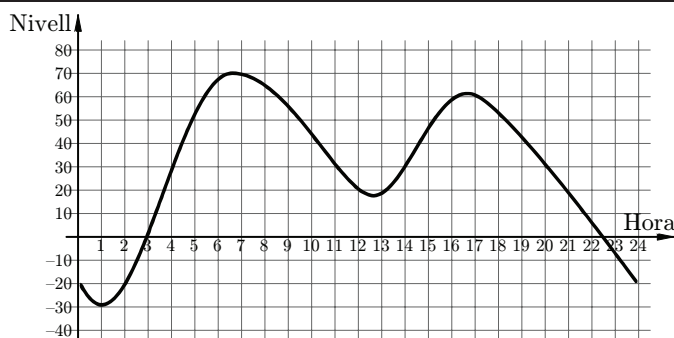


### Qüestions de 3 punts:

1. A Venècia, a causa de la marea, el nivell de l'aigua varia durant el dia, pujant i baixant. Al gràfic es pot veure el nivell de l'aigua (respecte d'un cert nivell 0) al llarg del dia 6 de maig de 2011. Durant quantes hores el nivell de l'aigua va estar per sobre de 30 cm?



A) 5    B) 6    C) 7    D) 9    E) 13

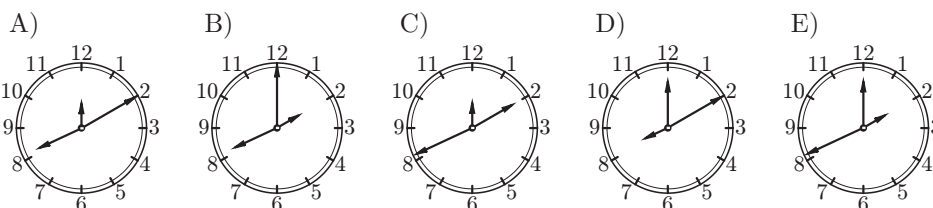
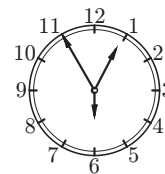
2. Quants zeros hi ha al final del número  $2^{22} 3^{33} 5^{55} 7^{77}$ ?

A) 22    B) 33    C) 55    D) 77    E) No n'hi ha cap.

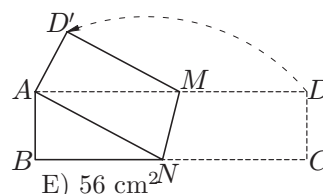
3. En una llista de cinc nombres, el primer és 2 i l'últim és 12. El producte dels tres primers és 30, el producte dels tres del mig és 90 i el producte dels tres darrers és 360. Quin nombre hi ha al centre de la llista?

A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 10

4. Un rellotge té tres busques de longituds diferents, per a les hores, els minuts i els segons. No sabem què senyala cada busca, però sabem que el rellotge funciona bé. A les 12:55:30 les busques eren a la posició que es veu a la dreta. En quina posició estaran les busques a les 8:10:00?



5. Un rectangle de paper  $ABCD$  de  $4 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$  es doblega sobre la línia  $MN$ , de manera que el vèrtex  $C$  coincideix amb el vèrtex  $A$ , com es veu al dibuix. Quina és l'àrea del quadrilàter  $ANMD'$ ?



A)  $28 \text{ cm}^2$     B)  $30 \text{ cm}^2$     C)  $32 \text{ cm}^2$     D)  $48 \text{ cm}^2$     E)  $56 \text{ cm}^2$

6. Si sumem les xifres d'un nombre de nou xifres dona 8. Quant donarà el producte d'aquestes nou xifres?

A) 0    B) 1    C) 8    D) 9    E) 9!

7. El valor més gran de  $n$ , enter i positiu, que satisfà la desigualtat  $n^{200} < 5^{300}$  és:

A) 5    B) 6    C) 8    D) 11    E) 12

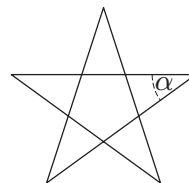
8. Quina de les funcions següents satisfà la condició  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$ , per a tot  $x \neq 0$ ?

A)  $f(x) = \frac{2}{x}$     B)  $f(x) = \frac{1}{x+1}$     C)  $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$     D)  $f(x) = \frac{1}{x}$     E)  $f(x) = x + \frac{1}{x}$

9. Un nombre real  $x$  satisfà les desigualtats  $x^3 < 64 < x^2$ . Quina de les afirmacions següents és certa?

- A)  $0 < x < 64$       B)  $-8 < x < 4$       C)  $x > 8$       D)  $-4 < x < 8$       E)  $x < -8$

10. Quant mesura l'angle  $\alpha$  de l'estrella regular de cinc puntes de la figura?



- A)  $24^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $36^\circ$       D)  $45^\circ$       E)  $72^\circ$

## Qüestions de 4 punts:

11. La meua edat és un nombre de dues xifres potència de 5, i la del meu veí és un nombre també de dues xifres però potència de 2. La suma de les quatre xifres de les nostres edats és un nombre senar. Quin és el producte d'aquestes quatre xifres?

- A) 240      B) 2010      C) 60      D) 50      E) 300

12. Durant un creuer pel Mediterrani s'organitzen quatre visites opcionals, i a cadascuna de les sortides hi va un 80 % dels passatgers. Quin és el percentatge més petit possible de passatgers que ha anat a totes les sortides?

- A) 80 %      B) 60 %      C) 40 %      D) 20 %      E) 16 %

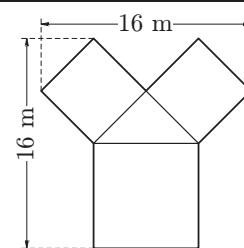
13. El conjunt de solucions de la inequació  $|x| + |x - 3| > 3$  és:

- A)  $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$       B)  $(-3, 3)$       C)  $(-\infty, -3)$       D)  $(-3, +\infty)$       E) Tots els nombres reals

14. A les escoles d'Eslovàquia es puntuen les activitats dels alumnes de l'1 al 5, on l'1 és la millor qualificació i 5 és la pitjor. En una d'aquestes escoles una prova no ha anat gaire bé i la mitjana ha estat de 4. Els nois tenen una mitjana de 3,6 i les noies una mitjana de 4,2. Quina de les afirmacions següents és certa?

- A) Hi ha el doble de nois que de noies.  
B) Hi ha quatre vegades més nois que noies.  
C) Hi ha el doble de noies que de nois.  
D) Hi ha quatre vegades més noies que nois.  
E) Hi ha tants nois com noies.

15. Al dibuix es pot veure l'esquema d'un jardí. Als quadrats iguals s'ha plantat roses blanques, i al quadrat gran, roses vermelles. Al triangle rectangle que es veu al dibuix s'ha plantat roses grogues. Quina àrea té la regió plantada de roses?

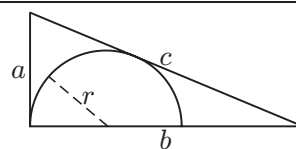


- A)  $114 \text{ m}^2$       B)  $130 \text{ m}^2$       C)  $144 \text{ m}^2$       D)  $160 \text{ m}^2$       E)  $186 \text{ m}^2$

16. El caixer d'un cinema ha venut totes les entrades de la primera fila, numerades consecutivament a partir de l'1. Per equivocació, ha venut una mateixa entrada dos cops. La suma dels nombres de les entrades venudes és 857. Quina és l'entrada que ha venut dos cops?

- A) 4      B) 16      C) 25      D) 37      E) 42

17. Tenim un triangle rectangle de costats  $a$ ,  $b$  i  $c$ . El radi del semicercle inscrit que es veu al dibuix és:

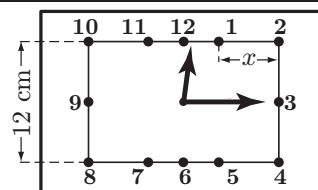


- A)  $\frac{a(c-a)}{2b}$       B)  $\frac{ab}{a+b+c}$       C)  $\frac{ab}{b+c}$       D)  $\frac{2ab}{a+b+c}$       E)  $\frac{ab}{a+c}$

18. Els costats del quadrat  $ABCD$  fan 2 m.  $E$  i  $F$  són els punts mitjans dels segments  $AB$  i  $AD$ , respectivament.  $G$  és un punt sobre el segment  $CF$ , de manera que  $3CG = 2GF$ . L'àrea del triangle  $BEG$  és:

A)  $\frac{7}{10}$       B)  $\frac{4}{5}$       C)  $\frac{8}{5}$       D)  $\frac{3}{5}$       E)  $\frac{6}{5}$

19. Un rellotge de paret és rectangular, com es veu al dibuix. Quina és, en centímetres, la distància  $x$  entre les posicions del número 1 i el número 2 si la distància entre el 8 i el 10 és de 12 cm?



A) 6      B)  $2\sqrt{3}$       C)  $4\sqrt{3}$       D)  $2 + \sqrt{3}$       E)  $12 - 3\sqrt{3}$

20. Un cangur ha fet una fila de daus (dels estàndard, on cada parell de cares oposades suma 7), enganxant un dau amb el següent, de manera que les cares que s'uneixen tenen la mateixa puntuació. Quants daus necessitarà per a fer una fila on la suma de les cares que no estan enganxades sigui 2012?



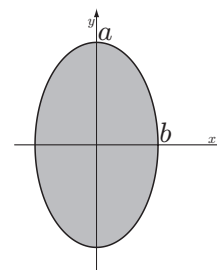
A) 70      B) 71      C) 142      D) 143      E) És impossible que sumin 2012.

## Qüestions de 5 punts:

21. Alguns triangles isòsceles tenen la propietat que una mitjana els divideix en dos triangles que també són isòsceles. Quin és l'angle més petit que pot tenir un triangle amb aquesta propietat?

A)  $15^\circ$       B)  $22,5^\circ$       C)  $30^\circ$       D)  $36^\circ$       E)  $45^\circ$

22. En l'el·lipse del dibuix,  $a > b$ . Si la girem al voltant de l'eix  $x$ , obtenim l'el·lipsoide  $E_x$ , que té volum  $V_x$ , i si la rotem al voltant de l'eix  $y$ , obtenim l'el·lipsoide  $E_y$ , que té volum  $V_y$ . Quina de les afirmacions següents és correcta?

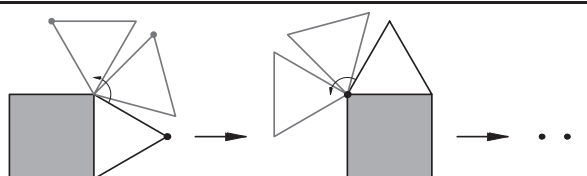


A)  $E_x \neq E_y$  i  $V_x > V_y$   
 B)  $E_x = E_y$  però  $V_x \neq V_y$   
 C)  $E_x = E_y$  i  $V_x = V_y$   
 D)  $E_x \neq E_y$  i  $V_x < V_y$   
 E)  $E_x \neq E_y$  però  $V_x = V_y$

23. En una fracció podem fer dos tipus d'operacions: 1) sumar 8 al numerador, 2) sumar 7 al denominador. Després de fer  $n$  operacions d'alguna d'aquests dos tipus, la fracció  $7/8$  s'ha transformat en una fracció equivalent a  $7/8$  altra vegada. Quin és el mínim valor possible de  $n$ ?

A) 56      B) 81      C) 109      D) 113      E) Això és impossible.

24. Un triangle equilàter es desplaça al voltant d'un quadrat de costat 1, com indica el dibuix. Quina és la llargada del camí que ha seguit el punt marcat fins que tant el triangle com el punt han arribat altra vegada a la posició de partida?



A)  $4\pi$       B)  $\frac{28}{3}\pi$       C)  $8\pi$       D)  $\frac{14}{3}\pi$       E)  $\frac{21}{2}\pi$

---

**25.** Quantes permutacions  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  del conjunt  $\{1, 2, 3, 4\}$  tenen la propietat que la suma  $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1$  és divisible per 3?

- A) 8                      B) 12                      C) 14                      D) 16                      E) 24

---

**26.** En acabar la classe de matemàtiques ha quedat dibuixada a la pissarra la paràbola  $y = x^2$  i 2012 rectes paral·leles a la recta  $y = x$ , de manera que cadascuna d'elles talla la paràbola en dos punts. Quant val la suma dels valors de les abscisses  $x$  de tots aquests punts?

- A) 0                      B) 1                      C) 1006                      D) 2012                      E) És impossible de determinar.

---

**27.** Tres vèrtexs d'un cub, no tots de la mateixa cara, són  $P = (3, 4, 1)$ ,  $Q = (5, 2, 9)$  i  $R = (1, 6, 5)$ . Quin punt és el centre del cub?

- A)  $A = (4, 3, 5)$                       B)  $B = (2, 5, 3)$                       C)  $C = (3, 4, 7)$                       D)  $D = (3, 4, 5)$                       E)  $E = (2, 3, 5)$

---

**28.** En la successió 1, 1, 0, 1, -1, ... els primers dos elements  $a_1$  i  $a_2$  són 1. El tercer element és la resta dels dos anteriors,  $a_3 = a_1 - a_2$ ; el quart és la suma dels dos anteriors,  $a_4 = a_2 + a_3$ . Llavors  $a_5 = a_3 - a_4$ ,  $a_6 = a_4 + a_5$  i així successivament. Quant val la suma dels 100 primers elements d'aquesta successió?

- A) 0                      B) 3                      C) -21                      D) 100                      E) -1

---

**29.** La Joana tria dos nombres  $a$  i  $b$  del conjunt  $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$ . El producte  $ab$  és el mateix que la suma dels altres 24 nombres. Quant val  $|a - b|$  ?

- A) 10                      B) 9                      C) 7                      D) 2                      E) 6

---

**30.** Cada gat del País de les Meravelles és savi o és boig. Si en una habitació coincideixen tres gats bojós i un gat savi, aquest es torna boig. Si en una habitació coincideixen un gat boig i tres gats savis, aquests descobreixen que l'altre és boig. Tres gats van entrar, l'un darrera l'altre, en una habitació buida. A continuació va entrar-hi un quart gat i una mica després el primer en va sortir. Després va entrar un cinquè gat a l'habitació i al cap de poc en va sortir el segon; i així successivament. Tot i que per l'habitació ja havien passat alguns gats bojós, va ser en el moment que va entrar el 2012è gat quan per primer cop es va descobrir un gat boig. Quins d'aquests gats podrien ser bojós quan van entrar a l'habitació?

- A) El 1r i el 2011è  
B) El 2n i el 2010è  
C) El 3r i el 2009è  
D) El 4t i l'últim  
E) El 2n i el 2011è
-