

Traitement de l'image

TP 3 : Convolution et filtrage spatial

Le filtrage d'une image est une technique classique du traitement d'images qui est réalisé au moyen de produits de convolution. On appelle \mathbf{H} le filtre ou masque de convolution. L'opération de convolution est calculée en tout point de l'image source en trois étapes :

1. on centre le masque (par exemple un masque carré 3×3) sur le pixel courant,
2. on calcule les 9 produits entre la valeur de l'image et la valeur du masque superposé,
3. puis on somme les 9 produits pour obtenir la valeur du pixel de l'image filtrée.

On peut résumer l'opération de convolution par la formule suivante :

$$\mathbf{S}(i, j) = \sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \sum_{l=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \mathbf{E}(i+k, j+l) \mathbf{H}(k, l) \quad (1)$$

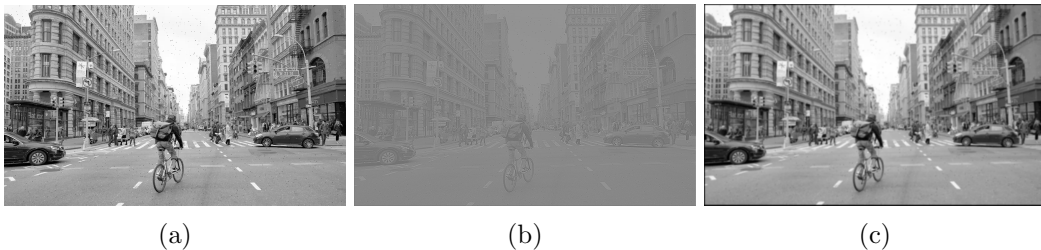
où \mathbf{E} est l'image d'entrée, \mathbf{H} le masque de convolution avec $\mathbf{H}(0, 0)$ le centre du masque et N la taille du filtre (dans notre exemple, $N = 3$). On veillera à ce que la somme des coefficients du masque ne soit pas supérieure à 1 afin de ne pas saturer l'image filtrée.

I. Filtrage linéaire

Dans une image, les basses fréquences correspondent à des variations lentes de l'intensité (zones uniformes), et les hautes fréquences à des variations rapides (contours, bruits). En fonction du filtre utilisé, on pourra alors obtenir différents effets visuels. On classe habituellement les filtres linéaires en deux familles :

- les filtres lisseurs ou passe-bas qui suppriment les hautes fréquences ; ces filtres réduisent ainsi le bruit mais adoucissent les contours (et ont alors tendance à rendre l'image floue).
- les filtres détecteurs de contours ou passe-haut qui accentuent les composantes hautes fréquences (contours et bruit).

Prenons comme exemple l'image suivante (Figure 1a). On peut visualiser l'effet d'un filtrage passe-haut (Figure 1b) et celui d'un filtrage passe-bas (Figure 1c). On remarque bien les effets respectifs d'accentuation de contours et de flou.



Application : Soient les 3 masques de convolution suivants :

$$\mathbf{H}_1 = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_3 = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Le filtre \mathbf{H}_1 est appelé filtre moyenneur. Le filtre \mathbf{H}_2 est un filtre gradient vertical (vous pouvez tester le filtre gradient horizontal \mathbf{H}_2^T). Le filtre \mathbf{H}_3 est un filtre Laplacien.

1. Sur papier, calculer la convolution de la matrice \mathbf{E} ci-après avec chacun de ces filtres.

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 8 & 9 & 7 & 2 \\ 2 & 10 & 7 & 8 & 0 \\ 2 & 9 & 7 & 9 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Quelles conditions aux bords peut-on utiliser ?

2. Ouvrir l'image 'I2filter.png' puis appliquer les 3 masques de convolution (fonction conv2 sous Matlab).
3. La fonction conv2 possède un paramètre permettant d'indiquer comment prendre en compte les effets de bord : same, valid et full. Comparez les résultats avec les différentes options.
4. Vérifier l'impact de la taille du masque de convolution sur l'image filtrée.

II. Filtrage non linéaire

Nous avons vu précédemment le principe des filtres linéaires utilisant la convolution qui étaient assez simples à mettre en oeuvre. Intéressons-nous à présent à quelques filtres non linéaires un peu plus complexes. On peut citer trois types de filtrages non linéaires :

- le filtrage d'ordre,
- la morphologie mathématique,
- et le filtrage adaptatif.

II.I Filtres d'ordre

Parmi les filtres d'ordre, il en existe trois basiques :

- le filtre min qui renvoie la valeur minimum parmi les 9 pixels du voisinage (dans le cas d'une fenêtre 3×3),
- le filtre max qui renvoie la valeur maximum parmi les 9 pixels du voisinage (dans le cas d'une fenêtre 3×3),
- et le filtre median qui renvoie la valeur médiane parmi les 9 pixels du voisinage (dans le cas d'une fenêtre 3×3).

Le filtre min noircit l'image puisqu'il privilégie des valeurs faibles tandis que le filtre max éclaircit l'image. De plus, les filtres d'ordre ont tendance à uniformiser des petites régions.

Application : Les filtres min et max étant "peu intéressants", étudions le cas du filtre médian. Ouvrir l'image 'I2filter.png' puis appliquer un filtre median pour supprimer le bruit de l'image (fonction medfilt2 sous Matlab).

II.II Morphologie mathématique

La morphologie mathématique a été et est toujours très utilisée dans de nombreux algorithmes de traitement d'images. Elle constitue une discipline à part entière. Elle permet de sélectionner des zones pertinentes dans une image. Nous verrons ici uniquement la morphologie mathématique binaire ; on parle de morphologie mathématique ensembliste (par opposition à la morphologie mathématique fonctionnelle pour les images en niveaux de gris). Le principe de base est d'observer la réponse de l'image à analyser lorsqu'on la multiplie par un élément géométrique simple appelé élément structurant.

Un exemple d'élément structurant de forme circulaire et de rayon 1 :

$$\mathbf{SE}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Il en existe bien d'autres :

$$\mathbf{SE}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{SE}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{SE}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots$$

D'après ce principe, on définit deux opérations de bases :

- l'érosion,
- la dilatation.

L'érosion d'un objet binaire regroupe l'ensemble des pixels recouverts entièrement par l'élément structurant lorsque le centre de ce dernier parcourt l'ensemble de l'objet. Ainsi, l'érosion supprime des pixels de l'ensemble. Mathématiquement,

$$\mathbf{F}' = \{\mathbf{x}_i / \mathbf{S}_{\mathbf{x}_i} \subset \mathbf{F}\} \quad (3)$$

avec \mathbf{F} une forme de l'image binaire et $\mathbf{S}_{\mathbf{x}}$ l'élément structurant centré sur \mathbf{x} .

La dilatation d'un objet binaire regroupe l'ensemble des pixels recouverts non entièrement par l'élément structurant lorsque le centre de ce dernier parcourt l'ensemble de l'objet. Ainsi, la dilatation, contrairement à l'érosion, va ajouter des pixels de l'ensemble. Mathématiquement,

$$\mathbf{F}' = \{\mathbf{x}_i / \mathbf{S}_{\mathbf{x}_i} \cap \mathbf{F} \neq \emptyset\} \quad (4)$$

avec \mathbf{F} une forme de l'image binaire et $\mathbf{S}_{\mathbf{x}}$ l'élément structurant centré sur \mathbf{x} .

Il est possible d'enchaîner les transformations de base pour obtenir de meilleurs résultats :

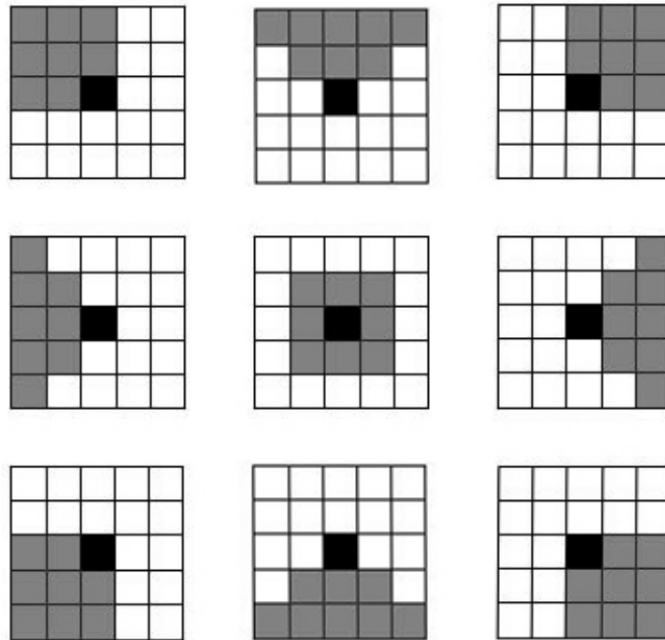
- l'ouverture est constituée d'une érosion suivie par une dilatation,
- la fermeture est constituée d'une dilatation suivie par une érosion.

Application :

1. Ouvrir l'image 'Ibin.png'.
2. Appliquer une érosion avec l'élément structurant de base \mathbf{SE}_1 (fonction `imerode()` sous Matlab) et observer l'impact de ce-dernier sur le résultat. Vous pouvez ensuite tester les autres éléments structurants.
3. Appliquer une dilatation avec les mêmes éléments structurant (fonction `imdilate()` sous Matlab)
4. Réaliser une ouverture puis une fermeture sur cette image. Générer un élément structurant de type circulaire de rayon 6 (fonction `strel()` sous Matlab).

II.III Filtre de Nagao

Le filtre de Nagao est un filtre non-linéaire, présenté en 1979 par M. Nagao et T. Matsuyama, qui permet d'éliminer le bruit tout en conservant les contours. Il s'agit de remplacer chaque pixel de l'image par la moyenne des niveaux de gris du voisinage le plus homogène (variance minimale). Le principe est le suivant : pour chaque pixel de l'image, on examine les neuf fenêtres suivantes (en gris), centrées sur ce pixel :



Pour chacune de ces neuf fenêtres on calcule la variance. On garde la fenêtre ayant la plus faible variance, et on en calcule la moyenne, ce qui donnera la nouvelle valeur du pixel.

Ce filtrage permet de lisser l'image (moyennage). Toutefois, le fait de choisir la fenêtre de plus petite variance implique que cette moyenne est faite sur une zone relativement homogène. Ainsi, les contours sont conservés : un pixel proche d'un contour sera remplacé

par une valeur homogène à la zone à laquelle il appartient, et non pas par une valeur moyenne entre la zone à laquelle il appartient et celle de l'autre côté du contour.

Les principales caractéristiques du filtrage de Nagao sont alors :

- Effet moyenneur,
- Forte atténuation du bruit impulsionnel,
- Préservation des transitions,
- Effet de réhaussement de contraste si plusieurs itérations.

Application : Implémenter, tester et analyser le filtrage de Nagao sur l'image de votre choix.