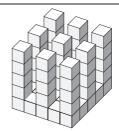
Qüestions de 3 punts:

1. D'un cub d'aresta 5 n'hem eliminat uns quants cubs petits d'aresta 1 i hem obtingut el cos que es veu a la figura, que consisteix en una base quadrada i columnes de la mateixa altura. Quants cubs petits hem eliminat?

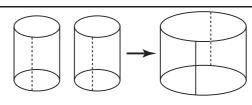


- A) 56
- B) 60
- C) 64
- D) 68
- E) 80
- 2. Avui és l'aniversari de l'Eva, de la Lluïsa i de la Mireia, i la suma de les seves edats és 44. Quina serà aquesta suma la propera vegada que sigui un nombre de dues xifres iguals?
 - A) 55
- B) 66
- C) 77
- D) 88
- E) 99

- **3.** Si $a^b = \frac{1}{2}$, quant val a^{-3b} ?
 - A) $\frac{1}{8}$
- B) 8
- C) -8
- D) 6
- E) $\frac{1}{6}$
- 4. Hem repartit un total de 48 pilotes entre tres cistelles de diferents mides. La cistella més menuda i la més gran contenen, entre les dues, el doble que el nombre de pilotes contingudes en la mitjana. La cistella més menuda conté la meitat de la quantitat de pilotes contingudes en la mitjana. Quantes pilotes conté la cistella més gran?
 - A) 16
- B) 20
- C) 24
- D) 30
- E) 32
- **5.** El nombre 2014 té les quatre xifres diferents i la darrera xifra (el 4) és més gran que la suma de les altres tres xifres. Quants anys fa que això va succeir per última vegada?
 - A) 5
- B) 215
- C) 305
- D) 395
- E) 485

- **6.** Quina de les expressions següents no té b+1 com a factor?
 - A) 2b + 2
- B) $b^2 1$
- C) $b^2 + b$
- D) -1 b
- E) $b^2 + 1$

- 7. Quantes xifres té el resultat de la multiplicació $(2^{22})^5 \cdot (5^{55})^2$?
 - A) 22
- B) 55
- C) 77
- D) 110
- E) 111
- 8. El nostre amic Ausiàs té un compte de correu secret conegut només per quatre dels seus amics. Avui ha rebut vuit correus en este compte. Quina de les afirmacions següents és certa sense cap mena de dubte?
 - A) Ausiàs ha rebut dos correus de cadascun dels seus amics.
 - B) Ausiàs no ha pogut rebre els vuit correus de només un dels seus amics.
 - C) Ausiàs ha rebut almenys un correu de cadascun dels seus amics.
 - D) Ausiàs ha rebut almenys dos correus d'un dels seus amics.
 - E) Ausiàs ha rebut almenys dos correus de dos amics diferents.
- 9. Es tallen dos cilindres idèntics per la línia puntejada i s'enganxen junts per tal de formar un cilindre més gran (vegeu la figura). Quin és el resultat de dividir el volum del cilindre gran entre el volum d'un dels cilindres petits?



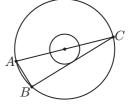
- A) 2
- B) 3
- C) π
- D) 4

- A) 2^{2011}
- B) 2^{2012}
- C) 2^{2013}
- D) 1

E) 2

Qüestions de 4 punts:

- 11. Tenim una caixa de cares rectangulars de dimensions $a \times b \times c$, amb a < b < c. Si augmentem una de les dimensions, a, b o c, el volum de la caixa augmenta. En quin dels casos augmenta més el volum de la caixa?
 - A) Quan s'augmenta a.
 - B) Quan s'augmenta b.
 - C) Quan s'augmenta c.
 - D) L'augment és el mateix en els tres casos A), B) o C).
 - E) Depèn dels valors de a, b i c.
- 12. En un partit de futbol, l'equip guanyador obté 3 punts, el perdedor obté 0 punts, i en cas d'empat, cada equip obté 1 punt. Quatre equips, A, B, C i D, prenen part en un torneig de futbol. Cada equip juga tres partits: un contra cadascun dels altres equips. En finalitzar el torneig l'equip A té 7 punts i els equips B i C tenen 4 punts cadascun. Quants punts té l'equip D?
 - A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4
- 13. Els radis de dues circumferències concèntriques estan en proporció 1 : 3. El segment AC és el diàmetre de la circumferència gran, BC és una corda de la circumferència gran que és tangent a la circumferència petita, i la longitud de AB és 12. Quin és el radi de la circumferència gran?



- A) 13
- B) 18
- C) 21
- D) 24
- E) 26
- 14. Quantes ternes de nombres enters (a, b, c) amb a > b > c > 1 compleixen la condició $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{b}$
 - A) Cap
- B) Una
- C) Dues
- D) Tres
- E) Infinites
- 15. a, b i c són nombres diferents de zero i n és un nombre enter i positiu. Sabem que els nombres

$$(-2)^{2n+3}a^{2n+2}b^{2n-1}c^{3n+2}$$

$$(-2)^{2n+3}a^{2n+2}b^{2n-1}c^{3n+2}$$
 i $(-3)^{2n+2}a^{4n+1}b^{2n+5}c^{3n-4}$

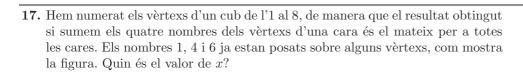
tenen el mateix signe. Quina de les afirmacions següents és necessàriament certa?

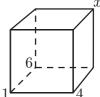
- A) a > 0
- B) b > 0
- C) c > 0
- D) a < 0
- E) b < 0

16. El formatge fresc es compon d'una part de matèria seca i d'una part d'aigua. En l'etiqueta d'un cert formatge hi veiem les dades de la dreta. Quin és el tant per cent d'aigua en aquest formatge?

Percentatge de greix en el total:	24%
Percentatge de greix en la matèria seca:	64%

- A) 88%
- B) 62,5%
- C) 49%
- D) 42%
- E) 32,5%





A) 2

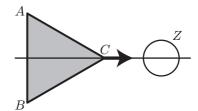
B) 3

C) 5

D) 7

E) 8

18. El triangle equilàter ABC es mou a una velocitat d'1 cm/s d'esquerra a dreta. El cercle Z no es mou. L'altura del triangle mesura 5 cm i el radi del cercle fa 1 cm. Durant quants segons el triangle cobreix completament el cercle?



A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

19. PQRS és un rectangle i T és el punt mitjà del costat RS. El segment QT és perpendicular a la diagonal PR. Quina és la raó PQ/QR?

A) 2:1

B) $\sqrt{3}:1$

C) 3:2

D) $\sqrt{2}:1$

E) 5:4

20. La funció f(x) = ax + b compleix les igualtats f(f(f(1))) = 29 i f(f(f(0))) = 2. Quant val a?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

Qüestions de 5 punts:

21. Tenim 10 nombres enters i positius diferents, de manera que exactament 5 d'ells són divisibles per 5 i exactament 7 d'ells són divisibles per 7. Si M és el més gran d'aquests 10 nombres, quin és el valor mínim que pot tenir M?

A) 105

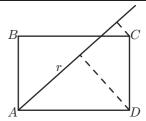
B) 77

C) 75

D) 63

E) Cap del anteriors

22. La recta r passa pel vèrtex A d'un rectangle ABCD. La distància des del punt C a la recta r és 2, i la distància des del punt D a la recta r és 6. Si la longitud del costat AD és el doble que la del costat AB, quina és la longitud de AD?



A) 10

B) 12

C) 14

D) 16

E) $4\sqrt{3}$

23. Tenim 9 cangurs d'una raça especial: es diuen macrocangus i poden ser de color daurat o de color platejat. Quan 3 macrocangus es troben a l'atzar, hi ha dues possibilitats de tres que cap d'ells no sigui platejat. Quants macrocangus daurats hi ha?

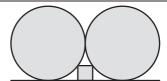
A) 1

B) 3

D) 6

E) 8

24. Un quadrat s'ajusta perfectament entre la línia horitzontal i els dos cercles tangents de radi 1. Quina és la longitud del seu costat?



A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{3}{5}$

E) $\frac{1}{2}$

25. a, b, c i d són nombres enters positius diferents que compleixen que $a + b, a + c$ i $a + d$ són nombres						
senars quadrats perfectes. Quin és el valor més petit possible de $a+b+c+d$?						
A) 66	B) 67	C) 79	D) 81	E) 87		
26. Dos polígons regulars de costat 1 comparteixen un costat AB , i ni els costats ni la superfície d'aquests						

polígons no tenen cap altre punt en comú. Un dels polígons ABCD...té 15 costats i l'altre, $\dots YZBA$, en té n. Quin valor de n fa que la distància CZ sigui 1?

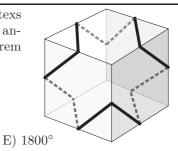
A) 10 B) 12 E) 18

27. Les igualtats $k = (2014 + m)^{1/n} = 1024^{1/n} + 1$ es consideren per a valors enters i positius de k, m i n. Quants valors diferents pot prendre el nombre m?

C) 2 A) Cap B) 1 D) 3 E) Un nombre infinit de valors

28. El diagrama següent mostra una línia poligonal tancada que té per vèrtexs els punts mitjans de les arestes d'un cub. Per cada vèrtex, entre els dos angles que fan els dos segments de la poligonal que hi conflueixen, considerem només l'angle més petit que 180°. Quant sumen tots aquests angles?

C) 1200°



29. La funció $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ satisfà aquestes condicions:

B) 1080°

$$f(4) = 6$$
 i $x \cdot f(x) = (x-3) \cdot f(x+1)$

Quin és el valor de $f(4) \cdot f(7) \cdot f(10) \cdot \ldots \cdot f(2011) \cdot f(2014)$?

A) 2013

B) 2014

C) 2013 · 2014

D) 1440°

D) 2013!

E) 2014!

30. En un bosc d'una illa màgica, hi viuen tres classes d'animals: lleons, llops i cabres. Els llops només poden menjar cabres, i els lleons poden menjar o bé llops o bé cabres. No obstant això, com que l'illa és màgica, si un llop es menja una cabra, es converteix en un lleó; si un lleó es menja una cabra, es converteix en un llop, i si un lleó es menja un llop, es converteix en una cabra. En un principi a l'illa hi havia 17 cabres, 55 llops i 6 lleons. Quina és la quantitat més gran possible d'animals que poden quedar a l'illa, de manera que cap dels animals ja no es pugui menjar cap altre animal?

A) 1

A) 720°

B) 6

C) 17

D) 23

E) 35