3.Напишите, используя методы теории индуктивных функций, программу, определяющую значение в целой точке t многочлена, заданного последовательностью его коэффициентов в порядке убывания степеней. Решите аналогичную задачу для случая задания коэффициентов в порядке возрастания степеней и задачу нахождения в целой точке t производной многочлена, заданного последовательностью его коэффициентов в порядке убывания степеней.

Всё, что нашел, ниже

Задача 6 Напишите, используя методы теории индуктивных функций, программу, определяющую значение в целой точке t производной многочлена, заданного последовательностью его коэффициентов (в порядке возрастания степеней).

Избранные задачи, задача 9 **Решение. Алексей.**

$X = R_M$

$Y = R_M$

$f : X^* - > Y, f$ — значение производной многочлена, заданного последовательностью его коэффициентов в порядке возрастания степеней, в точке t. Взяв $t = 1, a = \{0\}, b = \{0, 0\}, x = 1$, находим $f(a) = f(b) = 0$, но $f(a \circ x) = 1 \neq 2 = f(b \circ x)$, то есть, по отрицанию критерия индуктивности, f не является индуктивной функцией.

$$f(\omega \circ x) = |\omega| * x * t^(|\omega| - 1) + f(\omega)$$

. Таким образом в качестве дополнительной функции f_1 возьмем $|\omega|$, в качестве $f_2 - - - t^(|\omega| - 1)$ и построим индуктивное расширение $F(\omega) = (f(\omega), f_1(\omega), f_2(\omega))$:

$$F(\omega \circ x) = (f_1(\omega) * x * f_2(\omega) + f(\omega), f_1(\omega) + 1, t * f_2(\omega))$$

,

$$F : (R_M)_1^* - > R_M X Z_M^+ X Z_M$$

. Обратим внимание, что индуктивное расширение не определено на ε, так как на ε не определено $f_2(\varepsilon) = t^(- 1) = 1/t \notin Z_M$ и $f(\epsilon)$. Поэтому на пустой цепочке программа ничего не должна печатать, а начальное значение $F(x) = (0, 1, 1)$, где $|x| = 1$. Это начальное значение будет корректно и при $t = 0$, когда, вообще говоря, $f(x) = 0^0$ — величина неопределенная. Функция перевычисления G определена как:

$$G : R_M X Z_M^+ X Z_M X R_M - > R_M X Z_M^+ X Z_M$$

$$G((y_1, y_2, y_3), x) = (y_2 * x * y_3 + y_1, y_2 + 1, t * y_3)$$

. Отображение $\pi : R_M X Z_M^+ X Z_M \to R_M$ тривиально: $\pi(y_1, y_2, y_3) = y_1$. Построенное индуктивное расширение, однако, не является минимальным, так как область значений F не сюръективна. Например, ни на одной цепочке F не может принять значение $(0, 3, 2)$, так как 2 не представляется в виде квадрата целого числа. Однако, если в качестве множества значений F взять сюръективную часть исходного множества, то F будет минимально (для $t \neq 0$). Покажем, что $\forall a, b \in X_1^* F(a)! = F(b) => a! \; b$, где отношение эквивалентности задается формулой $a \; b \Leftrightarrow \forall \omega \in X^* f(a \circ \omega) = f(b \circ \omega)$. Нам необходимо найти такое ω для любых $a, b \in X_1^* \wedge F(a)! = F(b)$, что $f(a \circ \omega)! = f(b \circ \omega)$. Случай, когда у $F(a)$ и $F(b)$ не совпадает y_1, тривиален, так как, в силу вида функции π, в качестве ω можно взять ϵ. В случае, когда у $F(a)$ и $F(b)$ совпадают y_1, но различны y_2, в качестве ω можно взять, например, 1, после чего $f(a \circ 1) = |a| * t^(|a| - 1) + f(a), f(b \circ 1) = |b| * t^(|b| - 1) + f(b)$ и $f(a \circ 1)! = f(b \circ 1)$, так как $|a| * t^(|a| - 1)! = |b| * t^(|b| - 1)$ (ведь $|a|! = |b|$). Наконец, случая, когда совпадают y_1, y_2, но различны y_3, просто не бывает, так как $y_3 = t^(y_2 - 1)$, и если совпадают y_2, то совпадают и y_3. Минимальность индуктивного расширения доказана для $t! = 0$. Для $t = 0$ функция f индуктивна сама по себе, и, следовательно, минимальна, так как множество ее значений R_M сюръективно.

Соответствующая программа, с учетом стационарности при $t = 0$ и отсутствии необходимости в индуктивном расширении в этом же случае, имеет вид

```
print "t -> "
t = readline.to_i
print "x -> "
x = readline.to_i
begin
  if t != 0
    y1, y2, y3 = 0, 1, 1
    while true
      print "x -> "
      x = readline.to_i
      y1, y2, y3 = y2*x*y3+y1, y2+1, t*y3
    end
  else
    print "x -> "
    x = readline.to_i
    y1 = x
  end
rescue EOFError
  puts "\n(P_n')(#{t}) = #{y1}"
end
```