

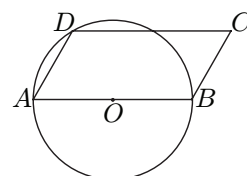
Qüestions de 3 punts:

1. En un pas zebra hi ha franges blanques i negres, totes d'amplada 60 cm. En una carretera, el pas comença i acaba amb una franja blanca. Este pas té 9 franges blanques. Quina és l'amplada de la carretera?

A) 11,4 m      B) 10,8 m      C) 10,2 m      D) 5,4 m      E) Un altre valor

2. Els angles aguts del paral·lelogram  $ABCD$  de la figura fan  $60^\circ$ . El radi del cercle que passa per  $A$ ,  $B$  i  $D$  és  $OA = 3$  cm. Quina és l'àrea del paral·lelogram en  $\text{cm}^2$ ?

A)  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$       B)  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$       C)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$       D)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$       E)  $9\sqrt{3}$

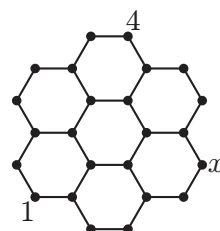


3. Donades les expressions  $S_1 = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5$ ,  $S_2 = 2^2 + 3^2 + 4^2$  i  $S_3 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4$ , quina de les relacions següents és certa?

A)  $S_3 < S_2 < S_1$       B)  $S_2 = S_2 < S_3$       C)  $S_1 < S_2 < S_3$       D)  $S_2 < S_1 < S_3$       E)  $S_1 < S_2 = S_3$

4. En la figura de la dreta s'ha de col·locar un nombre en cadascun dels punts  $\bullet$ , de manera que la suma dels nombres que es troben en els extrems de cada segment siga la mateixa. Ja hi ha col·locats dos d'aquests nombres. Quin valor tindrà  $x$ ?

A)  $-1$       B)  $2$       C)  $1$       D)  $-3$       E)  $4$



5. Si dividim  $3^{2011} + 203$  per  $3^{2010} - 603$ , quin n'és el residu?

A) 2009      B) 2010      C) 2011      D) 2012      E) Cap de les respostes anteriors no és vàlida.

6. Un mosaic rectangular d'àrea  $960 \text{ cm}^2$  s'ha fet amb peces quadrades, totes de la mateixa mida. El mosaic fa 40 cm de llargada per 6 peces d'amplada. Quina és l'àrea de cada peça en  $\text{cm}^2$ ?

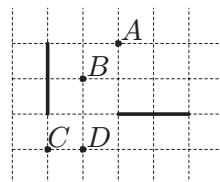
A) 1      B) 4      C) 9      D) 16      E) 25

7. Considerem els nombres enters compresos entre 1000 i 9999 que es poden escriure utilitzant totes les xifres del número 2011, és a dir, utilitzant un 0, dos 1 i un 2. Si els ordenem en ordre decreixent, quina és la diferència entre el primer i el darrer nombre de la llista?

A) 999      B) 1008      C) 1080      D) 1089      E) 1098

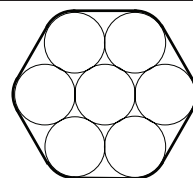
8. Cadascun dels dos segments del dibuix s'ha obtingut a partir de l'altre mitjançant una rotació. Quins dels punts indicats poden ser el centre d'aquesta rotació?

A) Només A      B) Només D      C) A i D      D) A i C      E) A, B, C i D

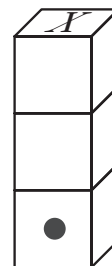


9. La imatge mostra 7 monedes de radi 1 que s'han col·locat tangents les unes amb les altres. Hem posat un cordó que envolta les monedes. Quina és la longitud d'este cordó?

A)  $6 + 2\pi$       B)  $6 + 4\pi$       C) 12      D)  $12 + \pi$       E)  $12 + 2\pi$



10. La figura mostre tres daus convencionals, un damunt l'altre. Un dau convencional té la propietat que els nombres de punts de dues cares oposades sumen 7. En la figura, la suma dels punts de qualsevol palrell de cares que es toquen és 5. Quants punts hi ha en la cara de dalt de tot, marcada amb una  $X$ ?



- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) No es pot saber.

## Qüestions de 4 punts:

11. En la nostra classe hi ha 7 alumnes del poble  $A$ , 6 del poble  $B$ , 5 del poble  $C$ , 4 del poble  $D$ , 3 del poble  $E$ , 2 del poble  $F$  i la nostra professora és del poble  $G$ . La setmana passada l'escola va fer una excursió. La nostra classe va anar amb dos autobusos, tots dos amb el mateix nombre de persones. Sabem que totes les persones del mateix poble anaven en el mateix autobús i que l'autobús número 1 va recollir les persones del poble  $A$  i de tres pobles més. Quina de les afirmacions següents és la correcta?

- A) La professora anava en l'autobús 2.  
 B) Les persones dels pobles  $B$  i  $C$  anaven en el mateix autobús.  
 C) Les persones dels pobles  $B$  i  $F$  anaven en el mateix autobús.  
 D) Les persones del poble  $D$  anaven en l'autobús 2.  
 E) Les persones dels pobles  $D$  i  $F$  no anaven en el mateix autobús.

12. Tres esportistes, Isabel, Agnès i Joana, van participar en una cursa. Just després de l'eixida, Isabel anava primera, Agnès segona i Joana tercera. Durant la cursa, Isabel i Agnès es van avançar l'una a l'altra 9 vegades, Agnès i Joana 10 vegades, i Isabel i Joana 11 vegades. En quin ordre van arribar a la meta?

- A) Isabel, Agnès, Joana  
 B) Joana, Agnès, Isabel  
 C) Joana, Isabel, Agnès  
 D) Agnès, Joana, Isabel  
 E) Agnès, Isabel, Joana

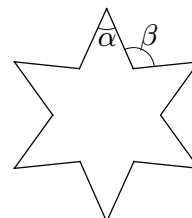
13. Suposem que  $x$  compleix que  $8^x + 8^x + 8^x + 8^x = 2^{2011}$ . Quin és el valor de  $x$ ?

- A)  $\frac{2011}{9}$       B)  $\frac{2009}{3}$       C)  $\frac{2011}{6}$       D)  $\frac{2009}{9}$       E) Cap de les respostes anteriors no és vàlida.

14. Tenim dos cubs els costats dels quals mesuren  $a$  dm i  $a + 1$  dm respectivament. El cub gros és ple d'aigua i el menut és buit. Aboquem aigua del cub gros al cub menut fins que aquest s'ompli, i queden 271 litres en el cub gros. Quants litres d'aigua hem abocat al cub menut?

- A) 243      B) 512      C) 125      D) 1331      E) 729

15. Lluïsa ha dibuixat una estrella regular de 6 puntes, en la qual l'angle exterior ( $\beta$ ) és el doble de l'angle interior ( $\alpha$ ). Quant fa l'angle  $\alpha$ ?



- A)  $50^\circ$       B)  $52,5^\circ$       C)  $57,5^\circ$       D)  $60^\circ$       E)  $62,5^\circ$

16. Els quadrats d'aquest enreixat  $4 \times 4$  es pinten de blanc o de negre. Els números que hi ha a la dreta de cada fila i sota de cada columna de l'enreixat indiquen el nombre de quadrats de color negre que hi ha a la respectiva fila o columna. De quantes maneres es pot pintar un enreixat d'esta forma?

- A) 9      B) 5      C) 3      D) 1      E) 0

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   | 2 |
|   |   |   |   | 0 |
|   |   |   |   | 1 |
|   |   |   |   | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 1 |   |

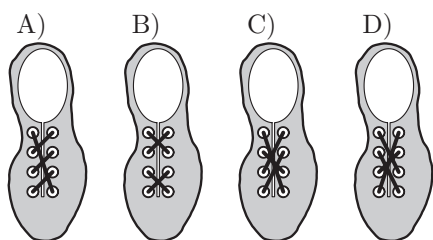
17. Quin és el nombre màxim de nombres enters consecutius de 4 xifres que tenen, com a mínim, una xifra parella?

- A) 110                      B) 1110                      C) 1111                      D) 2211                      E) 221

18. Joana té un dau amb una cara marcada amb un 5, dues cares marcades amb un 4 i tres cares marcades amb un 1. Joan té un altre dau igual que el de Joana. Si Joana i Joan tiren els dos daus simultàniament i sumen els punts, quina és la probabilitat del resultat que té una probabilitat més gran de sortir?

- A)  $\frac{2}{3}$                       B)  $\frac{1}{3}$                       C)  $\frac{1}{4}$                       D)  $\frac{4}{9}$                       E)  $\frac{2}{9}$

19. Una sabata de cordons té quatre parells de forats per passar-hi el cordó. Un cap del cordó entra pel forat de dalt a l'esquerra i l'altre cap surt pel forat de dalt a la dreta. Per anar passant el cordó, anem en cada pas de dreta a esquerra i d'esquerra a dreta, passant una sola volta per cada forat i passant per tots els forats. La vista exterior de la sabata és la de la figura de la dreta. Quina de les vistes següents no pot ser la del cordó en l'interior de la sabata?



E) Les quatre vistes anteriors són possibles.

20. En el costat  $AC$  d'un triangle isòsceles  $ABC$ , on els costats iguals són  $AB$  i  $AC$ , hem escollit un punt  $D$ , talment que  $BD = AC$  i l'angle  $ABD$  és de  $20^\circ$ . Quant fa l'angle  $ACB$ ?

- A)  $40^\circ$                       B)  $50^\circ$                       C)  $60^\circ$                       D)  $70^\circ$                       E)  $80^\circ$

## Qüestions de 5 punts:

21. L'àrea d'un triangle rectangle  $ABC$  és 54 i la longitud del catet  $AC$  és la mitjana aritmètica de les longituds de l'altre catet,  $AB$ , i la hipotenusa,  $BC$ . Quina és la longitud de l'altura sobre la hipotenusa?

- A)  $\frac{36}{5}$                       B)  $\frac{12}{5}$                       C)  $\frac{24}{5}$                       D)  $\frac{18}{5}$                       E)  $\frac{9}{5}$

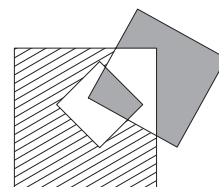
22. Diem que un número de cinc xifres  $\overline{abcde}$  és *interessant* si totes les seves xifres són diferents i, a més,  $a = b + c + d + e$ . Quants números interessants hi ha?

- A) 168                      B) 216                      C) 288                      D) 144                      E) 72

23. Els nombres  $x$  i  $y$  són, ambdós, més grans que 1. Quina de les fraccions següents té el valor més menut?

- A)  $\frac{2y+1}{2x}$                       B)  $\frac{2y-1}{2x}$                       C)  $\frac{3y+1}{3x}$                       D)  $\frac{y+1}{x}$                       E)  $\frac{y-1}{x}$

24. Dibuixem un quadrat de costat 3 cm dins d'un quadrat de costat 7 cm. A continuació dibuixem un altre quadrat de costat 5 cm que talla els dos primers quadrats, tal com es veu en la figura. Quina és la diferència entre l'àrea ratllada del quadrat gran i el total de la part grisa?

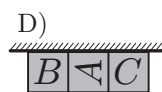
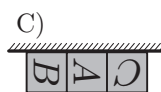
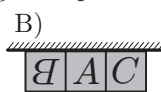
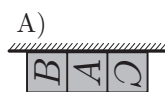
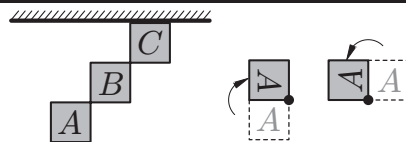


- A)  $10 \text{ cm}^2$     B)  $12 \text{ cm}^2$     C)  $15 \text{ cm}^2$     D) Són iguals.    E) No ho podem determinar sense més informació.

25. Quantes parelles ordenades  $(x, y)$  de nombres enters positius hi ha que complisquen que  $x^2 - y^2 = 105$ ?

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) 4

26. S'han portat tres caixes grosses a un magatzem i s'ha posat a terra com es mostra en la figura. Les caixes han de posar-se contra la paret en un cert ordre, però són tan pesants que només es poden girar  $90^\circ$  a l'entorn d'una de les seves cantonades (vegeu els exemples en la figura de la dreta). Quina de les col·locacions següents pot ser possible?



E) Les quatre figures són possibles.

27. Una nau espacial es va desplaçar de la Terra a un planeta molt distant descobert recentment. Quan havia recorregut exactament un quart del camí, va perdre el contacte per ràdio. Aleshores, la nau va viatjar  $2^{18}$  km sense comunicació i just en el moment en què va restablir el contacte, va rebre aquest missatge: «Encara heu de recórrer  $2^{19}$  km per a arribar al planeta». La distància en quilòmetres des de la Terra al planeta es pot expressar com a potència de 2. Quin és l'exponent d'esta potència?

A) 20

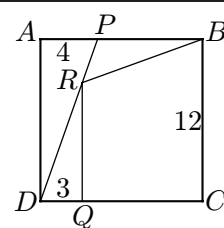
B) 21

C) 22

D) 24

E) 37

28. La figura mostra un quadrat  $ABCD$  de costat 12,  $P$  i  $Q$  són punts dels costats, talment que la distància  $AP$  és 4 i la distància  $DQ$  és 3.  $R$  és el punt del segment  $PD$  pel qual  $RQ$  és perpendicular a  $DC$ . Quina és la distància  $RB$ ?



A)  $3\sqrt{10}$

B)  $\sqrt{72}$

C)  $5 + \sqrt{12}$

D) 9

E)  $\frac{28}{3}$

29. L'àrea total d'un prisma rectangular recte (ortoeдре) és de  $22 \text{ cm}^2$  i la suma de les longituds de totes les arestes és 24 cm. Quina és, en cm, la longitud de la diagonal d'este ortoedre?

A)  $\sqrt{11}$

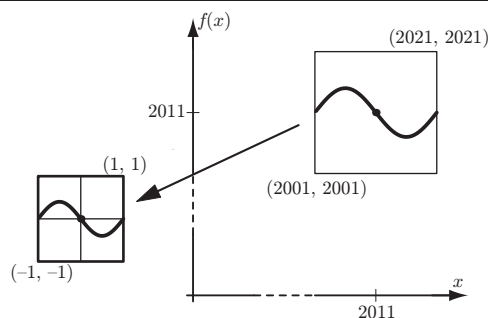
B)  $\sqrt{12}$

C)  $\sqrt{14}$

D) Falten dades per a poder-la calcular.

E) No queda unívocament determinada.

30. El Petit Cangur té una calculadora gràfica en què la pantalla mostre els eixos  $x$  i  $y$  entre  $-1$  i  $1$ . El Petit Cangur no vol esbrinar com es pot canviar això, però vol veure el gràfic d'una funció  $y = f(x)$ , que compleix que  $f(2011) = 2011$ . De fet, vol veure'n el gràfic a prop del punt  $(2011, 2011)$ , en una zona més ampla que la que cap a la pantalla, la que correspon a un quadrat de 20 unitats de costat centrat en aquest punt que, per tant, tindrà  $(2001, 2001)$  i  $(2021, 2021)$  com a vèrtexs oposats. Quina és la funció que haurà de representar el Petit Cangur per a aconseguir veure el que vol?



A)  $y = \frac{f(10x + 2011) + 2011}{10}$

B)  $y = \frac{f(10x + 2011) - 2011}{10}$

C)  $y = \frac{f\left(\frac{x}{10}\right) + 2011}{10}$

D)  $y = \frac{f\left(\frac{x}{10}\right) - 2011}{10}$

E) Això que vol fer el Petit Cangur no és possible.