

## Qüestions de 3 punts

1. Quin és el resultat de l'operació  $\frac{20 \cdot 17}{2 + 0 + 1 + 7}$  ?

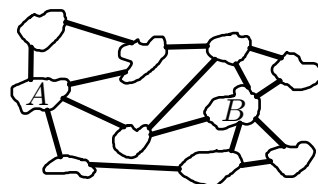
- A) 20,17      B) 3,4      C) 34      D) 340      E) 201,7

2. L'Anna ha calculat la suma dels angles d'un polígon convex. El resultat que obté és  $2017^\circ$ , però s'adona que, en fer els càlculs, s'ha descuidat un dels angles. Quant mesura l'angle que falta?

- A)  $37^\circ$       B)  $97^\circ$       C)  $53^\circ$       D)  $143^\circ$       E)  $127^\circ$

3. En aquesta figura es poden veure 10 illes connectades entre elles mitjançant 15 ponts. Quin és el nombre mínim de ponts que cal eliminar perquè sigui impossible anar de l'illa A a l'illa B?

- A) 4      B) 1      C) 5      D) 2      E) 3

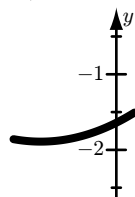


4. Dos nombres positius  $a$  i  $b$  compleixen que el 75% de  $a$  és igual al 40% de  $b$ . Per tant:

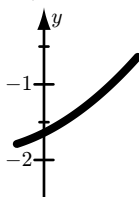
- A)  $3a = 2b$       B)  $5a = 12b$       C)  $7a = 8b$       D)  $8a = 15b$       E)  $15a = 8b$

5. Quatre de les cinc imatges mostrades són part de la gràfica de la mateixa funció quadràtica. Quina d'elles no ho és?

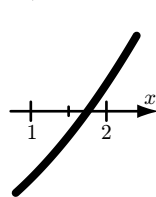
A)



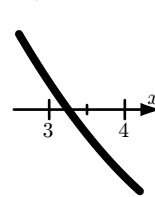
B)



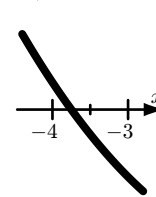
C)



D)

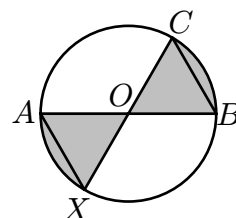


E)



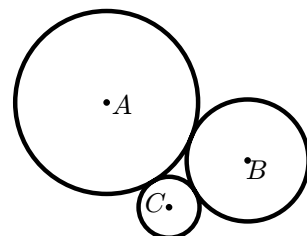
6. Si tenim un cercle amb centre  $O$  i diàmetres  $AB$  i  $CX$ , de manera que els segments  $OB$  i  $BC$  són iguals. Quina part de l'àrea del cercle està ombrejada?

- A)  $\frac{3}{8}$       B)  $\frac{2}{7}$       C)  $\frac{1}{3}$       D)  $\frac{2}{5}$       E)  $\frac{4}{11}$



7. Tres cercles amb centres en els punts  $A$ ,  $B$  i  $C$  són tangents entre ells i tenen radis 3, 2 i 1, respectivament. Quina és l'àrea del triangle  $\triangle ABC$  ?

- A) 9      B)  $2\sqrt{6}$       C)  $4\sqrt{3}$       D) 6      E)  $3\sqrt{2}$



8. Quina de les funcions següents té més punts en comú amb el gràfic de la funció  $f(x) = x$  ?

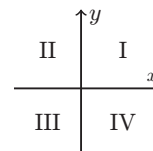
- A)  $g_5(x) = -x$       B)  $g_2(x) = x^3$       C)  $g_3(x) = x^4$       D)  $g_4(x) = -x^4$       E)  $g_1(x) = x^2$

9. Tenim cinc capsas amb boles, vermelles i blaves. La capsa *A* té 10 boles blaves i 8 boles vermelles; la capsa *B*, 6 de blaves i 4 de vermelles; la capsa *C*, 8 de blaves i 6 de vermelles; la capsa *D*, 7 de blaves i 7 de vermelles, i, finalment la capsa *E* té 12 boles blaves i 9 boles vermelles. En Bernat vol agafar una bola d'una de les capsas sense mirar. De quina capsa li caldrà agafar-la perquè la probabilitat que surti blava sigui la màxima possible?

A) De la capsa *B*   B) De la capsa *E*   C) De la capsa *C*   D) De la capsa *A*   E) De la capsa *D*

10. Quin dels quatre quadrants no conté cap punt de la gràfica de la funció lineal

$$f(x) = -3,5x + 7$$

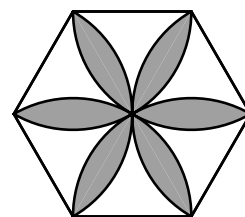


A) I      B) II      C) III      D) IV      E) Tots els quadrants en contenen.

---

## Qüestions de 4 punts

11. La figura mostra un hexàgon regular amb costats de longitud 1. La flor és formada per arcs de circumferències de radi 1 amb centres en els vèrtexs de l'hexàgon. Quant val l'àrea ombrejada?



A)  $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$       B)  $2\sqrt{3} - \pi$       C)  $\frac{\pi}{2}$       D)  $2\pi - 3\sqrt{3}$       E)  $\frac{2\pi}{3}$

12. El nombre positiu  $p$  és més petit que 1, i el nombre  $q$  és més gran que 1. Quin dels nombres següents és el més gran?

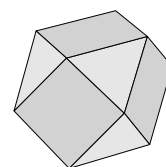
A)  $q$       B)  $p$       C)  $p \cdot q$       D)  $p + q$       E)  $\frac{p}{q}$

13. Dos cilindres rectes *A* i *B* tenen el mateix volum. El radi de la base del cilindre *B* mesura un 10% més que el radi de la base del cilindre *A*. Per tant, l'altura del cilindre *A* mesura més que l'altura del cilindre *B* en un...

A) 5%      B) 21%      C) 20%      D) 11%      E) 10%

14. En un políedre totes les cares són quadrats o triangles equilàters. Cada triangle està en contacte amb tres quadrats i cada quadrat està envoltat per 4 triangles. Si hi ha 6 quadrats, quants triangles hi haurà?

A) 9      B) 7      C) 6      D) 8      E) 5



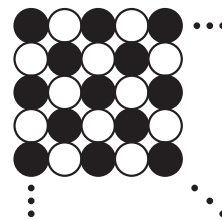
15. Teniu 5 caixes, 5 boles blanques i 5 de negres. Podeu escollir com posar les boles en les caixes (en cada caixa hi ha d'haver com a mínim una bola). El teu adversari tria una caixa i n'extreu una bola i, si és blanca, guanya. Si no, guanyes tu. Com has de distribuir les boles per a tenir la màxima probabilitat de guanyar?

A) Les boles negres en tres caixes i les boles blanques en les altres dues  
B) Una bola blanca i una negra en cada caixa  
C) Una bola negra en cada caixa i totes les boles blanques en una mateixa caixa  
D) Una bola blanca en cada caixa i totes les boles negres en una mateixa caixa  
E) Les boles negres en quatre caixes i les boles blanques en l'altra

16. Els coeficients  $a$  i  $b$  del polinomi  $5x^3 + ax^2 + bx + 24$  són nombres enters. Quin dels nombres següents podem assegurar que no pot ser una arrel del polinomi?

- A) 5                      B)  $-1$                       C) 1                      D) 6                      E) 3

17. Na Júlia té 2017 fitxes, 1009 són negres i la resta són blanques. Les col·loca de manera que forma un quadrat, com mostra a la figura, començant per una fitxa negra en el cantó superior esquerre i alternant el color en cada fila i columna. Quantes fitxes de cada color li sobraran, si arranja el quadrat més gran possible?

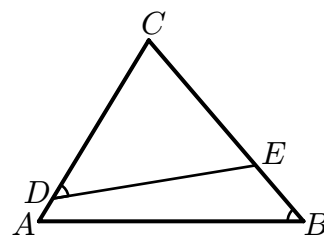


- A) Cap  
B) 40 blanques i 41 negres  
C) 41 de cada color  
D) 40 negres i 41 blanques  
E) 40 de cada

18. Escrivim set nombres enters positius  $a, b, c, d, e, f$  i  $g$  en fila. La suma de tots set nombres és 2017 i la diferència entre dos nombres veïns a la fila és o bé 1, o bé  $-1$ . Quin d'aquests nombres pot ser igual a 286?

- A) Cap dels set nombres no pot ser mai igual a 286.  
B) Només pot ser  $d$ .  
C) Pot ser  $c$  i també pot ser  $e$ , i cap altre nombre.  
D) Pot ser  $b$  i també pot ser  $f$ , i cap altre nombre.  
E) Pot ser  $a$  i també pot ser  $g$ , i cap altre nombre.

19. Les longituds dels costats d'un triangle  $\triangle ABC$  són  $AB = 10$ ,  $BC = 9$  i  $CA = 8$ . El punt  $D$  és un punt del costat  $CA$  i compleix  $CD = 7$  i el punt  $E$  és un punt del costat  $BC$ , de manera que els angles  $\widehat{ABC}$  i  $\widehat{CDE}$  són iguals. Quin és el perímetre del triangle  $\triangle CDE$  ?



- A) 21,7                      B)  $\frac{199}{8}$                       C) 18,9                      D)  $\frac{189}{8}$                       E) 21

20. Tytti intenta ser un bon canguret, però dir mentides és molt més divertit. De cada tres frases consecutives que diu sempre n'hi ha una de falsa i dues de certes. Per tant, de vegades comença amb una mentida i d'altres amb una o dues veritats. Tytti pensa un nombre de dues xifres i li diu al seu amic aquestes frases: «una de les xifres és un dos», «és més gran que 50», «és un nombre parell», «és més petit que 30», «és divisible per tres» i «una de les seves xifres és 7», en aquest ordre. Quina és la suma de les xifres del nombre que ha pensat?

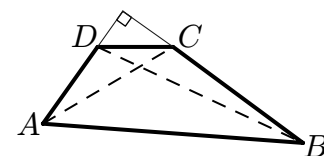
- A) 12                      B) 17                      C) 9                      D) 13                      E) 15

## Qüestions de 5 punts

21. Quants nombres enters positius tenen la propietat que el nombre obtingut en suprimir la seva darrera xifra, la de les unitats, és igual a una catorzena part del nombre original?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) Cap                      E) 4

22. En un quadrilàter convex  $ABCD$ , els costats  $AD$  i  $BC$  són perpendiculars, el costat  $DC$  fa 1 cm i les mesures de les diagonals són  $AC = 2$  cm i  $BD = 3$  cm. Quina és la longitud del costat  $AB$ ?



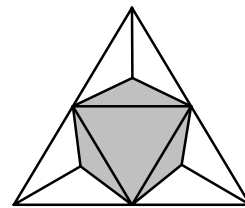
- A)  $3\sqrt{2}$  cm                      B) 6 cm                      C)  $2\sqrt{3}$  cm                      D)  $\sqrt{6}$  cm                      E) 4 cm

23. Considereu la successió  $\{a_n\}$  amb  $a_1 = 2017$  i  $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$ . Quin és el valor de  $a_{2017}$  ?

- A) 2017      B) 1      C) -2017      D)  $\frac{-1}{2016}$       E)  $\frac{2016}{2017}$

24. Considerem un tetràedre regular. El tallem per quatre plans, cadascun dels quals passa pels punts mitjans de tres arestes concurrents, i així n'escapem quatre trossos. Quina part del volum original del tetràedre té el sòlid resultant?

- A)  $\frac{4}{5}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{3}{4}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{1}{2}$



25. Dos nombres enters consecutius,  $A$  i  $A + 1$ , compleixen que la suma de les xifres de cadascun d'ells és un múltiple de 7. Quantes xifres té el nombre  $A$  més petit que compleix aquesta propietat?

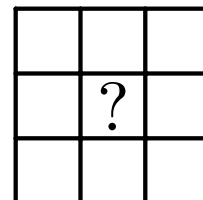
- A) 5      B) 6      C) 3      D) 7      E) 4

26. Tenim quatre daus tetraèdrics i amb cadascuna de les cares numerades amb un dels números 2, 0, 1 i 7. Si tirem aquests quatre daus, quina és la probabilitat de poder compondre el número 2017 triant una de les cares visibles de cada dau?

- A)  $\frac{3}{32}$       B)  $\frac{63}{64}$       C)  $\frac{29}{32}$       D)  $\frac{1}{256}$       E)  $\frac{81}{256}$

27. En una taula de  $3 \times 3$  escrivim un nombre enter en cada cella, de tal manera que tots nou nombres sumen 500 i que cada nombre difereix en una unitat de cadascun dels nombres de les cel·les veïnes (les que tenen un costat comú). Quin és el nombre que hi ha en la cella central?

- A) 56      B) 57      C) 54      D) 50      E) 55



28. Si  $|x| + x + y = 5$  i  $x + |y| - y = 10$ , quin és el valor de  $x + y$  ?

- A) 1      B) 2      C) 4      D) 5      E) 3

29. Quants nombres enters positius de tres xifres  $abc$  hi ha de manera que  $(a + b)^c$  és un nombre de tres xifres i potència de 2 d'exponent enter?

- A) 13      B) 15      C) 21      D) 20      E) 18

30. Els 2017 habitants d'una illa són de dues menes diferents. Cadascun o bé és mentider (i sempre diu mentida) o bé no és mentider (i sempre diu la veritat). Més de 1000 d'aquests habitants participen en un banquet asseguts en una taula rodona. Cadascun d'ells diu: «Les dues persones que tinc al costat són de menes diferents.» Quants no mentiders hi ha com a màxim a l'illa?

- A) 1683      B) 1343      C) 670      D) 1344      E) 668



## Qüestions de 3 punts

1. Quin és el resultat de l'operació  $\frac{20 \cdot 17}{2 + 0 + 1 + 7}$  ?

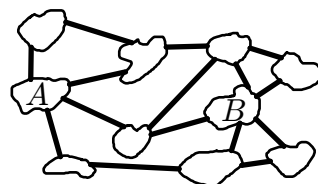
- A) 34      B) 340      C) 20,17      D) 3,4      E) 201,7

2. L'Anna ha calculat la suma dels angles d'un polígon convex. El resultat que obté és  $2017^\circ$ , però s'adona que, en fer els càlculs, s'ha descuidat un dels angles. Quant mesura l'angle que falta?

- A)  $127^\circ$       B)  $53^\circ$       C)  $143^\circ$       D)  $97^\circ$       E)  $37^\circ$

3. En aquesta figura es poden veure 10 illes connectades entre elles mitjançant 15 ponts. Quin és el nombre mínim de ponts que cal eliminar perquè sigui impossible anar de l'illa A a l'illa B?

- A) 5      B) 2      C) 1      D) 4      E) 3

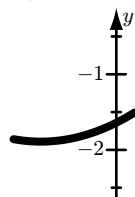


4. Dos nombres positius  $a$  i  $b$  compleixen que el 75% de  $a$  és igual al 40% de  $b$ . Per tant:

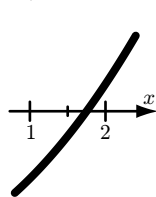
- A)  $7a = 8b$       B)  $5a = 12b$       C)  $8a = 15b$       D)  $3a = 2b$       E)  $15a = 8b$

5. Quatre de les cinc imatges mostrades són part de la gràfica de la mateixa funció quadràtica. Quina d'elles no ho és?

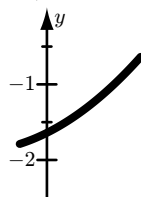
A)



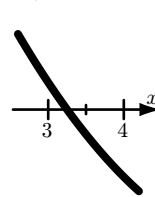
B)



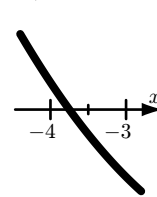
C)



D)

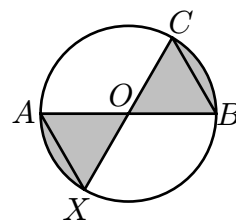


E)



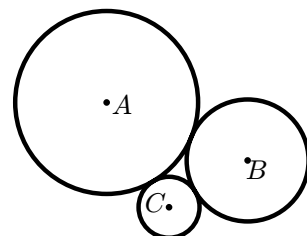
6. Si tenim un cercle amb centre  $O$  i diàmetres  $AB$  i  $CX$ , de manera que els segments  $OB$  i  $BC$  són iguals. Quina part de l'àrea del cercle està ombrejada?

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{4}{11}$       C)  $\frac{2}{5}$       D)  $\frac{3}{8}$       E)  $\frac{2}{7}$



7. Tres cercles amb centres en els punts  $A$ ,  $B$  i  $C$  són tangents entre ells i tenen radis 3, 2 i 1, respectivament. Quina és l'àrea del triangle  $\triangle ABC$  ?

- A) 6      B)  $4\sqrt{3}$       C)  $3\sqrt{2}$       D)  $2\sqrt{6}$       E) 9



8. Quina de les funcions següents té més punts en comú amb el gràfic de la funció  $f(x) = x$  ?

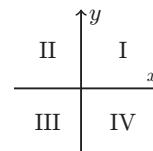
- A)  $g_3(x) = x^4$       B)  $g_5(x) = -x$       C)  $g_4(x) = -x^4$       D)  $g_1(x) = x^2$       E)  $g_2(x) = x^3$

9. Tenim cinc capsas amb boles, vermelles i blaves. La capsa  $A$  té 10 boles blaves i 8 boles vermelles; la capsa  $B$ , 6 de blaves i 4 de vermelles; la capsa  $C$ , 8 de blaves i 6 de vermelles; la capsa  $D$ , 7 de blaves i 7 de vermelles, i, finalment la capsa  $E$  té 12 boles blaves i 9 boles vermelles. En Bernat vol agafar una bola d'una de les capsas sense mirar. De quina capsa li caldrà agafar-la perquè la probabilitat que surti blava sigui la màxima possible?

A) De la capsa  $C$    B) De la capsa  $D$    C) De la capsa  $E$    D) De la capsa  $A$    E) De la capsa  $B$

10. Quin dels quatre quadrants no conté cap punt de la gràfica de la funció lineal

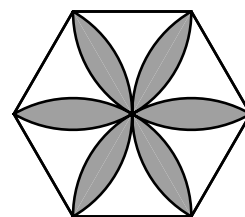
$$f(x) = -3,5x + 7$$



A) Tots els quadrants en contenen.   B) IV   C) III   D) II   E) I

## Qüestions de 4 punts

11. La figura mostra un hexàgon regular amb costats de longitud 1. La flor és formada per arcs de circumferències de radi 1 amb centres en els vèrtexs de l'hexàgon. Quant val l'àrea ombrejada?



A)  $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$    B)  $2\sqrt{3} - \pi$    C)  $\frac{\pi}{2}$    D)  $\frac{2\pi}{3}$    E)  $2\pi - 3\sqrt{3}$

12. El nombre positiu  $p$  és més petit que 1, i el nombre  $q$  és més gran que 1. Quin dels nombres següents és el més gran?

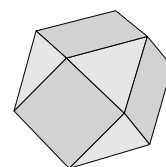
A)  $p \cdot q$    B)  $\frac{p}{q}$    C)  $p + q$    D)  $q$    E)  $p$

13. Dos cilindres rectes  $A$  i  $B$  tenen el mateix volum. El radi de la base del cilindre  $B$  mesura un 10% més que el radi de la base del cilindre  $A$ . Per tant, l'altura del cilindre  $A$  mesura més que l'altura del cilindre  $B$  en un...

A) 21%   B) 10%   C) 5%   D) 20%   E) 11%

14. En un políedre totes les cares són quadrats o triangles equilàters. Cada triangle està en contacte amb tres quadrats i cada quadrat està envoltat per 4 triangles. Si hi ha 6 quadrats, quants triangles hi haurà?

A) 8   B) 6   C) 9   D) 7   E) 5



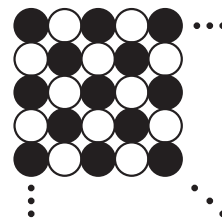
15. Teniu 5 caixes, 5 boles blanques i 5 de negres. Podeu escollir com posar les boles en les caixes (en cada caixa hi ha d'haver com a mínim una bola). El teu adversari tria una caixa i n'extreu una bola i, si és blanca, guanya. Si no, guanyes tu. Com has de distribuir les boles per a tenir la màxima probabilitat de guanyar?

A) Les boles negres en tres caixes i les boles blanques en les altres dues  
B) Una bola negra en cada caixa i totes les boles blanques en una mateixa caixa  
C) Una bola blanca i una negra en cada caixa  
D) Les boles negres en quatre caixes i les boles blanques en l'altra  
E) Una bola blanca en cada caixa i totes les boles negres en una mateixa caixa

16. Els coeficients  $a$  i  $b$  del polinomi  $5x^3 + ax^2 + bx + 24$  són nombres enters. Quin dels nombres següents podem assegurar que no pot ser una arrel del polinomi?

- A) 1                      B) 6                      C)  $-1$                       D) 5                      E) 3

17. Na Júlia té 2017 fitxes, 1009 són negres i la resta són blanques. Les col·loca de manera que forma un quadrat, com mostra a la figura, començant per una fitxa negra en el cantó superior esquerre i alternant el color en cada fila i columna. Quantes fitxes de cada color li sobraran, si arranja el quadrat més gran possible?

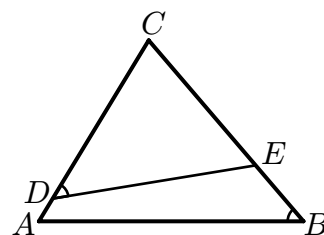


- A) 40 blanques i 41 negres  
B) 40 negres i 41 blanques  
C) 40 de cada  
D) 41 de cada color  
E) Cap

18. Escrivim set nombres enters positius  $a, b, c, d, e, f$  i  $g$  en fila. La suma de tots set nombres és 2017 i la diferència entre dos nombres veïns a la fila és o bé 1, o bé  $-1$ . Quin d'aquests nombres pot ser igual a 286?

- A) Només pot ser  $d$ .  
B) Pot ser  $c$  i també pot ser  $e$ , i cap altre nombre.  
C) Cap dels set nombres no pot ser mai igual a 286.  
D) Pot ser  $a$  i també pot ser  $g$ , i cap altre nombre.  
E) Pot ser  $b$  i també pot ser  $f$ , i cap altre nombre.

19. Les longituds dels costats d'un triangle  $\triangle ABC$  són  $AB = 10$ ,  $BC = 9$  i  $CA = 8$ . El punt  $D$  és un punt del costat  $CA$  i compleix  $CD = 7$  i el punt  $E$  és un punt del costat  $BC$ , de manera que els angles  $\widehat{ABC}$  i  $\widehat{CDE}$  són iguals. Quin és el perímetre del triangle  $\triangle CDE$  ?



- A)  $\frac{189}{8}$                       B) 18,9                      C)  $\frac{199}{8}$                       D) 21                      E) 21,7

20. Tytti intenta ser un bon canguret, però dir mentides és molt més divertit. De cada tres frases consecutives que diu sempre n'hi ha una de falsa i dues de certes. Per tant, de vegades comença amb una mentida i d'altres amb una o dues veritats. Tytti pensa un nombre de dues xifres i li diu al seu amic aquestes frases: «una de les xifres és un dos», «és més gran que 50», «és un nombre parell», «és més petit que 30», «és divisible per tres» i «una de les seves xifres és 7», en aquest ordre. Quina és la suma de les xifres del nombre que ha pensat?

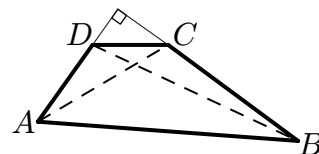
- A) 17                      B) 13                      C) 9                      D) 15                      E) 12

## Qüestions de 5 punts

21. Quants nombres enters positius tenen la propietat que el nombre obtingut en suprimir la seva darrera xifra, la de les unitats, és igual a una catorzena part del nombre original?

- A) 1                      B) 4                      C) Cap                      D) 2                      E) 3

22. En un quadrilàter convex  $ABCD$ , els costats  $AD$  i  $BC$  són perpendiculars, el costat  $DC$  fa 1 cm i les mesures de les diagonals són  $AC = 2$  cm i  $BD = 3$  cm. Quina és la longitud del costat  $AB$ ?



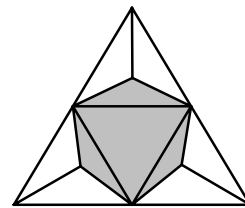
- A) 4 cm                      B)  $2\sqrt{3}$  cm                      C)  $\sqrt{6}$  cm                      D)  $3\sqrt{2}$  cm                      E) 6 cm

23. Considereu la successió  $\{a_n\}$  amb  $a_1 = 2017$  i  $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$ . Quin és el valor de  $a_{2017}$  ?

- A)  $\frac{-1}{2016}$       B) 1      C) 2017      D) -2017      E)  $\frac{2016}{2017}$

24. Considerem un tetràedre regular. El tallem per quatre plans, cadascun dels quals passa pels punts mitjans de tres arestes concurrents, i així n'escapem quatre trossos. Quina part del volum original del tetràedre té el sòlid resultant?

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{3}{4}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{4}{5}$



25. Dos nombres enters consecutius,  $A$  i  $A + 1$ , compleixen que la suma de les xifres de cadascun d'ells és un múltiple de 7. Quantes xifres té el nombre  $A$  més petit que compleix aquesta propietat?

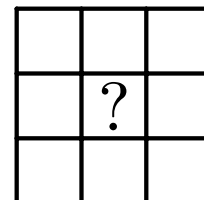
- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 3

26. Tenim quatre daus tetraèdrics i amb cadascuna de les cares numerades amb un dels números 2, 0, 1 i 7. Si tirem aquests quatre daus, quina és la probabilitat de poder compondre el número 2017 triant una de les cares visibles de cada dau?

- A)  $\frac{3}{32}$       B)  $\frac{81}{256}$       C)  $\frac{29}{32}$       D)  $\frac{63}{64}$       E)  $\frac{1}{256}$

27. En una taula de  $3 \times 3$  escrivim un nombre enter en cada cella, de tal manera que tots nou nombres sumen 500 i que cada nombre difereix en una unitat de cadascun dels nombres de les cel·les veïnes (les que tenen un costat comú). Quin és el nombre que hi ha en la cella central?

- A) 56      B) 57      C) 55      D) 50      E) 54



28. Si  $|x| + x + y = 5$  i  $x + |y| - y = 10$ , quin és el valor de  $x + y$  ?

- A) 2      B) 1      C) 3      D) 5      E) 4

29. Quants nombres enters positius de tres xifres  $abc$  hi ha de manera que  $(a + b)^c$  és un nombre de tres xifres i potència de 2 d'exponent enter?

- A) 15      B) 13      C) 18      D) 21      E) 20

30. Els 2017 habitants d'una illa són de dues menes diferents. Cadascun o bé és mentider (i sempre diu mentida) o bé no és mentider (i sempre diu la veritat). Més de 1000 d'aquests habitants participen en un banquet asseguts en una taula rodona. Cadascun d'ells diu: «Les dues persones que tinc al costat són de menes diferents.» Quants no mentiders hi ha com a màxim a l'illa?

- A) 1344      B) 1343      C) 670      D) 668      E) 1683





## Qüestions de 3 punts

1. Quin és el resultat de l'operació  $\frac{20 \cdot 17}{2 + 0 + 1 + 7}$  ?

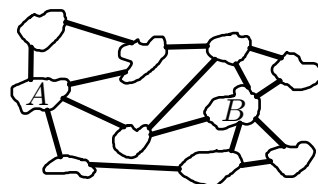
- A) 340      B) 34      C) 3,4      D) 20,17      E) 201,7

2. L'Anna ha calculat la suma dels angles d'un polígon convex. El resultat que obté és  $2017^\circ$ , però s'adona que, en fer els càlculs, s'ha descuidat un dels angles. Quant mesura l'angle que falta?

- A)  $97^\circ$       B)  $143^\circ$       C)  $53^\circ$       D)  $127^\circ$       E)  $37^\circ$

3. En aquesta figura es poden veure 10 illes connectades entre elles mitjançant 15 ponts. Quin és el nombre mínim de ponts que cal eliminar perquè sigui impossible anar de l'illa A a l'illa B?

- A) 1      B) 4      C) 3      D) 5      E) 2

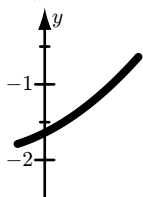


4. Dos nombres positius  $a$  i  $b$  compleixen que el 75% de  $a$  és igual al 40% de  $b$ . Per tant:

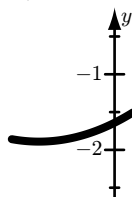
- A)  $5a = 12b$       B)  $3a = 2b$       C)  $7a = 8b$       D)  $8a = 15b$       E)  $15a = 8b$

5. Quatre de les cinc imatges mostrades són part de la gràfica de la mateixa funció quadràtica. Quina d'elles no ho és?

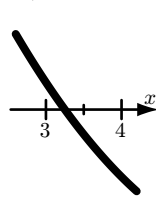
A)



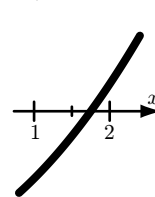
B)



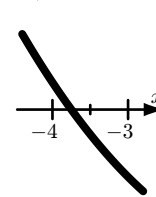
C)



D)

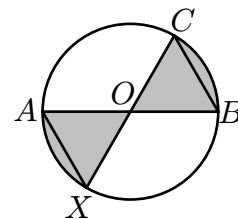


E)



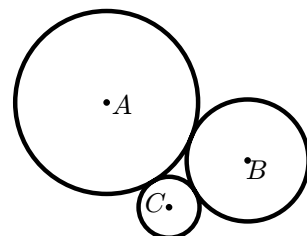
6. Si tenim un cercle amb centre  $O$  i diàmetres  $AB$  i  $CX$ , de manera que els segments  $OB$  i  $BC$  són iguals. Quina part de l'àrea del cercle està ombrejada?

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{2}{5}$       C)  $\frac{4}{11}$       D)  $\frac{3}{8}$       E)  $\frac{2}{7}$



7. Tres cercles amb centres en els punts  $A$ ,  $B$  i  $C$  són tangents entre ells i tenen radis 3, 2 i 1, respectivament. Quina és l'àrea del triangle  $\triangle ABC$  ?

- A) 6      B)  $4\sqrt{3}$       C)  $2\sqrt{6}$       D)  $3\sqrt{2}$       E) 9



8. Quina de les funcions següents té més punts en comú amb el gràfic de la funció  $f(x) = x$  ?

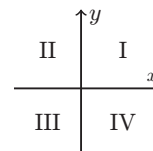
- A)  $g_4(x) = -x^4$       B)  $g_2(x) = x^3$       C)  $g_1(x) = x^2$       D)  $g_5(x) = -x$       E)  $g_3(x) = x^4$

9. Tenim cinc capsas amb boles, vermelles i blaves. La capsa  $A$  té 10 boles blaves i 8 boles vermelles; la capsa  $B$ , 6 de blaves i 4 de vermelles; la capsa  $C$ , 8 de blaves i 6 de vermelles; la capsa  $D$ , 7 de blaves i 7 de vermelles, i, finalment la capsa  $E$  té 12 boles blaves i 9 boles vermelles. En Bernat vol agafar una bola d'una de les capsas sense mirar. De quina capsa li caldrà agafar-la perquè la probabilitat que surti blava sigui la màxima possible?

A) De la capsa  $D$    B) De la capsa  $E$    C) De la capsa  $A$    D) De la capsa  $B$    E) De la capsa  $C$

10. Quin dels quatre quadrants no conté cap punt de la gràfica de la funció lineal

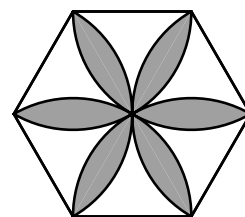
$$f(x) = -3,5x + 7$$



A) I      B) II      C) III      D) IV      E) Tots els quadrants en contenen.

## Qüestions de 4 punts

11. La figura mostra un hexàgon regular amb costats de longitud 1. La flor és formada per arcs de circumferències de radi 1 amb centres en els vèrtexs de l'hexàgon. Quant val l'àrea ombrejada?



A)  $2\sqrt{3} - \pi$       B)  $\frac{2\pi}{3}$       C)  $\frac{\pi}{2}$       D)  $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$       E)  $2\pi - 3\sqrt{3}$

12. El nombre positiu  $p$  és més petit que 1, i el nombre  $q$  és més gran que 1. Quin dels nombres següents és el més gran?

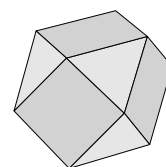
A)  $p \cdot q$       B)  $p$       C)  $q$       D)  $\frac{p}{q}$       E)  $p + q$

13. Dos cilindres rectes  $A$  i  $B$  tenen el mateix volum. El radi de la base del cilindre  $B$  mesura un 10% més que el radi de la base del cilindre  $A$ . Per tant, l'altura del cilindre  $A$  mesura més que l'altura del cilindre  $B$  en un...

A) 20%      B) 21%      C) 10%      D) 11%      E) 5%

14. En un políedre totes les cares són quadrats o triangles equilàters. Cada triangle està en contacte amb tres quadrats i cada quadrat està envoltat per 4 triangles. Si hi ha 6 quadrats, quants triangles hi haurà?

A) 6      B) 8      C) 5      D) 9      E) 7



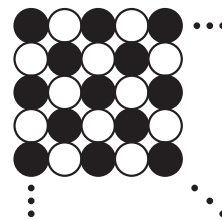
15. Teniu 5 caixes, 5 boles blanques i 5 de negres. Podeu escollir com posar les boles en les caixes (en cada caixa hi ha d'haver com a mínim una bola). El teu adversari tria una caixa i n'extreu una bola i, si és blanca, guanya. Si no, guanyes tu. Com has de distribuir les boles per a tenir la màxima probabilitat de guanyar?

A) Una bola negra en cada caixa i totes les boles blanques en una mateixa caixa  
B) Les boles negres en quatre caixes i les boles blanques en l'altra  
C) Una bola blanca i una negra en cada caixa  
D) Les boles negres en tres caixes i les boles blanques en les altres dues  
E) Una bola blanca en cada caixa i totes les boles negres en una mateixa caixa

16. Els coeficients  $a$  i  $b$  del polinomi  $5x^3 + ax^2 + bx + 24$  són nombres enters. Quin dels nombres següents podem assegurar que no pot ser una arrel del polinomi?

- A) 5                      B) 1                      C)  $-1$                       D) 6                      E) 3

17. Na Júlia té 2017 fitxes, 1009 són negres i la resta són blanques. Les col·loca de manera que forma un quadrat, com mostra a la figura, començant per una fitxa negra en el cantó superior esquerre i alternant el color en cada fila i columna. Quantes fitxes de cada color li sobraran, si arranja el quadrat més gran possible?

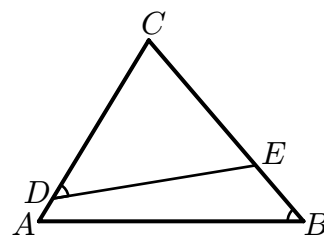


- A) 40 blanques i 41 negres  
B) 40 negres i 41 blanques  
C) 41 de cada color  
D) 40 de cada  
E) Cap

18. Escrivim set nombres enters positius  $a, b, c, d, e, f$  i  $g$  en fila. La suma de tots set nombres és 2017 i la diferència entre dos nombres veïns a la fila és o bé 1, o bé  $-1$ . Quin d'aquests nombres pot ser igual a 286?

- A) Cap dels set nombres no pot ser mai igual a 286.  
B) Només pot ser  $d$ .  
C) Pot ser  $c$  i també pot ser  $e$ , i cap altre nombre.  
D) Pot ser  $b$  i també pot ser  $f$ , i cap altre nombre.  
E) Pot ser  $a$  i també pot ser  $g$ , i cap altre nombre.

19. Les longituds dels costats d'un triangle  $\triangle ABC$  són  $AB = 10$ ,  $BC = 9$  i  $CA = 8$ . El punt  $D$  és un punt del costat  $CA$  i compleix  $CD = 7$  i el punt  $E$  és un punt del costat  $BC$ , de manera que els angles  $\widehat{ABC}$  i  $\widehat{CDE}$  són iguals. Quin és el perímetre del triangle  $\triangle CDE$  ?



- A)  $\frac{199}{8}$                       B) 21,7                      C)  $\frac{189}{8}$                       D) 21                      E) 18,9

20. Tytti intenta ser un bon canguret, però dir mentides és molt més divertit. De cada tres frases consecutives que diu sempre n'hi ha una de falsa i dues de certes. Per tant, de vegades comença amb una mentida i d'altres amb una o dues veritats. Tytti pensa un nombre de dues xifres i li diu al seu amic aquestes frases: «una de les xifres és un dos», «és més gran que 50», «és un nombre parell», «és més petit que 30», «és divisible per tres» i «una de les seves xifres és 7», en aquest ordre. Quina és la suma de les xifres del nombre que ha pensat?

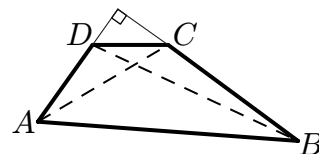
- A) 9                      B) 13                      C) 12                      D) 17                      E) 15

## Qüestions de 5 punts

21. Quants nombres enters positius tenen la propietat que el nombre obtingut en suprimir la seva darrera xifra, la de les unitats, és igual a una catorzena part del nombre original?

- A) 3                      B) Cap                      C) 1                      D) 4                      E) 2

22. En un quadrilàter convex  $ABCD$ , els costats  $AD$  i  $BC$  són perpendiculars, el costat  $DC$  fa 1 cm i les mesures de les diagonals són  $AC = 2$  cm i  $BD = 3$  cm. Quina és la longitud del costat  $AB$ ?



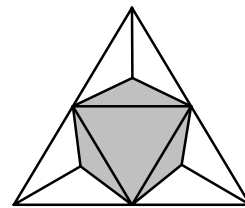
- A) 6 cm                      B)  $3\sqrt{2}$  cm                      C) 4 cm                      D)  $2\sqrt{3}$  cm                      E)  $\sqrt{6}$  cm

23. Considereu la successió  $\{a_n\}$  amb  $a_1 = 2017$  i  $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$ . Quin és el valor de  $a_{2017}$  ?

- A)  $\frac{2016}{2017}$       B) 1      C) -2017      D)  $\frac{-1}{2016}$       E) 2017

24. Considerem un tetràedre regular. El tallem per quatre plans, cadascun dels quals passa pels punts mitjans de tres arestes concurrents, i així n'escapem quatre trossos. Quina part del volum original del tetràedre té el sòlid resultant?

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{4}{5}$       D)  $\frac{1}{2}$       E)  $\frac{3}{4}$



25. Dos nombres enters consecutius,  $A$  i  $A + 1$ , compleixen que la suma de les xifres de cadascun d'ells és un múltiple de 7. Quantes xifres té el nombre  $A$  més petit que compleix aquesta propietat?

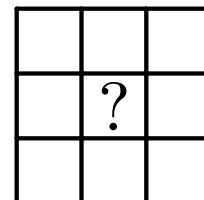
- A) 5      B) 7      C) 4      D) 6      E) 3

26. Tenim quatre daus tetraèdrics i amb cadascuna de les cares numerades amb un dels números 2, 0, 1 i 7. Si tirem aquests quatre daus, quina és la probabilitat de poder compondre el número 2017 triant una de les cares visibles de cada dau?

- A)  $\frac{81}{256}$       B)  $\frac{3}{32}$       C)  $\frac{29}{32}$       D)  $\frac{63}{64}$       E)  $\frac{1}{256}$

27. En una taula de  $3 \times 3$  escrivim un nombre enter en cada cella, de tal manera que tots nou nombres sumen 500 i que cada nombre difereix en una unitat de cadascun dels nombres de les cel·les veïnes (les que tenen un costat comú). Quin és el nombre que hi ha en la cella central?

- A) 57      B) 50      C) 55      D) 56      E) 54



28. Si  $|x| + x + y = 5$  i  $x + |y| - y = 10$ , quin és el valor de  $x + y$  ?

- A) 1      B) 3      C) 4      D) 5      E) 2

29. Quants nombres enters positius de tres xifres  $abc$  hi ha de manera que  $(a + b)^c$  és un nombre de tres xifres i potència de 2 d'exponent enter?

- A) 18      B) 21      C) 13      D) 20      E) 15

30. Els 2017 habitants d'una illa són de dues menes diferents. Cadascun o bé és mentider (i sempre diu mentida) o bé no és mentider (i sempre diu la veritat). Més de 1000 d'aquests habitants participen en un banquet asseguts en una taula rodona. Cadascun d'ells diu: «Les dues persones que tinc al costat són de menes diferents.» Quants no mentiders hi ha com a màxim a l'illa?

- A) 668      B) 670      C) 1343      D) 1683      E) 1344

