

Qüestions de 3 punts:

1. En un pas zebra hi ha franges blanques i negres, totes de 50 cm d'amplada. En una carretera, el pas comença i acaba amb una franja blanca i té 8 franges blanques. Quina és l'amplada de la carretera?

A) 7 m      B) 7,5 m      C) 8 m      D) 8,5 m      E) 9 m

2. El rectangle de la figura té una àrea de  $13 \text{ cm}^2$ .  $A$  i  $B$  són els punts mitjans dels costats del trapezi. Quina és l'àrea del trapezi?

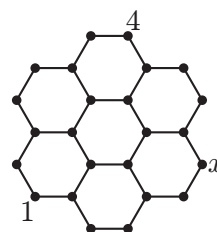


A)  $24 \text{ cm}^2$       B)  $25 \text{ cm}^2$       C)  $26 \text{ cm}^2$       D)  $27 \text{ cm}^2$       E)  $28 \text{ cm}^2$

3. Si  $S_1 = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5$ ,  $S_2 = 2^2 + 3^2 + 4^2$  i  $S_3 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4$ , quina de les relacions següents és certa?

A)  $S_2 < S_1 < S_3$       B)  $S_1 < S_2 = S_3$       C)  $S_1 < S_2 < S_3$       D)  $S_3 < S_2 < S_1$       E)  $S_1 = S_2 < S_3$

4. En la figura de la dreta s'ha de col·locar un nombre en cadascun dels punts  $\bullet$ , de manera que la suma dels nombres que es troben en els extrems de cada segment sigui la mateixa. Ja hi ha col·locats dos d'aquests nombres. Quin valor tindrà  $x$ ?



A) 1      B) 3      C) 4      D) 5      E) 24

5. Si dividim 2011 entre un determinat nombre enter i positiu, el residu és 1011. Quin dels nombres següents és el divisor?

A) 100      B) 500      C) 1000      D) Un altre nombre      E) No és possible obtenir aquest residu.

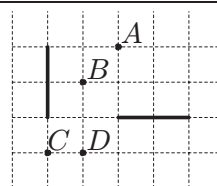
6. Un mosaic rectangular d'àrea  $360 \text{ cm}^2$  és fet amb peces quadrades, totes de la mateixa mida. El mosaic fa 24 cm de llargada per 5 peces d'amplada. Quina és l'àrea de cada peça en  $\text{cm}^2$ ?

A) 1      B) 4      C) 9      D) 16      E) 25

7. Fem una llista, en ordre descendent, de tots els números de quatre xifres pels quals la suma de les seves xifres és igual a 4. En quina posició d'aquesta llista hi ha el número 2011?

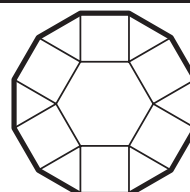
A) 6a      B) 7a      C) 8a      D) 9a      E) 10a

8. Cadascun dels dos segments del dibuix s'ha obtingut a partir de l'altre mitjançant una rotació. Quins dels punts indicats poden ser el centre d'aquesta rotació?



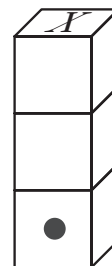
A)  $A$  i  $D$       B)  $A$  i  $C$       C) Només  $A$       D) Només  $D$       E)  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$

9. El dibuix mostra una figura formada per un hexàgon regular en què cada costat fa una unitat, sis triangles i sis quadrats. Quin és el perímetre de la figura?



A)  $6(1 + \sqrt{2})$       B)  $6\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$       C) 12      D)  $6 + 3\sqrt{2}$       E) 9

10. La figura mostra tres daus convencionals, un damunt l'altre. Un dau convencional té la propietat que el nombre de punts de dues cares oposades sumen 7. A la figura, la suma dels punts de qualsevol parell de cares que es toquen és 5. Quants punts hi ha en la cara de dalt de tot, marcada amb una  $X$ ?



- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

## Qüestions de 4 punts:

11. Un mes té cinc dilluns, cinc dimarts i cinc dimecres. El mes anterior només tenia quatre diumenges. El mes següent tindrà:

- A) Exactament, quatre divendres  
B) Exactament, quatre dissabtes  
C) Cinc diumenges  
D) Cinc dimecres  
E) La situació és impossible.

12. Tres esportistes, la Isabel, l'Agnès i la Hana, van participar en una cursa. Just després de la sortida, la Isabel anava primera, l'Agnès segona i la Hana tercera. Durant la cursa la Isabel i l'Agnès es van avançar l'una a l'altra nou vegades, l'Agnès i la Hana deu vegades, i la Isabel i la Hana onze vegades. En quin ordre van arribar a la meta?

- A) Isabel, Agnès, Hana  
B) Agnès, Hana, Isabel  
C) Hana, Isabel, Agnès  
D) Hana, Agnès, Isabel  
E) Agnès, Isabel, Hana

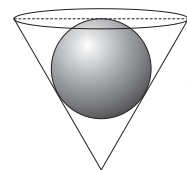
13. Supposeu que  $n$  compleix que  $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$ . Quin és el valor de  $n$ ?

- A) 1005      B) 1006      C) 2010      D) 2011      E) Cap de les respostes anteriors no és vàlida.

14. Tenim dos cubs els costats dels quals mesuren  $a$  dm i  $a + 1$  dm respectivament. El cub gros és ple d'aigua i el menut és buit. Aboquem aigua del cub gros al cub menut fins que aquest s'ompli, i queden 217 litres en el cub gros. Quina quantitat d'aigua hem abocat al cub menut?

- A) 243 L      B) 729 L      C) 125 L      D) 1331 L      E) 512 L

15. Una bola de radi 15 ha caigut dins d'un forat en forma de con i hi ha quedat perfectament ajustada, com mostra en la figura. Si el forat cònic es mira des d'un costat, es veu un triangle equilàter. Quina profunditat té el forat?



- A)  $30\sqrt{2}$       B)  $25\sqrt{3}$       C)  $60(\sqrt{3} - 1)$       D) 60      E) 45

16. Els quadrats d'aquest enreixat  $4 \times 4$  es pinten de blanc o de negre. Els números que hi ha a la dreta de cada fila i sota de cada columna de l'enreixat indiquen el nombre de quadrats de color negre que hi ha a la respectiva fila o columna. De quantes maneres es pot pintar un enreixat d'aquesta forma?

					2
					0
					1
					1
2	0	1	1		

- A) 0      B) 1      C) 3      D) 5      E) 9

17. Quina és la quantitat màxima de nombres consecutius de tres xifres que tenen, com a mínim, una xifra senar?

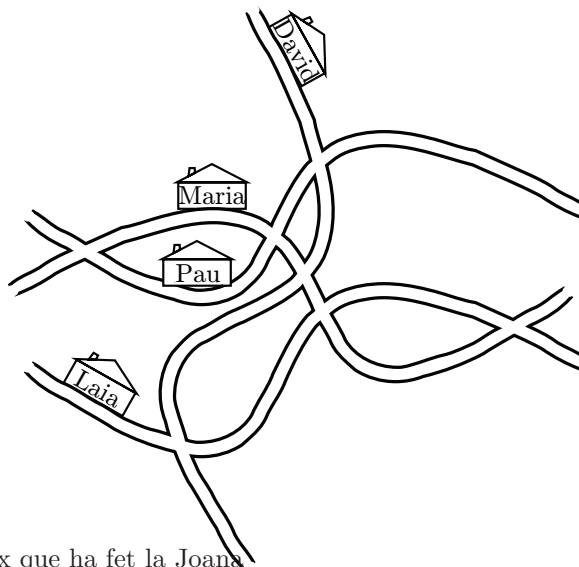
- A) 1      B) 10      C) 110      D) 111      E) 221

18. En Miquel vol escriure nombres enters i positius en les cel·les de la taula  $3 \times 3$  de manera que la suma dels quatre nombres de cada quadrat  $2 \times 2$  sigui 10. Ja ha escrit cinc nombres a la taula, tal com es mostra en la figura. Quina és la suma dels altres quatre nombres?

1		2
	2	
4		5

- A) 10      B) 11      C) 12      D) 13      E) 14

19. La Joana, encara que no sap dibuixar gaire bé, ha intentat esbossar un mapa del seu poble. Ha dibuixat quatre avingudes amb els set encreuaments corresponents i les cases dels seus amics, però, en realitat, l'avinguda Fletxa, l'avinguda Clau i l'avinguda Regla són totes avingudes rectes. La quarta avinguda és l'avinguda Corba. Quin dels amics de la Joana viu a l'avinguda Corba?



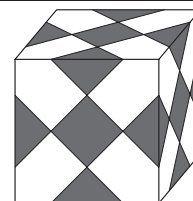
- A) La Laia  
B) En Pau  
C) La Maria  
D) En David  
E) No ho podem saber només mirant el dibuix que ha fet la Joana

20. Els nombres  $x$  i  $y$  són ambdós més grans que 1. Quina de les fraccions següents té el valor més gran?

- A)  $\frac{x}{y+1}$       B)  $\frac{3x}{3y+1}$       C)  $\frac{2x}{2y+1}$       D)  $\frac{2x}{2y-1}$       E)  $\frac{x}{y-1}$

## Qüestions de 5 punts:

21. L'Anna tenia un cub blanc d'aresta 1 dm. Hi va enganxar uns quadrats negres, tots de la mateixa mida, de manera que les cares del cub van quedar decorades totes iguals, tal com es pot veure en la figura. Quants  $\text{cm}^2$  té la part negra de la superfície del cub?



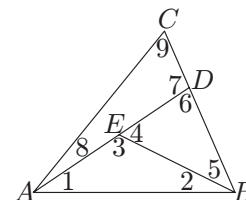
- A) 37,5      B) 150      C) 225      D) 300      E) 375

22. Diem que un número de cinc xifres  $\overline{abcde}$  és *interessant* si totes les seves xifres són diferents i, a més,  $a = b + c + d + e$ . Quants nombres interessants hi ha?

- A) 72      B) 144      C) 168      D) 216      E) 288

23. El professor ens demana que dibuixem un triangle  $ABC$ , que escollim un punt  $D$  del costat  $BC$  i que dibuixem el segment  $AD$ , que escollim ara un punt  $E$  del segment  $AD$  i que dibuixem el segment  $BE$ . D'aquesta manera es formen els nou angles indicats en la figura.

Però, un company nostre diu: «La meva construcció és la que té el mínim nombre de valors diferents pels nou angles, d'entre totes les construccions que es poden dibuixar». Quants dels nou angles tenen valors diferents?

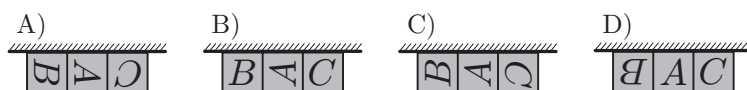
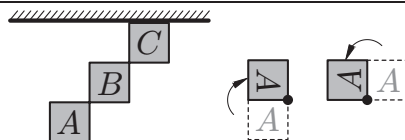


- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

24. Un tetràedre regular  $ABCD$  té la cara  $ABC$  en el pla  $\pi$ . L'aresta  $BC$  és a la recta  $s$ , la qual divideix el pla  $\pi$  en dos semiplans. Un altre tetràedre regular  $BCDE$  comparteix una cara amb el tetràedre  $ABCD$ . On és el punt on la recta  $DE$  talla el pla  $\pi$ ?

- A) En el semiplà on no és  $A$ .
- B) En el semiplà on és  $A$ , fora d' $ABC$ .
- C) En el semiplà on és  $A$ , dins d' $ABC$ .
- D) La recta  $DE$  és paral·lela a  $\pi$ .
- E) La resposta depèn de la longitud de l'aresta del tetràedre.

25. S'han portat tres capses grans a un magatzem i s'han posat a terra com es mostra en la figura. Les capses s'han de posar contra la paret en un cert ordre, però són tan pesants que només es poden girar  $90^\circ$  a l'entorn d'una de les seves cantonades (vegeu els exemples en la figura de la dreta). Quina de les col·locacions següents pot ser possible?



E) Les quatre figures són possibles.

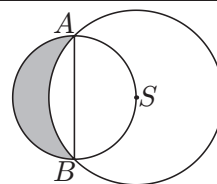
26. Quants parells ordenats de nombres enters i positius  $(x, y)$  satisfan l'equació  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ ?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

27. Per a un nombre enter  $n \geq 2$ , denotem per  $\langle n \rangle$  el nombre primer més gran que no sobrepassa  $n$ . Quants enters positius  $k$  satisfan l'equació  $\langle k+1 \rangle + \langle k+2 \rangle = \langle 2k+3 \rangle$ ?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) Més de 3

28. S'han construït dues circumferències, tal com es veu en la figura, de manera que el segment  $AB$  és un diàmetre de la petita i el punt  $S$ , centre de la gran, és en la circumferència petita. Si el radi de la circumferència gran és  $r$ , quina és l'àrea de la regió ombrejada?



- A)  $\frac{1}{2} \cdot r^2$
- B)  $\frac{\sqrt{3}\pi}{12} \cdot r^2$
- C)  $\frac{\pi}{6} \cdot r^2$
- D)  $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot r^2$
- E) Una altra resposta

29. Quants conjunts de quatre arestes d'un cub tenen la propietat que dues arestes qualssevol del conjunt no tenen cap vèrtex en comú?

- A) 6
- B) 8
- C) 9
- D) 12
- E) 18

30. Trobeu tots els valors de  $n$ ,  $(0 < n < 9)$  de manera que si es marquen determinades caselles en un quadrat de dimensions  $5 \times 5$ , hi ha exactament  $n$  caselles marcades en cada quadrat possible de dimensions  $3 \times 3$ .

- A) 1
- B) 1 i 2
- C) 1, 2 i 3
- D) 1, 2, 7 i 8
- E) Qualsevol dels valors és possible.