

# Расчет концентрации примеси в осесимметричном течении

Добрикова Д.П.

науч.рук. д.ф-м.н., проф. Алексин В.А.

Московский государственный индустриальный университет  
Кафедра «Информационные системы и технологии»

# Постановка задачи

Уравнение Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \vec{V},$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0, \text{ где } \vec{V} = \vec{V}(u, v, w).$$

Уравнение для концентрации примеси:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uC) + \frac{\partial}{\partial y}(vC) + \frac{\partial}{\partial z}(wC) = \frac{1}{\text{Sc} \cdot \text{Re}} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right).$$

Уравнение для температуры:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT) + \frac{\partial}{\partial z}(wT) = \frac{1}{\text{Pe}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right).$$

## Условия

Начальные:  $u_H = w_H = 0$ ,  $v_H = \omega$ ,  $p = p_H$ ,  $c_H = 1$ ,  $t_H = 0$ .

Граничные:

1. на вращающейся крышке радиусом  $N$ :

$$u = 0, v = \omega, w = 0;$$

2. меньшего радиуса:  $u = 0$ ,  $v = \omega$ ,  $w = 0$ ;

и на свободной границе сверху:  $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ ,  $\frac{\partial v}{\partial n} = 0$ ,  $w = 0$ ;

на трех неподвижных:  $u = 0$ ,  $v = 0$ ,  $w = 0$ ;

для давления:  $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$ ;

для концентрации: на верхней стенке  $c_H = 1$ , на нижней стенке  $c_w = 0$ , на левой и правой -  $\frac{\partial c}{\partial n} = 0$ ;

для температуры: на верхней стенке  $T_H = 1$ , нижней -  $T_w = 0.5$ , на левой и правой -  $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ .

# Численный метод

Метод расщепления по физическим факторам:

$$1. \frac{\tilde{\vec{V}} - \vec{V}^n}{\tau} = -(\vec{V}^n \cdot \nabla) \vec{V}^n - \nu \nabla \times \vec{\omega}^n,$$

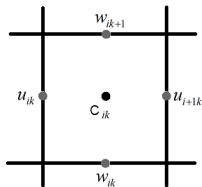
$$2. \Delta p = \frac{\tilde{D}}{\tau},$$

$$3. \frac{\vec{V}^{n+1} - \tilde{\vec{V}}}{\tau} = -\nabla p,$$

где  $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V}$ ,  $\tilde{D} = \nabla \cdot \tilde{\vec{V}}$

## Численный метод

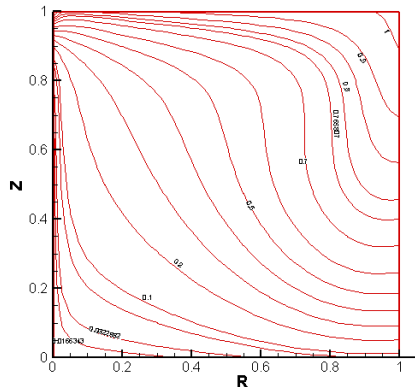
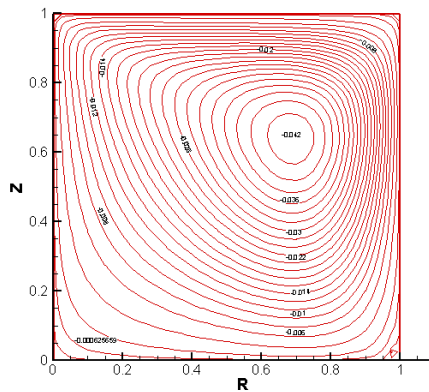
$$4. \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ruc) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z}(wc) = \frac{1}{\mathbf{ReSc}} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial c}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right)$$



$$5. \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ruT) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z}(wT) = \frac{1}{\mathbf{Pe}} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

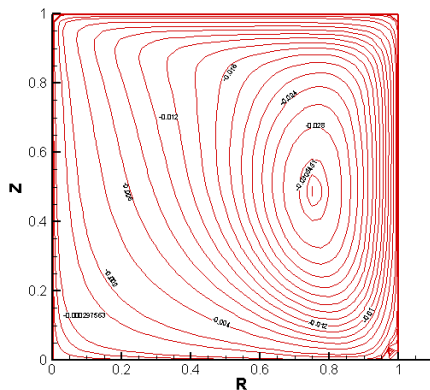
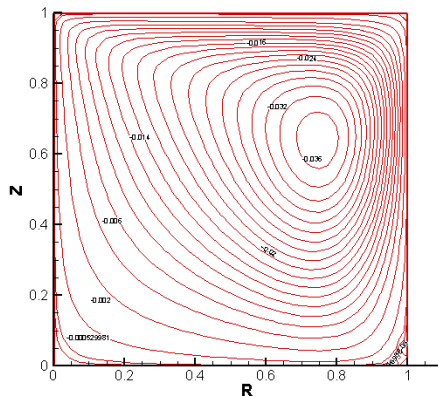
# Результаты

Изолинии функции тока и концентрации примеси при  $Re = 100$



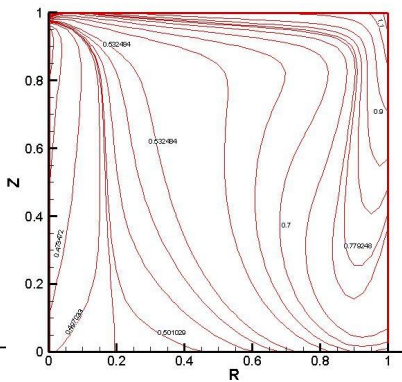
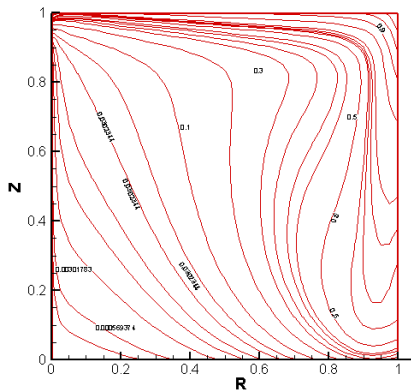
# Результаты

Сравнение результатов для функции тока при  $Re = 180$  и  $Re = 400$



# Результаты

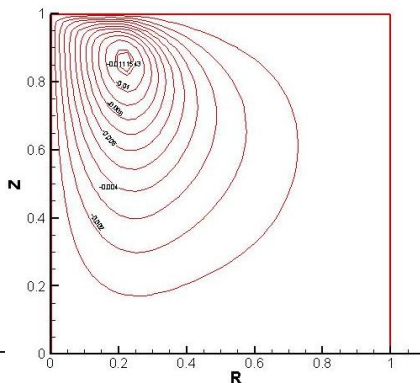
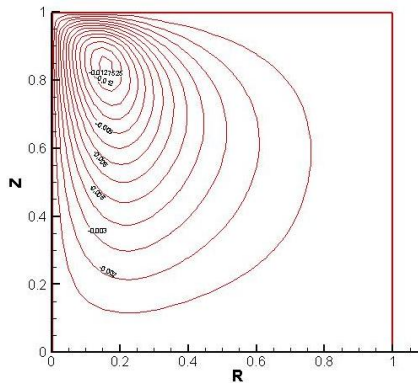
Изолинии концентрации примеси и изотермы при  $Re = 400$





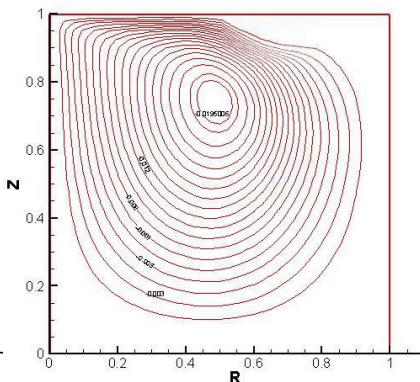
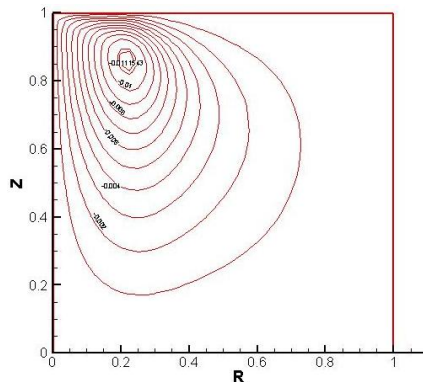
# Результаты

Изолинии функции тока при  $r = 0,2 * N$ ,  $Re = 100$  и  $Re = 400$



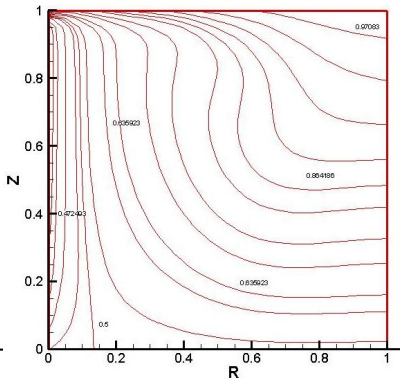
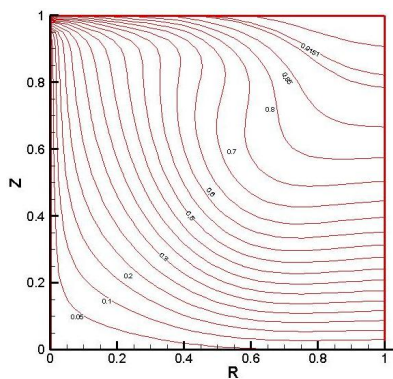
# Результаты

Сравнение результатов функции тока при радиусах  $r = 0,2 * N$  и  $r = 0,4 * N$ ,  $Re = 400$



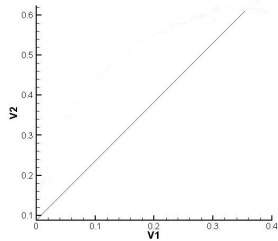
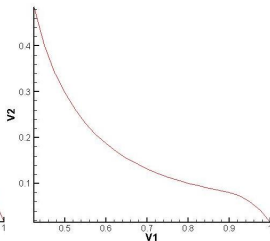
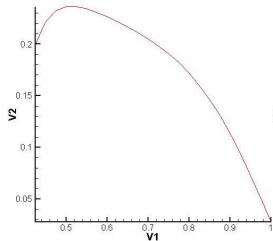
# Результаты

Изолинии концентрации примеси и изотермы:  $r = 0,4 * N$ ,  
 $Re = 400$



# Результаты

Графики компонент скорости на верхней границе



# Выводы

- Реализован метод расщепления для расчета течения несжимаемой вязкой жидкости, полей концентрации примеси и температуры.
- Исследовано влияние различных чисел Рейнольдса ( $100 \leq Re \leq 400$ ) и радиуса верхней вращающейся стенки на изолинии концентрации примеси.
- Получены графики компонент скорости для верхней границы.