

Лабораторная работа №5

Модель эпидемии (SIR)

Кадров Виктор Максимович

12 апреля 2025

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, Москва, Россия

Исследовать модель эпидемии(SIR) с помощью программы xcos и OpenModelica.

- рассмотреть модель SIR в xcos (в том числе и с использованием блока Modelica), а также в OpenModelica;
- реализовать модель SIR с учётом процесса рождения / гибели особей в xcos (в том числе и с использованием блока Modelica), а также в OpenModelica;
- построить графики эпидемического порога при различных значениях параметров модели (в частности изменяя параметр μ);
- сделать анализ полученных графиков в зависимости от выбранных значений параметров модели.

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{\beta IS}{N}, \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I, \end{cases}$$

где S – численность восприимчивой популяции, I – численность инфицированных, R – численность удаленной популяции (в результате смерти или выздоровления), и N – это сумма этих трёх, а β и γ - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно(!?).

В меню Моделирование, Задать переменные окружения зададим значения переменных.

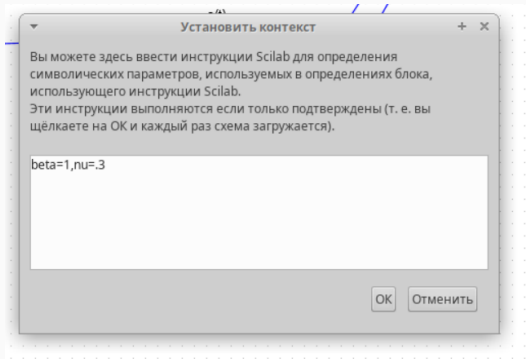


Рис. 1: Ввод переменных окружения

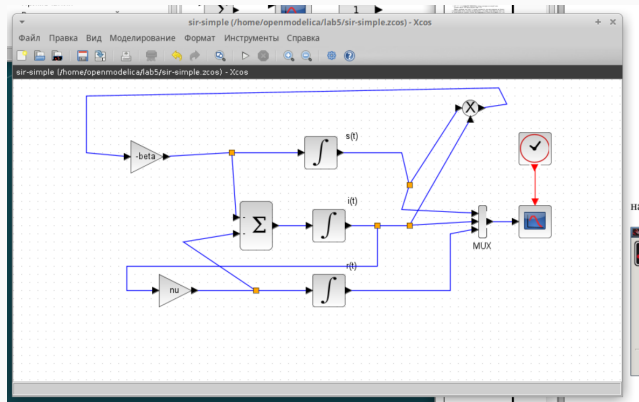


Рис. 2: Модель SIR в xcoss

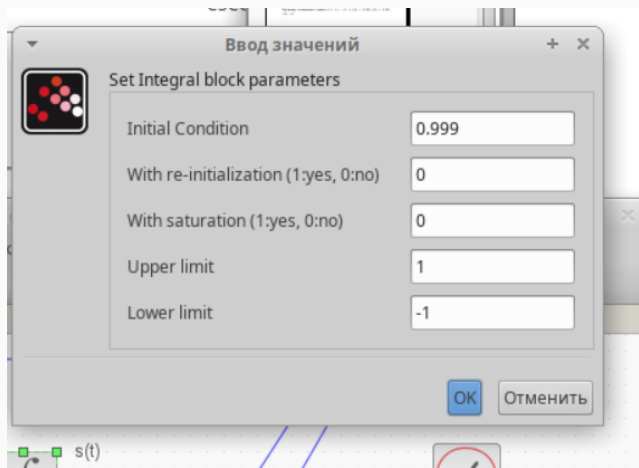


Рис. 3: Задать начальное значение в блоке интегрирования для S

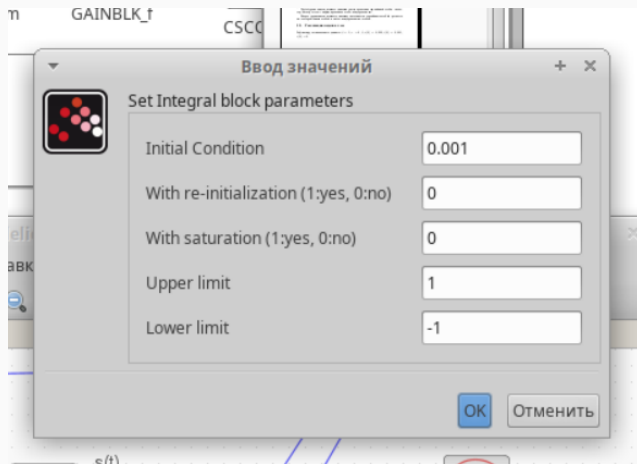


Рис. 4: Задать начальное значение в блоке интегрирования для I

Зададим конечное время интегрирования.

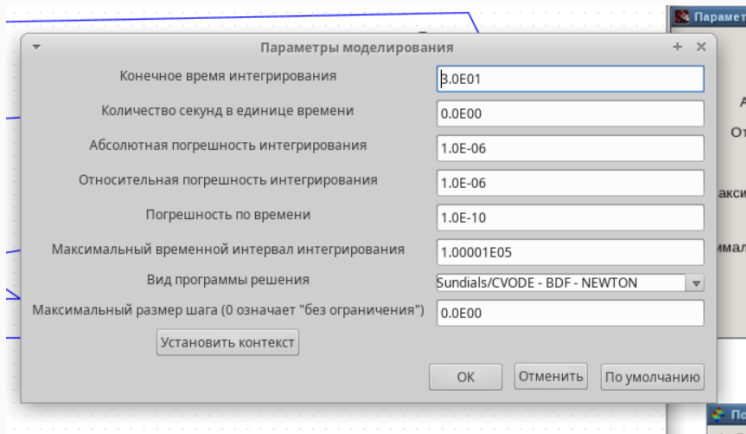


Рис. 5: Зададим конечное время интегрирования

Результат моделирования в xcos.

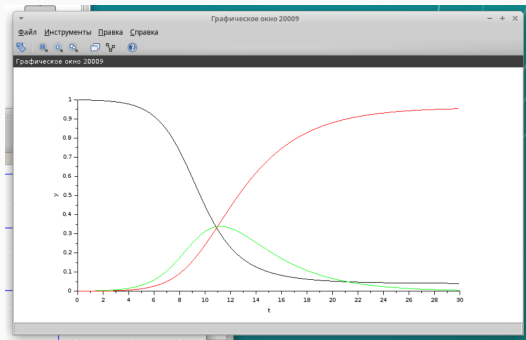


Рис. 6: Результат моделирования в xcos

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

Для реализации модели с помощью языка Modelica помимо блоков CLOCK_c, CSCCOPE, TEXT_f и MUX требуются блоки CONST_m – задаёт константу; MBLOCK(Modelica generic) – блок реализации кода на языке Modelica.

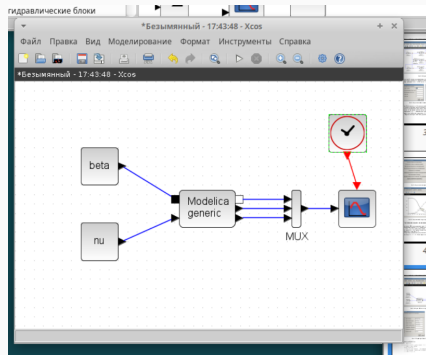


Рис. 7: Модель SIR в xcos с применением блока Modelica

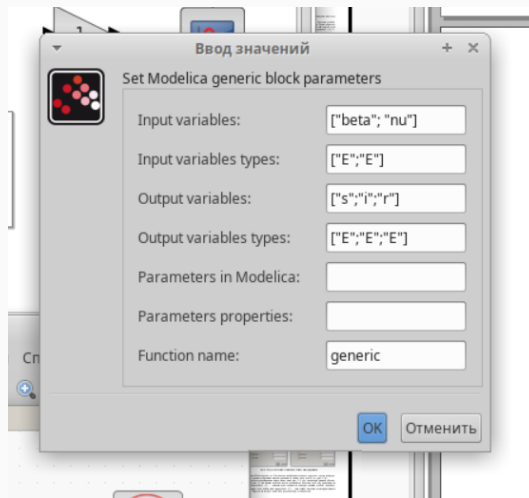


Рис. 8: Параметры блока Modelica

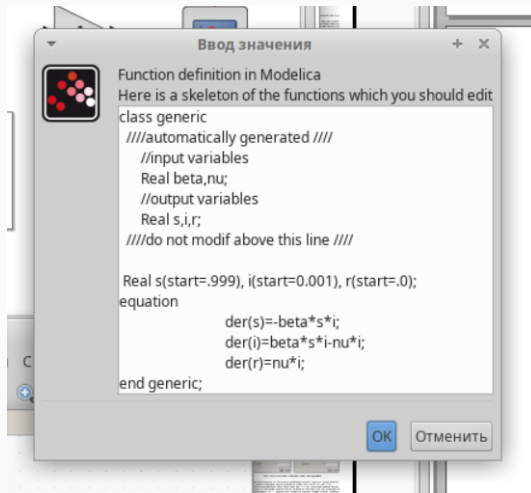


Рис. 9: Параметры блока Modelica

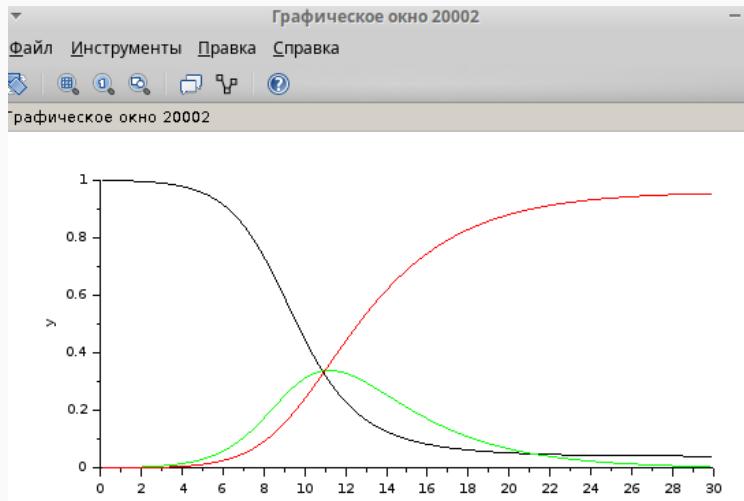


Рис. 10: Результат моделирования с помощью блока Modelica в xcos

Реализация модели SIR в OpenModelica

Создадим файл модели, зададим дифференциальные уравнения и присвоим переменным значения.

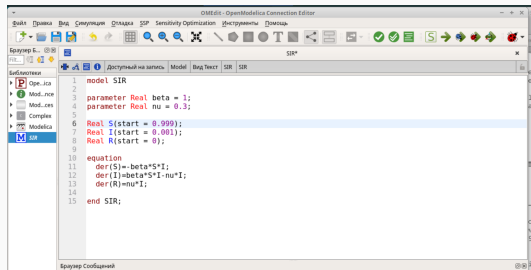


Рис. 11: Реализация модели SIR в OpenModelica

Зададим интервал симуляции.

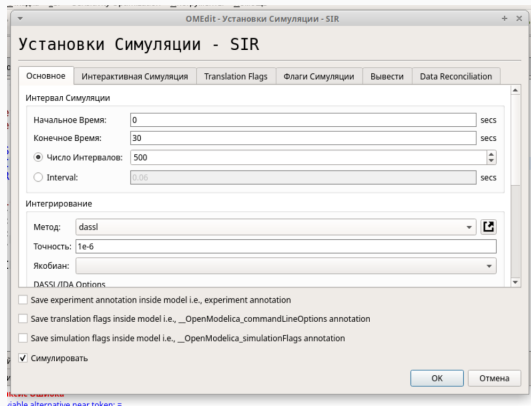


Рис. 12: Зададим интервал симуляции

Результат реализации модели SIR в OpenModelica.

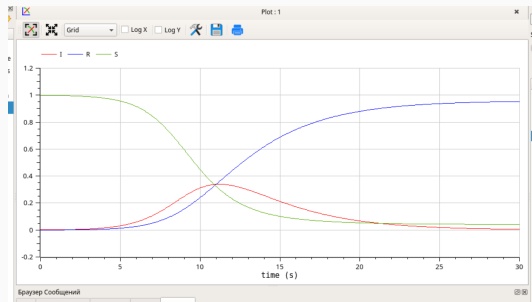


Рис. 13: Результат реализации модели SIR в OpenModelica

В дополнение к предположениям, которые были сделаны для модели SIR, предположим, что учитываются демографические процессы, в частности, что смертность в популяции полностью уравнивает рождаемость, а все рожденные индивидуумы появляются на свет абсолютно здоровыми. Тогда получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta IS + \mu(N - S), \\ \frac{dI}{dt} = \beta IS - \gamma I - \mu I, \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R, \end{cases}$$

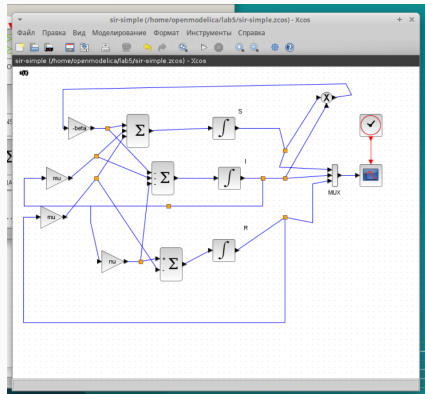


Рис. 14: Модель SIR, учитывая демографические процессы, в xcoss

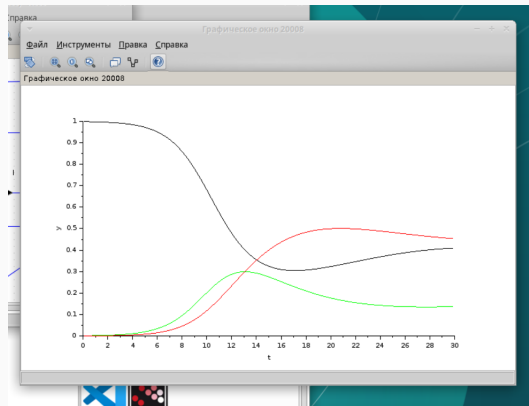


Рис. 15: Результат моделирования SIR, учитывая демографические процессы, в xcos

Реализация модели с использованием блока Modelica в xcos

В изначальную реализацию с помощью блока Modelica добавим параметр μ .

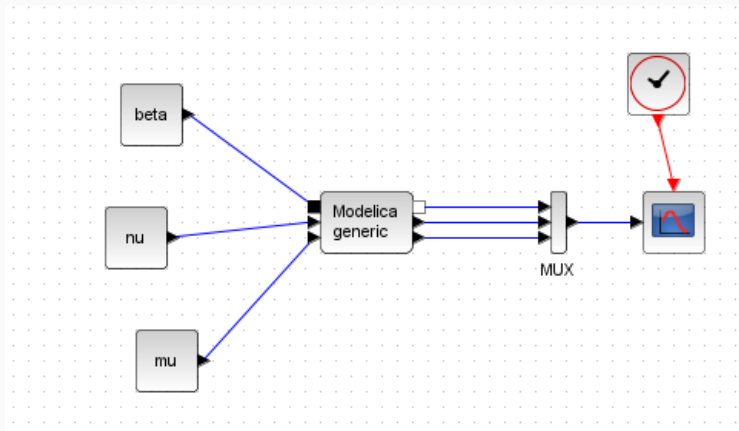


Рис. 16: Модель SIR с учетом демографии в xcos с применением блока Modelica

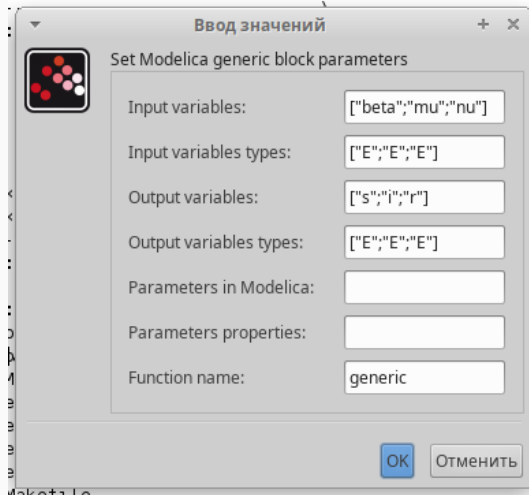


Рис. 17: Параметры блока Modelica. Модель SIR с учетом демографии

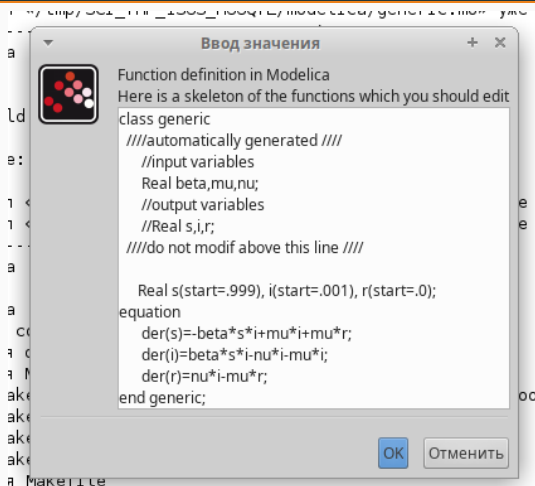


Рис. 18: Код на языке Modelica. Модель SIR с учетом демографии

Реализация модели с использованием блока Modelica в xcos

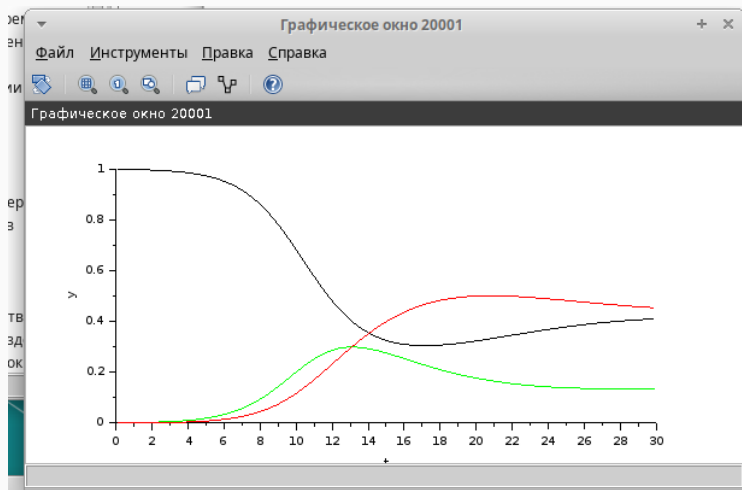
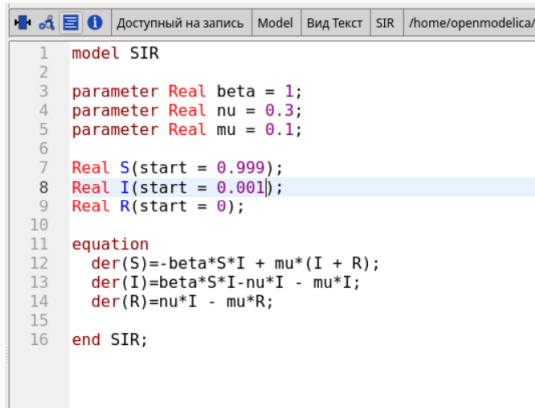


Рис. 19: Результат моделирования SIR с учетом демографии с помощью блока Modelica в xcos

Реализация модели SIR с учетом демографии в OpenModelica



The screenshot shows the OpenModelica IDE interface. The top toolbar includes icons for file operations, a search icon, and a status bar indicating 'Доступный на запись' (Available for writing). The main menu bar shows 'Model', 'Вид Текст' (View Text), 'SIR', and the file path '/home/openmodelica/'. The code editor displays the following model definition:

```
1 model SIR
2
3   parameter Real beta = 1;
4   parameter Real nu = 0.3;
5   parameter Real mu = 0.1;
6
7   Real S(start = 0.999);
8   Real I(start = 0.001);
9   Real R(start = 0);
10
11  equation
12    der(S)=-beta*S*I + mu*(I + R);
13    der(I)=beta*S*I-nu*I - mu*I;
14    der(R)=nu*I - mu*R;
15
16 end SIR;
```

Рис. 20: Реализация модели SIR с учетом демографии в OpenModelica

Реализация модели SIR с учетом демографии в OpenModelica

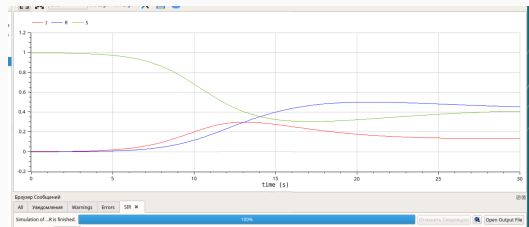


Рис. 21: Результат реализации модели SIR с учетом демографии в OpenModelica

Когда параметр μ достигает значения 0.8 на графике появляются прямые. То есть рождается и умирает столько же здоровых, сколько заражается.

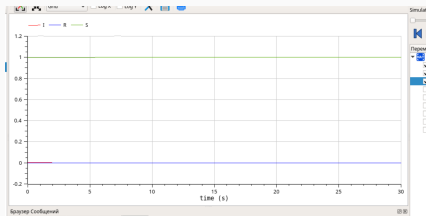


Рис. 22: Модель SIR с учетом демографии при $\beta = 1$, $\nu = 0.3$, $\mu = 0.8$. OpenModelica

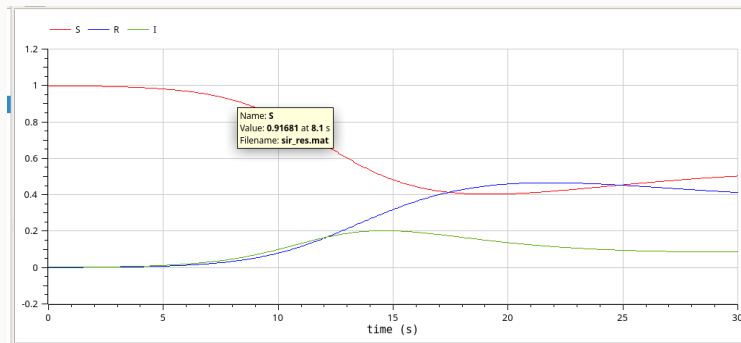


Рис. 23: Модель SIR с учетом демографии при $\beta = 1$, $\nu = 0.4$, $\mu = 0.1$. OpenModelica

Анализ графиков при разных параметрах модели

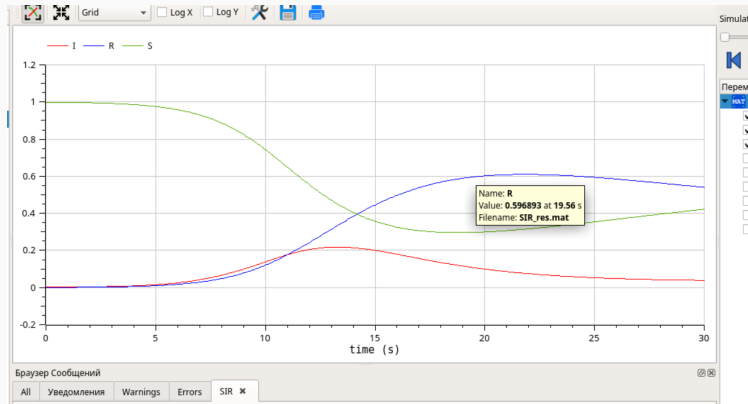


Рис. 24: Модель SIR с учетом демографии при $\beta = 1$, $\nu = 0.3$, $\mu = 0.05$. OpenModelica

Анализ графиков при разных параметрах модели

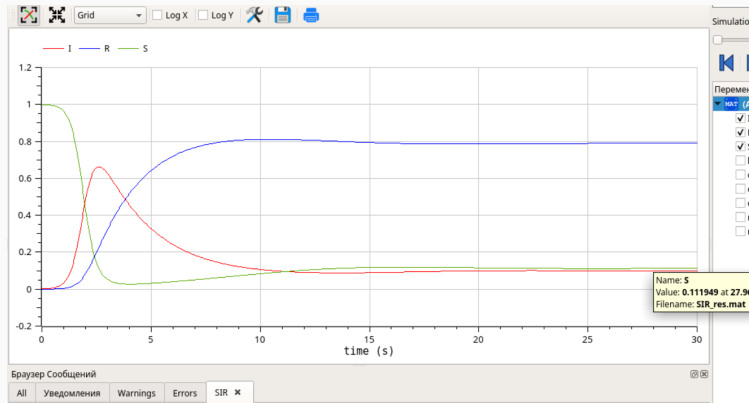


Рис. 25: Модель SIR с учетом демографии при $\beta = 4$, $\nu = 0.3$, $\mu = 0.1$. OpenModelica

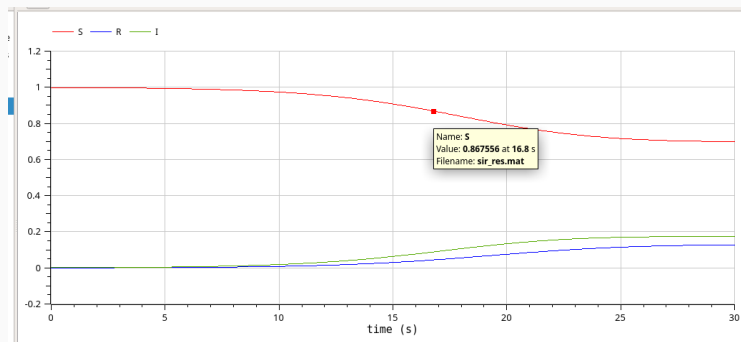


Рис. 26: Модель SIR с учетом демографии при $\beta = 1$, $\nu = 0.3$, $\mu = 0.4$. OpenModelica

Мы исследовали модель эпидемии(SIR) с помощью программы xcos и OpenModelica.