SDP Examples

(1) $F_1(x) \preceq 0$, $F_2(x) \preceq 0$ $\Leftrightarrow$ $\begin{bmatrix} F_1(x) & 0 \\ 0 & F_2(x) \end{bmatrix} \preceq 0$

(2) $\min \lambda_{max}(F(x))$ $\Leftrightarrow$ $\min t$ s.t. $\lambda_{max}(F(x)) \le t$

or

$\lambda_{max}(F(x) - tI) \le 0$

or

$\min t$

$F(x) \preceq tI$

(3) $LP \subseteq QP \subseteq QCQP \subseteq SOCP \subseteq SDP$

$\min c^T x$

$\|A_i x + b_i\| \le c_i^T x + d_i$ (SOC)

$Gx = h$

recall: $\begin{bmatrix} (c_i^T x + d_i) I & A_i x + b_i \\ (A_i x + b_i)^T & c_i^T x + d_i \end{bmatrix} \succeq 0$

$= \begin{bmatrix} d_i I & b_i \\ b_i^T & d_i \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^{n} x_j \begin{bmatrix} c_{ij} I & a_{ij} \\ a_{ij}^T & c_{ij} \end{bmatrix} \succeq 0$ LMI

(4) $\min \frac{(c^T x)^2}{d^T x}$

$Ax = b$

$\min\ t$

$(c^T x)^2 \le (d^T x)\, t$

$$\begin{bmatrix} t & c^T x \\ c^T x & d^T x \end{bmatrix} \succeq 0$$