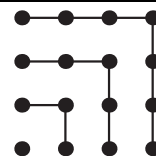

Qüestions de 3 punts:

1. A la figura següent observem que $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \times 4$. Quin és el valor de $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 17$?



- A) 14×14 B) 9×9 C) $4 \times 4 \times 4$ D) 16×16 E) 4×9

2. Si les dues files tenen la mateixa suma, quin és el valor de * ?

| | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 2010 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | * |

- A) 1010 B) 1020 C) 1910 D) 1990 E) 2020

3. Tenim dos recipients cúbics sense tapa. Un té l'àrea de la base igual a 1 dm^2 i l'altre la té de 4 dm^2 . Volem omplir d'aigua el cub gros i la portarem d'una font amb el cub petit. Quantes vegades haurem d'anar a la font?

- A) 2 vegades B) 4 vegades C) 6 vegades D) 8 vegades E) 16 vegades

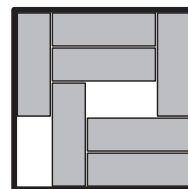
4. Quants nombres de quatre xifres, totes elles imparelles, són divisibles per 5?

- A) 900 B) 625 C) 250 D) 125 E) 100

5. El director d'una empresa digué: “*Cadascun dels nostres treballadors té, com a mínim, 25 anys*”. Després, s'adonà que anava errat. Això vol dir que:

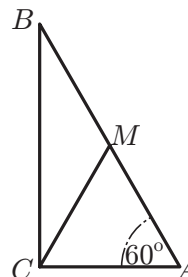
- A) Tots els treballadors de l'empresa tenen 25 anys exactament
 B) Tots els treballadors de l'empresa tenen més de 26 anys
 C) Cap dels seus treballadors no té 25 anys encara
 D) Algun treballador de l'empresa té menys de 25 anys
 E) Algun treballador de l'empresa té exactament 26 anys.

6. Hi ha set barres de $3 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ dins d'una caixa de $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$. És possible fer lliscar les barres dins de la caixa de manera que hi puguem posar una barra més? Si es pot, quantes barres s'han de fer lliscar com a mínim?



- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) És impossible.

7. El triangle $\triangle ABC$ és rectangle, M és el punt mitjà de la hipotenusa i l'angle $\hat{A} = 60^\circ$. Quina és la mesura de l'angle BMC ?



- A) 105° B) 108° C) 110° D) 120° E) 125°
-

8. Quin dels nombres següents pot representar el nombre d'arestes d'un prisma?

- A) 100 B) 200 C) 2008 D) 2009 E) 2010

9. Quants nombres \overline{xy} de dues xifres, x i y , compleixen que $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 0$?

- A) 1 B) 2 C) 6 D) 32 E) Cap

10. En una bossa hi ha boles de tres colors: blau, verd i roig, i sabem que n'hi ha com a mínim una de cada color. Sabem que si, amb els ulls tapats, traiem cinc boles de la bossa triades a l'atzar podem assegurar que sempre hi haurà, com a mínim, dues boles roges i que també sempre hi haurà, com a mínim, tres boles del mateix color. Quantes boles blaves hi ha a la bossa?

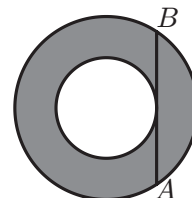
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Falta informació per a poder-ho decidir amb seguretat.

Qüestions de 4 punts:

11. Els tres nombres $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{7}$ i $\sqrt[9]{7}$ són termes consecutius d'una progressió geomètrica. Aleshores, el següent terme de la progressió és:

- A) $\sqrt[9]{7}$ B) $\sqrt[12]{7}$ C) $\sqrt[5]{7}$ D) $\sqrt[10]{7}$ E) 1

12. La corda AB és tangent al més menut dels cercles concèntrics. Si $AB = 16$, quina és l'àrea de la regió ombrejada?

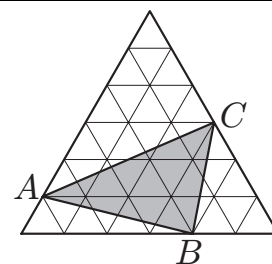


- A) 32π B) 63π C) 64π D) $32\pi^2$ E) Depèn dels radis dels cercles.

13. Els nombres enters x i y compleixen $2x = 5y$. Només un dels nombres següents pot ser el valor de $x + y$. Quin és?

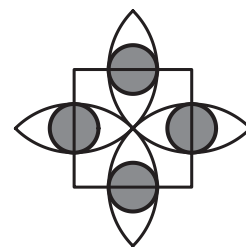
- A) 2011 B) 2010 C) 2009 D) 2008 E) 2007

14. El triangle equilàter més gran consta de 36 triangles equilàters més menuts amb una àrea d'1 cm² cadascun. Trobeu l'àrea del triangle $\triangle ABC$.



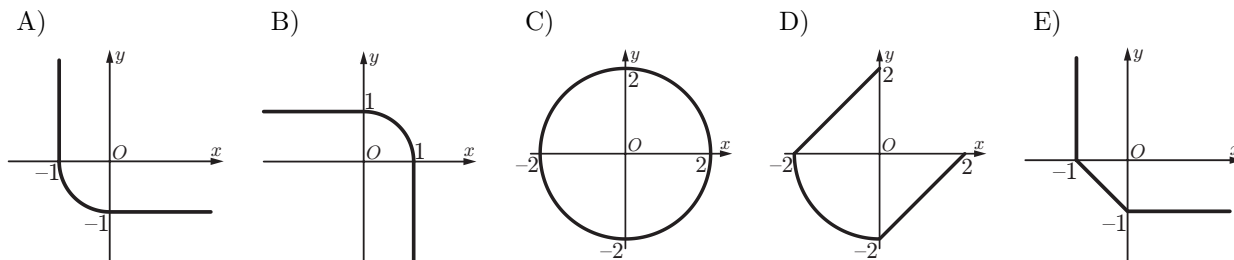
- A) 11 cm² B) 12 cm² C) 15 cm² D) 9 cm² E) 10 cm²

15. En el dibuix el quadrat té costats de longitud 2, els semicercles passen pel centre del quadrat i tenen els centres en el vèrtex del quadrat. El cercles ombrejats tenen els centres en els costats del quadrat i són tangents als semicercles. Quant fa l'àrea ombrejada?



- A) $4(3 - 2\sqrt{2})\pi$ B) $\sqrt{2}\pi$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$ D) π E) $\frac{\pi}{4}$
-

16. Quin dels següents gràfics correspon al conjunt de les solucions de l'equació $(x - |x|)^2 + (y - |y|)^2 = 4$?



17. Quants triangles rectangles es poden formar amb els seus vèrtexs en els vèrtexs d'un polígon regular de 14 costats?

- A) 42 B) 84 C) 88 D) 98 E) 168

18. Se substitueix cada asterisc (*) de l'expressió

$$1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10$$

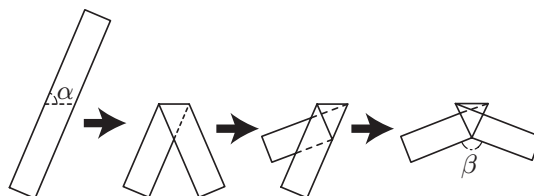
per + (suma) o · (producte). Sigui N el valor més gran que podem obtenir d'aquesta manera. Quin és el factor primer més petit de N ?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) Un altre nombre

19. Les longituds dels costats d'un triangle, expressades en centímetres, són els nombres enters i positius 13, x i y , que compleixen $x \cdot y = 105$. Quin és el perímetre del triangle?

- A) 35 cm B) 39 cm C) 51 cm D) 69 cm E) 119 cm

20. Tenim una tira llarga de paper i la dobleguem tres vegades, com es veu a la figura. Busqueu el valor de l'angle β si sabem que l'angle α fa 70° .

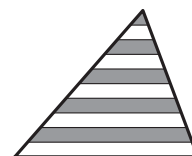


- A) 140° B) 130° C) 120° D) 110° E) 100°

Qüestions de 5 punts:

21. Es dibuixen rectes paral·leles a la base del triangle de la figura que divideixen els altres dos costats en 10 parts iguals. Quin percentatge de l'àrea del triangle és gris?

- A) 41,75% B) 42,5% C) 45% D) 46% E) 47,5%



22. 100 corredors acaben una carrera i cap d'ells no arriba al mateix temps que un altre. Quan se'ls demana en quina posició han arribat, tots contesten dient un número entre l'1 i el 100. La suma de totes les respostes és 4000. Quin és el nombre més petit possible de falses respostes?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

23. Es tira un dau tres vegades. Si la tercera vegada surt un nombre igual a la suma dels anteriors, quina és la probabilitat que el 2 hagi sortit almenys una vegada?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{91}{216}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{7}{12}$

24. Calculeu el valor de l'expressió

$$\frac{(2+3)(2^2+3^2)(2^4+3^4)\dots(2^{1024}+3^{1024})(2^{2048}+3^{2048})+2^{4096}}{3^{2048}}$$

A) 2^{2048}

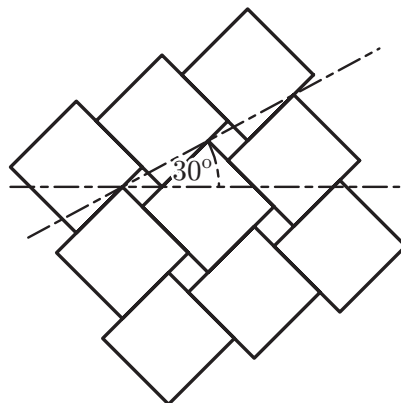
B) 2^{4096}

C) 3^{2048}

D) 3^{4096}

E) $3^{2048} + 2^{2048}$

25. Una paret està enrajolada amb dos tipus de rajoles quadrades, com es veu a la figura. Les rajoles grans són quadrats amb el costat de longitud a , i les petites, de longitud b . Les línies de punts (horitzontal i inclinada) formen un angle de 30° . Determineu la raó $a : b$.



A) $(2\sqrt{3}) : 1$

B) $(2 + \sqrt{3}) : 1$

C) $(3 + \sqrt{2}) : 1$

D) $(3\sqrt{2}) : 1$

E) $2 : 1$

26. En una pissarra hi ha escrits els nombres naturals de l'1 al 10, cada un d'ells 10 vegades. Els estudiants de la classe executen reiteradament el procediment següent: esborren dos dels nombres de la pissarra i, tot seguit, hi escriuen la suma dels nombres que han esborrat disminuïda en una unitat. Ho van fent fins que finalment només queda un nombre escrit a la pissarra. Quin és el nombre que hi queda?

A) Un nombre més petit que 440

B) 451

C) 460

D) 488

E) Un nombre més gran que 500

27. Un codi de barres com el que es mostra està format per franges alternades en negre i blanc, que sempre comencen i acaben per una franja negra. Cada franja de cada color té una amplada d'1 o 2, i l'amplada total del codi de barres és 12. Quants codis de barres diferents són possibles, sempre començant a llegir d'esquerra a dreta?



A) 124

B) 132

C) 66

D) 128

E) 116

28. Si el nombre $\sqrt{0, \underbrace{999\dots99}_{100 \text{ vegades}}}$ s'escriu en forma de decimal infinit, quina es la xifra del 100è decimal?

A) 3

B) 1

C) 0

D) 6

E) Una altra xifra

29. Una funció de nombres reals més grans que 0 és tal que $2f(x) + 3f\left(\frac{2010}{x}\right) = 5x$. Aleshores $f(6) =$

A) 993

B) 1

C) 2009

D) 1013

E) 923

30. Elegim els punts P i Q a cada catet d'un triangle rectangle. Les llargades dels costats són a i b , respectivament. Anomenem K i H les projeccions perpendiculars respectives de P i Q sobre la hipotenusa. Trobeu el valor mínim de la suma $KP + PQ + QH$.

A) $a + b$

B) $\frac{2ab}{a+b}$

C) $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$

D) $\frac{(a+b)^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$

E) $\frac{(a+b)^2}{2ab}$
