

## Qüestions de 3 punts

1. Quantes solucions reals té l'equació  $x^2 = 2014x + 2015$ ?

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) Més de 3

2.  $ABCDEFV$  és una piràmide hexagonal regular. La base és l'hexàgon  $ABCDEF$ . Quantes arestes de la piràmide no tenen cap punt d'intersecció amb la línia  $AV$ ?

- A) Cap                      B) Una                      C) Dues                      D) Tres                      E) Quatre

3. Considerem quatre ortoedres (paralelepípedes rectangulars): **I**, que mesura  $1 \times 5 \times 6$ ; **II**, que mesura  $6 \times 6 \times 5$ ; **III**, que mesura  $6 \times 6 \times 4$ , i **IV**, que mesura  $4 \times 4 \times 6$ . Quins es poden construir emprant rajoles de mesures  $1 \times 2 \times 4$ ?

- A) Tots quatre                      B) Sols el **II**                      C) **II**, **III** i **IV**                      D) Sols el **IV**                      E) **III** i **IV**

4. Pere i el seu fill i Joan i el seu fill van a pescar. Pere pesca tants peixos com el seu fill. Joan pesca tres vegades el nombre de peixos del seu fill. Entre tots aconseguixen 35 peixos. Carles és el fill de Pere. Com es diu el fill de Joan?

- A) Cangur                      B) Joan                      C) Pere                      D) Carles                      E) No es pot saber.

5. Per a l'angle  $\alpha = 1^\circ$ , quins dels nombres següents és més gran que 1?

- A)  $\sin \alpha$                       B)  $\cos \alpha$                       C)  $\tan \alpha$                       D)  $\cot \alpha$                       E)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$

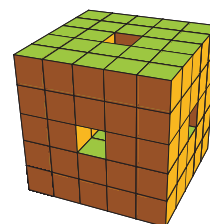
6. Considerem la funció  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida per

$$f(x) = ax^{2015} + bx - 1010,$$

en què  $a, b$  són nombres reals. Si  $f(-5) = 5$ , aleshores quin valor té  $f(5)$ ?

- A)  $-5$                       B)  $-2025$                       C)  $2015$                       D)  $5$                       E) Depén dels valors de  $a$  i de  $b$

7. Un cub de costat 5 és format per cubs de costat 1. Traiem tres fileres dels cubs petits com en la figura i submergim l'objecte resultant en pintura. Quants cubs queden només amb una cara pintada?

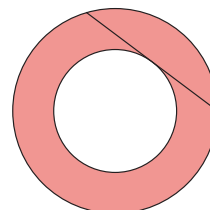


- A) 30                      B) 26                      C) 40                      D) 48                      E) 24

8.  $A$  és el nombre 11111...1111, format per 2015 xifres iguals a 1. Quina és la suma de les xifres del nombre que resulta de multiplicar  $A$  per 2015?

- A) 16000                      B) 16050                      C) 16200                      D)  $2015 \cdot 2015$                       E) 16120

9. La figura representa dos cercles concèntrics. La corda del cercle major mesura 10 cm de llarg i és tangent al cercle més petit. Quina és l'àrea de l'anell ombrat?



- A)  $25\pi \text{ cm}^2$                       B)  $50\pi \text{ cm}^2$                       C)  $75\pi \text{ cm}^2$                       D)  $100\pi \text{ cm}^2$   
E) No és possible determinar l'àrea sense informació addicional.

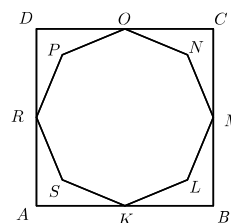
10. El nombre de revolucions,  $N$ , de la roda d'una bicicleta quan els pedals fan una volta és una funció del nombre de dents del plat,  $P$ , i del nombre de dents del pinyó,  $p$ . La fórmula és  $N = P/p$ . En un moment d'una cursa, Joaquim (àlies *Purito*) creu que ha d'accelerar i fa un canvi de plat i de pinyó alhora. Després de fer el canvi, per cada volta dels pedals, les rodes de la bicicleta fan el triple de revolucions que abans del canvi de marxa. Si sabem que en el canvi de plat el nombre de dents ha augmentat d'un 35%, quina és la variació de dents en el pinyó?
- A) Disminueix d'un 33,33%.      B) Disminueix d'un 45%.      C) Disminueix d'un 55 %.  
D) Augmenta d'un 33,33%.      E) Augmenta d'un 45 %.

## Qüestions de 4 punts

11. Barregem 4 dl d'un refresc que té el 77 % de suc de fruita amb 7 dl d'un altre refrec que només té el 44 % de suc de fruita. Quin és el percentatge de suc de fruita resultant?

A) 55 %      B) 56 %      C) 61,5 %      D) 65 %      E) 66 %

12. Els vèrtexs  $K$ ,  $M$ ,  $O$  i  $R$  de l'octògon  $KLMNOPRS$ , que té tots els costats de la mateixa longitud, són els punts mitjans dels costats del quadrat  $ABCD$ . Calcula l'àrea de l'octògon, si  $SP = NL = 4$  cm i l'àrea del quadrat  $ABCD = 36$  cm<sup>2</sup>.



A) 18 cm<sup>2</sup>      B) 20 cm<sup>2</sup>      C) 22 cm<sup>2</sup>      D) 24 cm<sup>2</sup>      E) 26 cm<sup>2</sup>

13. En l'estació espacial, un astronauta fa l'experiment següent: uneix dues esferes de mercuri en una sola esfera. Si cadascuna de les esferes menudes té una superfície de 2 mm<sup>2</sup>, quina és la superfície de la nova esfera?

A) 2 mm<sup>2</sup>      B) 2<sup>3/2</sup> mm<sup>2</sup>      C) 4 mm<sup>2</sup>      D) 2<sup>5/2</sup> mm<sup>2</sup>      E) 2<sup>5/3</sup> mm<sup>2</sup>

14. Maria, Toni i Joan s'han comprat tres daus normals, un per a cadascun d'ells. Observen que si els llancen a la vegada i sumen els punts dels tres daus, la puntuació més petita que poden obtenir és 3 i la més gran és 18. Quina és la probabilitat d'obtenir una puntuació de 6?

A)  $\frac{12}{10!}$       B)  $\frac{10}{6!}$       C)  $\frac{10}{6 \cdot 6 \cdot 6}$       D)  $\frac{12}{6^6}$       E)  $\frac{18}{6 \cdot 6 \cdot 6}$

15. Donats 5 nombres naturals, hi ha 10 possibilitats de sumar-los de dos en dos. Si els resultats de les 10 sumes són 22, 48, 50, 55, 57, 83, 89, 91, 117 i 124, quin és el segon nombre més gran dels cinc?

A) 45      B) 50      C) 53      D) 49      E) 75

16. Al punt  $(7, 2)$  se li aplica una rotació de centre l'origen de coordenades i amplitud 45° en el sentit antihorari. Després de la rotació, quines són les seves coordenades?

A)  $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{9\sqrt{2}}{2}\right)$       B)  $\left(\frac{9\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$       C)  $\left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}, -\frac{9\sqrt{2}}{2}\right)$       D)  $\left(-\frac{9\sqrt{2}}{2}, -\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$       E)  $\left(-\frac{9\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$

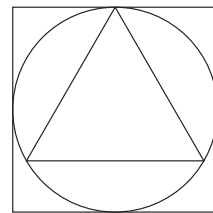
17. Vicent ha resolt d'immediat els 5 primers problemes dels 30 que es proposen en la prova Cangur; ho ha fet en només 5 minuts. Ara divideix els 70 minuts restants proporcionalment a la puntuació de cadascun dels problemes que li queden per resoldre. Quant de temps preveu dedicar a un problema de 4 punts?

A) 160 s      B) 187 s      C) 3 min      D) 140 s      E) 128 s

18. Supposem que  $f$  és un polinomi que compleix  $f(x^2 + 1) = x^4 + 4x^2$ . Determineu  $f(x^2 - 1)$ .

A)  $x^4 - 4x^2$       B)  $x^4$       C)  $x^4 + 4x^2 - 4$       D)  $x^4 - 4$       E) Una altra resposta

19. Si  $k$  és el resultat de dividir l'àrea del quadrat entre l'àrea del triangle equilàter de la figura, què podem assegurar que es compleix?



A)  $k < 2$     B)  $2 < k < 3$     C)  $3 < k < 4$     D)  $4 < k < 5$     E)  $5 < k$

20. Considerem l'expressió  $A - B \times C + D \times E$  i assignem a les lletres els valors següents:

$$A = 2015, \quad B = 2016, \quad C = 1, \quad D = 2, \quad E = 3$$

Si calculem l'expressió tal com està escrita o inserint un parèntesi d'obertura i un parèntesi de tancament de manera que l'expressió algebraica que apareix sigui correcta, quants valors numèrics diferents podem obtenir?

A) 10    B) 8    C) 6    D) 4    E) 1

## Qüestions de 5 punts

21. Els estudiants pregunten al professor de matemàtiques: «Quin aniversari fa vosté enguany?». Després de pensar-s'ho un instant (com tot bon matemàtic), el professor respon: «Quants enters positius més petits que 101 coneixeu que siguin divisibles pel quadrat d'un nombre natural més gran que 1? La resposta a aquesta pregunta us dirà la meua edat». Quants anys fa el professor?

A) 44    B) 42    C) 41    D) 40    E) 39

22. Un estudiant ha escrit  $14_b \cdot 25_b = 416_b$ . L'estudiant està calculant en base  $b$  i ha escrit l'expressió correctament. Quina és la base  $b$ ?

A) 7    B) 8    C) 9    D) 12    E) 14

23. Quina és la suma dels coeficients del polinomi  $W(x) = (-2x^4 + 6x^2 - 4)^{23}$ ?

A) 48    B)  $2^{23}$     C) -48    D)  $-2^{22}$     E) 0

24. Una successió està definida de la manera següent:

$$a_0 = 4, \quad a_1 = 10, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{a_{n-1}} \text{ per a } n \geq 1.$$

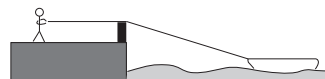
Digueu quin és el valor de  $a_{2015}$ .

A)  $5/2$     B)  $2/5$     C) 4    D)  $1/4$     E)  $1/10$

25. Una caixa té tiquets marcats amb els números  $1, 2, 3, \dots, 2015$ . Es treu un tiquet aleatòriament de la caixa. Es treu un segon tiquet, també aleatòriament, sense haver reemplaçat el primer. Quina és la probabilitat que el segon nombre sigui més gran que el primer, expressada en forma de percentatge?

A) Més del 50 %    B) El 50 %    C) Entre el 50 % i el 33,33 %  
D) El 33,33 %    E) Menys del 33,33 %

26. Una barca sura en un port i una persona fa servir una maroma prou llarga per a atraure la barca cap a la vora tal com mostra la figura. Quan la persona es desplaça un metre cap enrere, què podem dir sobre la distància que ha recorregut la barca?



A) És de menys d'un metre  
B) És exactament un metre  
C) És de més d'un metre  
D) Sense conèixer la longitud de la maroma no podem decidir entre A), B) i C)  
E) Sense conèixer l'altura de la persona respecte de la mar no podem decidir entre A), B) i C)

---

27. Quin és el valor de l'expressió

$$2015^2 - 2014^2 + 2013^2 - 2012^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2?$$

A)  $2016^2 + 1$

B)  $2016^2 - 1$

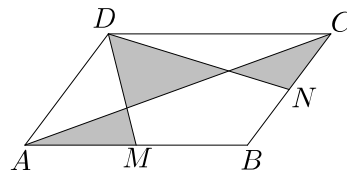
C)  $2016^2$

D) 2031120

E) 2000145

---

28. En el paral·lelogram  $ABCD$ , els punts  $M$  i  $N$  són els punts mitjans dels segments  $AB$  i  $BC$ . Si l'àrea del paral·lelogram és igual a 1, quina és l'àrea total de les parts ombrejades?



A)  $1/2$

B)  $1/3$

C)  $2/3$

D)  $3/4$

E)  $3/5$

---

29. En un torneig d'escacs participen 15 persones de quatre equips: A, B, C i D. Cada equip està format per almenys dues persones i el nombre de participants de cada equip és diferent. El nombre de participants de l'equip A i B junts és 7, mentre que els participants de l'equip A i D junts és 9. Quants membres formen l'equip C?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

---

30. Una mosca vola des de Borriana a Londres (passant per París) i això suposa una distància aproximada de 2500 km. La mosca comença amb una velocitat inicial  $v_0 = 1$  m/s però és una mosca màgica i dobla la seva velocitat cada metre recorregut. Doneu una estimació del temps aproximat que tardarà la mosca a acabar el viatge.

A) 2 anys

B) 2 mesos

C) 12 hores

D) 2 segons

E) La mosca no arribarà mai a Londres, ni tan sols a París.

---

