Провести повне дослідження і побудувати графік функції

1. Область визначення функції. Так як функція являє собою дріб, потрібно знайти нулі знаменника.

1−x=0, ⇒ x=1.

Виключаємо єдину точку x = 1 з області визначення функції і отримуємо:

D(y) = (−∞;1) ∪ (1;+∞).

1. Досліджуємо поведінку функції в околі точки розриву. Знайдемо односторонні межі:

Так як межі рівні нескінченності, точка x = 1 є розривом другого роду, пряма x = 1 - вертикальна асимптота.

1. Визначимо точки перетину графіка функції з осями координат.

Знайдемо точки перетину з віссю ординат Oy, для чого прирівнюємо x = 0:

Таким чином, точка перетину з віссю Oy має координати (0; 8). Знайдемо точки перетину з віссю абсцис Ox, для чого покладемо y = 0:

Рівняння не має коренів, тому точок перетину з віссю Ox немає.

Зауважимо, що для будь-яких x. Тому при x ∈ (-∞; 1) функція y > 0 (набуває додатних значень, графік знаходиться вище осі абсцис), при x ∈ (1; + ∞) функція y < 0 (набуває від'ємних значень, графік знаходиться нижче осі абсцис).

1. Функція не є ні парною, ні непарною, так як:

При

1. Досліджуємо функцію на періодичність. Функція не є періодичною, тому що являє собою дрібно-раціональну функцію.
2. Досліджуємо функцію на екстремуми і монотонність. Для цього знайдемо першу похідну функції:

Прирівняємо першу похідну до нуля і знайдемо стаціонарні точки (в яких y '= 0):

Отримали три критичні точки: x = -2, x = 1, x = 4. Розіб'ємо всю область визначення функції на інтервали даними точками і визначимо знаки похідної в кожному проміжку:

**-2 1 4**

При x∈ (-∞; -2), (4; + ∞) похідна y '<0, тому функція спадає на даних проміжках.

При x∈ (-2; 1), (1; 4) похідна y '> 0, функція зростає на даних проміжках.

При цьому x = -2 - точка локального мінімуму (функція спадає, а потім зростає), x = 4 - точка локального максимуму (функція зростає, а потім зменшується).

Знайдемо значення функції в цих точках:

Таким чином, точка мінімуму (-2; 4), точка максимуму (4; -8).

1. Досліджуємо функцію на перегини і опуклість. Знайдемо другу похідну функції:

Прирівняємо другу похідну до нуля:

Отримане рівняння не має коренів, тому точок перегину немає. При цьому, коли

x∈ (-∞; 1) виконується y ''> 0, тобто функція увігнута, коли x∈ (1; + ∞) виконується y '' <0, тобто функція опукла.

1. Досліджуємо поведінку функції на нескінченності, тобто при .

Так як межі нескінченні, горизонтальних асимптот немає.

Спробуємо визначити похилі асимптоти виду y = kx + b. Обчислюємо значення k, b за відомими формулами:

Отримали, що e функції є одна похила асимптота y = -x-1.

1. Додаткові точки. Обчислимо значення функції в деяких інших точках, щоб точніше побудувати графік.

1. За отриманими даними побудуємо графік, доповнимо його асимптотами x = 1 (синій), y = -x-1 (зелений) і відзначимо характерні точки (фіолетовим перетин з віссю ординат, помаранчевим екстремуми, чорним додаткові точки):

