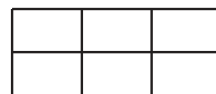


---

**Qüestions de 3 punts:**


---

1. De quantes maneres es pot emplenar la taula amb les lletres de la paraula *SUDOKU* de manera que no hi hagi dues lletres *U* en una mateixa fila ni en una mateixa columna?



A) 6                      B) 12                      C) 48                      D) 72                      E) 144

2. Si  $x$  i  $y$  satisfan les equacions  $\frac{3}{x} - \frac{3}{y} = 1$  i  $y - x = 1$ , quant val  $(x + y)^2$  ?

A) 1                      B) 9                      C) 100                      D) 2                      E) 13

3. L'Albert va escriure una quantitat parella de nombres primers, tots diferents, i la suma d'aquests nombres era senar. En canvi, la Blanca va escriure una quantitat senar de nombres primers, també tots diferents, i la suma d'aquests nombres era un nombre parell. Per als respectius productes de tots els nombres de l'Albert i dels de la Blanca, quina de les afirmacions següents és certa?

A) El de l'Albert és un nombre parell i el de la Blanca és un nombre senar.  
 B) El de l'Albert és un nombre senar i el de la Blanca és un nombre parell.  
 C) Per a tots dos, els resultats són nombres senars.  
 D) Per a tots dos, els resultats són nombres parells.  
 E) No es pot dir res d'aquests productes.

4. Perquè  $2016n$  sigui un quadrat perfecte, quin és el valor més petit que pot tenir  $n$  ?

A) 2                      B) 6                      C) 7                      D) 10                      E) 14

5. Una bóta és plena de 30 litres de vi. Dilluns, el bodeguer en ven 6 litres, reomple la bóta amb aigua i ho barreja tot ben barrejat. Dimarts i dimecres fa el mateix, amb la qual cosa el vi cada cop està més aigualit. Quants litres d'aigua conté la bóta dijous al matí?

A) 6                      B) 10,8                      C) 14,64                      D) 15,36                      E) 18

6.  $ABCD$  és un quadrat. Quants quadrats hi ha que no siguin el mateix  $ABCD$ , que estiguin en el mateix pla que  $ABCD$  i que tinguin, com a mínim, dos vèrtexs en comú amb  $ABCD$  ?

A) 4                      B) 6                      C) 12                      D) 8                      E) 5

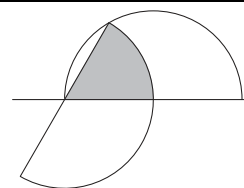
7. Una família ha pagat aquest mes un total de 200 € per la factura del gas i la factura de l'electricitat. El proper mes el preu del gas augmenta un 2 % i l'electricitat, un 4 %. Quants euros pagarà aquesta família el proper mes en total pel gas i l'electricitat, si consumeix el mateix que aquest mes?

A) 204 €      B) 208 €      C) 206 €      D) 260 €      E) No es pot saber sense més informació.

8. Un cilindre s'ha construït amb dos cercles i un rectangle de paper. Cada una de les tres peces de paper té àrea  $\pi$ . Quina és l'altura del cilindre?

A)  $\frac{1}{4}$                       B)  $\frac{1}{2}$                       C) 15                      D)  $\frac{1}{\pi}$                       E)  $\pi^2$

9. Els dos semicercles de la figura tenen radi 1. Quina és l'àrea del sector circular ombrejat?



A)  $\frac{\pi}{4}$                       B)  $\frac{\pi}{6}$                       C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D)  $\frac{1}{6}$                       E)  $\frac{1}{8}$

10. Si anomenem  $a$  i  $b$  les solucions reals de l'equació

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

quin és el valor de  $a^3 + b^3$ ?

- A) 12                      B) 14                      C) 16                      D) 18                      E) 24

---

### Qüestions de 4 punts:

---

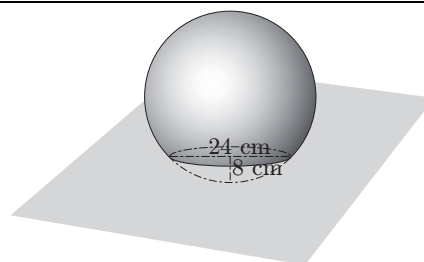
11. Quant val el producte de tots els divisors positius de 2016 ?

- A)  $2016^{15}$                       B)  $2016^{16}$                       C)  $2016^{17}$                       D)  $2016^{18}$                       E)  $2016^{19}$

12. Quin és el residu més gran que es pot obtenir quan dividim un nombre més petit que 1000 per la suma de les seves xifres?

- A) 24                      B) 23                      C) 22                      D) 26                      E) 25

13. Una pilota que estava flotant en un estany ha quedat enganxada quan aquest s'ha glaçat. En treure-la, ha quedat un clot en el gel de 24 cm de diàmetre i 8 cm de fondària. Quin era el radi de la pilota?

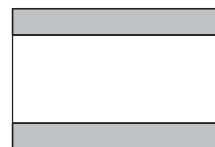


- A) 8                      B) 12                      C) 13                      D)  $8\sqrt{3}$                       E)  $6\sqrt{6}$

14. Quina és la probabilitat que, quan tirem dos daus, el producte dels punts que han sortit siguin més petit que la suma d'aquests punts?

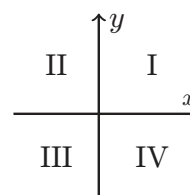
- A)  $\frac{11}{36}$                       B)  $\frac{5}{18}$                       C)  $\frac{1}{2}$                       D)  $\frac{1}{3}$                       E)  $\frac{1}{6}$

15. Tenim una fotografia en la qual les longituds dels costats estan en la relació 3:2. Volem retallar dos rectangles iguals, un a dalt i l'altre a baix, tal com mostra la figura, de manera que la relació entre els costats quedi 12:5. Quin percentatge de la fotografia original hem de retallar?



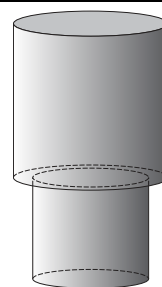
- A) Un 18,75 %    B) Un 33,3 %    C) Un 37,5 %    D) Un 48 %    E) Un 56,25 %

16. En la figura hi ha indicats els quatre quadrants cartesianes. Considerem que cap d'ells no inclou els eixos de coordenades. Per a la gràfica del conjunt de punts solució de l'equació  $x^3 + y^3 = x^2y^2$ , quina de les frases següents és certa?



- A) En la gràfica no hi ha cap punt del quadrant I.  
B) En la gràfica no hi ha cap punt del quadrant II.  
C) En la gràfica no hi ha cap punt del quadrant III.  
D) En la gràfica no hi ha cap punt del quadrant IV.  
E) En la gràfica hi ha punts de tots quatre quadrants.

17. La figura mostra un dipòsit format per dos cilindres. El superior té radi 20 cm i altura 60 cm, i l'inferior té radi 15 cm i altura 40 cm. Comencem a omplir el dipòsit amb aigua de manera contínua i uniforme. Al cap de 3 minuts el nivell de l'aigua arriba a una altura de 5 cm. Quant de temps tardarà a omplir-se totalment el dipòsit?

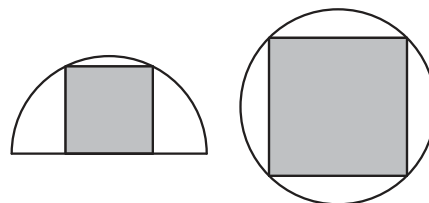


A) 88 min      B) 76 min      C) 52 min      D) 48 min      E) 47 min

18.  $A$  és el nombre enter positiu més petit amb la propietat següent:  $10A$  és un quadrat perfecte i  $6A$  és un cub perfecte. Quants divisors positius té  $A$ ?

A) 30      B) 40      C) 54      D) 72      E) 96

19. Un joier fa dos tipus de medallons. Un té una placa quadrada d'or inserida en un semicercle, l'altre té també una placa quadrada d'or del mateix gruix, inserida en un cercle del mateix radi. La placa d'or del semicercle pesa 2 grams. Quants grams pesa l'altra placa d'or?



A) 2 g      B) 3 g      C) 4 g      D) 5 g      E) 6 g

20. Calculeu quantes solucions  $(x, y)$ , amb  $x$  i  $y$  nombres enters positius, té l'equació

$$x! \cdot 7! = (x + y)!$$

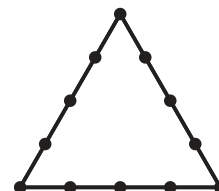
A) Dues      B) Una      C) Cap      D) Infinites      E) Més de dues, però en nombre finit

## Qüestions de 5 punts:

21. Quants nombres primers  $p$  hi ha de manera que  $p^2 + 2$  també és un nombre primer?

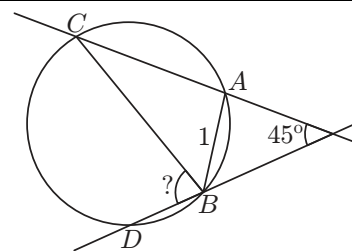
A) 0      B) 1      C) 3      D) 5      E) Infinites

22. Quants triangles es poden dibuixar amb els vèrtexs en els punts del triangle de la figura?



A) 192      B) 220      C) 73      D) 75      E) 190

23. Les línies rectes que contenen les cordes  $AC$  i  $BD$  d'una circumferència de radi 1 formen un angle de  $45^\circ$  i la corda  $AB$  té longitud 1. Quant fa l'angle  $\widehat{CBD}$ ?



A)  $55^\circ$       B)  $60^\circ$       C)  $75^\circ$       D)  $80^\circ$       E)  $85^\circ$

24. En un bloc de deu pisos, hem de pintar cada planta en blau o en groc, però dues plantes consecutives no es poden pintar de blau. De quantes maneres diferents podríem pintar el bloc de pisos?

A) 126      B) 132      C) 140      D) 144      E) 252

25. Quants triangles hi ha que tinguin les longituds dels costats tres nombres enters més petits o iguals que 6?

- A) 12                      B) 18                      C) 42                      D) 30                      E) 34

26. Està estudiat que, si la despesa anual de petroli es manté constant, les reserves s'esgotaran d'aquí a cinquanta anys. A la vista d'això, es proposarà un acord internacional perquè tots els països, cada any, redueixin la despesa en un percentatge fix respecte a l'any anterior. Quin és el mínim percentatge de reducció que permetria que les reserves de petroli no s'arribessin a esgotar mai?

- A) 1 %      B) 2 %      C) 10 %      D) 50 %      E) Les reserves s'esgotaran de totes maneres.

27. Quantes solucions reals té l'equació  $\sin(2\pi x) = \frac{x}{2016}$  ?

- A) 2016                      B) 4032                      C) 4031                      D) 8064                      E) 8063

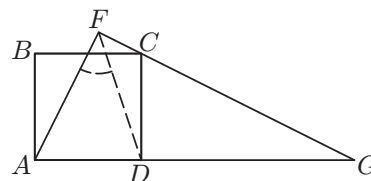
28. Una funció definida en el conjunt de nombres reals positius compleix les dues condicions següents:

$$\begin{cases} yf(xy) = f(x) & \text{per a tot } x, y \text{ enters i positius.} \\ f(32) = 63 \end{cases}$$

Quant és  $f(24)$  ?

- A)  $\frac{189}{4}$                       B) 63                      C) 126                      D) 84                      E) 32

29. En la figura, el triangle  $\triangle AFG$  és rectangle en el vèrtex  $F$  i  $ABCD$  és un quadrat. Quant fa l'angle  $\widehat{AFD}$  ?



- A)  $30^\circ$                       B)  $36^\circ$                       C)  $45^\circ$                       D)  $54^\circ$                       E) Depèn de la posició del punt  $G$ .

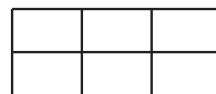
30. El 1955, l'edat d'un matemàtic famós era igual a la suma de les xifres del seu any de naixement. Quina és la suma de les xifres de l'any en què aquest matemàtic feia 50 anys?

- A) 31                      B) 30                      C) 29                      D) 24                      E) 25



## Qüestions de 3 punts:

1. De quantes maneres es pot emplenar la taula amb les lletres de la paraula *SUDOKU* de manera que no hi hagi dues lletres *U* en una mateixa fila ni en una mateixa columna?



A) 144      B) 72      C) 48      D) 12      E) 6

2. Un cilindre s'ha construït amb dos cercles i un rectangle de paper. Cada una de les tres peces de paper té àrea  $\pi$ . Quina és l'altura del cilindre?

A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 15      D)  $\frac{1}{\pi}$       E)  $\pi^2$

3. Perquè  $2016n$  sigui un quadrat perfecte, quin és el valor més petit que pot tenir  $n$ ?

A) 2      B) 6      C) 7      D) 10      E) 14

4. L'Albert va escriure una quantitat parella de nombres primers, tots diferents, i la suma d'aquests nombres era senar. En canvi, la Blanca va escriure una quantitat senar de nombres primers, també tots diferents, i la suma d'aquests nombres era un nombre parell. Per als respectius productes de tots els nombres de l'Albert i dels de la Blanca, quina de les afirmacions següents és certa?

A) El de l'Albert és un nombre parell i el de la Blanca és un nombre senar.  
B) El de l'Albert és un nombre senar i el de la Blanca és un nombre parell.  
C) Per a tots dos, els resultats són nombres senars.  
D) Per a tots dos, els resultats són nombres parells.  
E) No es pot dir res d'aquests productes.

5. Una família ha pagat aquest mes un total de 200 € per la factura del gas i la factura de l'electricitat. El proper mes el preu del gas augmenta un 2 % i l'electricitat, un 4 %. Quants euros pagarà aquesta família el proper mes en total pel gas i l'electricitat, si consumeix el mateix que aquest mes?

A) 204 €      B) 208 €      C) 206 €      D) 260 €      E) No es pot saber sense més informació.

6. Si  $x$  i  $y$  satisfan les equacions  $\frac{3}{x} - \frac{3}{y} = 1$  i  $y - x = 1$ , quant val  $(x + y)^2$ ?

A) 1      B) 2      C) 9      D) 13      E) 100

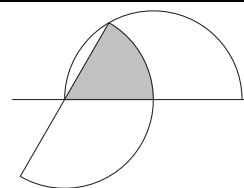
7.  $ABCD$  és un quadrat. Quants quadrats hi ha que no siguin el mateix  $ABCD$ , que estiguin en el mateix pla que  $ABCD$  i que tinguin, com a mínim, dos vèrtexs en comú amb  $ABCD$ ?

A) 12      B) 8      C) 6      D) 5      E) 4

8. Una bóta és plena de 30 litres de vi. Dilluns, el bodeguer en ven 6 litres, reomple la bóta amb aigua i ho barreja tot ben barrejat. Dimarts i dimecres fa el mateix, amb la qual cosa el vi cada cop està més aigualit. Quants litres d'aigua conté la bóta dijous al matí?

A) 6      B) 10,8      C) 14,64      D) 15,36      E) 18

9. Els dos semicercles de la figura tenen radi 1. Quina és l'àrea del sector circular ombrejat?



A)  $\frac{1}{6}$       B)  $\frac{1}{8}$       C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       D)  $\frac{\pi}{4}$       E)  $\frac{\pi}{6}$

10. Si anomenem  $a$  i  $b$  les solucions reals de l'equació

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

quin és el valor de  $a^3 + b^3$ ?

A) 24

B) 18

C) 16

D) 14

E) 12

---

### Qüestions de 4 punts:

---

11. Quina és la probabilitat que, quan tirem dos daus, el producte dels punts que han sortit siguin més petit que la suma d'aquests punts?

A)  $\frac{1}{2}$

B)  $\frac{1}{3}$

C)  $\frac{1}{6}$

D)  $\frac{5}{18}$

E)  $\frac{11}{36}$

12.  $A$  és el nombre enter positiu més petit amb la propietat següent:  $10A$  és un quadrat perfecte i  $6A$  és un cub perfecte. Quants divisors positius té  $A$ ?

A) 30

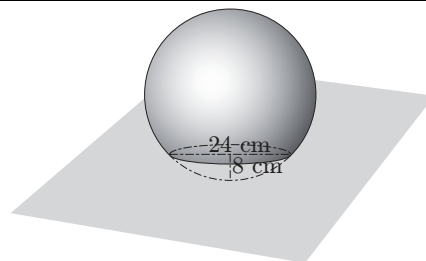
B) 40

C) 54

D) 72

E) 96

13. Una pilota que estava flotant en un estany ha quedat enganxada quan aquest s'ha glaçat. En treure-la, ha quedat un clot en el gel de 24 cm de diàmetre i 8 cm de fondària. Quin era el radi de la pilota?



A)  $6\sqrt{6}$

B)  $8\sqrt{3}$

C) 8

D) 12

E) 13

14. Quant val el producte de tots els divisors positius de 2016?

A)  $2016^{19}$

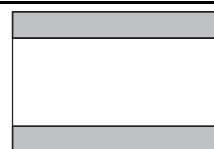
B)  $2016^{18}$

C)  $2016^{17}$

D)  $2016^{16}$

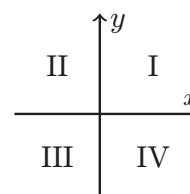
E)  $2016^{15}$

15. Tenim una fotografia en la qual les longituds dels costats estan en la relació 3:2. Volem retallar dos rectangles iguals, un a dalt i l'altre a baix, tal com mostra la figura, de manera que la relació entre els costats quedi 12:5. Quin percentatge de la fotografia original hem de retallar?



A) Un 48 %   B) Un 18,75 %   C) Un 33,3 %   D) Un 37,5 %   E) Un 56,25 %

16. En la figura hi ha indicats els quatre quadrants cartesianes. Considerem que cap d'ells no inclou els eixos de coordenades. Per a la gràfica del conjunt de punts solució de l'equació  $x^3 + y^3 = x^2y^2$ , quina de les frases següents és certa?



A) En la gràfica no hi ha cap punt del quadrant IV.

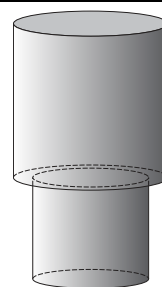
B) En la gràfica no hi ha cap punt del quadrant III.

C) En la gràfica no hi ha cap punt del quadrant II.

D) En la gràfica no hi ha cap punt del quadrant I.

E) En la gràfica hi ha punts de tots quatre quadrants.

17. La figura mostra un dipòsit format per dos cilindres. El superior té radi 20 cm i altura 60 cm, i l'inferior té radi 15 cm i altura 40 cm. Comencem a omplir el dipòsit amb aigua de manera contínua i uniforme. Al cap de 3 minuts el nivell de l'aigua arriba a una altura de 5 cm. Quant de temps tardarà a omplir-se totalment el dipòsit?

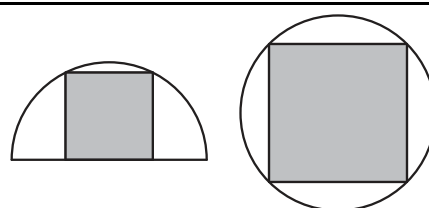


A) 47 min      B) 48 min      C) 52 min      D) 76 min      E) 88 min

18. Quin és el residu més gran que es pot obtenir quan dividim un nombre més petit que 1000 per la suma de les seves xifres?

A) 22      B) 23      C) 24      D) 25      E) 26

19. Un joier fa dos tipus de medallons. Un té una placa quadrada d'or inserida en un semicercle, l'altre té també una placa quadrada d'or del mateix gruix, inserida en un cercle del mateix radi. La placa d'or del semicercle pesa 2 grams. Quants grams pesa l'altra placa d'or?



A) 6 g      B) 5 g      C) 4 g      D) 3 g      E) 2 g

20. Calculeu quantes solucions  $(x, y)$ , amb  $x$  i  $y$  nombres enters positius, té l'equació

$$x! \cdot 7! = (x + y)!$$

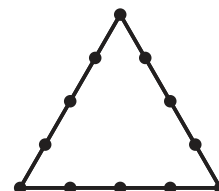
A) Una      B) Dues      C) Més de dues, però en nombre finit      D) Infinites      E) Cap

## Qüestions de 5 punts:

21. Quants triangles hi ha que tinguin les longituds dels costats tres nombres enters més petits o iguals que 6?

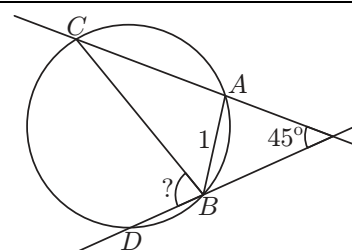
A) 12      B) 18      C) 42      D) 30      E) 34

22. Quants triangles es poden dibuixar amb els vèrtexs en els punts del triangle de la figura?



A) 73      B) 75      C) 190      D) 192      E) 220

23. Les línies rectes que contenen les cordes  $AC$  i  $BD$  d'una circumferència de radi 1 formen un angle de  $45^\circ$  i la corda  $AB$  té longitud 1. Quant fa l'angle  $\widehat{CBD}$ ?



A)  $55^\circ$       B)  $75^\circ$       C)  $85^\circ$       D)  $60^\circ$       E)  $80^\circ$

24. Quantes solucions reals té l'equació  $\sin(2\pi x) = \frac{x}{2016}$ ?

A) 2016      B) 4032      C) 4031      D) 8064      E) 8063

25. Quants nombres primers  $p$  hi ha de manera que  $p^2 + 2$  també és un nombre primer?
- A) 0                      B) 1                      C) 3                      D) 5                      E) Infinit

26. Una funció definida en el conjunt de nombres reals positius compleix les dues condicions següents:

$$\begin{cases} yf(xy) = f(x) & \text{per a tot } x, y \text{ enters i positius.} \\ f(32) = 63 \end{cases}$$

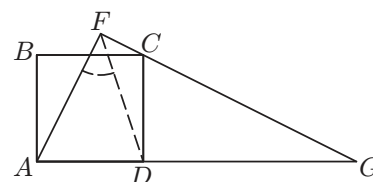
Quant és  $f(24)$  ?

- A)  $\frac{189}{4}$                       B) 63                      C) 126                      D) 84                      E) 32
27. En un bloc de deu pisos, hem de pintar cada planta en blau o en groc, però dues plantes consecutives no es poden pintar de blau. De quantes maneres diferents podríem pintar el bloc de pisos?
- A) 126                      B) 132                      C) 140                      D) 144                      E) 252

28. Està estudiat que, si la despesa anual de petroli es manté constant, les reserves s'esgotaran d'aquí a cinquanta anys. A la vista d'això, es proposarà un acord internacional perquè tots els països, cada any, redueixin la despesa en un percentatge fix respecte a l'any anterior. Quin és el mínim percentatge de reducció que permetria que les reserves de petroli no s'arribessin a esgotar mai?

- A) 1 %      B) 2 %      C) 10 %      D) 50 %      E) Les reserves s'esgotaran de totes maneres.

29. En la figura, el triangle  $\triangle AFG$  és rectangle en el vèrtex  $F$  i  $ABCD$  és un quadrat. Quant fa l'angle  $AFD$  ?



- A)  $30^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $36^\circ$       D)  $54^\circ$       E) Depèn de la posició del punt  $G$ .

30. El 1955, l'edat d'un matemàtic famós era igual a la suma de les xifres del seu any de naixement. Quina és la suma de les xifres de l'any en què aquest matemàtic feia 50 anys?

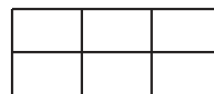
- A) 24                      B) 25                      C) 31                      D) 30                      E) 29





## Qüestions de 3 punts:

1. De quantes maneres es pot emplenar la taula amb les lletres de la paraula *SUDOKU* de manera que no hi hagi dues lletres *U* en una mateixa fila ni en una mateixa columna?



A) 12      B) 6      C) 144      D) 72      E) 48

2. Perquè  $2016n$  sigui un quadrat perfecte, quin és el valor més petit que pot tenir  $n$  ?

A) 14      B) 10      C) 7      D) 6      E) 2

3. Un cilindre s'ha construït amb dos cercles i un rectangle de paper. Cada una de les tres peces de paper té àrea  $\pi$ . Quina és l'altura del cilindre?

A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 15      D)  $\frac{1}{\pi}$       E)  $\pi^2$

4. Una bóta és plena de 30 litres de vi. Dilluns, el bodeguier en ven 6 litres, reomple la bóta amb aigua i ho barreja tot ben barrejat. Dimarts i dimecres fa el mateix, amb la qual cosa el vi cada cop està més aigualit. Quants litres d'aigua conté la bóta dijous al matí?

A) 6      B) 10,8      C) 14,64      D) 15,36      E) 18

5. Si  $x$  i  $y$  satisfan les equacions  $\frac{3}{x} - \frac{3}{y} = 1$  i  $y - x = 1$ , quant val  $(x + y)^2$  ?

A) 1      B) 2      C) 9      D) 13      E) 100

6. Una família ha pagat aquest mes un total de 200 € per la factura del gas i la factura de l'electricitat. El proper mes el preu del gas augmenta un 2 % i l'electricitat, un 4 %. Quants euros pagarà aquesta família el proper mes en total pel gas i l'electricitat, si consumeix el mateix que aquest mes?

A) 204 €      B) 206 €      C) 208 €      D) 260 €      E) No es pot saber sense més informació.

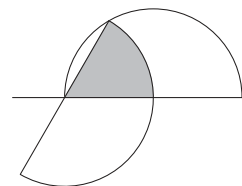
7. L'Albert va escriure una quantitat parella de nombres primers, tots diferents, i la suma d'aquests nombres era senar. En canvi, la Blanca va escriure una quantitat senar de nombres primers, també tots diferents, i la suma d'aquests nombres era un nombre parell. Per als respectius productes de tots els nombres de l'Albert i dels de la Blanca, quina de les afirmacions següents és certa?

A) El de l'Albert és un nombre parell i el de la Blanca és un nombre senar.  
B) El de l'Albert és un nombre senar i el de la Blanca és un nombre parell.  
C) Per a tots dos, els resultats són nombres senars.  
D) Per a tots dos, els resultats són nombres parells.  
E) No es pot dir res d'aquests productes.

8.  $ABCD$  és un quadrat. Quants quadrats hi ha que no siguin el mateix  $ABCD$ , que estiguin en el mateix pla que  $ABCD$  i que tinguin, com a mínim, dos vèrtexs en comú amb  $ABCD$  ?

A) 4      B) 5      C) 6      D) 8      E) 12

9. Els dos semicercles de la figura tenen radi 1. Quina és l'àrea del sector circular ombrejat?



A)  $\frac{\pi}{6}$       B)  $\frac{\pi}{4}$       C)  $\frac{1}{6}$       D)  $\frac{1}{8}$       E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. Si anomenem  $a$  i  $b$  les solucions reals de l'equació

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

quin és el valor de  $a^3 + b^3$ ?

- A) 12                      B) 16                      C) 18                      D) 14                      E) 24

---

### Qüestions de 4 punts:

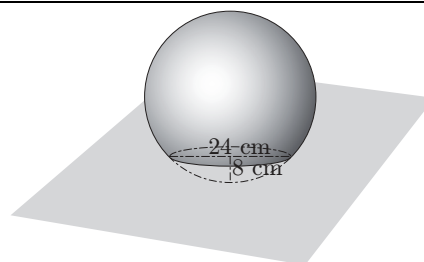
11. Quin és el residu més gran que es pot obtenir quan dividim un nombre més petit que 1000 per la suma de les seves xifres?

- A) 22                      B) 23                      C) 24                      D) 25                      E) 26

12. Quant val el producte de tots els divisors positius de 2016 ?

- A)  $2016^{19}$                       B)  $2016^{18}$                       C)  $2016^{17}$                       D)  $2016^{16}$                       E)  $2016^{15}$

13. Una pilota que estava flotant en un estany ha quedat enganxada quan aquest s'ha glaçat. En treure-la, ha quedat un clot en el gel de 24 cm de diàmetre i 8 cm de fondària. Quin era el radi de la pilota?

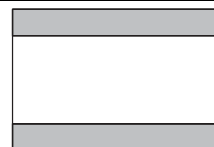


- A) 13                      B) 8                      C)  $8\sqrt{3}$                       D)  $6\sqrt{6}$                       E) 12

14.  $A$  és el nombre enter positiu més petit amb la propietat següent:  $10A$  és un quadrat perfecte i  $6A$  és un cub perfecte. Quants divisors positius té  $A$  ?

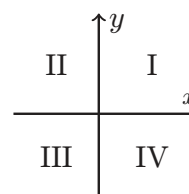
- A) 30                      B) 40                      C) 54                      D) 72                      E) 96

15. Tenim una fotografia en la qual les longituds dels costats estan en la relació 3:2. Volem retallar dos rectangles iguals, un a dalt i l'altre a baix, tal com mostra la figura, de manera que la relació entre els costats quedi 12:5. Quin percentatge de la fotografia original hem de retallar?



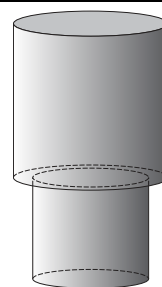
- A) Un 56,25 %    B) Un 37,5 %    C) Un 33,3 %    D) Un 18,75 %    E) Un 48 %

16. En la figura hi ha indicats els quatre quadrants cartesianes. Considerem que cap d'ells no inclou els eixos de coordenades. Per a la gràfica del conjunt de punts solució de l'equació  $x^3 + y^3 = x^2y^2$ , quina de les frases següents és certa?



- A) En la gràfica hi ha punts de tots quatre quadrants.  
B) En la gràfica no hi ha cap punt del quadrant I.  
C) En la gràfica no hi ha cap punt del quadrant II.  
D) En la gràfica no hi ha cap punt del quadrant III.  
E) En la gràfica no hi ha cap punt del quadrant IV.

17. La figura mostra un dipòsit format per dos cilindres. El superior té radi 20 cm i altura 60 cm, i l'inferior té radi 15 cm i altura 40 cm. Comencem a omplir el dipòsit amb aigua de manera contínua i uniforme. Al cap de 3 minuts el nivell de l'aigua arriba a una altura de 5 cm. Quant de temps tardarà a omplir-se totalment el dipòsit?

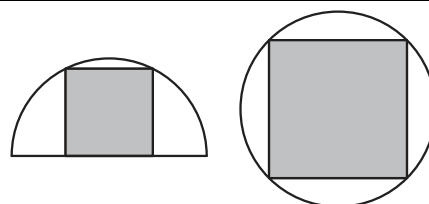


A) 47 min      B) 52 min      C) 88 min      D) 48 min      E) 76 min

18. Quina és la probabilitat que, quan tirem dos daus, el producte dels punts que han sortit siguin més petit que la suma d'aquests punts?

A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{6}$       D)  $\frac{5}{18}$       E)  $\frac{11}{36}$

19. Un joier fa dos tipus de medallons. Un té una placa quadrada d'or inserida en un semicercle, l'altre té també una placa quadrada d'or del mateix gruix, inserida en un cercle del mateix radi. La placa d'or del semicercle pesa 2 grams. Quants grams pesa l'altra placa d'or?



A) 2 g      B) 4 g      C) 6 g      D) 3 g      E) 5 g

20. Calculeu quantes solucions  $(x, y)$ , amb  $x$  i  $y$  nombres enters positius, té l'equació

$$x! \cdot 7! = (x + y)!$$

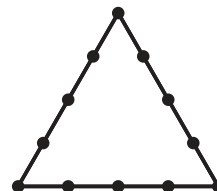
A) Més de dues, però en nombre finit      B) Infinites      C) Cap      D) Una      E) Dues

## Qüestions de 5 punts:

21. En un bloc de deu pisos, hem de pintar cada planta en blau o en groc, però dues plantes consecutives no es poden pintar de blau. De quantes maneres diferents podríem pintar el bloc de pisos?

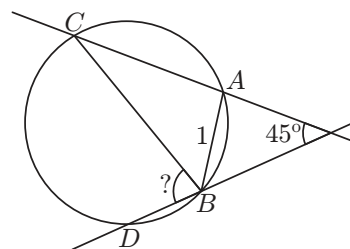
A) 126      B) 132      C) 140      D) 144      E) 252

22. Quants triangles es poden dibuixar amb els vèrtexs en els punts del triangle de la figura?



A) 190      B) 192      C) 220      D) 73      E) 75

23. Les línies rectes que contenen les cordes  $AC$  i  $BD$  d'una circumferència de radi 1 formen un angle de  $45^\circ$  i la corda  $AB$  té longitud 1. Quant fa l'angle  $CBD$ ?



A)  $80^\circ$       B)  $60^\circ$       C)  $85^\circ$       D)  $75^\circ$       E)  $55^\circ$

24. Quants nombres primers  $p$  hi ha de manera que  $p^2 + 2$  també és un nombre primer?

A) 0      B) 1      C) 3      D) 5      E) Infinites

25. Una funció definida en el conjunt de nombres reals positius compleix les dues condicions següents:

$$\begin{cases} yf(xy) = f(x) & \text{per a tot } x, y \text{ enters i positius.} \\ f(32) = 63 \end{cases}$$

Quant és  $f(24)$  ?

- A)  $\frac{189}{4}$       B) 63      C) 126      D) 84      E) 32

26. Quants triangles hi ha que tinguin les longituds dels costats tres nombres enters més petits o iguals que 6?

- A) 12      B) 18      C) 42      D) 30      E) 34

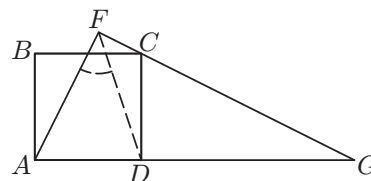
27. Està estudiat que, si la despesa anual de petroli es manté constant, les reserves s'esgotaran d'aquí a cinquanta anys. A la vista d'això, es proposarà un acord internacional perquè tots els països, cada any, redueixin la despesa en un percentatge fix respecte a l'any anterior. Quin és el mínim percentatge de reducció que permetria que les reserves de petroli no s'arribessin a esgotar mai?

- A) 1 %      B) 2 %      C) 10 %      D) 50 %      E) Les reserves s'esgotaran de totes maneres.

28. Quantes solucions reals té l'equació  $\sin(2\pi x) = \frac{x}{2016}$  ?

- A) 2016      B) 4032      C) 4031      D) 8064      E) 8063

29. En la figura, el triangle  $\triangle AFG$  és rectangle en el vèrtex  $F$  i  $ABCD$  és un quadrat. Quant fa l'angle  $\widehat{AFD}$  ?



- A) Depèn de la posició del punt  $G$ .      B)  $30^\circ$       C)  $36^\circ$       D)  $45^\circ$       E)  $54^\circ$

30. El 1955, l'edat d'un matemàtic famós era igual a la suma de les xifres del seu any de naixement. Quina és la suma de les xifres de l'any en què aquest matemàtic feia 50 anys?

- A) 31      B) 30      C) 29      D) 25      E) 24

