# Propuesta de Tesina para la Obtención del Título de Licenciado en Ciencias de la Computación

Postulante: Juan Pablo Rinaldi

Título: Demostrando normalización fuerte y confluencia sobre una extensión cuántica del lambda cálculo

Director: Dr. Alejandro Díaz-Caro

3 de abril de 2017

### 1. Situación del Postulante

El postulante tiene aprobadas todas las materias de la carrera y no se encuentra desempeñando ninguna otra tarea académica ni profesional. Se espera dedicar cerca de 40 horas semanales (full-time) a la realización de la tesina.

### 2. Motivación, Objetivo General y Estado del Arte

Una de las propiedades fundamentales de la mecánica cuántica es la del noclonado, la cual indica que es imposible crear una copia idéntica de un estado cuántico desconocido [13]. Los lenguajes funcionales cuánticos pueden diferenciarse dependiendo de cómo se trate dicha propiedad. Por un lado tenemos la familia de lenguajes que utilizan Lógica Lineal [1] (lenguajes LL) para excluir los términos que duplican estados (ejemplos [2, 10, 14]). Por otro lado tenemos la familia de lenguajes que utilizan propiedades del álgebra lineal (lenguajes AL), los cuales admiten términos que los otros excluyen, pero los interpretan de forma diferente, evitando también el clonado (ejemplos [3, 4, 5, 6]).

Los lenguajes AL, al utilizar un sistema de tipos clásicos, son más sencillos que los LL, pero los primeros tienen una desventaja frente a los últimos: no soportan fácilmente el operador de medición [12], elemento fundamental de la mecánica cuántica. Por este motivo se propuso desarrollar un lenguaje,  $\lambda_S$ , que posea lo mejor de ambos enfoques: la elegancia de la linealidad algebraica y el soporte para el operador de medición usando Lógica Lineal [7]. El objetivo de la presente tesina es probar dos propiedades sobre dicho lenguaje: normalización fuerte y confluencia.

La propiedad de normalización fuerte implica que no habrá loops infinitos, y por lo tanto, un programa bien tipado no tiene ejecuciones infinitas.

La propiedad de confluencia implica que las distintas estrategias de reducción llevan siempre al mismo resultado.

Si bien la naturaleza de los lenguajes con reescritura probabilista hace que llegar a distintos resultados sea algo esperado, es deseable que distintas ejecuciones no afecten al conjunto de resultados posibles. Esta característica se conoce como confluencia sobre reescritura probabilística [9], y es la interpretación que se le dará a dicha propiedad en el presente trabajo.

# 3. Objetivos Específicos

Los objetivos específicos del presente trabajo son:

- Probar normalización fuerte sobre  $\lambda_S$  mediante la adaptación del método de Tait [11]
- Probar la confluencia de  $\lambda_S$  aplicando las técnicas desarrolladas en la tesina de Guido Martínez [9]

## 4. Metodología y Plan de Trabajo

El programa tentativo de trabajo es el siguiente:

- 1. Estudiar lambda cálculo simplemente tipado (1 semana) [8]
- 2. Estudiar la prueba de normalización fuerte sobre lambda cálculo simplemente tipado (1 semana) [8]
- 3. Estudiar la tesina de Guido Martínez para aprender cómo probar confluencia sobre lenguajes probabilistas (1 semana) [9]
- 4. Estudiar el lenguaje  $\lambda_S$  sobre el que se van a probar las propiedades (1 semana) [7]
- 5. Probar normalización fuerte (6 semanas)
- 6. Probar confluencia (4 semanas)

El trabajo se realizará durante aproximadamente 3 meses y medio con dedicación completa.

### Referencias

- [1] Abramsky, S.: *Computational interpretations of Linear Logic*. Theoretical Computer Science, 111(1):3–57, 1993.
- [2] Altenkirch, T. y J. Grattage: *A functional quantum programming language*. En *Proceedings of LICS 2005*, págs. 249–258. IEEE, 2005.
- [3] Arrighi, P. y A. Diaz-Caro: *A System F accounting for scalars*. Logical Methods in Computer Science, 8(1:11), 2012.
- [4] Arrighi, P., A. Diaz-Caro y B. Valiron: *The vectorial lambda-calculus*. Logical Methods in Computer Science, 8(1:11), 2015. (Considerado en I&C).
- [5] Arrighi, P. y G. Dowek: Linear-algebraic lambda-calculus: higher-order, encodings, and confluence. En Proceedings of RTA 2008. LNCS 5117:17-31, 2008.
- [6] Asaf, A., A. Diaz-Caro, S. Perdrix, C. Tasson y B. Valiron: *Call-by-value*, *call-by-name and the vectorial behaviour of the algebraic lambda-calculus*. Logical Methods in Computer Science, 2014.
- [7] Díaz-Caro, A. y G. Dowek: Typing quantum superpositions and projective measurements. En revisión.
- [8] Girard, J. Y.: *Proof and types*. Cambridge University Press, 1989.

- [9] Martínez, G.: *Confluencia en sistemas de reescritura probabilista*. Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de Rosario, Marzo 2017.
- [10] Selinger, P. y B. Valiron: *Quantum lambda calculus*. En Gay, S. y I. Mackie (eds.): *Semantic Techniques in Quantum Computation*, cap. 9, págs. 135–172. Cambridge University Press, 2009.
- [11] Tait, W. W.: *Intensional Interpretations of Functionals of Finite Type I.* Journal of Symbolic Logic, 32(2), 1967.
- [12] Valiron, B.: Orthogonality and Algebraic Lambda-Calculus. En Proceedings of QPL 2010. Oxford, Mayo 2010.
- [13] Wootters, W. K. y W. H. Zurek: *A single quantum cannot be cloned*. Nature, 299:802–803, 1982.
- [14] Zorzi, M.: *On quantum lambda calculi: a foundational perspective*. Mathematical Structures in Computer Science, págs. 1–89, 2014.